Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 8 \\ 3 & 5 & 4 \\ -3 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, -3,\, 2)\, t + (-2,\, 2,\, -3) \;\text{ y }\; \Pi : -x + 2\,y + 2\,z = -3.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____________________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 5 & -5 & 2 \\ 8 & -8 & 2 \\ 7 & -7 & 4 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1,\, 4,\, 1)\, t + (-3,\, -3,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 3\,y + 2\,z = -1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 \\ 5 & 5 & -5 \\ 8 & 8 & -5 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (3,\, 1,\, 1)\, t + (-1,\, 1,\, 1) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - 2\,y + 2\,z = -4.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -4 & 7 & -7 \\ -4 & 5 & -5 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1,\, 1,\, -4)\, t + (-2,\, -2,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : 2\,x - y - 2\,z = 3.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 4 & 8 \\ -6 & -2 & 6 \\ -9 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\, -4,\, 4)\, t + (-2,\, 2,\, -2) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x + 2\,y - 2\,z = -12.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 7 & 5 & 7 \\ -5 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1,\, -5,\, -5)\, t + (-2,\, 2,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : 2\,x - 3\,y - 3\,z = 16.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 6 \\ -6 & -3 & -3 \\ -6 & -7 & -7 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (3,\, 1,\, -2)\, t + (-2,\, -2,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : -3\, x + 2\, y + 2\, z = -11.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 2 & 8 & -6 \\ 3 & 9 & -7 \end{pmatrix}$$
la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-4,\, -4,\, 3)\, t + (1,\, 2,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x - 2\,y + z = 14.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 2 \\ -7 & -5 & 7 \\ -4 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\, 4,\, 3)\, t + (2,\, -3,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - 2\,y - z = -6.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -7 \\ -8 & 8 & -8 \\ -6 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\, -3,\, 1)\, t + (-1,\, 2,\, -2) \;\text{ y }\; \Pi : x + y - z = -2.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -5 \\ -7 & -7 & 5 \\ -9 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-2,\, -2,\, -1)\, t + (1,\, 1,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : -x - 3\, y + 2\, z = 0.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -3 & -8 & 2 \\ -3 & 2 & -8 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-1,\, 5,\, 3)\, t + (2,\, -3,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - y + 2\,z = 0.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & -6 \\ 2 & -5 & 3 \\ 2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1,\,-5,\,-2)\,t + (-2,\,2,\,1) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x + 2\,y - 3\,z = -5.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 7 & -7 & -3 \\ -6 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (4,\, 5,\, -1)\, t + (-3,\, -3,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 2\,y - z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 \\ -5 & 7 & 9 \\ 4 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\text{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-3,\, 1,\, -2)\, t + (1,\, 1,\, 1) \;\text{ y }\; \Pi : 2\,x - 2\,y - 2\,z = -6.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -4 & -2 & -2 \\ -5 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1,\, 4,\, -1)\, t + (-2,\, -2,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - y - z = -1.$$

