

# TÉCNICAS DE DECONVOLUÇÃO APLICADAS À ESTIMAÇÃO DE ENERGIA ONLINE EM CALORIMETRIA DE ALTAS ENERGIAS EM CONDIÇÕES DE ALTA TAXA DE EVENTOS

JOÃO PAULO B. S. DUARTE\*, LUCIANO M. DE ANDRADE FILHO\*, EDUARDO F. DE SIMAS FILHO†,  
JOSÉ M. DE SEIXAS‡

\*Universidade Federal de Juiz de Fora  
Juiz de Fora, MG, Brasil

†Universidade Federal da Bahia  
Salvador, BA, Brasil

‡Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Rio de Janeiro, RJ, Brasil

joao.duarte@engenharia.ufjf.br, luciano.ma.filho@gmail.com, eduardosimas@gmail.com,  
seixas@lps.ufrj.br

**Abstract**— This work presents a study of deconvolution techniques that can be used in the online energy reconstruction for the ATLAS hadronic calorimeter (TileCal) first level trigger system. The high rate events environment, foreseen for the next years of operation of the LHC particle collider, increases the probability of observe adjacent collisions, promoting the signal superposition effect. The current algorithm for energy reconstruction is not robust against this pile-up effect. Thus, deconvolution methods have been proposed, two direct that result in FIR filters and three iterative techniques based on the Descendant gradient that allow you to insert an expert knowledge. As expected, the iterative methods present smaller errors than the direct FIR methods. However, with respect to implementation, iterative techniques are more complex and use more features of hardware.

**Keywords**— Deconvolution, Calorimetry, Energy Reconstruction, Online Processing

**Resumo**— Este trabalho apresenta um estudo sobre técnicas de deconvolução de sinais que podem ser aplicadas à reconstrução *online* de energia no primeiro nível de *trigger* do calorímetro hadrônico do ATLAS. O ambiente de alta taxa de eventos, previsto para ocorrer nos próximos anos no colisionador de partículas LHC, aumenta a probabilidade de ocorrência de colisões adjacentes, produzindo o efeito de empilhamento de sinais. O algoritmo atualmente utilizado para a reconstrução não é robusto a este efeito. Assim, foram propostos métodos de deconvolução, dois diretos que resultam em filtros FIR e outros três iterativos baseados no Gradiente Descendente que permitem inserir um conhecimento especialista. Como esperado, os métodos iterativos reconstroem a energia com menor erro quando comparados às técnicas baseadas em filtros FIR. Porém, com relação à implementação, as técnicas iterativas são de maior complexidade e utilizam mais recursos de *hardware*.

**Palavras-chave**— Deconvolução, Calorimetria, Reconstrução de energia, Processamento *online*

## 1 Introdução

Na instrumentação, especificamente, em experimentos de física de altas energias, onde são feitas colisões de partículas em altas velocidades, a partir de colisionadores de partículas, há a tendência de aumentar suas taxas de colisão e número de partículas por colisão, objetivando aumentar a probabilidade de observação de eventos físicos cada vez mais raros (Andrade Filho et al., 2015). Um ambiente com estas características é o CERN (Organização Europeia para Pesquisa Nuclear) que faz o uso de aceleradores de partículas. O principal deles é o LHC (do inglês, *Large Hadron Collider*) que contém cerca de 27 km de extensão e alguns pontos estratégicos para a colisão. Nestes pontos de colisão, são posicionados detectores de partículas. Ao todo, no seu entorno, existem quatro detectores principais: o CMS , o LHCb, o ALICE e o ATLAS (Taylor, 2000).

O ATLAS, é um experimento de propósito geral na investigação das colisões próton-próton e é dividido em subdetektore em camadas cilíndricas em torno do ponto de colisão, como pode ser

visto na Figura 1. Cada subdetector é responsável por medir propriedades específicas da partícula. Destas, uma das mais importantes é a energia das partículas, que é medida pelos calorímetros do ATLAS(Evans and Bryant, 2008).

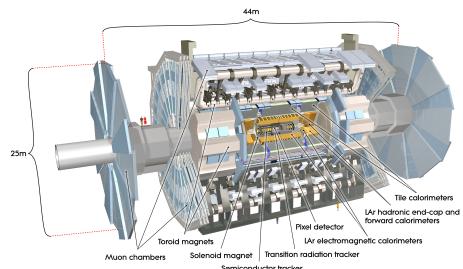


Figura 1: O Detector ATLAS e seus subdetektore (Pequenao, 2008).

