

Fusão de Dados com Sensores com Geometria e Granularidade Distintas em Ambiente de Alta Taxa de Eventos

Dayane Oliveira Gonçalves, Mariana de Souza Oliveira, Luciano Andrade, Augusto S. Cerqueira e José de Seixas

Resumo— Um grande desafio encontrado em sistemas com múltiplos sensores é desenvolver uma forma eficiente de combinar os dados para obter a informação de interesse com a maior precisão possível. Este trabalho apresenta uma técnica linear para combinar a informação de sensores distintos que amostram um evento físico, para minimizar os efeitos do ruído. Resultados obtidos com sensores do Calorímetro Hadrônico do Experimento ATLAS (CERN, Suíça), na detecção de partículas de mísseis, mostraram uma redução de 6% no ruído proveniente da combinação de canais vizinhos. O método também é muito eficaz na detecção de canais defeituosos, aumentando a robustez do sistema.

Palavras-Chave— Estimação de Parâmetros, Calorimetria, Processamento de Sinais, Fusão de Dados.

Abstract— One of the biggest challenges faced in multiple sensors systems is to provide an efficient combining data method to obtain information of interest as accurately as possible. This work presents a linear technique to combine the information from redundant sensors, in order to minimize the effects of noise. Results obtained using sensors from the Hadronic Calorimeter of the ATLAS Experiment (CERN, Switzerland), to detect muon particles, have shown a reduction of 6% in the noise from the combination of neighboring channels. The method is also very effective in detecting and removing bad channels, increasing the robustness of the system.

Keywords— Parameter Estimation, Calorimetry, Signal Processing, Data fusion.

I. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento tecnológico e a crescente utilização de múltiplos sensores, atuando com taxas de aquisição cada vez maiores, demanda o desenvolvimento de complexas técnicas de Fusão de Dados na busca da informação de interesse. Técnicas de Fusão de Dados vêm sendo aplicadas em diversas áreas, como em Redes de Sensores Sem Fio (RSSF), *Internet of Things* (IoT) e aceleradores de partículas.

Buscando entender a estrutura da matéria e as forças de interação entre as partículas fundamentais, a Organização

Dayane O. Gonçalves, e-mail: dayane.goncalves@engenharia.ufjf.br, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, Brasil; Mariana de Souza Oliveira, e-mail: mariana.oliveira2015@engenharia.ufjf.br, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, Brasil; Luciano Andrade, e-mail: luciano.andrade@engenharia.ufjf.br, Augusto S. Cerqueira, e-mail: augusto.santiago@ufjf.edu.br, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG, Brasil; José de Seixas, e-mail: seixas@lps.ufrj.br, Programa de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ. Este trabalho foi parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Europeia para a Pesquisa Nuclear (CERN), desde sua fundação em 1954, desenvolve diversas pesquisas em física de altas energias [1]. Tais pesquisas utilizam complexos equipamentos, com múltiplos sensores e canais de leitura, que demandam a aquisição e processamento de milhares de sinais.

No CERN, encontra-se o maior e mais poderoso acelerador de partículas do mundo, o LHC (Large Hadron Collider) [2], operando através da colisão de dois feixes de partículas compostos por prótons a cada 25ns (40 MHz). As colisões ocorrem em 4 pontos específicos do acelerador, onde são localizados experimentos. O LHC é, portanto, composto por quatro experimentos principais: ALICE [3], LHCb [4], CMS [5] e ATLAS [6].

O ATLAS, ilustrado na Figura 1, é um experimento de propósito geral e seus diversos sistemas são projetados para estudar uma alta gama de fenômenos físicos. Ele é composto por 4 subdetectores responsáveis por medir propriedades específicas das partículas geradas: o detector de trajetória [7], os calorímetros eletromagnéticos e hadrônico [8] e o espectrômetro de mísseis [9].

