# 第7章

# 电感、电容及动态电路

7.1 广义函数 Singularity Functions

7.2 电容 Capacitor

7.3 电感 Inductor

7.4 动态电路的暂态分析概述

# 7.1 广义函数Singularity Functions

- Unit step function ——单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$
- Unit pulse function ——单位脉冲函数 $p(t)$
- Unit impulse function ——单位冲激函数 $\delta(t)$

问题的引出

$$f_1(t) = \begin{cases} A\cos\omega t & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

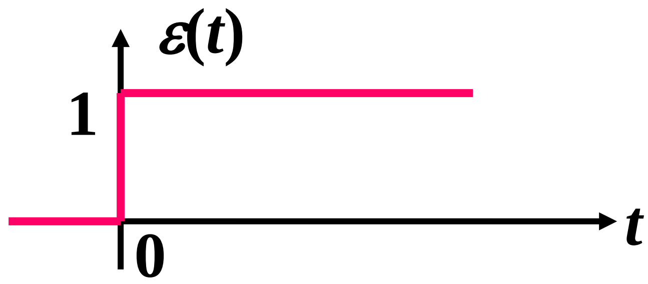
分段函数：数学上不便处理

借助单位阶跃函数和单位冲激函数，可以把分段函数写为单个表达式的广义函数。

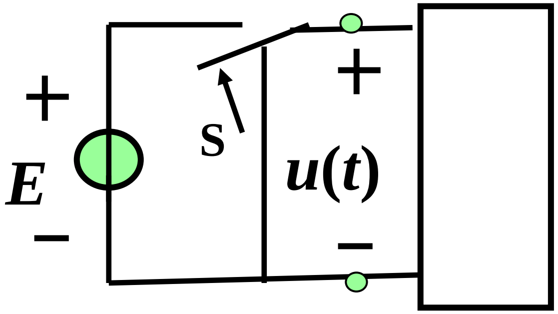
# 1. 单位阶跃函数

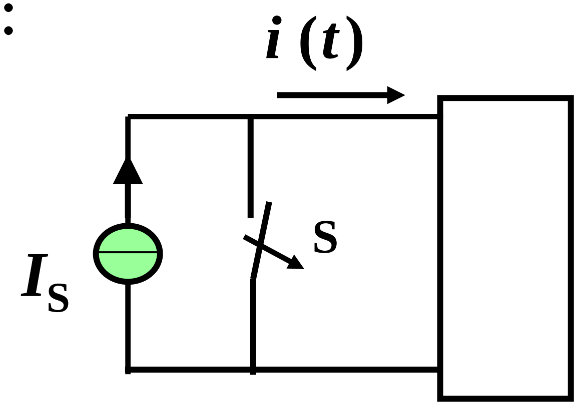
## 定义

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t>0)\end{cases}$$




用 $\varepsilon(t)$ 来描述开关的动作：

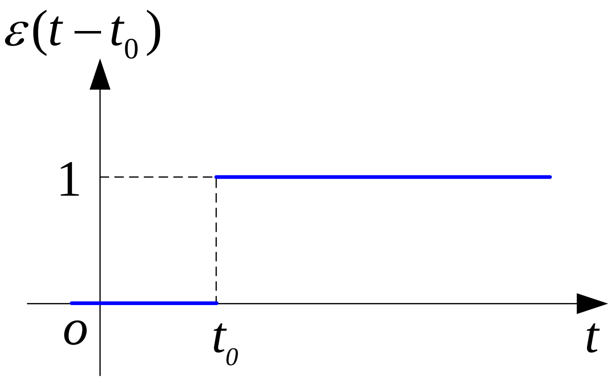



$t=0$ 合S $\quad u(t)=E\,\varepsilon(t)$

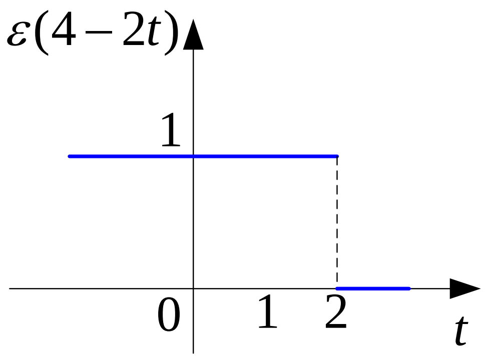
$t=0$ 拉闸 $\quad i(t)=I_S\varepsilon(t)$

## 单位阶跃函数的延迟




$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & (t<t_0)\\ 1 & (t>t_0)\end{cases}$$

## 单位阶跃函数的反转

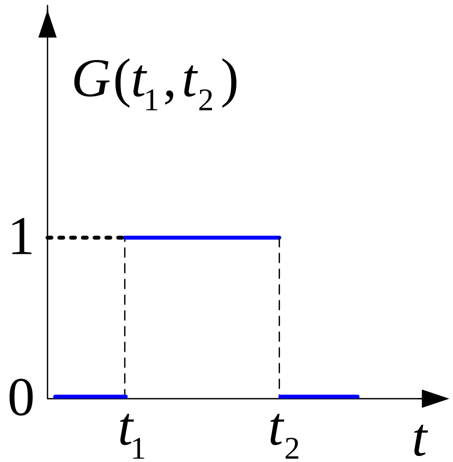


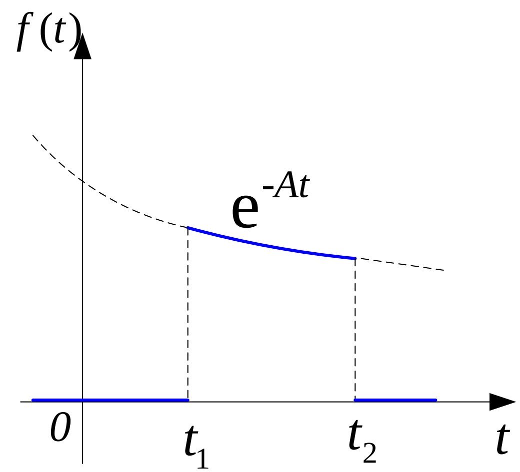

$$\varepsilon(4-2t)=\begin{cases}1 & (t<2)\\ 0 & (t>2)\end{cases}$$

## 单位阶跃函数的应用——表达波形

$$f_1(t)=\begin{cases}A\cos\omega t & t>0\\ 0 & t<0\end{cases} \longrightarrow f_1(t)=A\cos(\omega t)\varepsilon(t)$$

# 闸门函数（Gate function）

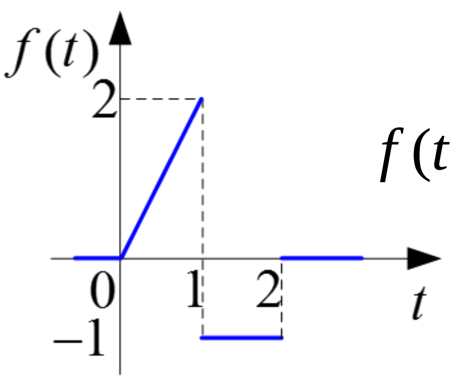



$$G(t_1,t_2)=\varepsilon(t-t_1)-\varepsilon(t-t_2)$$

$$=\varepsilon(t-t_1)\times\varepsilon(t_2-t)$$

$$f(t)=G(t_1,t_2)e^{-At}=e^{-At}[\varepsilon(t-t_1)-\varepsilon(t-t_2)]$$




$$f(t)=2tG(0,1)-G(1,2)$$

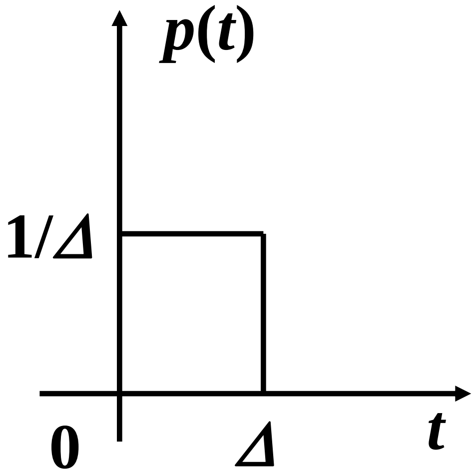
$$=2t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]-[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$$

$$=2t\varepsilon(t)-(2t+1)\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-2)$$

$$\boxed{f(t)=\sum_{k=1}^{n}\phi_k(t)\varepsilon(t-t_k)}$$

## 2. 单位冲击函数

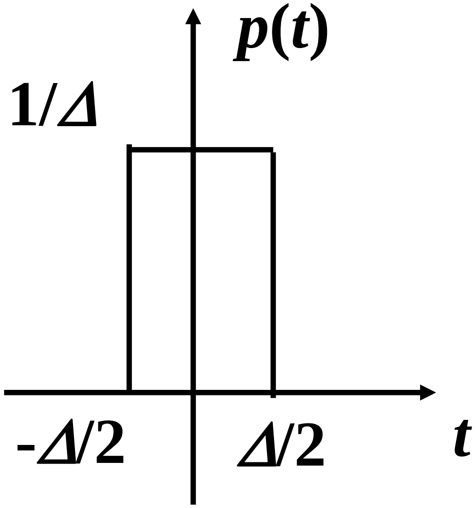
单位脉冲函数$p(t)$




$$p(t)=\frac{1}{\Delta}[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\Delta)]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(t)\mathrm{d}t=1$$