Tipicamente, os detectores possuem dois calorímetros, como no ATLAS, um mais interno, chamado de calorímetro eletromagnético que absorve a energia de partículas leves e carregadas, como os elétrons, e uma camada mais externa que é o ca-

lorímetro hadrônico (TileCal) que absorve as partículas hadrônicas. Para localizar as regiões por onde as partículas passaram, o sistema de calorimetria é segmentado em células gerando cerca de duzentos mil canais de leitura. Cada célula produz um sinal elétrico cuja amplitude é proporcional à energia depositada. Assim, por serem muitos canais em paralelo e alta taxa de colisões, requisita-se um sistema de filtragem (ou seleção de eventos) para armazenar somente informações de eventos de interesse raro (Peralva et al., 2013). Para isto, o ATLAS, por exemplo, utiliza um sistema de *trigger*. Este sistema é dividido em dois níveis que têm como objetivo principal descartar eventos que não são de interesse. O nível 1 (LVL1), o qual é o foco deste trabalho, precisa analisar 40 milhões de eventos por segundo demandando uma implementação em *hardware*. O sinal elétrico proveniente das células do TileCal é digitalizado a 40 MHz e sincronizado com as colisões no LHC. Vale ressaltar que o pulso conformado tem a duração de aproximadamente 150 ns enquanto a taxa de colisão do LHC é de 25 ns. Assim, pode-se observar que a resposta do calorímetro é mais lenta que a taxa de colisão do LHC e, consequentemente, poderá ocorrer a sobreposição entre amostras de eventos subsequentes (efeito de empilhamento de sinais).

Atualmente, o LHC está em um processo de *upgrade* com o objetivo de aumentar a probabilidade de colisões entre prótons e de se estudar eventos mais raros. Deste modo, a chance de se observar eventos mais próximos, no tempo, tende a ser maior, aumentando-se a probabilidade de ocorrer o efeito de empilhamento de sinais nos canais do detector. Como exemplificado na Figura 2, para um sinal genérico unipolar, usualmente encontrado neste tipo de detector, ocorreu uma colisão que gerou um sinal  $s_1$  numa determinada célula e 50 ns depois, ou seja, 2 colisões posteriores a mesma célula foi sensibilizada gerando  $s_2$ , a sobreposição destes eventos assume o formato do sinal  $s_3$ .

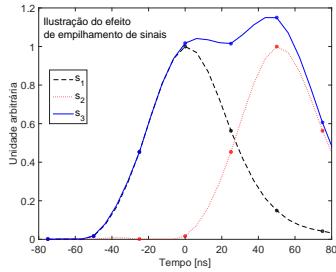


Figura 2: Exemplo do efeito do empilhamento de sinais.

Uma técnica recentemente proposta para estimativa de energia é baseada no Filtro Casado (Peralva et al., 2013), mas não funciona satisfatoriamente em um ambiente com empilhamento de

sinais. Neste sentido, este trabalho propõe técnicas baseadas na deconvolução de sinais.

## 2 Técnicas utilizadas atualmente para estimativa de energia no Tilecal

A seleção de eventos no primeiro nível, no Tilecal, atualmente resume-se em uma sequência de dois algoritmos: a aplicação de um Filtro Casado, que detecta a presença de sinal em uma dada célula, e um circuito detector de picos, que extrai a informação da colisão em que ocorreu a deposição de energia.

### 2.1 O filtro Casado

A partir de uma hipótese  $H_0$  considerando o sinal sendo somente ruído  $r[n] = w[n]$  e outra hipótese considerando o sinal recebido como sendo composto de ruído mais sinal  $r[n] = s[n] + w[n]$ , onde  $n = 1, 2, \dots, N$ , chega-se à razão de verossimilhança dada pela Equação 1 (Peralva et al., 2013):

$$L(\mathbf{r}) = \frac{f_{\mathbf{R}|H_1}(\mathbf{r}|H_1)}{f_{\mathbf{R}|H_0}(\mathbf{r}|H_0)} \quad (1)$$

onde  $f_{\mathbf{R}|H_1}(\mathbf{r}|H_1)$  e  $f_{\mathbf{R}|H_0}(\mathbf{r}|H_0)$ , são as funções de densidade de probabilidade da sequência recebida dado que  $H_0$  ou  $H_1$  ocorreram, respectivamente. Assim, o efeito produzido pelo Filtro Casado é o de maximizar a relação sinal ruído (Trees, 2001).