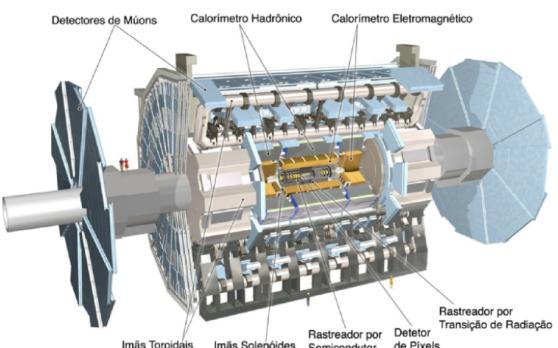


Fig. 1: Estrutura do experimento ATLAS (Extraído de [10])

O detector de trajetória encontra-se na camada mais interna do ATLAS e é responsável pela estimativa das trajetórias percorridas pelas partículas carregadas após uma dada colisão. Localizados externamente ao detector de trajetória, se encontram os calorímetros eletromagnéticos, que estimam a energia das interações eletromagnéticas (elétrons e fótons) no detector, e o calorímetro hadrônico, o qual fornece a medida de energia depositada com as partículas que interagem com os núcleos dos átomos do detector (partículas hadrônicas)[11]. Localizado na parte externa do ATLAS encontra-se o espectrômetro de mísseis, responsável pela detecção dos mísseis, que são importantes para o reconhecimento de diversos processos

físicos de interesse no LHC [12]. As partículas de mísseis deixam pouquíssima informação nos calorímetros, depositando um pouco mais de energia nos calorímetros hadrônicos devido ao tamanho de suas células, que são maiores em relação ao calorímetro eletromagnético [13].

A fina granularidade dos detectores do ATLAS juntamente com a alta taxa de colisões no LHC geram uma enorme quantidade de dados, inviáveis de serem armazenados na íntegra. Além disso, muitas dessas informações são irrelevantes para os eventos físicos de interesse. Assim, para possibilitar o armazenamento dos eventos de interesse, o ATLAS possui um sistema de filtragem online (*Trigger*) [12]. Uma parte integrante do sistema de trigger do ATLAS é um sub-sistema de verificação da passagem de mísseis pela camada mais externa do calorímetro hadrônico. Este sistema, denominado de TileMuon, é o foco principal deste trabalho.

O projeto TileMuon visa melhorar a eficiência de discriminação de mísseis, partícula elementar da natureza, através da coincidência das informações provenientes do Calorímetro Hadrônico de Telhas (TileCal) e do Espectrômetro de Mísseis. Para gerar a informação proveniente do calorímetro, o sistema TileMuon utiliza a informação dos sensores localizados na camada mais externa do mesmo, uma vez que a probabilidade de apenas partículas de mísseis atingirem essa região externa do calorímetro é muito alta. Como mísseis são pesados, o sinal deixado pelo mesmo nos sensores tem baixa relação sinal-ruído (SNR). A abordagem utilizada hoje, para aumentar a SNR, é somar digitalmente a informação de células vizinhas. Esta soma simples tem se mostrado eficaz na detecção de mísseis, dando os resultados satisfatórios e esperados de acordo com simulações de Monte Carlo [14].

Este trabalho tem o objetivo de avaliar uma técnica linear de *denoising*, para minimizar os efeitos do ruído na combinação de canais de leitura do TileCal a fim de aumentar ainda mais a eficiência na detecção de mísseis neste detector. Desta forma, ao invés de realizar uma soma simples, uma forma de ponderar a energia de cada canal, baseado na variância e no índice de correlação entre o ruído de canais combinados, é proposta. Além de aumentar a SNR, esta técnica se mostrou eficiente na detecção e compensação automática de canais defeituosos.

Na Seção II será apresentado o calorímetro hadrônico do ATLAS, chamado de TileCal, e o Projeto TileMuon. Na Seção III, o método atual de detecção e a técnica de *denoising* proposta serão descritos. Na Seção IV serão apresentados os resultados obtidos e, por fim, na Seção V encontra-se a conclusão deste trabalho.

II. O CALORÍMETRO HADRÔNICO DE TELHAS E O PROJETO TILEMUON

Esta seção apresenta o ambiente no qual este trabalho está inserido, o TileCal, seguido de uma descrição do Projeto TileMuon.