## 单位冲激函数 $\delta(t)$




$$p(t)=\frac{1}{\Delta}[\varepsilon(t+\frac{\Delta}{2})-\varepsilon(t-\frac{\Delta}{2})]$$

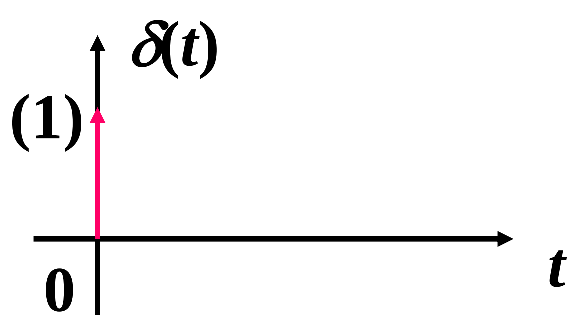
$$\Delta \to 0,\quad \frac{1}{\Delta}\to\infty$$

$$\lim_{\Delta\to 0} p(t)=\delta(t)$$

**定义：**

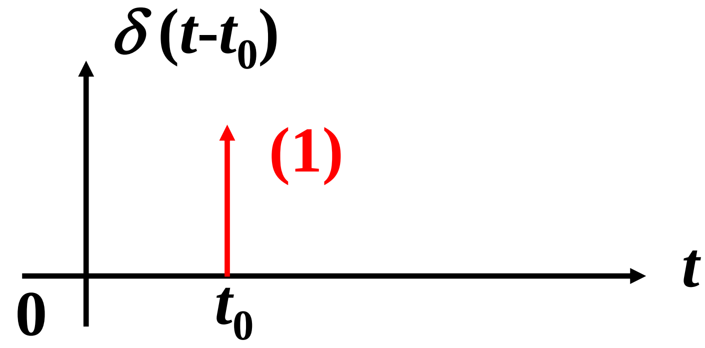
$$\delta(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 0 & (t>0)\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$$

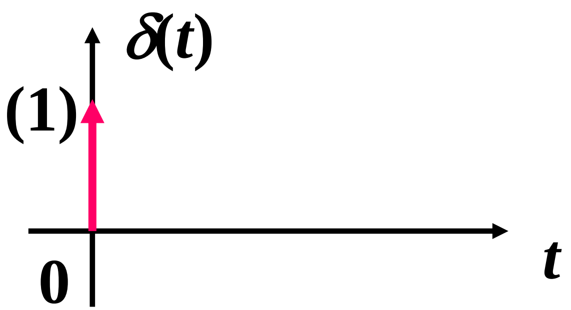


## 单位冲激函数的延迟 $\delta(t-t_0)$

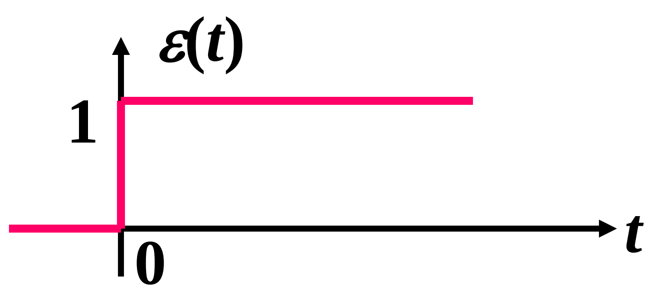
$$\begin{cases} \delta(t-t_0)=0 \quad (t\neq t_0) \\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1 \end{cases}$$




## $\delta(t)$与$\varepsilon(t)$的关系




$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(t)\mathrm{d}t$$




$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\varepsilon(t)$$

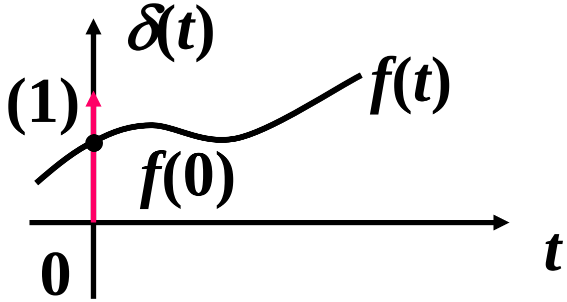
## $\delta$ 函数的筛分性（sampling property）

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)$$

$f(0)\delta(t)$

同理有：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0)$$




例

$$\int_{-\infty}^{\infty}(\sin t + t)\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t$$

$$= \sin\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{6}=1.02$$

# 广义函数的微分与积分

$$f(t)=\sum_{k=1}^{n}\phi_k(t)\varepsilon(t-t_k)$$

微分：

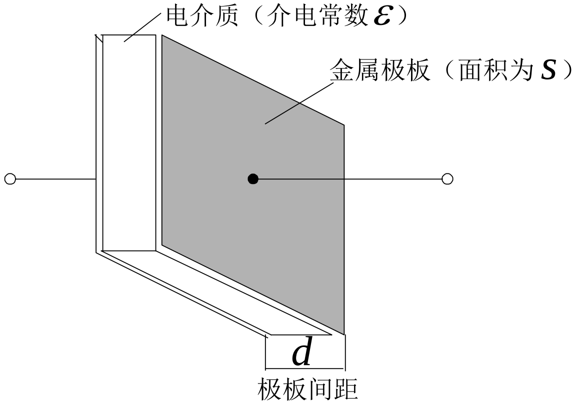
$$\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dt}}=\sum_{k=1}^{n}(\phi_k^{'}(t)\varepsilon(t-t_k)+\phi_k(t)\varepsilon^{'}(t-t_k))=\sum_{k=1}^{n}(\phi_k^{'}(t)\varepsilon(t-t_k)+\phi_k(t)\delta(t-t_k))$$

积分：

$$\int_{-\infty}^{t}f(t)dt=\sum_{k=1}^{n}\int_{-\infty}^{t}\phi_k(t)\varepsilon(t-t_k)dt=\sum_{k=1}^{n}[\int_{t_k}^{t}\phi_k(t)dt]\varepsilon(t-t_k)$$

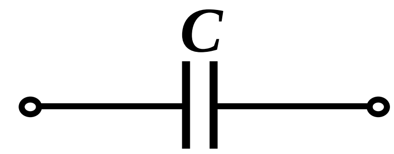
# 7.2 电容元件 (*capacitor*)