Ao considerar a situação onde as densidades de probabilidade das amostras do ruído são gaussianas e descorrelacionadas, e sendo o sinal  $s[n]$  determinístico, a razão da Equação 1 pode ser reescrita como a Equação 2 após algumas manipulações algébricas (Trees, 2001).

$$\sum_{i=1}^N r_i s_i \stackrel{H_1}{\gtrless} \gamma' \quad (2)$$

onde  $\gamma'$  engloba todas as constantes desta equação. Assim, a equação indica que a decisão entre as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  é otimizada pelo produto interno entre o sinal recebido  $r[n]$  e o sinal determinístico desejado  $s[n]$ . Portanto, o Filtro Casado é um filtro FIR (*Finite Impulse Response*), onde seus coeficientes são compostos pelas amostras do pulso característico que é igual a  $s[-n + N]$ .

### 2.2 O detector de picos

A identificação da colisão onde ocorreu evento de interesse, e a estimativa final da energia no primeiro nível de *trigger* são concretizadas com a utilização de um detector de picos, após a utilização do Filtro Casado. No LVL1, o detector de picos funciona com a análise de 3 amostras consecutivas do sinal, obedecendo a seguinte lógica: se a amostra central for maior que as duas amostras laterais, significa que ocorreu uma interação naquela colisão referente à amostra central (Garvey and Rees, 1996). Além disso, o valor da amostra

central será proporcional à energia da colisão em questão, de acordo com uma tabela de calibração. Esta técnica funciona adequadamente para cenários de baixa taxa de eventos, onde não há empilhamento de sinais.

### 3 Técnicas propostas

O empilhamento de sinais modifica a forma original do pulso característico do canal. Assim, o sinal resultante observado a cada colisão não é bem definido. A mudança das características do sinal compromete a eficiência da técnica atualmente empregada, uma vez que, o sinal  $s[n]$ , não possui mais seu formato determinístico. Para uma abordagem praticamente robusta ao efeito do empilhamento de sinais, é proposta uma modelagem baseada na deconvolução (Oppenheim, 2010).

O sinal nos canais de leitura do TileCal pode ser interpretado, como o resultado da convolução entre uma função delta de Dirac, representando a energia a ser estimada  $x[n]$  em uma determinada colisão, com o pulso característico do canal do Tilecal  $s[n]$ , como pode ser visto na Figura 3, sendo  $w[n]$  um ruído gaussiano branco aditivo proveniente da eletrônica do TileCal e  $r[n]$  o sinal típico de um dos canais do calorímetro. Com base neste modelo do calorímetro, serão propostas algumas técnicas que realizam o processo inverso, com o intuito de estimar a energia  $x[n]$  em cada colisão.

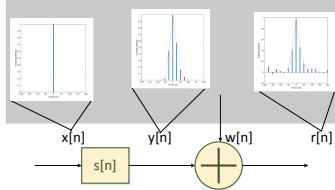


Figura 3: Modelagem do calorímetro como sistema linear.

#### 3.1 Técnicas baseadas em filtros FIR

A princípio foram estudadas técnicas baseadas em filtros de resposta ao impulso finita (ou finite impulse response - FIR), por serem de simples implementação e, portanto, adequadas ao primeiro nível de *trigger*. Neste trabalho foram utilizados dois métodos, um que realiza uma abordagem determinística e outro adaptativa.

##### 3.1.1 Método Determinístico

Este método consiste em obter um filtro a partir do conhecimento prévio da resposta impulsiva do canal  $s[n]$ , que ao se aplicar a transformada  $z$  leva a  $S(z)$ . Um sistema inverso  $G_0(z)$ , definido pela relação no domínio  $z$ , conforme a Equação 3:

$$G_0(z) = \frac{1}{S(z)} \quad (3)$$

Neste caso,  $G_0(z)$  pode ser classificado como um filtro IIR. Entretanto, a proposta deste método é obter uma aproximação deste sistema por meio de um filtro FIR. Para atingir este objetivo, verifica-se o seu mapa de pólos e zeros. Caso ocorram pólos fora do círculo unitário, considerando o sistema causal, este sistema não levará à um filtro estável, então devem ser seguidos os seguintes passos:

1. Separar  $G_0(z)$  em duas partes, uma parte estável  $G_{01}(z)$  e outra instável  $G_{02}(z)$ , tal que seja válido  $G_0(z) = G_{01}(z)G_{02}(z)$ .
2. Inverte-se a região de convergência de  $G_{02}(z)$ , resultando em um sistema não causal  $G'_{02}(z)$ , porém com sua região de convergência incluindo o círculo unitário.
3. Por  $G_{01}(z)$  e  $G'_{02}(z)$  serem filtros IIR, suas respostas devem ser truncadas com o intuito de se produzir filtros FIR de resposta aproximada  $G''_{01}(z)$  e  $G'''_{02}(z)$ .
4. Como  $G''_{02}(z)$  ainda é não causal, permite-se um atraso à sua resposta para que se torne um sistema causal  $G''''_{02}(z)$ .
5. Obtendo a resposta ao impulso de  $G''''_{02}(z)$  e  $G''_{01}(z)$ , adicionalmente, realizando a convolução entre suas respostas, chega-se ao filtro FIR  $f[n]$  que realiza a deconvolução aproximada, pois  $f[n]$  é uma aproximação do sistema inverso  $G_0(z)$ .

##### 3.1.2 Modelo Inverso

Esta é uma modelagem onde filtros adaptativos são aplicados, de modo a produzir um modelo inverso de um sistema desconhecido. Nesta técnica, o calorímetro é modelado como um sistema desconhecido e, baseado em simulações de Monte Carlo que levam em conta toda as estatísticas da física, a partir de  $x[n]$ , consegue-se chegar no  $r[n]$  sem precisar conhecer  $h[n]$ , o que é importante, haja vista a complexidade da física envolvida. O Diagrama em blocos da Figura 4 ilustra esta modelagem. Neste diagrama, permitindo-se um atraso de  $x[n]$  na realimentação e medindo o erro entre o valor de saída do filtro adaptativo e o valor desejado, com a minimização deste erro é possível estimar os coeficientes de um filtro FIR correspondente ao sistema inverso de  $h[n]$ .

Utilizando o critério do erro médio quadrático, a função custo do sistema é dada por:

$$J(\hat{\mathbf{g}}) = \sum_{n=0}^{M-1} (x[n] - v[n])^2 \quad (4)$$

onde  $M$  é o número de amostras coletadas,  $\mathbf{x}$  representa amostras consecutivas do sinal desejado e  $\mathbf{v}$  depende linearmente de  $\mathbf{r}$  e  $\hat{\mathbf{g}}$ , através de um modelo adequado para o sistema desconhecido. Esta

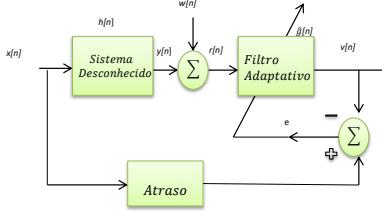


Figura 4: Modelo inverso.

função pode ser representada na forma matricial em termos de  $g$ :

$$J(\hat{g}) = (\mathbf{x} - \mathbf{R}\hat{g})^T (\mathbf{x} - \mathbf{R}\hat{g}) \quad (5)$$

onde a matriz  $\mathbf{R}$  é a matriz de observação dos dados, sendo formada por amostras deslocadas de  $r$ . A minimização da função custo  $J$  passa pelo processo de obtenção da sua derivada em função dos parâmetros de  $\hat{g}$  (Kay, 1998), o qual pode ser estimado utilizando a pseudo inversa da matriz  $\mathbf{R}$ :

$$\hat{g} = (\mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \mathbf{R}^T \mathbf{x} \quad (6)$$

o vetor de parâmetros  $\hat{g}$  estimado, corresponde à própria resposta ao impulso de um sistema inverso ao sistema desconhecido. Sendo assim, este vetor de coeficientes pode ser interpretado como um filtro FIR que deconvolui o sistema desconhecido.

### 3.2 Métodos Iterativos

Estruturas de filtros FIR, em geral, recebem coeficientes projetados com valores positivos e negativos. Deste modo, dependendo do sinal de entrada  $x[n]$ , esses filtros podem produzir resultados também negativos. Entretanto, a energia depositada numa célula é sempre positiva. Portanto, a energia a ser estimada também deverá ser sempre positiva. Este conhecimento especialista pode melhorar a estimativa, pois mitiga erros provocados pelo surgimento de estimações de energias negativas. Uma abordagem que permite a inserção deste conhecimento especialista são os métodos de deconvolução iterativos.

