

SoCV hw4 p1

鄭宇廷 B08202013

(a)

(i) $f = \text{inv}(a)$

$$f \leftrightarrow \neg a \equiv (f \rightarrow \neg a) \wedge (\neg a \rightarrow f) \equiv (\neg f \vee \neg a) \wedge (a \vee f)$$

(ii) $f = \text{and}(a, b')$

$$\begin{aligned} f \leftrightarrow (a \wedge \neg b) &\equiv (f \rightarrow a) \wedge (f \rightarrow \neg b) \wedge ((a \wedge \neg b) \rightarrow f) \\ &\equiv (\neg f \vee a) \wedge (\neg f \vee \neg b) \wedge (\neg a \vee b \vee f) \end{aligned}$$

(iii) $f = \text{nand}(a, b)$

$$\begin{aligned} \neg f \leftrightarrow (a \wedge b) &\equiv (\neg f \rightarrow a) \wedge (\neg f \rightarrow b) \wedge ((a \wedge b) \rightarrow \neg f) \\ &\equiv (f \vee a) \wedge (f \vee b) \wedge (\neg a \vee \neg b \vee \neg f) \end{aligned}$$

(iv) $f = \text{or}(a, b)$

$$\begin{aligned} f \leftrightarrow a \vee b &\equiv (a \rightarrow f) \wedge (b \rightarrow f) \wedge ((\neg a \wedge \neg b) \rightarrow \neg f) \\ &\equiv (\neg a \vee f) \wedge (\neg b \vee f) \wedge (a \vee b \vee \neg f) \end{aligned}$$

(v) $f = \text{nor}(a, b)$

$$\begin{aligned} \neg f \leftrightarrow a \vee b &\equiv (a \rightarrow \neg f) \wedge (b \rightarrow \neg f) \wedge ((\neg a \wedge \neg b) \rightarrow f) \\ &\equiv (\neg a \vee \neg f) \wedge (\neg b \vee \neg f) \wedge (a \vee b \vee f) \end{aligned}$$

(b)

$$g5 = \text{nor}(g3, g1) \rightarrow (\neg g3 \vee \neg g5) \wedge (\neg g1 \vee \neg g5) \wedge (g3 \vee g1 \vee g5)$$

$$g6 = \text{nor}(g1, g2) \rightarrow (\neg g1 \vee \neg g6) \wedge (\neg g2 \vee \neg g6) \wedge (g1 \vee g2 \vee g6)$$

$$g7 = \text{and}(g3, g4) \rightarrow (\neg g7 \vee g3) \wedge (\neg g7 \vee g4) \wedge (\neg g3 \vee g4 \vee g7)$$

$$g8 = \text{and}(g1, g2) \rightarrow (\neg g8 \vee g1) \wedge (\neg g8 \vee g2) \wedge (\neg g1 \vee g2 \vee g8)$$

$$g9 = \text{nand}(g4, g5) \rightarrow (g9 \vee g4) \wedge (g9 \vee g5) \wedge (\neg g4 \vee \neg g5 \vee \neg g9) \wedge g5$$

$$g10 = \text{nor}(g3, g4) \rightarrow (\neg g3 \vee \neg g10) \wedge (\neg g4 \vee \neg g10) \wedge (g3 \vee g4 \vee g10)$$

$$g11 = \text{nor}(g6, g7) \rightarrow (\neg g6 \vee \neg g11) \wedge (\neg g7 \vee \neg g11) \wedge (g6 \vee g7 \vee g11) \wedge g6 \wedge g7$$

$$g12 = \text{and}(g6, g7) \rightarrow (\neg g12 \vee g6) \wedge (\neg g12 \vee g7) \wedge (\neg g6 \vee g7 \vee g12) \wedge g6 \wedge g7$$

$$g13 = \text{nor}(g8, g10) \rightarrow (\neg g8 \vee \neg g13) \wedge (\neg g10 \vee \neg g13) \wedge (g8 \vee g10 \vee g13) \wedge g8 \wedge g10$$

$$g14 = \text{and}(g1, g2', g10) \rightarrow$$

$$(\neg g14 \vee g1) \wedge (\neg g14 \vee \neg g2) \wedge (\neg g14 \vee g10) \wedge (\neg g1 \vee g2 \vee \neg g10 \vee g14) \wedge g10$$