A. O Calorímetro Hadrônico de Telhas - TileCal

Os calorímetros são responsáveis por absorver e amostrar a energia das partículas incidentes [11]. O sistema de calorimetria do ATLAS é composto por dois tipos de calorímetros, o

Eletromagnético e o Hadrônico, segmentados transversalmente e longitudinalmente para obter informação da direção e energia das partículas depositadas.

Calorímetros hadrônicos amostram a energia dos hadrons (partículas que contêm quarks) que interagem com o seu material [11]. O Calorímetro Hadrônico de Telhas (TileCal) é o principal calorímetro hadrônico do ATLAS [12]. Ele utiliza placas de aço como material absorvedor de partículas e placas cintiladoras em forma de telha como material ativo para amostrar a energia depositada.

As telhas emitem uma cintilação com uma frequência na faixa do Ultra Violeta (UV) e intensidade proporcional à energia depositada pela partícula. Essa luz se propaga de dentro das telhas para suas bordas através de reflexões e é transmitida por fibras ópticas até um tubo fotomultiplicador (Photo Multiplier Tube - PMT), que a transforma em um sinal elétrico [15].

O TileCal é dividido em três partes cilíndricas em torno do feixe de colisões: um barril central, denominado Barril Longo, dividido em duas partições de leitura (LBA e LBC), e dois Barris Estendidos (EBA e EBC). As telhas cintiladoras possuem diferentes tamanhos e são agrupadas formando os canais de leitura. Cada partição dos barris é radialmente dividida em 64 módulos, onde cada módulo do Barril Longo e do Barril Estendido possuem 24 e 16 células com dupla leitura, respectivamente. Esta configuração resulta em aproximadamente 5.000 células, lidas em 10.000 canais.

O calorímetro também é segmentado em três camadas ao longo da profundidade do detector, A, BC e D, como pode ser visto na Figura 2. As duas primeiras camadas (A e BC) possuem a mesma granularidade para os dois barris, enquanto que a terceira camada (D) do Barril Estendido possui células maiores.

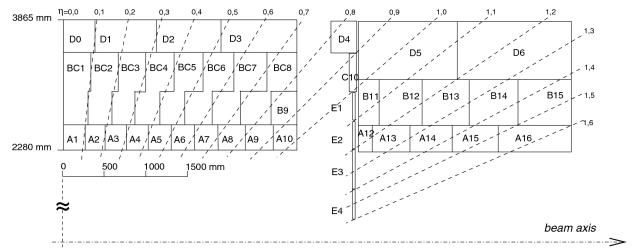


Fig. 2: Segmentação do calorímetro para um módulo do barril longo e um módulo do barril estendido

Este modelo de dupla leitura tem como principal objetivo prover a redundância da informação da célula. Assim, tais informações podem ser combinadas para melhorar a eficiência de detecção. Além disso, caso ocorra a falha de um dos canais, não haverá perda significativa de informação e a célula não precisa ser desativada.

O sinal elétrico gerado na saída de cada PMT do TileCal para um dado evento de colisão no LHC é condicionado por um circuito de conformação, o qual fornece um pulso de forma fixa e amplitude proporcional à energia depositada na célula do calorímetro [15]. Este sinal analógico é digitalizado à uma taxa de 40 MHz e uma janela de 7 amostras é suficiente para prover uma boa representação do sinal.

Assim como em diversos experimentos, no TileCal o sinal de interesse se encontra imerso a um ruído de fundo. Tais ruídos eletrônicos podem ser modelados por distribuições Gaussianas, permitindo que as técnicas de estimação de amplitude sejam baseadas em minimização da variância [9].

B. O Projeto TileMuon

Devido ao seu posicionamento no detector, o Espectrômetro de Múons, responsável pela medição do momento de cada muón que atravessa o ATLAS, está sujeito a interações com partículas de baixo momento provenientes da eletrônica de blindagem do LHC, gerando falso alarme de eventos de muóns e comprometendo o desempenho do primeiro nível do sistema de filtragem do ATLAS, referente aos muóns.

Para minimizar este problema e assim melhorar a eficiência na identificação desta partícula no ATLAS, um sistema baseado na combinação das informações da terceira camada (células D) do Barril Estendido do TileCal e do Espectrômetro de Múons, denominado TileMuon, foi desenvolvido.

