

## אלגוריתמים – פרויקט גמר

א. ניתוח של סדר גודל זמן הריצה:

אפשרות 1 – על ידי חיפוש רחב BFS:

//Init

Copy initial graph to residual graph  $G_f$   $\theta(n^2)$

Initialize parent[], d[]  $\theta(n)$

Initialize Max Flow to 0  $\theta(1)$

//Main Loop  $nm$  iterations

While There is a path from s -> t in residual graph **do**

$Path \leftarrow \text{BFS}$   $\theta(n + m)$

**For each** (u,v) in Path **do**  $\theta(n)$

$Path\_Flow = \min(path\_Flow, G_f(u, v))$

**For each** (u,v) in Path **do**  $\theta(n)$

$G_f(u, v) -= pathFlow$

$G_f(v, u) += pathFlow$

$MaxFlow += PathFlow$   $\theta(n)$

Return MaxFlow

Complexity:

$$n^2 + n + nm * (n + m) = n^2 + nm^2 = \theta(nm^2)$$

בניתוח היעילות הסתמכנו על הטענה הבאה:

משפט Edmonds, Karp: אם בוחרים מסלול בעזרת BFS, אזי מספר האיטרציות אינו עולה על  $nm$ .

## אפשרות 2 – בשיטה חמדנית:

//Init

Copy initial graph to residual graph  $G_f$   $\theta(n^2)$

Initialize parent[], d[]  $\theta(n)$

Initialize Max Flow to 0  $\theta(1)$

//Main Loop  $O(2m \log C_{\max})$  iterations

While There is a path from s -> t in residual graph **do**

$Path \leftarrow \text{dijkstraVariationPath}$   $\theta((n + m) * \log n)$

**For each** (u,v) in Path **do**  $\theta(n)$

$Path\_Flow = \min(path\_Flow, G_f(u, v))$

**For each** (u,v) in Path **do**  $\theta(n)$

$G_f(u, v) -= pathFlow$

$G_f(v, u) += pathFlow$

$MaxFlow += PathFlow$   $\theta(n)$

Return MaxFlow

Complexity:

$$n^2 + n + 2m \log C_{\max} * ((n + m) * \log n) = n^2 + nm^2 = \theta(m^2 \log n \log C_{\max}) = \theta(m^2 \log(n + C_{\max}))$$

בניתוח היעילות הסתמכנו על הטענות הבאות:

**טענה:** כאשר בוחרים מסלול משפר בעל קיבול שיורי מקסימלי, מספר האיטרציות לא יעלה על  $2m \log C_{\max}$  כאשר  $C_{\max}$  הוא הקיבול המקסימלי בגרף.

**טענה:** יעילות אלגוריתם *dijkstraVariationPath* שממומש ע"י ערימה בינארית  $O((n + m) \log n)$ .

ערימה בינארית	
$\theta(n)$	<i>build</i>
$O(n \log n)$	<i>n פעולות DeleteMax</i>
$O(m \log n)$	<i>m פעולות IncreaseKey</i>
$O((n + m) \log n)$	<b>יעילות</b>

**ב. זמני הריצה של האלגוריתם עבור כל אחד מהקלטים:**

מספר איטרציות במימוש BFS על ידי	מספר איטרציות במימוש על ידי חיפוש חמדני	צילומי מסך	
קלט 1	3	3	<div>BFS Method: Max flow = 23 Min cut: S = 1, 2, 3, 5. T = 4, 6. Number of iterations = 3</div> <div>Greedy Algorithm Method: Max flow = 23 Min cut: S = 1, 2, 3, 5. T = 4, 6. Number of iterations = 3</div>
קלט 2	5	4	<div>BFS Method: Max flow = 28 Min cut: S = 1, 3, 4, 7. T = 2, 5, 6, 8. Number of iterations = 5</div> <div>Greedy Algorithm Method: Max flow = 28 Min cut: S = 1, 3, 4, 7. T = 2, 5, 6, 8. Number of iterations = 4</div>
קלט 3	4	4	<div>BFS Method: Max flow = 27 Min cut: S = 1, 3, 6, 7, 9, 10. T = 2, 4, 5, 8. Number of iterations = 4</div> <div>Greedy Algorithm Method: Max flow = 27 Min cut: S = 1, 3, 6, 7, 9, 10. T = 2, 4, 5, 8. Number of iterations = 4</div>
קלט 4	5	4	<div>BFS Method: Max flow = 21 Min cut: S = 1, 2. T = 3, 4, 5, 6. Number of iterations = 5</div> <div>Greedy Algorithm Method: Max flow = 21 Min cut: S = 1, 2. T = 3, 4, 5, 6. Number of iterations = 4</div>
קלט 5	6	6	<div>BFS Method: Max flow = 19 Min cut: S = 1, 2, 3, 4, 7, 12. T = 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13. Number of iterations = 6</div> <div>Greedy Algorithm Method: Max flow = 19 Min cut: S = 1, 2, 3, 4, 7, 12. T = 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13. Number of iterations = 6</div>