$$g15 = \text{and}(g2, g9, g10') \rightarrow$$

$$(\neg g15 \vee g2) \wedge (\neg g15 \vee \neg g10) \wedge (\neg g15 \vee g9) \wedge (\neg g2 \vee g10 \vee \neg g9 \vee g15) \wedge g9 \wedge g10$$

$$g16 = \text{and}(g10, g1') \rightarrow (\neg g16 \vee g10) \wedge (\neg g16 \vee \neg g1) \wedge (\neg g10 \vee g1 \vee g16) \wedge g10$$

$$g17 = \text{nor}(g11, g12) \rightarrow$$

$$(\neg g11 \vee \neg g17) \wedge (\neg g12 \vee \neg g17) \wedge (g11 \vee g12 \vee g17) \wedge g11 \wedge g12$$

$$g18 = \text{or}(g11, g13) \rightarrow$$

$$(\neg g11 \vee g18) \wedge (\neg g13 \vee g18) \wedge (g11 \vee g13 \vee \neg g18) \wedge g11 \wedge g13$$

$g19 = \text{or}(g14, g15) \rightarrow$
 $(\neg g14 \vee g19) \wedge (\neg g15 \vee g19) \wedge (g14 \vee g15 \vee \neg g19) \wedge g14 \wedge g15$
 $g20 = \text{or}(g16, g17) \rightarrow$
 $(\neg g16 \vee g20) \wedge (\neg g17 \vee g20) \wedge (g16 \vee g17 \vee \neg g20) \wedge g16 \wedge g17$
 $g21 = \text{nor}(g18, g20) \rightarrow$
 $(\neg g18 \vee \neg g21) \wedge (\neg g20 \vee \neg g21) \wedge (g18 \vee g20 \vee g21) \wedge g18 \wedge g20$
 $g22 = \text{and}(g19, g20) \rightarrow$
 $(\neg g22 \vee g19) \wedge (\neg g22 \vee g20) \wedge (\neg g19 \vee \neg g20 \vee g22) \wedge g19 \wedge g20$
 $g23 = \text{or}(g21, g22) \rightarrow$
 $(\neg g21 \vee g23) \wedge (\neg g22 \vee g23) \wedge (g21 \vee g22 \vee \neg g23) \wedge g21 \wedge g22$

p:

$g23 \wedge (\neg g21 \vee g23) \wedge (\neg g22 \vee g23) \wedge (g21 \vee g22 \vee \neg g23)$
 $\wedge (\neg g18 \vee \neg g21) \wedge (\neg g20 \vee \neg g21) \wedge (g18 \vee g20 \vee g21)$
 $\wedge (\neg g11 \vee g18) \wedge (\neg g13 \vee g18) \wedge (g11 \vee g13 \vee \neg g18)$
 $\wedge (\neg g6 \vee \neg g11) \wedge (\neg g7 \vee \neg g11) \wedge (g6 \vee g7 \vee g11)$
 $\wedge (\neg g1 \vee \neg g6) \wedge (\neg g2 \vee \neg g6) \wedge (g1 \vee g2 \vee g6)$
 $\wedge (\neg g7 \vee g3) \wedge (\neg g7 \vee \neg g4) \wedge (\neg g3 \vee g4 \vee g7)$
 $\wedge (\neg g8 \vee \neg g13) \wedge (\neg g10 \vee \neg g13) \wedge (g8 \vee g10 \vee g13)$
 $\wedge (\neg g8 \vee g1) \wedge (\neg g8 \vee \neg g2) \wedge (\neg g1 \vee g2 \vee g8)$
 $\wedge (\neg g3 \vee \neg g10) \wedge (\neg g4 \vee \neg g10) \wedge (g3 \vee g4 \vee g10)$
 $\wedge (\neg g16 \vee g20) \wedge (\neg g17 \vee g20) \wedge (g16 \vee g17 \vee \neg g20)$
 $\wedge (\neg g16 \vee g10) \wedge (\neg g16 \vee \neg g1) \wedge (\neg g10 \vee g1 \vee g16)$
 $\wedge (\neg g11 \vee \neg g17) \wedge (\neg g12 \vee \neg g17) \wedge (g11 \vee g12 \vee g17)$
 $\wedge (\neg g12 \vee g6) \wedge (\neg g12 \vee \neg g7) \wedge (\neg g6 \vee g7 \vee g12)$
 $\wedge (\neg g22 \vee g19) \wedge (\neg g22 \vee g20) \wedge (\neg g19 \vee \neg g20 \vee g22)$
 $\wedge (\neg g14 \vee g19) \wedge (\neg g15 \vee g19) \wedge (g14 \vee g15 \vee \neg g19)$
 $\wedge (\neg g14 \vee g1) \wedge (\neg g14 \vee \neg g2) \wedge (\neg g14 \vee g10) \wedge (\neg g1 \vee g2 \vee \neg g10 \vee g14)$
 $\wedge (\neg g15 \vee g2) \wedge (\neg g15 \vee \neg g10) \wedge (\neg g15 \vee g9) \wedge (\neg g2 \vee g10 \vee \neg g9 \vee g15)$
 $\wedge (g9 \vee g4) \wedge (g9 \vee g5) \wedge (\neg g4 \vee \neg g5 \vee \neg g9)$
 $\wedge (\neg g3 \vee \neg g5) \wedge (\neg g1 \vee \neg g5) \wedge (g3 \vee g1 \vee g5)$