Como o TileCal não foi desenvolvido para a detecção de muóns, um módulo eletrônico denominado *TileMuon Digitizer Board* (TMDB) foi projetado para adquirir, digitalizar e processar os sinais da camada D do TileCal, além de prover comunicação com o Espectrômetro de Múons para que a coincidência seja realizada. O módulo TMDB realiza a detecção e reconstrução da energia depositada, através da estimativa da amplitude do pulso digitalizado. A baixa complexidade computacional é um importante requisito para o algoritmo de estimativa do módulo TMDB, uma vez que seu algoritmo é implementado em um FPGA, operando centenas de canais a uma taxa de 40MHz de aquisição de dados por canal.

A estimativa de energia no módulo TMDB é calculada através de um filtro FIR de 7 coeficientes baseado na teoria do Estimador de Máxima Verossimilhança [16], obtido através da matriz de covariância do ruído e do pulso de referência de cada canal. Dessa forma a energia é estimada para cada canal de leitura das células D5 e D6 do TileCal (D5R, D5L, D6L, D6R), totalizando 512 sensores de leitura.

Este trabalho se insere no contexto do projeto TileMuon, utilizando da informação redundante, presente na dupla leitura das células, de modo a implementar uma técnica de *denoising* para reduzir o efeito do ruído produzido pelos canais de leitura do módulo TMDB na estimativa da energia da célula do TileCal.

III. TÉCNICA DE *Denoising*

Atualmente, para se obter a energia da célula, a saída do filtro FIR, para os dois canais redundantes de uma célula de leitura, \hat{A}_1 e \hat{A}_2 , são somadas utilizando pesos unitários:

$$\hat{A}_S = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \quad (1)$$

O método proposto tem por objetivo encontrar os coeficientes a_1 e a_2 que, a partir do conhecimento prévio da estatística de segunda ordem do ruído de cada canal, minimiza a variância na medida final da amplitude, ou seja:

$$\hat{A}_D = a_1 \hat{A}_1 + a_2 \hat{A}_2 \quad (2)$$

O problema em questão se resume em minimizar a variância da variável aleatória \hat{A}_D na Equação 2 com a seguinte restrição

$$a_1 + a_2 = 2 \quad (3)$$

Trata-se, portanto, de um problema de otimização com restrição que deve ser resolvido com o método de multiplicadores de Lagrange [17]. Para uma solução na forma matricial, defina-se um vetor $\mathbf{a} = [a_1 \ a_2]$. Como os valores esperados de \hat{A}_1 e \hat{A}_2 são iguais, o vetor solução \mathbf{a} é facilmente encontrado como sendo [18]:

$$\mathbf{a} = 2 \frac{\mathbf{1}\mathbf{C}_x^{-1}}{\mathbf{1}\mathbf{C}_x^{-1}\mathbf{1}^T} \quad (4)$$

onde a constante 2 tem a função de garantir o nível de energia na célula, o vetor $\mathbf{1}$ é definido como $\mathbf{1} = [1 \ 1]$ e \mathbf{C}_x é uma matriz de tamanho 2×2 representando a covariância do ruído nos dois canais. Desta forma, \mathbf{C}_x é uma matriz simétrica cuja diagonal contém a informação da variância de cada canal e o termo antissimétrico contém a informação da covariância entre os dois canais. A matriz \mathbf{C}_x é determinada experimentalmente com dados reais de ruído do sistema através da equação:

$$\mathbf{C}_x(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\mathbf{X}_i - \mathbf{x}) * (\mathbf{Y}_i - \mathbf{y}) \quad (5)$$

onde \mathbf{X} e \mathbf{Y} são vetores contendo amostras de ruídos de dois canais redundantes de uma célula de leitura, N é o número de amostras de cada vetor, \mathbf{x} e \mathbf{y} são as médias de \mathbf{X} e \mathbf{Y} .

Quando o ruído dos dois canais de leitura são descorrelacionados e de mesma variância, a Equação 2 se reduz a:

$$\hat{A}_D = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_S \quad (6)$$

Isso mostra que a soma simples, como vem sendo empregada, só é ótima quando o ruído dos dois canais tem a mesma variância e sem correlação cruzada.