**电容器**

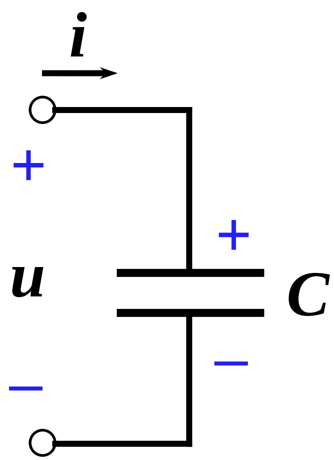



**线性非时变电容元件**

**电路符号**




## 1. 元件特性




描述电容的两个基本变量：$u, q$

对于线性电容，有：$q = Cu$

$$C \overset{\text{def}}{=} \frac{q}{u}$$

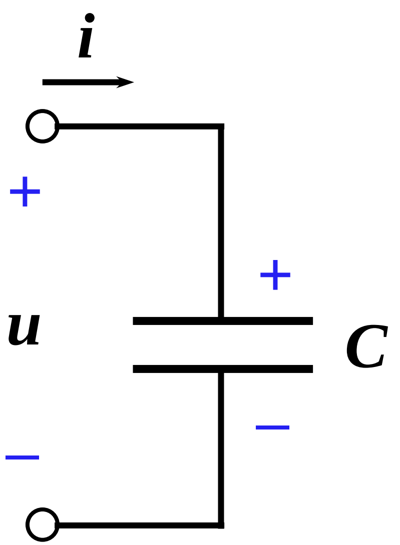
电容 $C$ 的单位：法[拉]，

符号：F (Farad)

常用μF，pF等表示。

**电容以电场形式存储能量**

## 2. 线性电容的电压、电流关系




$$\boxed{i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}$$

$$u(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,\mathrm{d}\tau = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i\,\mathrm{d}\tau + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau$$

$$\boxed{u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau}$$

$$q(t) = q(t_0) + \int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau$$

## 电容的电压-电流关系小结：

（1） $i$的大小与$u$的变化率成正比，与$u$的大小无关；

$$\boldsymbol{i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}$$

**(2) 当 $u$ 为常数(直流)时，d$u$/d$t$ =0 → $i$=0。电容在直流电路中相当于开路，电容有隔直作用；**

(3) 电容元件是一种记忆元件

$$\boldsymbol{u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,\mathrm{d}\tau}$$

(4) 电压连续性

$$u(t) = u(t_{0-}) + \frac{1}{C}\int_{t_{0-}}^{t} i(t)\mathrm{d}t \quad \xrightarrow{i(t_0)\neq\infty} \quad u(t_{0-}) = u(t_{0+})$$

**(5) 表达式前的正、负号与$u$，$i$ 的参考方向有关。当$u$，$i$为关联方向时，$i$= $C$ d$u$/d$t$；**

**$u$，$i$为非关联方向时，$i$= –$C$ d$u$/d$t$ 。**

## 3. 电容的储能

$$p_{吸} = ui = u \cdot C \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$W_C = \int_{-\infty}^{t} Cu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau} \mathrm{d}\tau = \frac{1}{2} Cu^2 \Big|_{u(-\infty)}^{u(t)} = \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(-\infty)$$

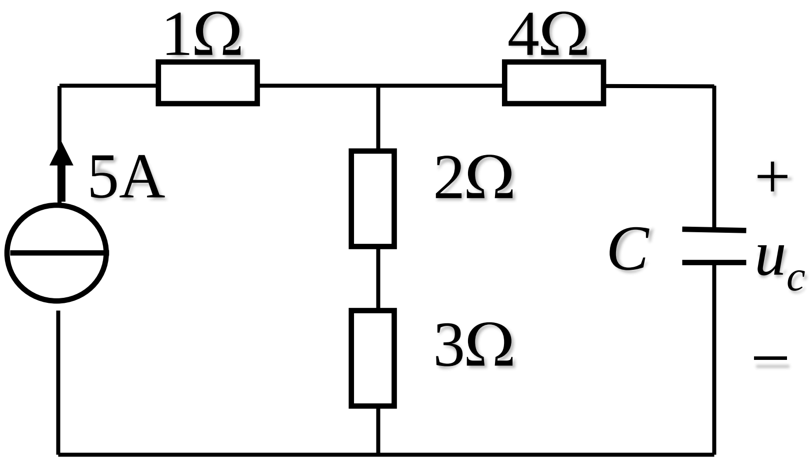
$$\overset{若u(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2} Cu^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \geq 0$$

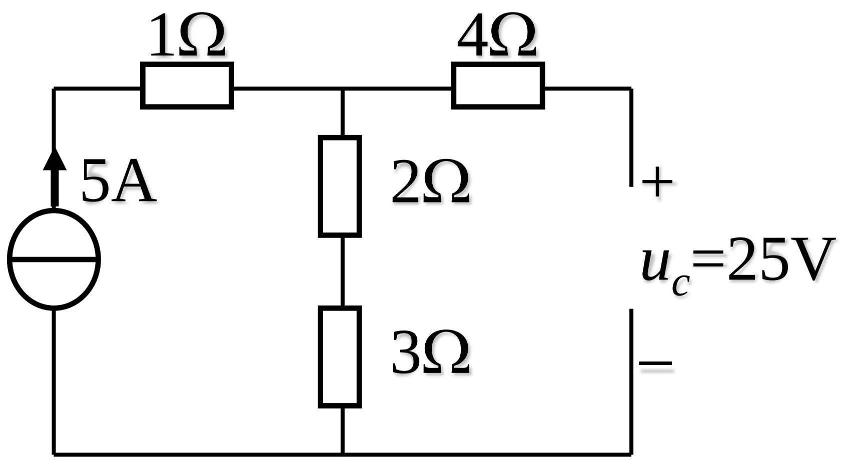
从$t_0$到 $t$ 电容储能的变化量：

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2(t) - \frac{1}{2} Cu^2(t_0)$$

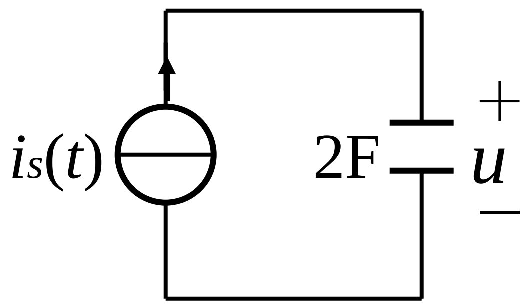
## Practice

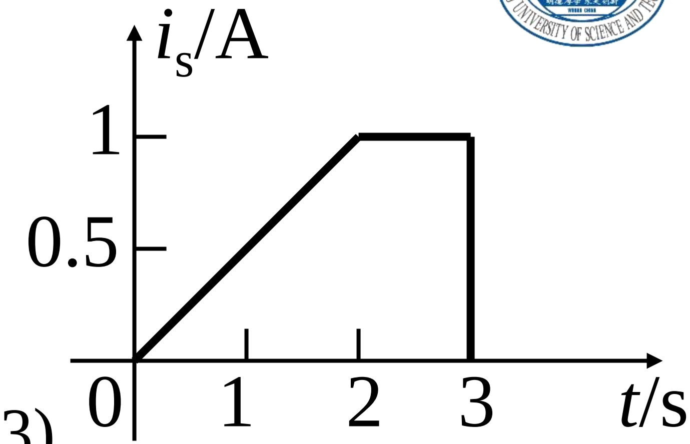
Find the voltage of the capacitor.