Number of clauses: 60

Number of literals: 140

(c)

p:

(g23)

$\wedge(\neg g23 \vee g22 \vee g21)$

$\wedge(\neg g22 \vee g20) \wedge(\neg g22 \vee g19)$

$\wedge(\neg g21 \vee \neg g20) \wedge(\neg g21 \vee \neg g18)$

$\wedge(\neg g20 \vee g17 \vee g16) \wedge(g20 \vee \neg g17) \wedge(g20 \vee \neg g16)$

$\wedge(\neg g19 \vee g15 \vee g14)$

$\wedge(g18 \vee \neg g11) \wedge(g18 \vee \neg g13)$

$\wedge(\neg g17 \vee \neg g12) \wedge(\neg g17 \vee \neg g11) \wedge(g17 \vee g12 \vee g11)$

$\wedge(\neg g16 \vee g10) \wedge(\neg g16 \vee \neg g1) \wedge(g16 \vee \neg g10 \vee g1)$

$\wedge(\neg g15 \vee \neg g10) \wedge(\neg g15 \vee g2) \wedge(\neg g15 \vee g9)$

$\wedge(\neg g14 \vee g10) \wedge(\neg g14 \vee \neg g2) \wedge(\neg g14 \vee g1)$

$\wedge(g13 \vee g10 \vee g8)$

$\wedge(\neg g12 \vee g7) \wedge(\neg g12 \vee g6) \wedge(g12 \vee \neg g7 \vee \neg g6)$

$\wedge(\neg g11 \vee \neg g7) \wedge(\neg g11 \vee \neg g6) \wedge(g11 \vee g7 \vee g6)$

$\wedge(\neg g10 \vee \neg g4) \wedge(\neg g10 \vee \neg g3) \wedge(g10 \vee g4 \vee g3)$

$\wedge(\neg g9 \vee \neg g4 \vee \neg g5)$

$\wedge(\neg g8 \vee g2) \wedge(\neg g8 \vee g1)$

$\wedge(\neg g7 \vee g4) \wedge(\neg g7 \vee g3) \wedge(g7 \vee \neg g4 \vee \neg g3)$

$\wedge(\neg g6 \vee \neg g2) \wedge(\neg g6 \vee \neg g1) \wedge(g6 \vee g2 \vee g1)$