IV. RESULTADOS

Nesta seção, a técnica linear de *denoising* é aplicada em dados experimentais de ruído adquiridos pelo módulo TMDB, tendo seu desempenho comparado com a abordagem atualmente utilizada, em que os sinais de uma célula são igualmente ponderados ao serem somados.

A. Conjunto de dados

Nestas análises foram utilizadas 10.000 observações experimentais de sinais de ruído adquiridas para todos os 512 canais do módulo TMDB.

B. Variância do Ruído

O emprego da técnica de *denoising* tem como objetivo minimizar o efeito de qualquer correlação ou desbalanceamento de variância entre o ruído dos dois canais da mesma célula. Dessa forma, o estudo da covariância entre estes canais pode indicar o impacto de atribuir diferentes ponderações na soma dos canais na redução do ruído.

A Figura 3 ilustra os três tipos de covariância encontradas entre os canais das células do módulo TMDB. Na Figura 3a, a covariância possui distribuição circular, indicando que o ruído dos dois canais de leitura são de mesma variância, portanto são também descorrelacionados. Para estes casos, ambos os coeficientes estimados pela técnica de *denoising* terão valor unitário.

Nas Figuras 3b e 3c observa-se uma tendência nas distribuições da covariância. Esses efeitos resultam da presença de correlação entre os canais de leitura e do desbalanceamento de variância entre os ruídos, respectivamente. Para tais células, espera-se que o emprego da técnica de *denoising* gere um efeito significativo na redução do ruído.

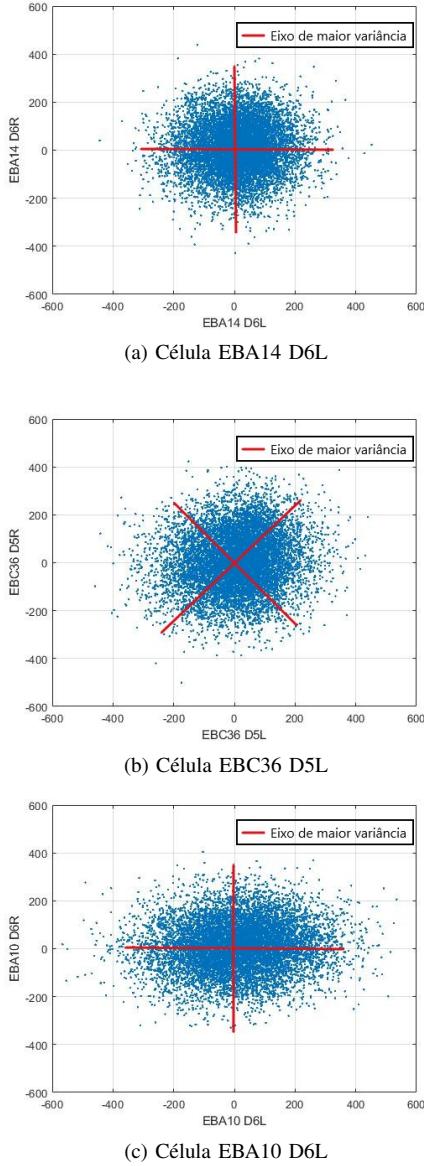


Fig. 3: Distribuição da covariância do ruído.

C. Avaliação da técnica de Denoising

Os coeficientes a_1 , calculados para todas as células do módulo TMDB, utilizando a técnica de *denoising*, estão ilustrados

na Figura 4. Os coeficientes a_2 descrevem um gráfico com o mesmo comportamento, mas com o eixo horizontal espelhado. Embora o valor da maioria dos coeficientes estejam em torno de 1, algumas células apresentam diferenças significativas na ponderação dos pesos de seus canais.