**Practice** Find the voltage of the capacitor. $u_C(0_-) = 0$。



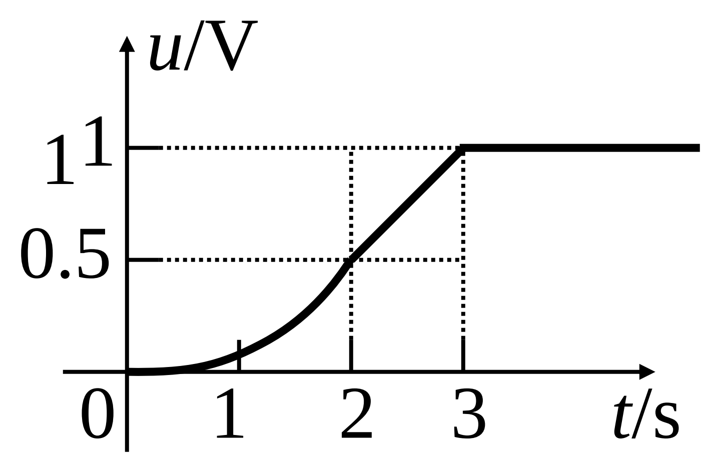




$$i_s(t) = 0.5t\varepsilon(t) + (1-0.5t)\varepsilon(t-2) - \varepsilon(t-3)$$

$$u(t) = u(0\_) + \frac{1}{2}\int_{0-}^{t} i_s dt$$

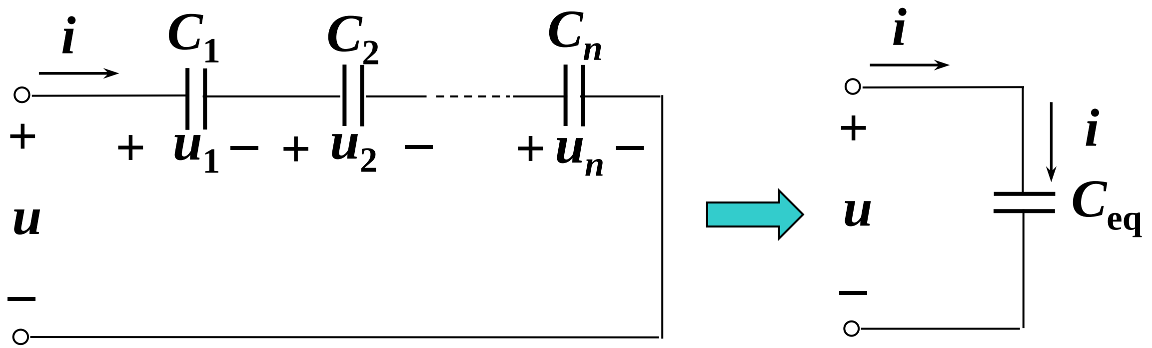
$$= \frac{1}{8}t^2\varepsilon(t) - \frac{1}{2}(\frac{1}{4}t^2 - t + 1)\varepsilon(t-2) - \frac{1}{2}(t-3)\varepsilon(t-3)$$

$$u(t) = \begin{cases} 0\ ; & (\infty < t \le 0) \\ \frac{1}{8}t^2; & (0 < t \le 2) \\ \frac{1}{2}(t-1); & (2 < t \le 3) \\ 1; & (t > 3) \end{cases}$$



# 4. 电容的串并联

## (1) 电容的串联




n个电容串联　　　　等效电容

由KVL，有 $u(t)=u_1(t)+u_2(t)+\cdots+u_n(t)$

代入各电容的电压、电流关系式，得

$$u(t)=\frac{1}{C_1}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau+u_1(0)+\frac{1}{C_2}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau+u_2(0)+\cdots+\frac{1}{C_n}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau+u_n(0)$$

$$=(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n})\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau+\sum_{k=1}^{n}u_k(0)$$

$$=\frac{1}{C_{\mathrm{eq}}}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau+u(0)$$

等效电容与各电容的关系式为

$$\frac{1}{C_{\mathrm{eq}}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}$$

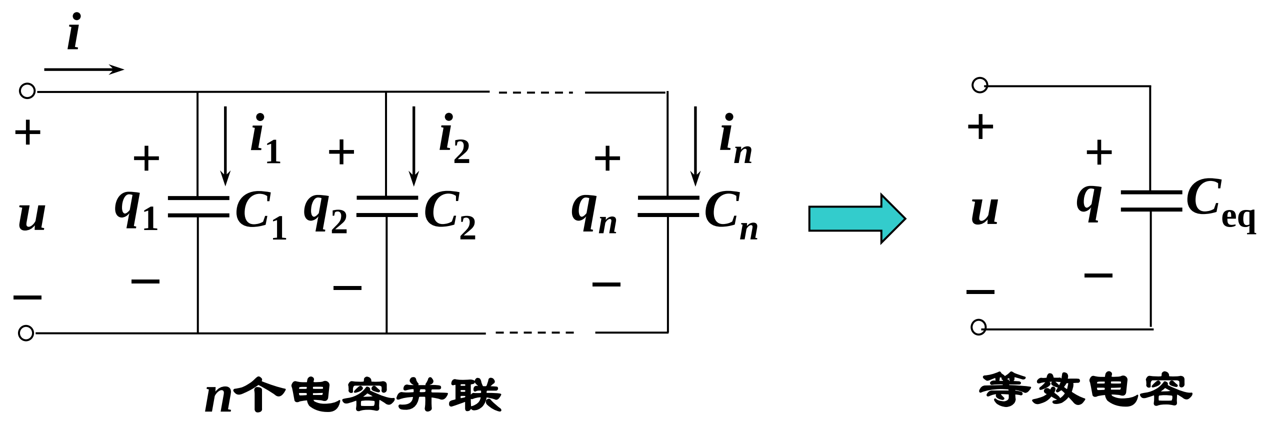
$$u(0)=\sum_{k=1}^{n}u_k(0)$$

结论：$n$个串联电容的等效电容值的倒数等于各电容值的倒数之和。

当两个电容串联（$n$=2）时，等效电容值为

$$C_{\mathrm{eq}}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

## （2）电容的并联




由KCL，有 $i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$

代入各电容的电压、电流关系式，得

$$i(t) = C_1 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + C_2 \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \cdots + C_n \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$= (C_1 + C_2 + \cdots + C_n) \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$= C_{eq} \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

