

华中科技大学 2022~2023 学年第二学期

《概率论与数理统计》考试试卷（A 卷）

课程性质：（必修） 使用范围：（理工类本科 2022 级）

考试时间：2023 年 07 月 03 日（08:30~11:00） 考试方式：（闭卷 150 分钟）

题 号	一(1~10)	二(1~4)	三	四	五	六	七	总分
分 值	30	12	10	12	12	12	12	100
得 分								
阅卷教师签名								

得 分	
评阅人	

一、单项选择题(每小题 3 分，共 30 分；请用 2B 铅笔将所选答案的字母涂在答题卡相应字母且涂满涂实)

1. 设 A 与 B 为两随机事件， $P(A)=1$ ，则()
A. A 为必然事件； B. $AB=B$ ； C. $P(A-B)=P(\overline{B})$ ； D. $P(B-A)=P(B)$ ；
2. 将一枚硬币独立重复掷 2 次， $A=\{\text{第一次出现正面}\}$ ， $B=\{\text{第二次出现反面}\}$ ， $C=\{\text{最多出现一次正面}\}$ ，则()成立；
A. A 、 B 、 C 两两独立； B. A 与 BC 独立； C. B 与 AC 独立； D. C 与 AB 独立；
3. 设 $r.v.X \sim U(0,1)$ ，则()。
A. $E\left(X-\frac{1}{3}\right)^2 < \frac{1}{12}$ ； B. $E\left(X-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{13}$ ； C. $E\left(X-\frac{1}{5}\right)^2 > \frac{1}{12}$ ； D. $E\left(X-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{12}$ ；
4. 设 $r.v.X \sim E(\lambda)$ ， $r.v.Y \sim P(\lambda)$ ， $Cov(X,Y)=0$ ；则下列结论错误的是()。
A. $E(XY^2)=\lambda+1$ ； B. $E(XY)=1$ ； C. $D(\lambda X+Y)=\lambda+1$ ； D. $Cov(X,X+\lambda Y)=\frac{1}{\lambda^2}$ ；
5. 已知 $r.v.X \sim \Phi(2x+1)$ ，其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布的分布函数，则 $r.v.X \sim$ ()。
A. $N(-1,1)$ ； B. $N\left(-\frac{1}{2},2\right)$ ； C. $N\left(\frac{1}{2},2\right)$ ； D. $N\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$ ；
6. 设 $r.v.X \sim N(0,1)$ ， $r.v.Y \sim N(1,4)$ ，相关系数已知 $\rho_{XY}=1$ ；则下列正确的是()。
A. $P\{Y=-2X+1\}=1$ ； B. $P\{Y=2X+1\}=1$ ；
C. $P\{Y=-2X-1\}=1$ ； D. $P\{Y=2X-1\}=1$ ；
7. 设 $r.v.X$ 的分布函数为 $F(X)=cxI_{[0,1)}(x)+I_{[1,+\infty)}(x)$ ；若 $P\{X=1\}=0.1$ ；则下列结论正确的是()。
A. $c=\frac{1}{10}$ ； B. $X \sim U(0,1)$ ； C. $c=\frac{9}{10}$ ； D. $c=\frac{19}{10}$ ；

8. 已知二维离散型随机向量 (X,Y) 的联合概率分布列如下表：

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

则当事件 $\{X=0\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 独立时， $a+6b=(\quad)$ 。

- A. 1； B. 1.2； C. 2； D. 2.4；

9. 设 $r.v.\xi \sim U(0,10)$ ，对 ξ 做了两次独立观测，用 X 表示事件 $\{0 \leq \xi \leq 3\}$ 发生的次数， Y 表示事件 $\{2 \leq \xi \leq 8\}$ 发生的次数，则 $P\{X+Y=3\}=(\quad)$ 。

- A. 0.56； B. 0.81； C. 0.14； D. 0.30；

10. 设独立同分布的随机变量序列 $\{X_n, n \geq 1\}$ 与 $X_1 \sim \chi^2(2)$ （自由度为 2 的卡方分布），已知 $E(X)=1, D(Y)=2$ ；则 $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k^2$ 依概率收敛于()。

