A 答案

一.1D, 2B, 3B, 4A, 5D, 6D, 7B，8C, 9D, 10A

二. 0;　　1/5;　　$\frac{n-1}{n+1}, \frac{2}{9}n.$

三. 解:假设事件A为检测结果为阴性,事件B为此人被感染,则$P(B)=0.1$, $P(A|B)=0.2$,

$P(A|\overline{B})=1-0.00001=0.99999.$

(1) 由全概率公式

$$P(A)=P(B)P(A|B)+\left(1-P(B)\right)P(A|\overline{B})$$
$$=0.1\times0.2+0.9\times0.9999=0.91991.$$

(2)由贝叶斯公式

$$P(\overline{B}|A)=\frac{0.9\times0.9999}{0.91991}\approx0.978.$$

(3)由贝叶斯公式

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0.91991=0.08009$$
$$P(B|\overline{A})=\frac{0.8\times0.1}{0.08009}\approx0.9989.$$

四.(1)$f(x,y)=\begin{cases}1, & 0\le x\le1,\ -2x+1\le y\le1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_{-2x+1}^{1}dy=2x, & 0\le x\le1\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$,

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_{(1-y)/2}^{1}dx=(1+y)/2, & -1\le y\le1,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$

（2）$f_{X,Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\frac{2}{1+y}, \frac{1-y}{2}\le x\le1, (-1<y\le1).$

（3）$P\left\{X>\frac{1}{2}|Y>0\right\}=\frac{P(X>\frac{1}{2},Y>0)}{P(Y>0)}=\frac{1/2}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{3}.$

（4）因为$f(x,y)\neq f_X(x)f_Y(y)$,故不独立.

$EXY=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xy\,f(x,y)dxdy=\int_0^1x\int_{1-2x}^{1}y\,dxdy=\frac{1}{6}$

$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}x\,f(x)dx=\int_0^1 2x^2\,dx=\frac{2}{3},\ \ EY=\int_{-\infty}^{+\infty}y\,f(y)dy=\int_{-1}^{1}y(\frac{1}{2}+\frac{y}{2})\,dy=\frac{1}{3}$

$EXY\neq EXEY$, 即$Cov(X,Y)\neq0$,故相关.

扫描全能王 创建

五、$P(X=0)=1/4$，$P(X=1)=3/4$，$Y\sim U(0,1)$

$$F_Z(z)=P(Y-X\le z,X=0)+P(Y-X\le z,X=1)$$

（1）
$$=\begin{cases}0 & z\le -1\\ \frac{3}{4}(z+1) & -1<z\le 0\\ \frac{3}{4}+\frac{1}{4}z & 0<z\le 1\\ 1 & \text{其他}\end{cases}$$

（2）DZ=DY+DX=1/12+3/16=13/48.

（3）Cov(Z,X)=Cov(Y,X)-DX=-DX= -3/16.

六、（1）$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)dx=\begin{cases}\int_0^z e^{-z}dx=ze^{-z},\ z>0,\\ \quad 0,\quad 其它.\end{cases}$

（2）$F_W(w)=P((X+Y)/3\le w)=P(X+Y\le 3w)=F_Z(3w)$

$$f_W(w)=F_W{}'(w)=3f_Z(3w)$$

$$=\begin{cases}9we^{-3w},\ w>0,\\ \quad 0,\quad 其它.\end{cases}$$

七（1）$\mathrm{EX}=\int_{-\infty}^{+\infty}x\,f(x)dx=\int_0^1 x\,2\theta dx+\int_1^2 x\,(1-2\theta)dx=\theta+\frac{3}{2}(1-2\theta)=\frac{3}{2}-2\theta$

令$\overline{X}$=EX$=\frac{3}{2}-2\theta$，故$\hat\theta_M=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\overline{X}$.

（2）$l=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=(2\theta)^N(1-2\theta)^{n-N}$

$$ln\,l=N\ln(2\theta)+(n-N)\ln(1-2\theta)$$

令$\frac{d}{d\theta}ln\,l=\frac{N}{\theta}-\frac{2}{1-2\theta}(n-N)=0$故 $\hat\theta_L=\frac{N}{2n}$.

（3）$E\hat\theta_M=E(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\overline{X})=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}EX=\theta$.故矩估计是无偏估计.

$E\hat\theta_L=\frac{N}{2n}\overset{=}{\cancel{\neq}}\theta$.故极大似然估计~~不~~是无偏估计.

扫描全能王 创建