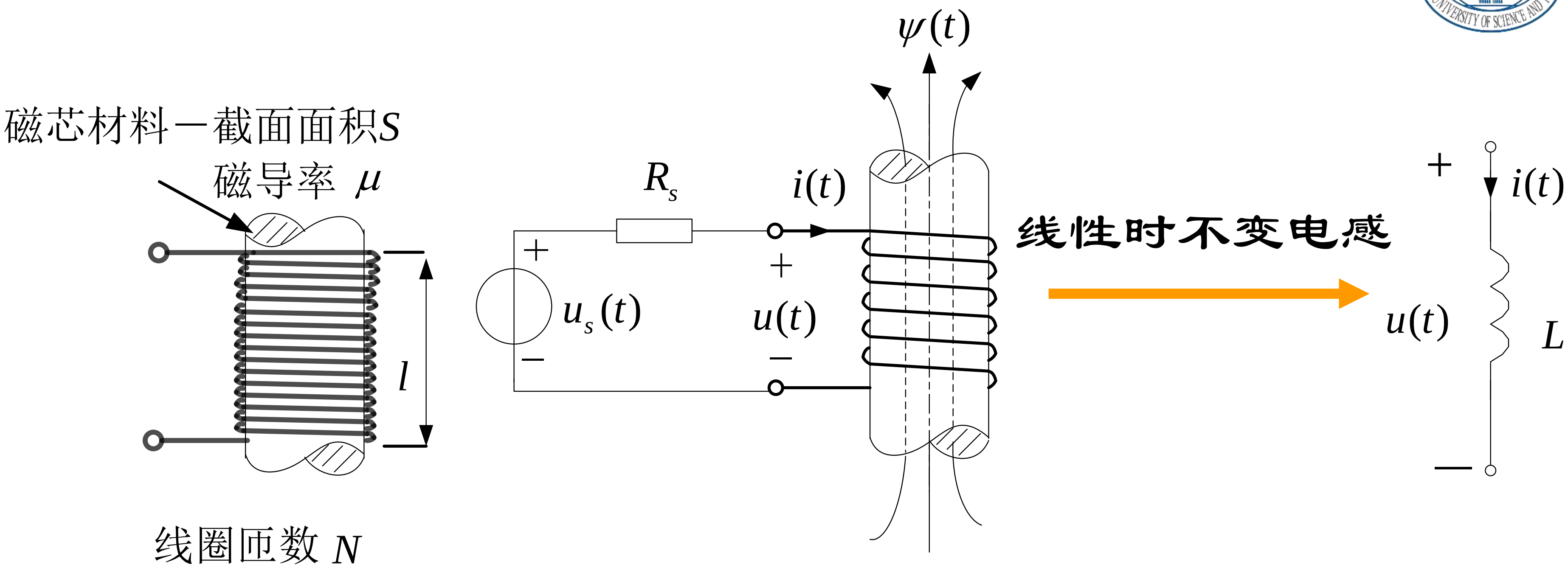
等效电容与各电容的关系式为

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

$$= \sum_{k=1}^{n} C_k$$

结论：$n$个并联电容的等效电容值等于各电容值之和。

# 7.3 电感




**1.线性时不变电感元件**

**电感以磁场形式存储能量。**

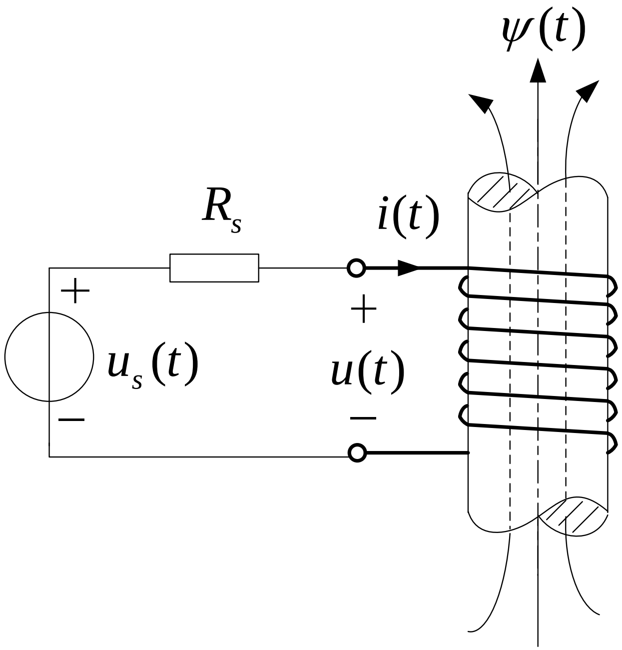
$$L \overset{\text{def}}{=} \frac{\Psi}{i}$$

$\Psi = N\,\Phi$ 为电感线圈的磁链

$L$ 称为自感系数 inductance

$L$ 的单位名称：亨[利] 符号：H (Henry)

## 2.线性电感电压、电流关系：




由电磁感应定律与楞次定律

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

如何判断u(t)方向？

$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u\mathrm{d}\tau = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0} u\mathrm{d}\tau + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u\mathrm{d}\tau = i(0) + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u\mathrm{d}\tau$$

$$\boxed{i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_{0}^{t} u\mathrm{d}\tau}$$

$$\Psi = \Psi(0) + \int_{0}^{t} u\mathrm{d}\tau$$

# 电感的电压-电流关系小结：

(1) $u$的大小与 $i$ 的变化率成正比，与 $i$ 的大小无关；

(2) 当 $i$ 为常数(直流)时，$\mathrm{d}i / \mathrm{d}t = 0 \rightarrow u = 0$,

电感在直流电路中相当于短路；

(3) 电感元件是一种记忆元件；

(4) 电流连续性

$$i(t) = i(t_{0-}) + \frac{1}{L}\int_{t_{0-}}^{t} u(t)\mathrm{d}t \xrightarrow{u(t_0) \neq \infty} i(t_{0-}) = i(t_{0+})$$

(5) 当 $u$，$i$ 为关联方向时，$u = L\,\mathrm{d}i / \mathrm{d}t$；

$u$，$i$ 为非关联方向时，$u = -L\,\mathrm{d}i / \mathrm{d}t$ 。

## 3. 电感的储能

$$p_{吸} = ui = i\ L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

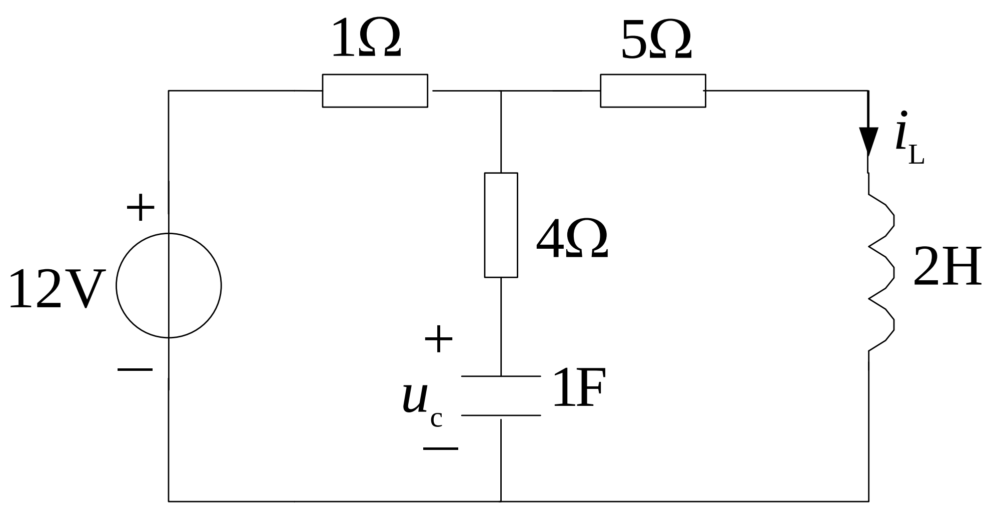
$$W_{吸} = \int_{-\infty}^{t} Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}Li^2\Big|_{i(-\infty)}^{i(t)} = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(-\infty)$$

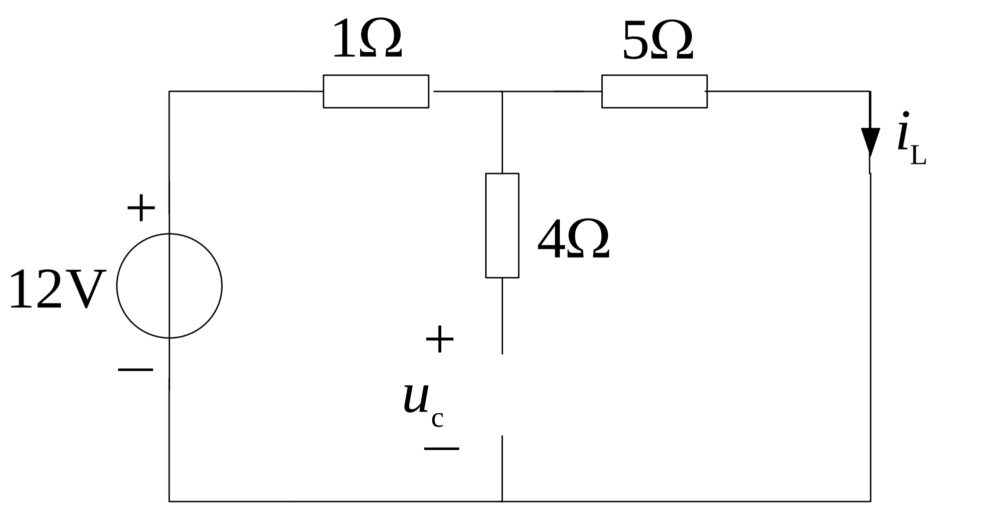
$$\overset{若 i(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2L}\Psi^2(t) \geq 0$$

**从 $t_0$ 到 $t$ 电感储能的变化量：**

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(t_0)$$

**Practice** Find the voltage of the capacitor and the current of the inductor.



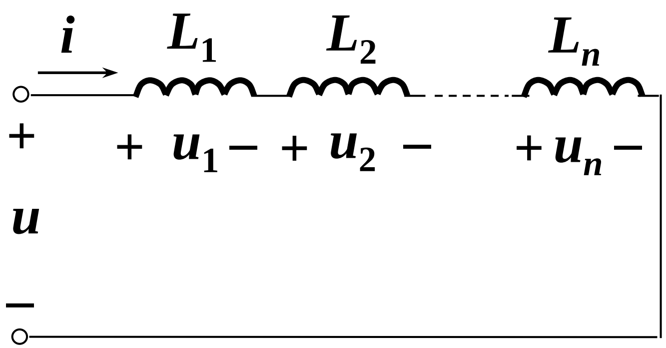




$$i_L = \frac{12}{1+5} = 2\text{A}$$

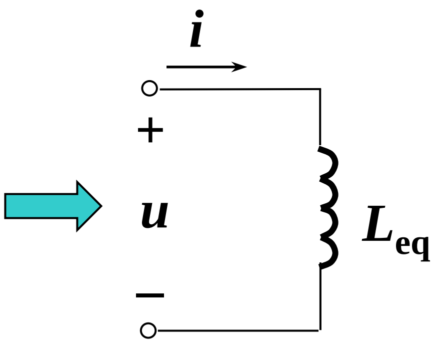
$$u_c = \frac{5}{1+5} \times 12 = 10\text{V}$$