#### 3.2.1 O Gradiente Descendente (GD)

A convolução pode ser expressa como uma multiplicação de matrizes. Para elucidar este contexto, considere um sinal composto de três amostras  $[h_0, h_1, h_2]$  que é convoluído com um sinal contendo também três amostras  $[x_0, x_1, x_2]$ , resultando em um sinal  $[r_0, r_1, r_2, r_3, r_4]$ . Quando é utilizado um operador matricial ao sinal  $[h_0, h_1, h_2]$ , a convolução pode ser expressa conforme o sistema:

$$\begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ h_2 & h_1 & h_0 \\ 0 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ou:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (8)$$

No artigo (Teixeira et al., 2014), o método do Gradiente descendente (GD), parte da minimização do erro médio quadrático que resulta na estimativa através da pseudo inversa da matriz  $\mathbf{H}$ , entretanto o artigo propõe uma metodologia para realização do GD de maneira iterativa que resulta na Equação 9:

$$\hat{\mathbf{x}}^{iter+1} = \hat{\mathbf{x}}^{iter} + \mu \mathbf{H}^T (\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{iter}) \quad (9)$$

Existe na literatura um  $\mu$  adaptativo que optimiza a taxa de convergência (Haykin, 1996). Derivando a Equação 9 em termos de  $\mu$  e igualando à zero, chega-se à um  $\mu$  iterativo que prioriza a taxa de convergência:

$$\mu = \frac{\varphi^T \varphi}{\varphi^T (\mathbf{H}^T \mathbf{H}) \varphi} \quad (10)$$

onde  $\varphi$  é conhecido como resíduo e é dado por  $\varphi = (\mathbf{r} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{iter})$ .

#### 3.2.2 O Algoritmo Gold

O Algoritmo Gold (Morháč and Matoušek, 2009) é um método que, a partir da escolha de um fator de relaxamento  $\mu$  adequado, prioriza a estimativa de amplitudes positivas. Assim, este método atualiza o valor de  $\mu$  a cada iteração de modo que é priorizada a estimativa de  $x[n]$  que contenha apenas valores positivos. Escolhendo-se, portanto:

$$\mu_{ii}^{iter} = \frac{[\hat{\mathbf{x}}^{iter}]_i}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}^{iter}]_i}, \text{ e substituindo na Equação 9, obtém-se a Equação 11.}$$

$$[\hat{\mathbf{x}}^{iter+1}]_i = \frac{[\mathbf{H}^T \mathbf{r}^{iter}]_i}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}^{iter}]_i} [\hat{\mathbf{x}}^{iter}]_i \quad (11)$$

Apesar de o Algoritmo Gold priorizar resultados positivos, o que o torna adequado para o problema em questão, a sua taxa de convergência é não otimizada. Entretanto, para implementações *online* a taxa de convergência é um fator que deve ser considerado. Neste sentido, o GD com  $\mu$  adaptativo é um método mais adequado pois sua taxa de convergência é otimizada. Contudo, ele não prioriza o conhecimento especialista tal como o Gold. Por isso, dois outros novos métodos são propostos o Gradiente Descendente Positivo(GDP) e Gradiente Descendente que Exclui Zeros (GDEZ).

#### 3.2.3 O Gradiente Descendente Positivo (GDP)

O método do GDP, tem o funcionamento similar ao do método do GD. Entretanto, as componentes de amostras existentes com valores abaixo de certo

limiar positivo são postas em zero, antes da próxima iteração. Assim não são permitidas amostras estimadas negativas ou próximas de zero.

Este método tende para uma solução esparsa do vetor  $\hat{\mathbf{x}}^{iter+1}$ . Nesta aplicação, a representação esparsa tende a concentrar a energia em poucas componentes positivas, ao invés de “espalhar” esta informação erroneamente em colisões adjacentes estimando valores positivos e negativos de energia. Portanto, métodos que tendem para uma solução esparsa positiva tendem a reconstituir as energias originais de cada colisão com menor erro.

Apesar de sua simplicidade, o algoritmo do GDP, como descrito aqui, é parte central de um algoritmo moderno de representação esparsa conhecido como IRLS (*Iterated Reweighted Least Square*) de uma família conhecida como algoritmos de *Shrinkage*, proposto recentemente em (Elad, 2009).