cod.017

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 8 \\ 8 & -8 & 8 \\ 7 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (2,\, -2,\, -1)\, t + (-1,\, 1,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 3\,y - 2\,z = 3.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -4 & 4 & 2 \\ 8 & 2 & -9 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\, 5,\, -1)\, t + (2,\, -3,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 3\,y + z = -13.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 7 \\ -6 & -6 & -3 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\, 4,\, 4)\, t + (-1,\, -3,\, -3) \;\text{ y }\; \Pi : 2\,x - 2\,y - 2\,z = -2.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -8 & -3 & 7 \\ 2 & -3 & 2 \\ -6 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-4,\, -1,\, 2)\, t + (2,\, -2,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : x - 3\,y + 2\,z = 9.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & -5 \\ 6 & -6 & 6 \\ 6 & -8 & 8 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (5,\, 2,\, -5)\, t + (-3,\, -3,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : x + 2\,y + 2\,z = -6.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -8 & -2 & -8 \\ -7 & 2 & -7 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-1,\, 5,\, -1)\, t + (-1,\, -3,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 2\,y + z = -11.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -7 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, -3,\, -4)\, t + (-3,\, 1,\, 1) \;\text{ y }\; \Pi : x + y - 3\, z = 5.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 9 \\ -9 & 3 & 9 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1,\,3,\,1)\,t + (-3,\,-1,\,-3) \ \text{ y } \ \Pi : x - y - 3\,z = 2.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (1, -3, 1)\, t + (1, 2, -3) \text{ y } \Pi : -3\,x - 3\,y - 2\,z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 7 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\, -1,\, -1)\, t + (-1,\, -1,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : x + y - 2\,z = -3.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ -6 & 6 & -2 \\ 7 & -7 & -3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\, -3,\, -4)\, t + (1,\, 1,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - y - z = 10.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 7 \\ -4 & 3 & -3 \\ -4 & 7 & -7 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, -3,\, 4)\, t + (-2,\, 1,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x + y + 2\,z = 4.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 8 \\ 7 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (5,\, -1,\, -5)\, t + (-3,\, -2,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - 3\,y - 3\,z = 14.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -4 \\ -2 & -4 & 2 \\ -4 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-5,\, -5,\, 2)\, t + (2,\, 2,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x + y - 2\,z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -8 \\ 4 & -8 & 8 \\ 3 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\ -3,\ 1)\, t + (-2,\ 2,\ -3) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - y - z = 7.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -7 & 7 & -3 \\ 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\, 4,\, -3)\, t + (-2,\, -2,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x + y - 3\,z = 9.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -5 \\ 3 & 6 & 6 \\ -3 & -9 & -9 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (2,\, 2,\, 4)\, t + (-1,\, -3,\, -2) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - 3\,y - z = -1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -7 \\ -8 & -8 & 8 \\ -8 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (4,\, -4,\, -5)\, t + (-2,\, 1,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : x - 3\, y - z = 14.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -7 & -7 & 3 \\ 2 & 2 & -3 \\ 9 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-3,\, -3,\, 4)\, t + (2,\, 1,\, -3) \;\text{ y }\; \Pi : -x + y - 3\, z = -4.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & 2 \\ -8 & 6 & 4 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (5,\, 2,\, 3)\, t + (-3,\, -3,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - y - 2\,z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -7 & 7 \\ 2 & -3 & 3 \\ 2 & -8 & 8 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\, 1,\, 4)\, t + (2,\, 1,\, -3) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x + 2\,y - 3\,z = 7.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -2 & 7 & -7 \\ -2 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-1,\, -2,\, -2)\, t + (-1,\, -1,\, 1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 2\,y - 2\,z = 12.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ -6 & -4 & -6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\, -1,\, -1)\, t + (-3,\, -1,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : 2\,x - 3\,y - 3\,z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ -2 & -7 & 9 \\ -2 & -5 & 7 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-3,\, -1,\, 2)\, t + (2,\, -1,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : -3\,x + 2\,y + 2\,z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -4 & -9 & 9 \\ -4 & -3 & 3 \\ -4 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-1,\, -2,\, 1)\, t + (-1,\, -1,\, -3) \;\text{ y }\; \Pi : -3\,x + y - 3\,z = 9.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -6 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\, 2,\, -4)\, t + (2,\, -3,\, 2) \;\text{ y }\; \Pi : -2\,x - y - 3\,z = 5.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -3 & -7 & 7 \\ -9 & 7 & -7 \\ -9 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-1,\, -2,\, -1)\, t + (2,\, -1,\, -2) \;\text{ y }\; \Pi : -x - 3\, y - 2\, z = 14.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -3 \\ -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, 3,\, 3)\, t + (1,\, -2,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : x - 3\, y + z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (2,\, -4,\, 2)\, t + (-1,\, 1,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : -x + 2\, y - z = -8.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -7 & -9 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (4,\, 2,\, -1)\, t + (-2,\, -1,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : x - y + z = 2.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -5 & 7 & 7 \\ 5 & -6 & -6 \\ -5 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-1,\, -1,\, -2)\, t + (2,\, 2,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : -x - 2\,y + 2\,z = -9.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ______________________________

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & -6 \\ -9 & 4 & -9 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\operatorname{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (-3,\, 5,\, 1)\, t + (1,\, -3,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : -x - 2\,y - 3\,z = 1.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

Instrucciones

1. No se permiten hojas adicionales. Para cálculos y fundamentaciones use sólo las hojas entregadas, indicando a qué ejercicio corresponde el desarrollo.
2. No se permiten calculadora ni celulares u otro tipo de elemento tecnológico, Si usted es sorprendido con el celular tiene nota 1.0.
3. Dispone de 90 minutos para desarrollar la Solemne.