## 4. 电感的串并联

### （1）电感的串联




$n$个电感串联




等效电感

根据KVL和电感的电压电流的关系，有

$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

$$= L_1 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \cdots + L_n \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$= (L_1 + L_2 + \cdots + L_n)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

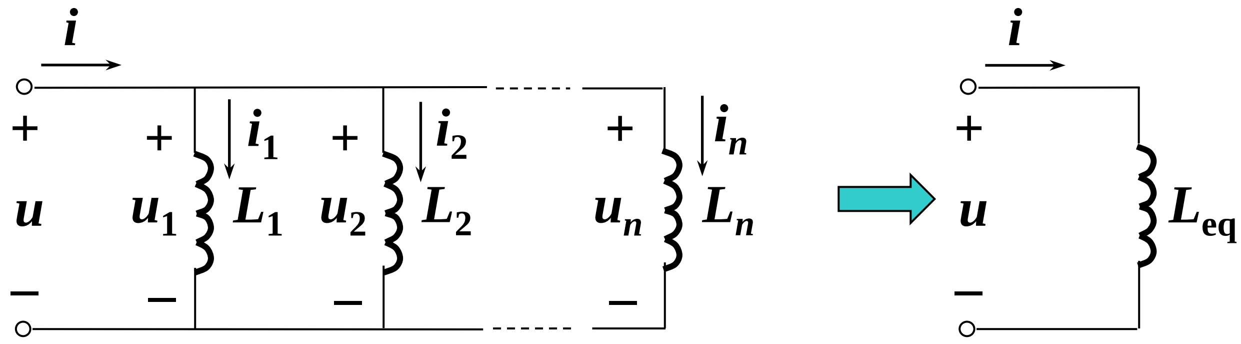
$$= L_{\mathrm{eq}} \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

等效电感与各电感的关系式为

$$L_{\mathrm{eq}} = L_1 + L_2 + \cdots + L_n$$

结论：$n$个串联电感的等效电感值等于各电感值之和。

## (2) 电感的并联




*n*个电感并联　　　　等效电感

根据KCL及电感的电压与电流的关系式，有

$$i(t)=i_1(t)+i_2(t)+\cdots+i_n(t)$$

$$=\frac{1}{L_1}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau+i_1(0)+\frac{1}{L_2}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau+i_2(0)+\cdots+\frac{1}{L_n}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau+i_n(0)$$

$$=(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\cdots+\frac{1}{L_n})\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau+i_1(0)+i_2(0)+\cdots+i_n(0)$$

$$=\frac{1}{L_{eq}}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau+i(0)$$

**等效电感与各电感的关系式为**

$$\frac{1}{L_{\mathrm{eq}}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\cdots+\frac{1}{L_n}$$

$$i(0)=\sum_{k=1}^{n} i_k(0)$$

结论：$n$个并联电感的等效电感值 的倒数等于各电感值倒数之和。

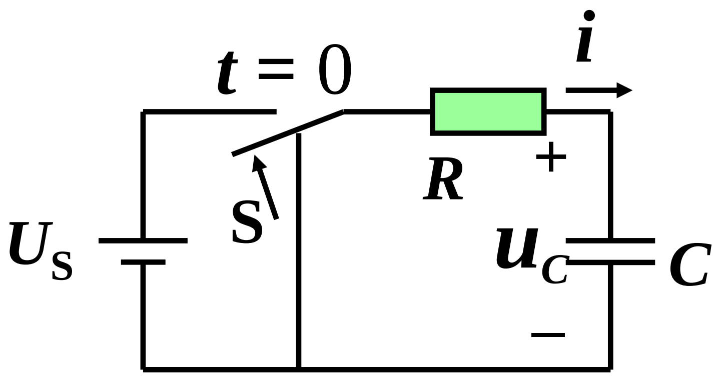
当两个电感并联（$n$=2）时，等效电感值为

$$L_{\mathrm{eq}}=\frac{L_1 L_2}{L_1+L_2}$$

## 1. 什么是电路的过渡过程

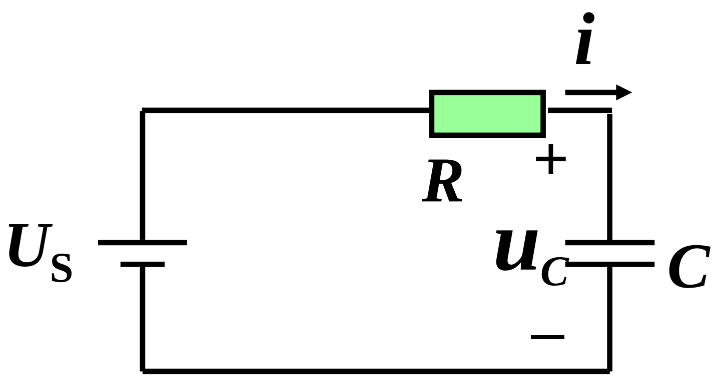
稳态分析

稳定状态



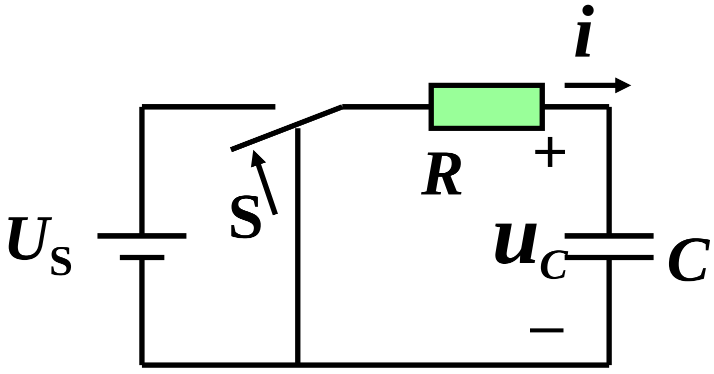

S未动作前

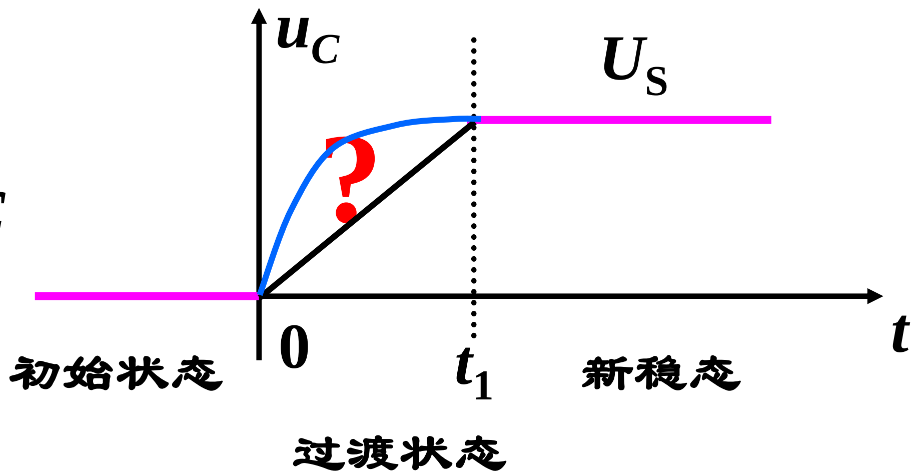
$i = 0$ ， $u_C = 0$




S接通电源后很长时间

$i = 0$ ， $u_C = U_S$




过渡过程：电路由一个稳态过渡到另一个稳态需要经历的过程。

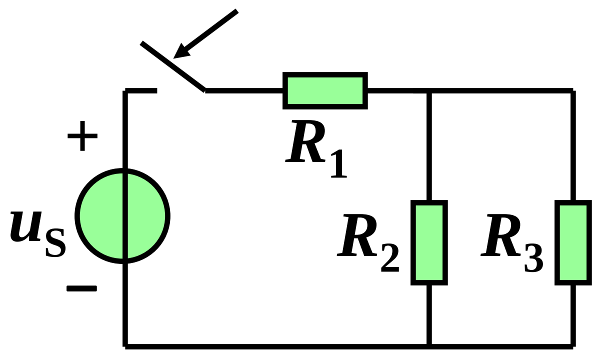
过渡状态（瞬态、暂态）

## 2. 过渡过程产生的原因

### (1) 电路内部含有储能元件

能量的储存和释放都需要一定的时间来完成。

$$p = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$




无过渡态！

### (2) 电路结构发生变化

$$\underbrace{\text{支路接入或断开；参数变化}}_{\text{换路}}$$

## 3. 稳态分析和暂态分析的区别

| 稳　态 | 暂　态 |
| --- | --- |
| 换路前或发生很长时间后 | 换路刚刚发生 |
| $i_L$、 $u_C$ 不变 | $i_L$、 $u_C$ 随时间变化 |
| 代数方程组描述电路 | 微分方程组描述电路 |