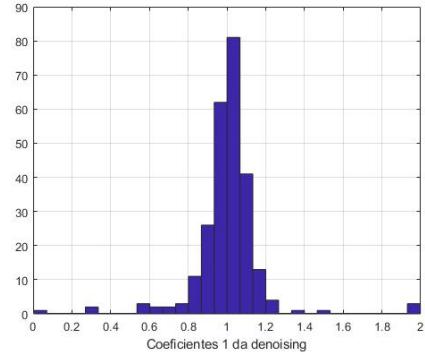


Fig. 4: Histograma dos coeficientes a_1 da técnica de *denoising* para todas as células do módulo TMDB

Para avaliar a eficiência da técnica de *denoising* na minimização dos efeitos da variância do ruído, a distribuição do ruído em duas células foram estimadas, ilustradas na Figura 5, utilizando os coeficientes de *denoising* calculados e comparadas com a abordagem atualmente utilizada. A Tabela I mostra a média e o RMS do ruído para os métodos testados. O valor médio do ruído serve para garantir apenas conversões de valores positivos em hardware durante o processo de digitalização.

O emprego da técnica de *denoising* no canal EBA10 D6L, onde a variância do ruído está desbalanceada, conforme ilustrada na Figura 3c, resultou em uma redução de 10 MeV no RMS do ruído. Já para uma célula em que o ruído dos dois canais de leitura são descorrelacionados e de mesma variância (EBA14 D6L), foram obtidos resultados semelhantes para a técnica de *denoising* e a abordagem atualmente utilizada, conforme esperado.

TABELA I: Tabela da média e RMS do ruído da célula (em MeV)

	EBA10 D6		EBA14 D6	
	Média	RMS	Média	RMS
Com Denoising	24,8	173,3	21,8	146,1
Sem Denoising	24,8	184	21,8	146,2

A fim de analisar a eficiência E da técnica proposta, foi realizado o seguinte cálculo

$$E = \frac{RMS(\hat{A}_S) - RMS(\hat{A}_D)}{RMS(\hat{A}_S)} \times 100 \quad (7)$$

onde $RMS(\hat{A}_S)$ é a estimativa do RMS do ruído através da soma simples e $RMS(\hat{A}_D)$ é a estimativa usando a técnica de *denoising*. A Figura 6 ilustra a eficiência da técnica proposta para todos os 512 canais da TMDB, bem como os coeficientes a_1 e a_2 atribuídos aos canais das células, representados em azul e vermelho respectivamente. Observe que, à medida que o

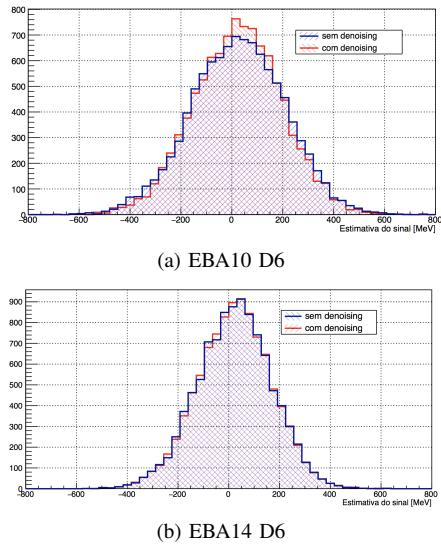


Fig. 5: Estimativa do ruído (MeV)

valor dos coeficientes se distancia de 1, a eficiência do método sobre o sinal aumenta. Pode-se observar também algumas células com eficiência negativa. Tais eficiências, de valores baixos, próximas a $\pm 1\%$, são esperadas para células cuja ponderação é bem próxima de 1 e representa somente flutuação estatística no cálculo da matriz de covariância. Valores de eficiências negativas mais elevadas indicam a presença de defeitos mais severos (por exemplo, ambos os canais desligados), onde a matriz de covariância não pode ser calculada corretamente.

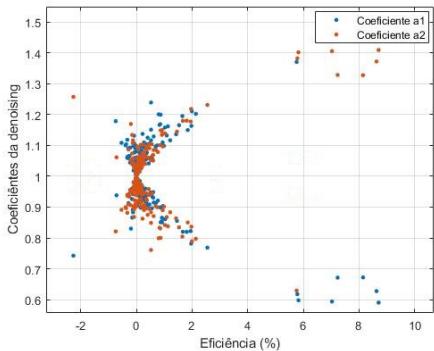


Fig. 6: Eficiência do método de denoising

O método de *denoising* se mostrou também muito eficiente na detecção e remoção de canais defeituosos. Na Tabela II estão apresentados os coeficientes de *denoising* adquiridos para uma célula que possui um canal defeituoso. Note que a técnica atribuiu uma ponderação aproximadamente nula para este canal, minimizando o seu efeito sobre o ruído.