Nombre y RUT: ____

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.
   (a) (0.5 points) Muestre que A es una matriz ortogonal.
   (b) (0.5 points) Muestre que $\|A\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}\|$ para cualquiera $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$.
   (c) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
   (d) (0.5 points) Sea $B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$ donde $\phi \in \mathbb{R}$. Muestre que $AB = BA$.
2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea
$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 \\ -2 & -2 & -4 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$
   la matriz asociada a T respecto a la base canonica.
   (a) (0.5 points) Determine una base para $\ker(T)$ y una base para $\mathrm{Im}(T)$.
   (b) (0.5 points) Calcular el $\det(A - \lambda I)$.
   (c) (0.5 points) Buscar los valores proprios de A.
   (d) (1.0 points) Buscar los vectores proprios de A.
   (e) (0.5 points) Calcule la inversa, en caso de existir, de la matriz A.
3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde
$$r : (2,\, 1,\, -2)\, t + (-1,\, -3,\, -1) \;\text{ y }\; \Pi : x - y - 3\, z = 12.$$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 8 \\ 3 & 5 & 4 \\ -3 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\,-3,\,2)\,t + (-2,\,2,\,-3) \ \text{ y } \ \Pi : -x + 2\,y + 2\,z = -3.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\,-1,\,-1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -5 & 2 \\ 8 & -8 & 2 \\ 7 & -7 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -8 \\ -7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\ 4,\ 1)\,t + (-3,\ -3,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 3\,y + 2\,z = -1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ 1,\ -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 5 \\ 5 & 5 & -5 \\ 8 & 8 & -5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 15\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (3,\, 1,\, 1)\, t + (-1,\, 1,\, 1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 2\,y + 2\,z = -4.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\, 2,\, 2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 7 & -7 \\ -4 & 5 & -5 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, 1,\, -4)\, t + (-2,\, -2,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - y - 2\,z = 3.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\, -1,\, -2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 4 & 8 \\ -6 & -2 & 6 \\ -9 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 20\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\ -4,\ 4)\,t + (-2,\ 2,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x + 2\,y - 2\,z = -12.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\ -2,\ 2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 7 & 5 & 7 \\ -5 & -5 & -5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, -5,\, -5)\, t + (-2,\, 2,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 3\,y - 3\,z = 16.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\, -3,\, -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 6 \\ -6 & -3 & -3 \\ -6 & -7 & -7 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (3,\ 1,\ -2)\,t + (-2,\ -2,\ -1) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x + 2\,y + 2\,z = -11.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\ -1,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 2 & 8 & -6 \\ 3 & 9 & -7 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2}{3} \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\ -4,\ 3)\,t + (1,\ 2,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x - 2\,y + z = 14.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-3,\ -2,\ 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 2 \\ -7 & -5 & 7 \\ -4 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\, 4,\, 3)\, t + (2,\, -3,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 2\,y - z = -6.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\, 1,\, 2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -7 \\ -8 & 8 & -8 \\ -6 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ -3,\ 1)\,t + (-1,\ 2,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : x + y - z = -2.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ -1,\ -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -5 \\ -7 & -7 & 5 \\ -9 & -9 & 5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -9 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 20\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-2,\,-2,\,-1)\,t + (1,\,1,\,-1) \ \text{ y } \ \Pi : -x - 3\,y + 2\,z = 0.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\,-1,\,-2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -8 & 2 \\ -3 & 2 & -8 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\, 5,\, 3)\, t + (2,\, -3,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - y + 2\,z = 0.