## 含电感、电容电路的微分方程

依据：KCL、KVL和元件约束。

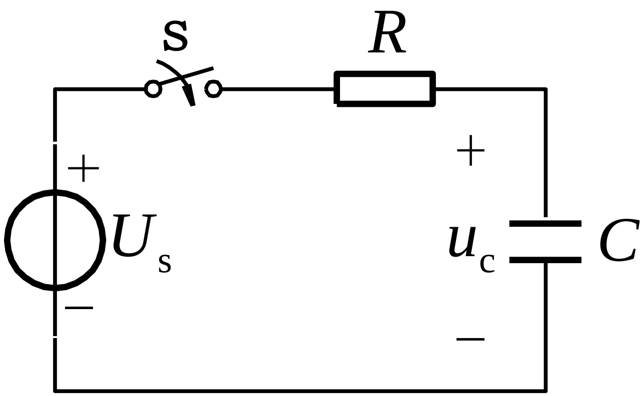
$$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L \mathrm{d}t + i_L(t_0)$$

$$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

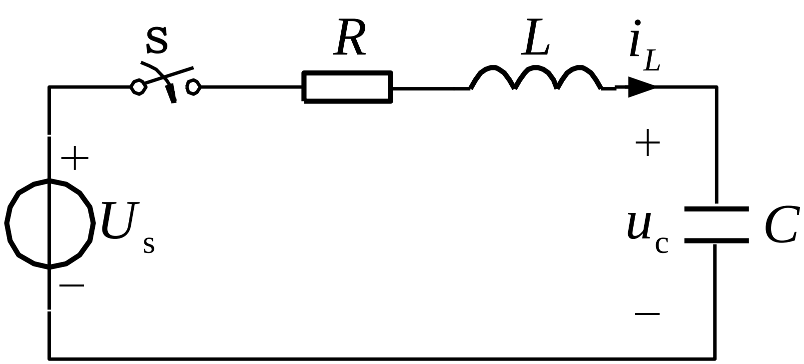
$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C \mathrm{d}t + u_C(t_0)$$

## 含电感、电容电路的微分方程




$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_s \qquad t>0$$

**一阶微分方程 → 一阶电路**

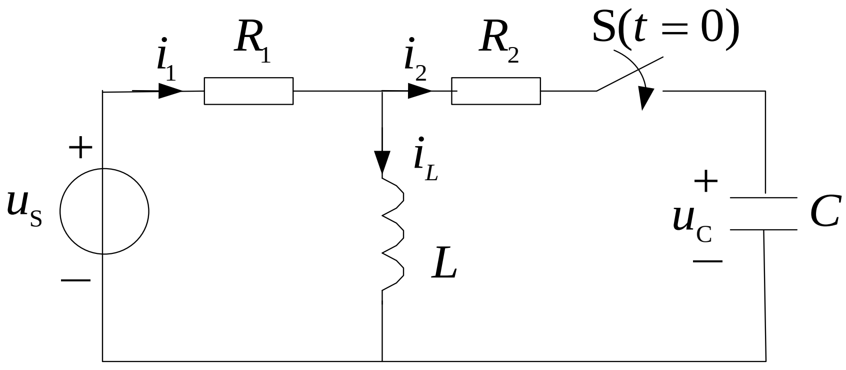



$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right)+u_C=U_s \qquad t>0$$

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_s$$

**二阶微分方程 → 二阶电路**

# Practice 列写微分方程




KVL 、KCL:

$$u_\mathrm{s} = R_1\left(i_L + C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right) + \boxed{L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}}$$

$$\boxed{L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}} = R_2C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$$

$$u_\mathrm{s} = R_1\left(i_L + C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right) + R_2C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = R_1 i_L + (R_1+R_2)C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$$

$$\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{s}}{\mathrm{d}t} = R_1\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + (R_1+R_2)C\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{s}}{\mathrm{d}t} = \frac{R_1}{L}\left(R_2C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C\right) + (R_1+R_2)C\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

$$(R_1+R_2)C\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{R_1R_2C}{L}+1\right)\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{R_1}{L}u_C = \frac{\mathrm{d}u_\mathrm{s}}{\mathrm{d}t}$$

n阶线性时不变动态电路的微分方程：

激励 $f(t)$ 响应 $y(t)$

$$\frac{\mathrm{d}^n y(t)}{\mathrm{d}t^n}+a_1\frac{\mathrm{d}^{n-1} y(t)}{\mathrm{d}t^{n-1}}+\dots a_{n-1}\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+a_n y(t)=f(t)$$

求解常系数线性微分方程！

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_1\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\ldots a_{n-1}\frac{dy(t)}{dt}+a_n y(t)=f(t)$$

解的形式： $y(t)=y_h(t) \quad + \quad y_p(t)$

$\downarrow$ 齐次方程通解 $\downarrow$

$$y_h(t)=\sum_{a=1}^{n}k_a e^{s_a t}$$

$\downarrow$ 非齐次方程特解 $\downarrow$

t→∞稳态解

$$n=1: \quad y_h(t)=k_1 e^{s_1 t}$$

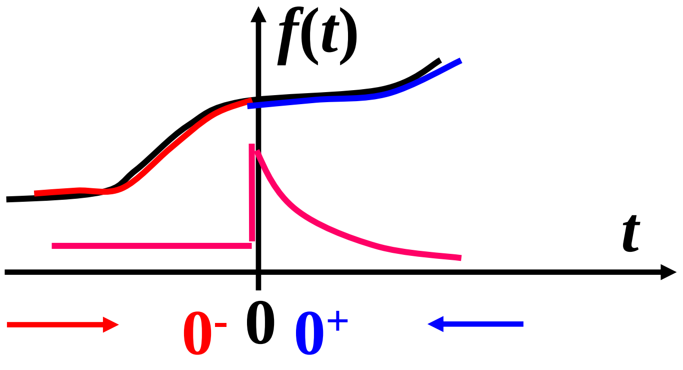
$$n=2: \quad y_h(t)=k_1 e^{s_1 t}+k_2 e^{s_2 t}$$

系数k的确定：初始条件

$$y(0_+),\ \frac{dy}{dt}\Big|_{0+},\ \frac{d^2y}{dt^2}\Big|_{0+},\ \ldots\ldots,\ \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}\Big|_{0+}$$

## 4. 求解动态电路

### 一、$t = 0^+$与$t = 0^-$的概念




换路在 $t$=0时刻进行

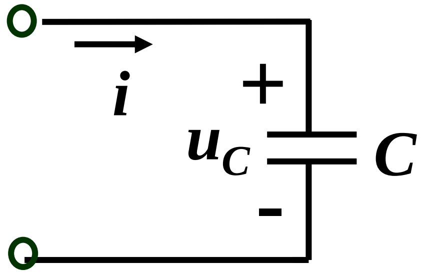
$0^-$ $t = 0$ 的前一瞬间

$0^+$ $t = 0$ 的后一瞬间

$$f(0^-) = \lim_{\substack{t \to 0 \\ t < 0}} f(t) \qquad f(0^+) = \lim_{\substack{t \to 0 \\ t > 0}} f(t)$$