### 3.2.4 O Gradiente Descendente que Exclui Zeros (GDEZ)

Outro método proposto, com o objetivo de buscar uma taxa de convergência ainda mais rápida e com utilização de menos recursos computacionais do que o método do GDP, é o método do GDEZ. Neste método, ao invés de se colocar um valor nulo nas componentes negativas de  $\hat{\mathbf{x}}$  a cada iteração, tal componente é excluída da próxima iteração. Então, a posição da componente é armazenada e no final das iterações, zeros são incluídos nas posições armazenadas. Com isto, ocorre uma redução da dimensão do problema de estimação a cada iteração em que surgir, pelo menos, uma componente negativa estimada, resultando, assim, em uma convergência mais rápida.

## 4 Resultados

As técnicas propostas foram simuladas utilizando dados de simulação que, neste caso, simulam sinais com características de empilhamento de sinais similares aos que podem ser encontradas em Monte Carlo para um pulso unipolar e simétrico, típico de um calorímetro. Como é mostrado na Figura 5(a), para um trecho do sinal do banco de dados, é possível simular ruídos gaussianos brancos (ruído de fundo da eletrônica), ruídos de desvio de fase(provenientes da digitalização) e empilhamentos de sinais. As Figura 5(a), 5(b), 5(c) e 5(d) demonstram um exemplo de como é realizada a estimativa de energia, neste caso, utilizou-se o filtro FIR de ordem 30 projetado pelo método da modelagem inversa. Exemplos com os demais métodos são semelhantes a este.

Dentre as técnicas baseadas em filtro FIR, com a finalidade de definir a ordem do filtro, foi avaliado o erro em função da ordem e da ocupância que é a porcentagem da relação entre o número de amostras do sinal em que houve a deposição de

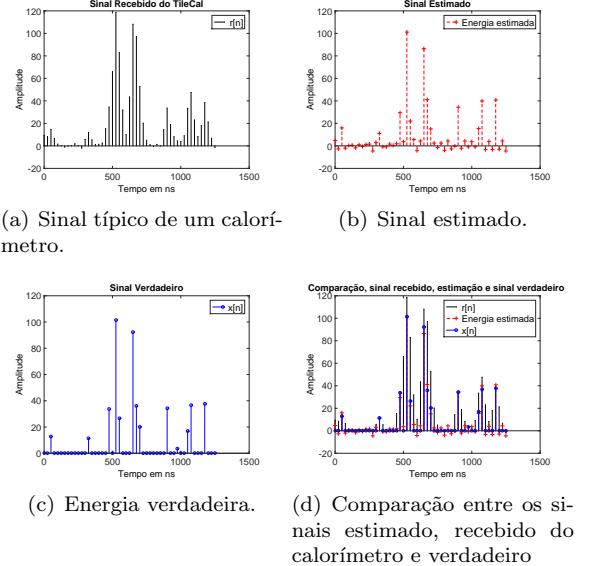


Figura 5: Exemplo de Recuperação de sinal.

energia e o número de amostras total. Foi adotado, como medida de erro, o valor RMS do erro entre o valor verdadeiro e o estimado para cada colisão. Pela análise do gráfico da Figura 6, nota-se que a partir de um valor de ordem 25 o erro não diminui de forma considerável. Assim, esta ordem foi fixada para as demais comparações.

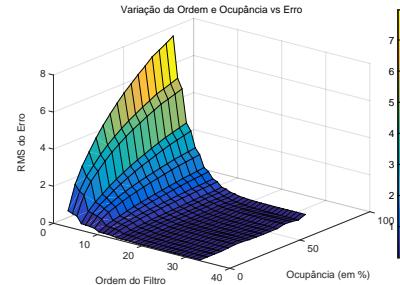


Figura 6: RMS do erro em função da ocupância e da Ordem do filtro.

De modo a investigar o número de iterações que cada algoritmo iterativo requisita para que o erro se estabilize. A Figura 7 exibe o RMS do erro de acordo com o número de iterações.

