

---

# **A Tour Of Sage**

***Version 10.3***

**The Sage Development Team**

**mars 20, 2024**



---

## Table des matières

---

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>La calculatrice Sage</b>             | <b>3</b> |
| <b>2</b> | <b>Calcul numérique sous Sage</b>       | <b>5</b> |
| <b>3</b> | <b>Les algorithmes inclus dans Sage</b> | <b>9</b> |



Cette courte présentation de Sage reprend le « Tour of Mathematica » proposé au début du « Mathematica Book ».



# CHAPITRE 1

## La calculatrice Sage

La ligne de commande Sage débute par `sage:`. Il ne vous est pas nécessaire de l'écrire à chaque ligne. Si vous utilisez le Notebook de Sage, vous n'avez qu'à recopier ce qui suit `sage:` dans une cellule, et à appuyer simultanément sur Maj + Entrée pour calculer le résultat.

```
sage: 3 + 5
8
```

Comme partout, l'accent circonflexe signifie «élever à la puissance».

```
sage: 57.1 ^ 100
4.60904368661396e175
```

Il permet de calculer des puissances d'objets plus complexes comme des matrices. Voici comment calculer l'inverse d'une matrice  $2 \times 2$  avec Sage.

```
sage: matrix([[1,2], [3,4]])^(-1)
[  -2    1]
[ 3/2 -1/2]
```

Voici comment intégrer une fonction simple.

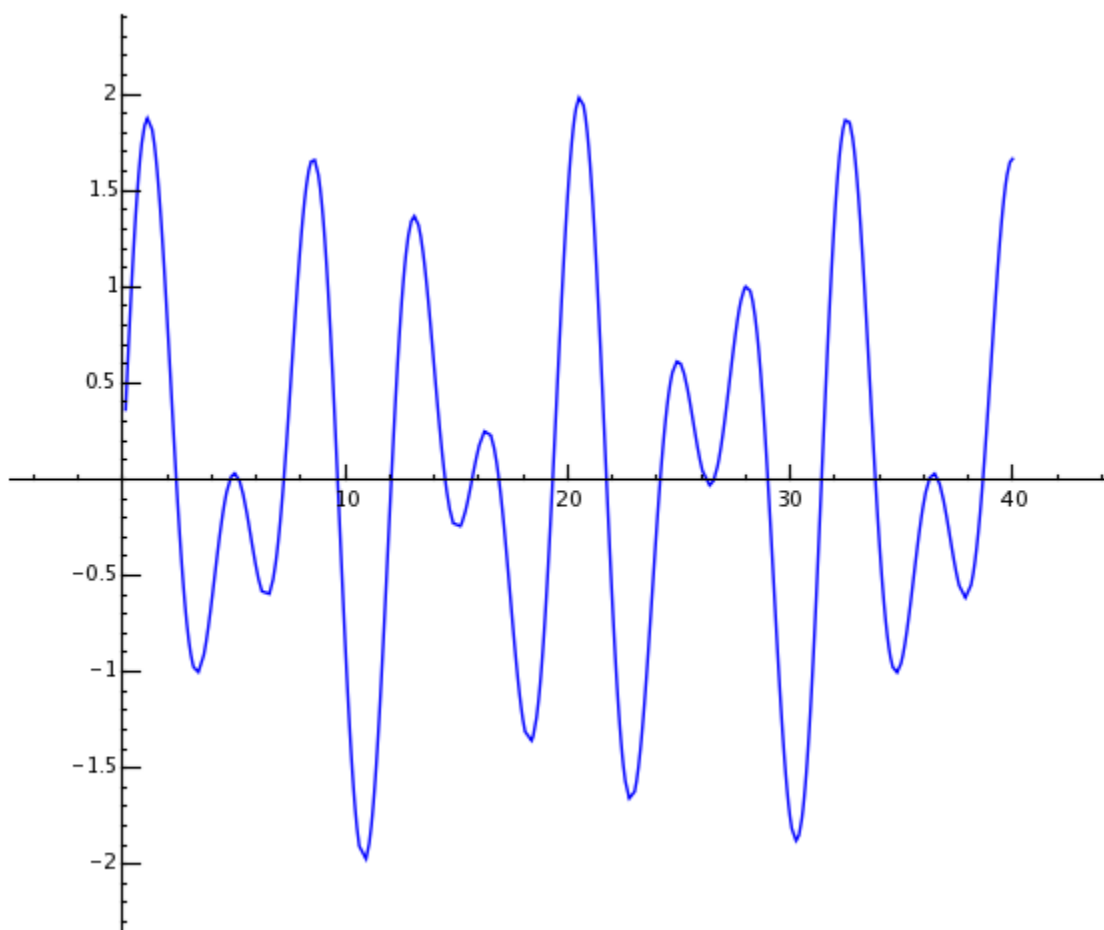
```
sage: x = var('x')      # Créer une variable symbolique
sage: integrate(sqrt(x)*sqrt(1+x), x)
1/4*((x + 1)^(3/2)/x^(3/2) + sqrt(x + 1)/sqrt(x))/((x + 1)^2/x^2 - 2*(x + 1)/x + 1) - 1/8*log(sqrt(x + 1)/sqrt(x) + 1) + 1/8*log(sqrt(x + 1)/sqrt(x) - 1)
```