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\, 2,\, 2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & -6 \\ 2 & -5 & 3 \\ 2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ -7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\ -5,\ -2)\,t + (-2,\ 2,\ 1) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x + 2\,y - 3\,z = -5.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\ -3,\ -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -3 \\ 7 & -7 & -3 \\ -6 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 20\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\, 5,\, -1)\, t + (-3,\, -3,\, -2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 2\,y - z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\, 2,\, -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ (d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 \\ -5 & 7 & 9 \\ 4 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{4}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-3,\, 1,\, -2)\, t + (1,\, 1,\, 1) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 2\,y - 2\,z = -6.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\, 2,\, -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -4 & -2 & -2 \\ -5 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, 4,\, -1)\, t + (-2,\, -2,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - y - z = -1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\, 2,\, 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 8 \\ 8 & -8 & 8 \\ 7 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \\ -7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\,-2,\,-1)\,t + (-1,\,1,\,2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 3\,y - 2\,z = 3.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\,-1,\,1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ -4 & 4 & 2 \\ 8 & 2 & -9 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 15\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\ 5,\ -1)\,t + (2,\ -3,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 3\,y + z = -13.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ 2,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 7 \\ -6 & -6 & -3 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\ 4,\ 4)\, t + (-1,\ -3,\ -3) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 2\,y - 2\,z = -2.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\ 1,\ 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -3 & 7 \\ 2 & -3 & 2 \\ -6 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 15\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\,-1,\,2)\,t + (2,\,-2,\,-1) \;\text{ y }\; \Pi : x - 3\,y + 2\,z = 9.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\,-3,\,1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & -5 \\ 6 & -6 & 6 \\ 6 & -8 & 8 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (5,\, 2,\, -5)\, t + (-3,\, -3,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : x + 2\,y + 2\,z = -6.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\, -1,\, -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -2 & -8 \\ -7 & 2 & -7 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -8 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ 5,\ -1)\,t + (-1,\ -3,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 2\,y + z = -11.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ 2,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ -7 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\ -3,\ -4)\,t + (-3,\ 1,\ 1) \text{ y } \Pi : x + y - 3\,z = 5.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ -2,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 9 \\ -9 & 3 & 9 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -9 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 2\,\lambda^2 + 15\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\ 3,\ 1)\,t + (-3,\ -1,\ -3) \ \text{ y } \ \Pi : x - y - 3\,z = 2.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ 2,\ -2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\, -3,\, 1)\, t + (1,\, 2,\, -3) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x - 3\,y - 2\,z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\, -1,\, -2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 7 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\,-1,\,-1)\,t + (-1,\,-1,\,2) \ \text{ y } \ \Pi : x + y - 2\,z = -3.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\,-2,\,1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ -6 & 6 & -2 \\ 7 & -7 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\ -3,\ -4)\,t + (1,\ 1,\ 2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - y - z = 10.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-3,\ -2,\ -2)$