Ao comparar as técnicas revisadas, utilizou-se janelas para os métodos iterativos de tamanho 25 equivalente à ordem dos filtros FIR. A Figura 8 mostra a comparação entre os métodos aqui citados com relação ao aumento dos níveis de ocupância. Pela Figura 8 verifica-se que para baixas ocupâncias, a escolha do filtro casado é razoável, uma vez que, a baixa probabilidade de sobreposição de sinais não interfere consideravelmente no processo de detecção de pico utilizado por este método. Porém, para níveis de ocupância previstos para operações futuras (entre 20% a 30%) o Filtro Casado se mostra proibitivo. Assim, os métodos baseados

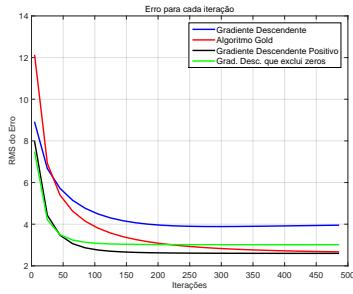


Figura 7: Evolução do valor RMS do erro em função do número de iterações.

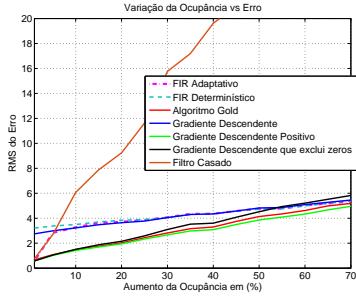


Figura 8: Comparação entre os métodos de acordo com o aumento da ocupância.

em filtro FIR apresentam uma grande superioridade quando comparados com o Filtro Casado. Ainda neste patamar de ocupância ou superiores até (50%), os métodos iterativos se destacam pois utilizam um conhecimento adicional.

## 5 Conclusão

Em um cenário de alta taxa de eventos, previsto para ocorrer nos próximos anos no LHC, verificou-se que o método atualmente proposto é ineficiente comprometendo toda a instrumentação envolvida no detector. Através da comparação entre os métodos estudados, as técnicas propostas obtiveram um desempenho considerável, as que apresentaram os melhores resultados foram as iterativas, tendo em vista que utilizavam um conhecimento especialista. Dentre estes métodos vale destacar o GDP e o GDEZ pois necessitam de um numero menor de iterações para atingir um nível de erro menor devido ao  $\mu$  otimizado. As técnicas baseadas em filtros FIR por sua vez tiveram resultados satisfatórios porém com níveis de erro em um patamar mais elevado. Entretanto, as técnicas baseadas em filtros FIR não devem ser descartadas pois são de simples implementação em *hardware* e possuem menor custo computacional.

Para trabalhos futuros, o objetivo é desenvolver formas de implementações eficientes dos métodos aqui propostos, uma outra linha a ser seguida é o estudo de outras técnicas de deconvolução tais como as homomôrficas e que envolvem estatísticas

de ordem superior.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPEMIG, FAPERJ, FAPESB, CAPES e CNPq pelo apoio financeiro e a colaboração ATLAS pelas contribuições para o desenvolvimento deste trabalho.

## Referências

- Andrade Filho, L. M., Peralva, B. S., M de Seixas, J. and Cerqueira, A. S. (2015). Calorimeter response deconvolution for energy estimation in high-luminosity conditions, *IEEE Nuclear and Plasma Sciences Society* pp. 3265–3273.
- Elad, M. (2009). *Sparse and Redundant Representations*, Springer.
- Evans, L. and Bryant, P. (2008). LHC machine, *Journal of Instrumentation* **3**(08): S08001.
- Garvey, J. and Rees, D. (1996). Bunch crossing identification for the ATLAS level-1 calorimeter trigger, *Technical report*, CERN-ATL-DAQ-96-051.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory (3rd Ed.)*, Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.
- Kay, S. M. (1998). *Fundamentals of statistical signal processing: Detection theory, vol. 1*, Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, USA:.
- Morháč, M. and Matoušek, V. (2009). Complete positive deconvolution of spectrometric data, *Digital Signal Processing* **19**(3): 372–392.
- Oppenheim, A. S. W. A. V. (2010). *Sinais e sistemas*, Pearson Prentice Hall.
- Pequenao, J. (2008). Computer generated image of the whole ATLAS detector.  
URL: [//cds.cern.ch/record/1095924](http://cds.cern.ch/record/1095924)
- Peralva, B. S. et al. (2013). The tilecal energy reconstruction for collision data using the matched filter, *Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC), 2013 IEEE*, IEEE, pp. 1–6.
- Taylor, T. (2000). The magnets for the lhc experiments, *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on* **10**(1): 342–346.
- Teixeira, M. V. et al. (2014). Reconstrução *online* para calorímetros operando em condições de altas luminosidades, *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática* pp. 1–8.
- Trees, H. L. V. (2001). *Detection, Estimation and Modulation Theory, Part I*, Wiley.