

Algoritmi - 1. Domača naloga

Timen Bobnar

22.03.2025, Ljubljana

1 Časovna zahtevnost

1.1 1. Naloga

Časovna zahtevnost je $O(n)$, saj imamo le eno zanko od 0 do n .

1.2 2. Naloga

Časovna zahtevnost je $O(n * n * \log(n))$, saj imamo zanko, ki gre od 0 do n , ter v njej še eno zanko kjer se na vsakem koraku število korakov razpolovi (torej logaritem). Na koncu dodamo še eno zanko, saj uporabimo prejšnjo funkcijo.

1.3 3. Naloga

Držimo se formule

$$T(n) = a * T(n/b) + f(n)$$

Opazimo, da sta $a = b = 2$ iz tega sledi, da $\epsilon = 1$ ($f(n) = 1 \in O(n^{1-\epsilon})$)

Sledi, da je $T(n) = \theta(n)$

2 Rodovne funkcije

2.1 4. Naloga

Poznamo formulo za rodovne funkcije:

$$P(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \dots + c_{13} x^{13}$$

$$\begin{aligned}
1cent : & 1 + x + x^2 + \dots + x^{13} \\
2centa : & 1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + x^{10} + x^{12} \\
5centov : & 1 + x^5 + x^{10} \\
10centov : & 1 + x^{10}
\end{aligned}$$

$$A(x) = (1+x+x^2+\dots+x^{13}) \cdot (1+x^2+x^4+\dots+x^{12}) \cdot (1+x^5+x^{10}) \cdot (1+x^{10}) = \dots + \boxed{16}x^{13} + \dots$$

Odgovor1 = 16

$$P(x) = (1+x+x^2+\dots+x^{13}) \cdot (1+x^2+x^4+\dots+x^{12}) = \dots + \boxed{7} \cdot x^{13} + \dots$$

Odgovor2 = 7

2.2 5. Naloga

$$\begin{aligned}
T_n &= \frac{n(n+1)}{2} \\
R(x) &= \sum_{i=0}^{\infty} T_i x^i = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i(1+i)}{2} x^i
\end{aligned}$$

$$100: \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050$$

2.3 6. Naloga

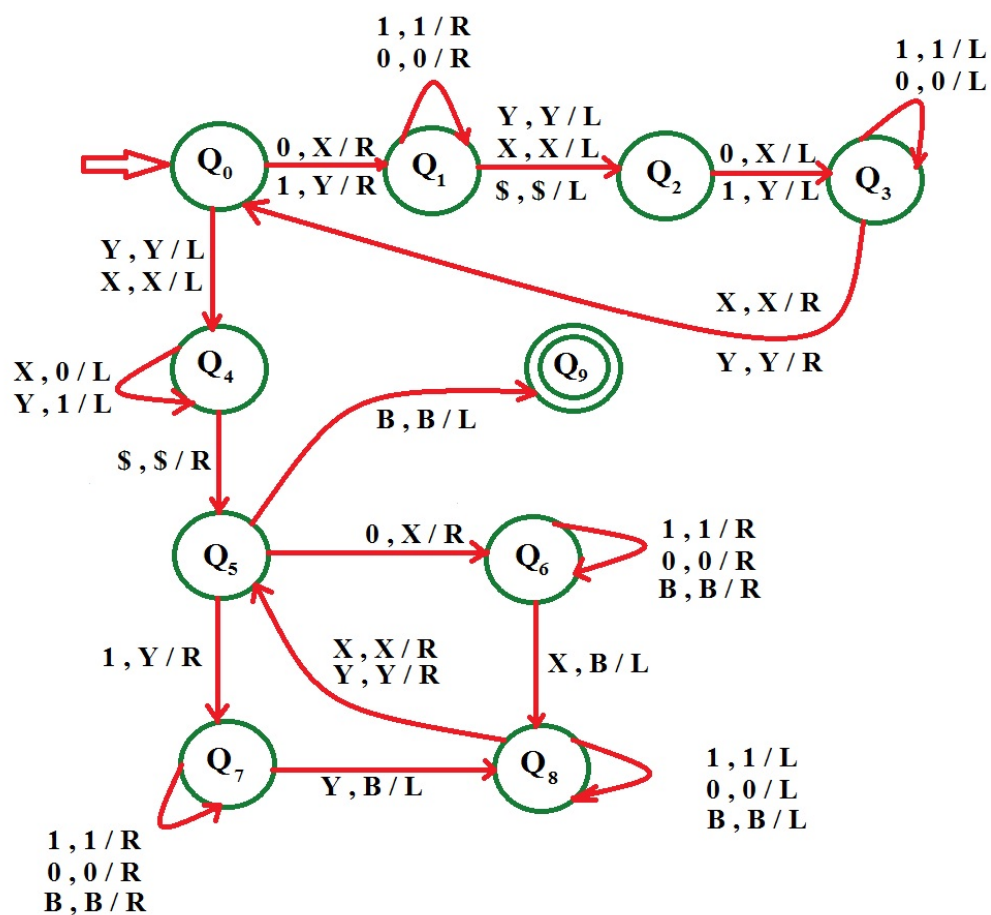
Če spišemo rodovne funkcije potenc števila 2 na način:

$$1+x, 1+x^2, 1+x^4, \dots, 1+x^{2^k}$$

Če sedaj vse te funkcije pomnožimo med sabo dobimo

$$\sum_{i=0}^{\infty} x^i$$

. Torej lahko vidimo iz vsote, ki je rodovna funkcija, da lahko sestavimo vsa naravna števila. Enakost, da je produkt enak vsoti lahko dokazemo z indukcijo.



4 Drevesa

4.1 10. Naloga

Resitev je v priloženi datoteki.