TABELA II: Coeficientes de *denoising* da célula EBA34 D5

EBA34 D5	
Coeficiente 1	Coeficiente 2
1,97	0,03

V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo de uma técnica linear de *denoising* para minimizar os efeitos da variância do ruído após a combinação de dois sinais recebidos pelo módulo TMDB, no contexto do projeto TileMuon.

Análises mostraram que utilizar o método de *denoising* resultou em uma redução substancial no RMS do ruído em células cujos canais apresentam correlação ou desbalanceamento de variância do ruído.

A técnica também se mostrou muito eficaz na detecção e remoção de canais defeituosos, aumentando a robustez do sistema de detecção de muões do ATLAS.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Também gostaríamos de agradecer a CNPq, RENAFAE, FAPERJ pelo apoio financeiro ao projeto. Agradecemos também ao Experimento ATLAS, em especial ao TileCal, pelo suporte ao desenvolvimento do trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] J. Seixas, L. Filho, J. Duarte, and T. Teixeira, “Implementação em fpga de um método recursivo de deconvolução aplicado em calorímetros operando alta taxa de eventos,” 01 2018.
- [2] B. Bordini, L. Bottura, A. Devred, L. Fiscarelli, M. Karppinen, G. de Rijk, L. Rossi, F. Savary, and G. Willering, “Lhc (cern),” *Nb3Sn Accelerator Magnets*, p. 223, 2019.
- [3] A. Collaboration, “Performance of the alice experiment at the cern lhc,” *International Journal of Modern Physics A*, vol. 29, no. 24, p. 1430044, 2014.
- [4] L. Collaboration, “Lhcb detector performance,” *International Journal of Modern Physics A*, vol. 30, no. 07, p. 1530022, 2015.
- [5] C. Collaboration *et al.*, “The cms experiment at the cern lhc,” 2008.
- [6] I. Tsukerman, “Highlights from the atlas experiment at the cern lhc,” *PoS*, p. 003, 2018.
- [7] G. Aad, B. Abbott, J. Abdallah, A. Abdelalim, A. Abdesselam, O. Abdinov, B. Abi, M. Abolins, H. Abramowicz, H. Abreu, *et al.*, “The atlas inner detector commissioning and calibration,” *The European Physical Journal C*, vol. 70, no. 3, pp. 787–821, 2010.
- [8] B. Sotto-Maior Peralva, *Reconstrução de Energia para Calorímetros Finamente Segmentados*. PhD thesis, Juiz de Fora U., 2015.
- [9] D. Gonçalves, A. Oliveira, J. Seixas, A. Cerqueira, and L. Andrade, “Combinando filtro casado e topologia para aprimoramento da reconstrução de muões no calorímetro hadrônico do atlas,” 01 2019.
- [10] W. S. Freund, “Algoritmo neural para detecção de partículas em um calorímetro de altas energias,” 2011.
- [11] D. P. Barbosa, *Estimação de Energia para Calorimetria em Física de Altas Energias Baseada em Representação Esparsa*. PhD thesis, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2017.
- [12] D. O. Gonçalves, “Fast online filtering based on data fusion of two highly segmented detectors,” 2017.
- [13] T. Ciodaro, “Muon detection based on a hadronic calorimeter,” in *IEEE Nuclear Science Symposium & Medical Imaging Conference*, pp. 772–776, IEEE, 2010.
- [14] J. Chapman, “Atlas simulation computing performance and pile-up simulation in atlas,” in *LPCC Detector Simulation Workshop*, 2011.
- [15] S. Viret, L. A. Group, *et al.*, “Laser monitoring system for the atlas tile calorimeter,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 617, no. 1-3, pp. 120–122, 2010.
- [16] H. L. Van Trees and K. L. Bell, *Detection estimation and modulation theory*. Wiley, 2013.
- [17] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [18] R. A. Pereira, B. S. Peralva, and J. M. Seixas, “Técnicas de denoising para a estimativa de energia com um calorímetro finamente segmentado,” 2018.