cod.028

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 7 \\ -4 & 3 & -3 \\ -4 & 7 & -7 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\,-3,\,4)\,t + (-2,\,1,\,-2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x + y + 2\,z = 4.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\,-2,\,2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 8 \\ 7 & -2 & 7 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (5,\ -1,\ -5)\, t + (-3,\ -2,\ 2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 3\,y - 3\,z = 14.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\ -3,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -4 \\ -2 & -4 & 2 \\ -4 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\lambda^2 + 8\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-5,\ -5,\ 2)\, t + (2,\ 2,\ -1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x + y - 2\,z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-3,\ -3,\ 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -8 \\ 4 & -8 & 8 \\ 3 & -6 & 8 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\ -3,\ 1)\,t + (-2,\ 2,\ -3) \text{ y } \Pi : 2\,x - y - z = 7.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\ -1,\ -2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ -7 & 7 & -3 \\ 8 & -8 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -8 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 2\,\lambda^2 + 15\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\, 4,\, -3)\, t + (-2,\, -2,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x + y - 3\,z = 9.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\, 2,\, -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ (d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -5 \\ 3 & 6 & 6 \\ -3 & -9 & -9 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\, 2,\, 4)\, t + (-1,\, -3,\, -2) \text{ y } \Pi : -2\,x - 3\,y - z = -1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\, -1,\, 2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -7 \\ -8 & -8 & 8 \\ -8 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\ -4,\ -5)\,t + (-2,\ 1,\ 2) \ \text{ y } \ \Pi : x - 3\,y - z = 14.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\ -3,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -7 & -7 & 3 \\ 2 & 2 & -3 \\ 9 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - \lambda^2 + 20\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-3,\ -3,\ 4)\,t + (2,\ 1,\ -3) \ \text{ y } \ \Pi : -x + y - 3\,z = -4.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\ -2,\ 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & 2 \\ -8 & 6 & 4 \\ -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (5,\ 2,\ 3)\,t + (-3,\ -3,\ -1) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - y - 2\,z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\ -1,\ 2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -7 & 7 \\ 2 & -3 & 3 \\ 2 & -8 & 8 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\lambda^2 + 10\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-4,\ 1,\ 4)\, t + (2,\ 1,\ -3) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x + 2\,y - 3\,z = 7.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ 2,\ 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 7 & -7 \\ -2 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\lambda^2 + 10\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ -2,\ -2)\,t + (-1,\ -1,\ 1) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - 2\,y - 2\,z = 12.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ -3,\ -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ (d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ -6 & -4 & -6 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\,-1,\,-1)\,t + (-3,\,-1,\,2) \ \text{ y } \ \Pi : 2\,x - 3\,y - 3\,z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\,-2,\,1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ -2 & -7 & 9 \\ -2 & -5 & 7 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-3,\ -1,\ 2)\,t + (2,\ -1,\ -1) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x + 2\,y + 2\,z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-1,\ -2,\ 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -9 & 9 \\ -4 & -3 & 3 \\ -4 & -5 & 5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ -2,\ 1)\,t + (-1,\ -1,\ -3) \ \text{ y } \ \Pi : -3\,x + y - 3\,z = 9.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ -3,\ -2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -6 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ 2,\ -4)\,t + (2,\ -3,\ 2) \ \text{ y } \ \Pi : -2\,x - y - 3\,z = 5.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\ -1,\ -2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -7 & 7 \\ -9 & 7 & -7 \\ -9 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -9 \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 12\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -3,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ -2,\ -1)\,t + (2,\ -1,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : -x - 3\,y - 2\,z = 14.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\ -3,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -3 \\ -4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (1,\,3,\,3)\,t + (1,\,-2,\,-1) \ \text{ y } \ \Pi : x - 3\,y + z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\,1,\,2)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\,-4,\,2)\,t + (-1,\,1,\,-1) \;\text{ y }\; \Pi : -x + 2\,y - z = -8.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\,-3,\,1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -7 & -9 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 20\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 5,\ \lambda_2 = -4,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (4,\, 2,\, -1)\, t + (-2,\, -1,\, 2) \ \text{ y } \ \Pi : x - y + z = 2.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (2,\, 1,\, 1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 7 & 7 \\ 5 & -6 & -6 \\ -5 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 3\,\lambda^2 + 10\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 2,\ \lambda_2 = -5,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-5} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-1,\ -1,\ -2)\,t + (2,\ 2,\ -1) \ \text{ y } \ \Pi : -x - 2\,y + 2\,z = -9.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\ 1,\ -3)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 4 & -6 \\ -9 & 4 & -9 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, $\mathrm{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -6 \\ -9 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + 2\,\lambda^2 + 8\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (-3,\ 5,\ 1)\,t + (1,\ -3,\ -2) \ \text{ y } \ \Pi : -x - 2\,y - 3\,z = 1.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (-2,\ 2,\ -1)$

Prueba Recuperativa de Álgebra Lineal 15-06-2016
Profesor Roberto Panai

1. Sea $A = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$ donde $\theta \in \mathbb{R}$.

Solution:

(a) $AA^T = A^T A = I$

(b) $\|A\mathbf{v}\|^2 =< A\mathbf{v}, A\mathbf{v} >= (A\mathbf{v})^T A\mathbf{v} = \mathbf{v}^T A^T A\mathbf{v} =< \mathbf{v}, \mathbf{v} >= \|\mathbf{v}\|^2$.

(c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$

(d) $AB = \begin{pmatrix} \cos(\theta+\phi) & -\sin(\theta+\phi) \\ \sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) \end{pmatrix} = BA$

2. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sea

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 \\ -2 & -2 & -4 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

la matriz asociada a T respecto a la base canonica.

Solution:

(a) $\ker(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$, $\operatorname{Im}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

(b) $\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 + \lambda^2 + 6\,\lambda$.

(c) $\lambda_1 = 3,\ \lambda_2 = -2,\ \lambda_3 = 0$.

(d) $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $v_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

(e) No existe.

3. (1.0 points) Busca la intersección entre la recta r y el plano Π. Donde

$$r : (2,\, 1,\, -2)\, t + (-1,\, -3,\, -1) \ \text{ y } \ \Pi : x - y - 3\, z = 12.$$

Solution: El plano y la recta se intersectan en el punto $P = (1,\, -2,\, -3)$