- A. 4； B. 8； C. 16； D. 20；

得 分	
评阅人	

二、填空题(每小题 3 分，共 12 分；必须将结果填写在答题卡相应的横线上，填写在其它地方不给分)

1. 已知 $P(A)=0.8, P(B)=0.7, P(A|B)=0.8$ ，则 $P(\overline{A} \overline{B})=$ _____；
2. 设 $r.v.X \sim E(\lambda)$ ， $r.v.Y \sim E(\lambda)$ 且相互独立，则 $P\{Y < X-3 | X > 3\}=$ _____；
3. 设二维随机向量 (X,Y) 服从区域 $D=\{(x,y) | 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$ 上的均匀分布，对 (X,Y) 的三次独立重复观察中，事件 $\{X \geq Y\}$ 出现次数为 2 的概率 $p=$ _____；
4. 随机选取两组学生各 60 人，分别在两个实验室测定某一化合物的 PH 值，假定每个人的测量的结果是一随机变量、相互独立且服从同一分布，其期望值为 5，方差为 0.3，用 $\overline{X}, \overline{Y}$ 分别表示两组测量结果的平均值，则 $P\{|\overline{X}-\overline{Y}| < 0.1\} \approx$ _____；
(结果用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 来表示即可)

得 分	
评阅人	

三、(10 分) 某箱有 10 件产品，其中有 0 件、1 件、2 件次品的概率均为 $\frac{1}{3}$ ；开箱检验时从箱中任取一件，如果该件产品的

检验结果是次品，则认为该箱产品不合格而拒收，否则就认为合格而接收；由于检验误差，正品被误判为次品的概率为 2%，次品被误判为正品的概率为 10%；(1) 求一箱产品被接收的概率 p ；(2) 检验 10 箱产品，求接收不少于 9 箱的概率。

得 分	
评阅人	

四、（12 分）（1）某小型卡车的载重量为 2 吨，水泥的袋装量 $X \sim N\left(50, 2.5^2\right)$ (单位: kg),为了以上的概率保证卡车不超载，

写出卡车能装水泥的袋数 n 满足的条件；

（2）某汽车公司生产的电动汽车充电一次可行驶的路程 $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$ （单位：千米），其中 σ 已知。甲、乙两测试组分别有放回地随机抽取了该公司生产的电动汽车 100 辆和 400 辆，统计每辆充电一次可行驶的路程，样本均值分别为 $\overline{X_1}, \overline{X_2}$ ，甲测试组得 μ 的置信水平为 95% 的置信区间 $[a, b]$ ，乙测试组得 μ 的置信水平为 99% 的置信区间 $[a, c]$ ，若 $\overline{X_1} - \overline{X_2} = 1.34$ ，求 $b - a$.（注：已知 $u_{0.025} = 1.96, u_{0.005} = 2.58$ ）

得 分	
评阅人	

五、（12 分）设二维连续型随机向量 (X, Y) 的联合概率密度函数为：

$$p(x, y) = \left(x^2 + \frac{xy}{3}\right) \cdot I_{[0,1] \cap [0,2]}(x, y), \text{ 试求:}$$

- （1）概率 $P\{X + Y \geq 1\}$ ； a ；（2）边缘概率密度函数 $p_X(x), p_Y(y)$ ；是
（3）随机变量 X 与 Y 否独立，为什么？

得 分	
评阅人	

六、（12 分）设二维随机向量 (X, Y) 的联合概率密度函数为：

$$p(x, y) = (2 - x - y) \cdot I_{[0,1] \cap [0,1]}(x, y)；$$

- （1）求 $Z = X + Y$ 的概率密度函数；
（2）求 $Cov(X, Y)$ ；

得 分	
评阅人	

七、（12 分）设总体 (X, Y) 服从区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq x, y \leq \theta\}$ 上的均匀分布，其中 $\theta > 0$ 为总体未知参数， $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \cdots, (X_n, Y_n)$ 是来自总体 (X, Y) *i.i.d* 样本，

- （1）根据 X_1, X_2, \cdots, X_n ，求参数 θ 的矩估计量 θ_M ；
（2）根据 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \cdots, (X_n, Y_n)$ ，求参数 θ 的极大似然估计量 θ_L ；
（3） θ_M 与 θ_L 是否为总体参数 θ 的无偏估计。