$\wedge(g5 \vee g3 \vee g1)$

Number of clauses: 44

Clauses reduces $\frac{60-44}{60} = 26.67\%$

Number of literals: 100

Literals reduces $\frac{140-100}{140} = 28.57\%$

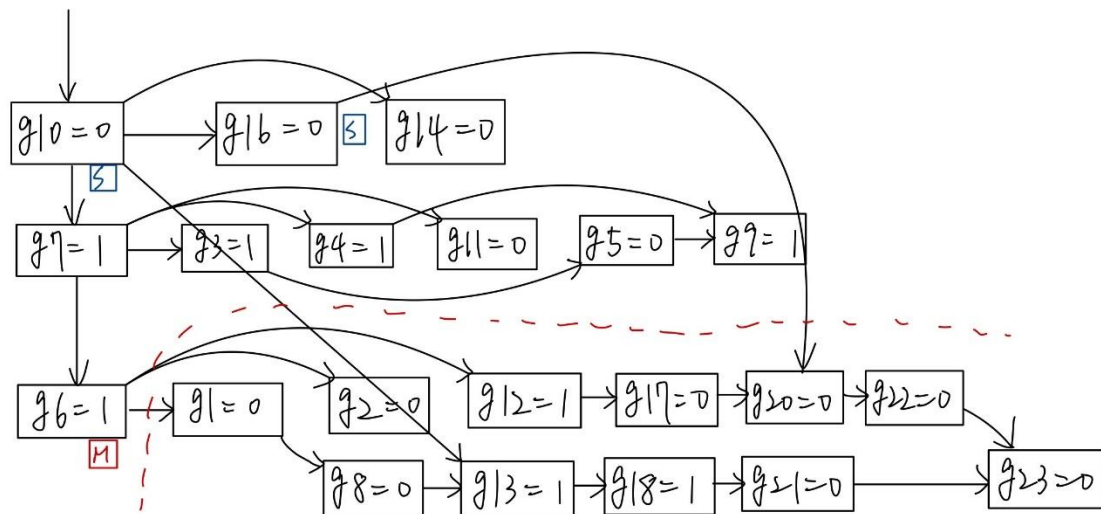
(d)

g1: (2, 5)
g2: (2, 3)
g3: (2, 3)
g4: (3, 2)
g5: (1, 1)
g6: (4, 3)
g7: (4, 3)
g8: (2, 1)
g9: (1, 1)
g10: (4, 4)
g11: (4, 2)
g12: (3, 2)
g13: (1, 1)
g14: (3, 1)
g15: (3, 1)
g16: (3, 2)
g17: (3, 2)
g18: (1, 2)
g19: (1, 1)
g20: (2, 3)
g21: (2, 1)
g22: (2, 1)
g23: (1, 1)

(e)

1. $g_{10} = 0$
2. $g_7 = 1$
3. $g_6 = 1$
4. $g_1 = 0$
5. $g_{11} = 1$
6. $g_{20} = 0$
7. $g_{17} = 1$

(f)

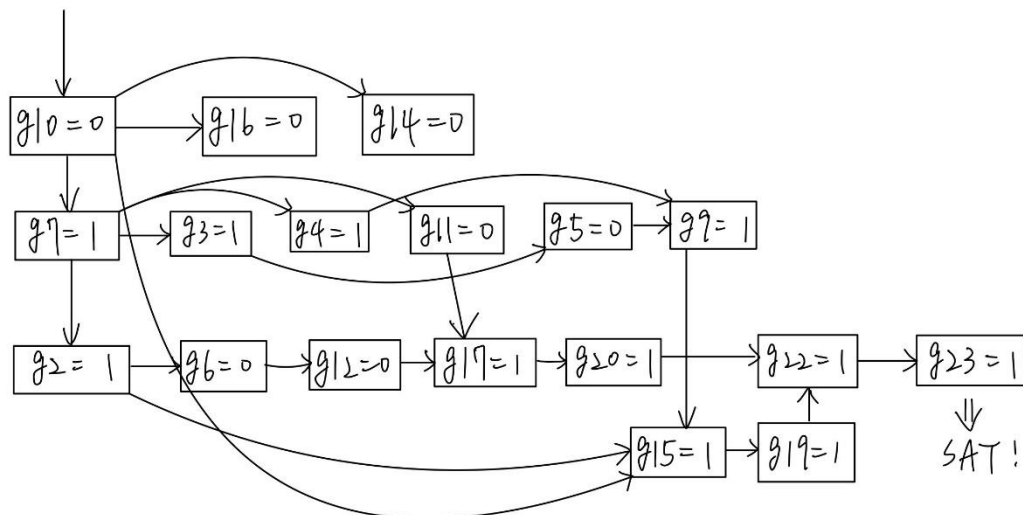


----- First VIP cut

Conflicts source: $\{(g6=1), (g10=0)\}$

Create an AND gate with $p = \text{AND}(\sim g6, g10, g23)$

(g)



For PI assignment $(g1, g2, g3, g4) = (0, 1, 1, 1)$, $p(g23)=1$ will be satisfied.