Les commandes suivantes permettent de demander à Sage de résoudre une équation quadratique. Le symbole `==` représente l'égalité sous Sage.

```
sage: a = var('a')
sage: S = solve(x^2 + x == a, x); S
[x == -1/2*sqrt(4*a + 1) - 1/2, x == 1/2*sqrt(4*a + 1) - 1/2]
```

Le résultat est une liste d'inégalités.

```
sage: S[0].rhs()  
-1/2*sqrt(4*a + 1) - 1/2  
sage: show(plot(sin(x) + sin(1.6*x), 0, 40))
```





## CHAPITRE 2

---

### Calcul numérique sous Sage

---

Tout d'abord, créons une matrice aléatoire de taille  $500 \times 500$ .

```
sage: m = random_matrix(RDF, 500)
```

Il ne faut que quelques secondes à Sage pour calculer les valeurs propres de la matrice et en faire un graphique.

```
sage: e = m.eigenvalues() # environ 2 secondes
sage: w = [(i, abs(e[i])) for i in range(len(e))]
sage: show(points(w))
```



Grâce à la bibliothèque GMP (GNU Multiprecision Library), Sage peut effectuer des calculs sur de très grands nombres, comportant des millions ou des milliards de chiffres.

```
sage: factorial(100)
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296389521759999322991560894146397615651828
sage: n = factorial(1000000) # environ 2.5 secondes
```

Voici comment afficher les 100 premières décimales de  $\pi$ .

```
sage: N(pi, digits=100)
3.
↪ 14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706
```

Voici comment Sage factorise un polynôme en deux variables.

```
sage: R.<x,y> = QQ[]
sage: F = factor(x^99 + y^99)
sage: F
(x + y) * (x^2 - x*y + y^2) * (x^6 - x^3*y^3 + y^6) *
(x^10 - x^9*y + x^8*y^2 - x^7*y^3 + x^6*y^4 - x^5*y^5 +
x^4*y^6 - x^3*y^7 + x^2*y^8 - x*y^9 + y^10) *
(x^20 + x^19*y - x^17*y^3 - x^16*y^4 + x^14*y^6 + x^13*y^7 -
x^11*y^9 - x^10*y^10 - x^9*y^11 + x^7*y^13 + x^6*y^14 -
```

(suite sur la page suivante)

(suite de la page précédente)

```

x^4*y^16 - x^3*y^17 + x*y^19 + y^20) * (x^60 + x^57*y^3 -
x^51*y^9 - x^48*y^12 + x^42*y^18 + x^39*y^21 - x^33*y^27 -
x^30*y^30 - x^27*y^33 + x^21*y^39 + x^18*y^42 - x^12*y^48 -
x^9*y^51 + x^3*y^57 + y^60)
sage: F.expand()
x^99 + y^99

```

Il ne faut pas plus de 5 secondes à Sage pour calculer le nombre de façons de partitionner mille millions ( $10^8$ ) comme une somme d'entiers positifs.

```

sage: z = Partitions(10^8).cardinality() # environ 4.5 secondes
sage: str(z)[:40]
'1760517045946249141360373894679135204009'

```



## CHAPITRE 3

---

### Les algorithmes inclus dans Sage

---

Quand vous utilisez Sage, vous avez accès à l'une des plus grandes collections Open Source d'algorithmes de calcul.