初始条件就是 $t = 0^+$时$u$，$i$ 及其各阶导数的值。

## 二、换路规律




$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$
$$=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0^-} i(\xi)\mathrm{d}\xi+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$
$$=u_C(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$q=C\,u_C$

$$q(t)=q(0^-)+\int_{0^-}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

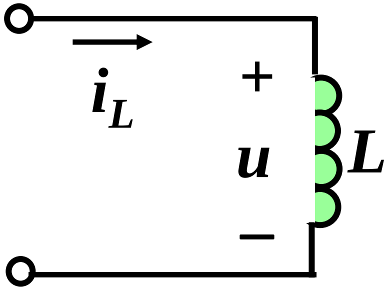
$t=0^+$时刻

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$
$$q(0^+)=q(0^-)+\int_{0^-}^{0^+} i(\xi)\mathrm{d}\xi$$

当$i(\xi)$为有限值时

$$\int_{0^-}^{0^+} i(\xi)\mathrm{d}\xi=0$$

$$\boxed{u_C(0^+)=u_C(0^-)\qquad q(0^+)=q(0^-)}$$




$$u = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \qquad i_L = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

$$i_L = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0^-} u(\xi)\mathrm{d}\xi + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{t} u(\xi))\mathrm{d}\xi$$

$$= i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{t} u(\xi)d\xi$$

$$\Psi = Li_L \qquad \Psi = \Psi(0^-) + \int_{0^-}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi$$

当$u$为有限值时 $\qquad i_L(0^+) = i_L(0^-)$

$$\Psi_L(0^+) = \Psi_L(0^-)$$

核心奥义： 突变 or 不突变？ → 物理量需是有限！

## 换路规律

$$\begin{cases} q_c(0_+) = q_c(0_-) \\ u_C(0_+) = u_C(0_-) \end{cases}$$

换路瞬间，若电容电流保持为有限值，则电容电压（电荷）换路前后保持不变。

$$\begin{cases} \psi_L(0_+) = \psi_L(0_-) \\ i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{cases}$$

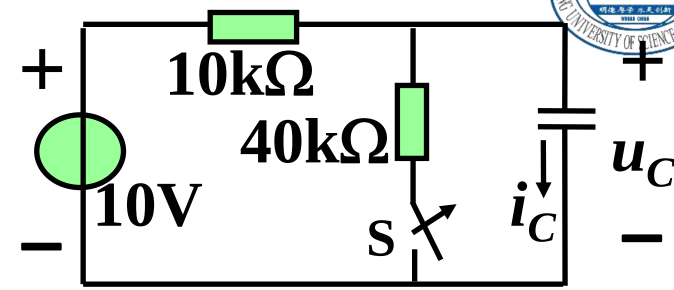
换路瞬间，若电感电压保持为有限值，则电感电流（磁链）换路前后保持不变。

注意 ①电容电流和电感电压为有限值是换路规律成立的条件。

②换路规律反映了能量不能跃变。

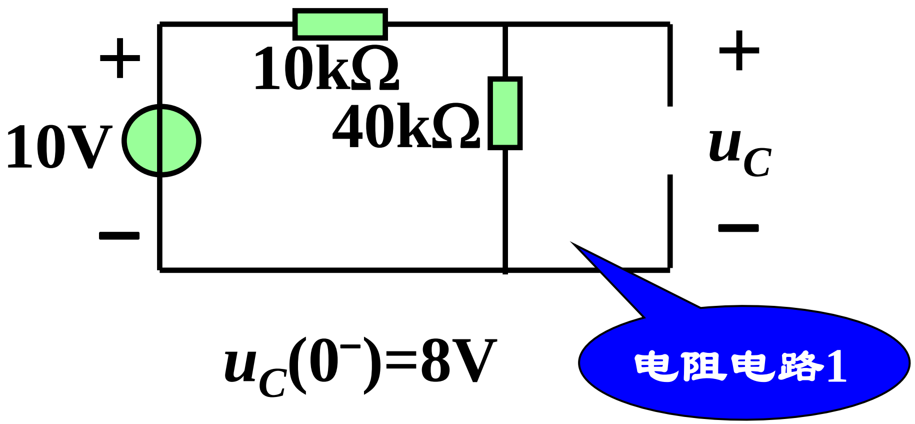
## 三、电路初始值的确定

例1



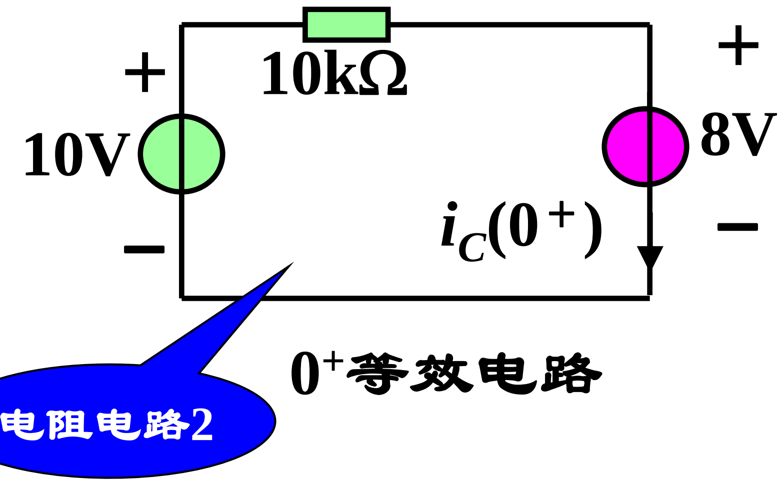

求 $i_C(0^+)$。

(1) 由$0^-$电路求 $u_C(0^-)$




$$u_C(0^-)=8\text{V}$$

$$i_C(0^-)=0\text{A}$$




$0^+$等效电路

(2) 由换路规律

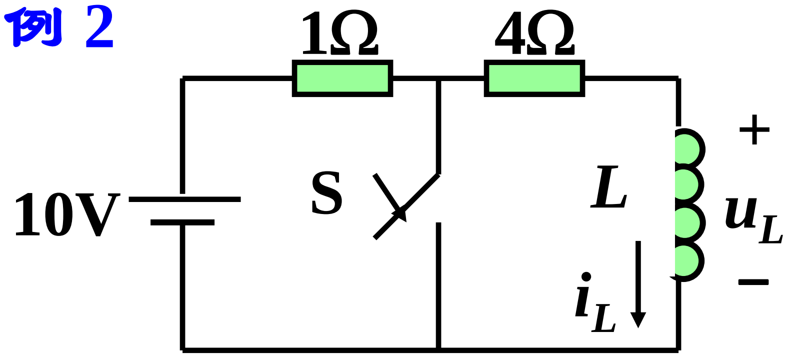
$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=8\text{V}$$

(3) 由$0^+$等效电路求 $i_C(0^+)$

$$i_C(0^+)=\frac{10-8}{10}=0.2\text{mA}$$

$$i_C(0^-)=0 \neq i_C(0^+)$$

**例 2**

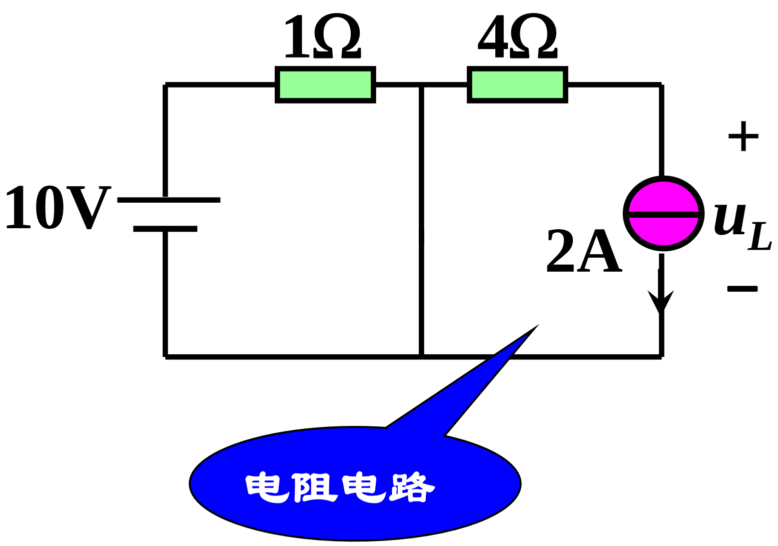



$t = 0$时闭合开关S，求 $u_L(0^+)$。

$$\because u_L(0^-) = 0 \quad \therefore u_L(0^+) \cancel{=} 0$$

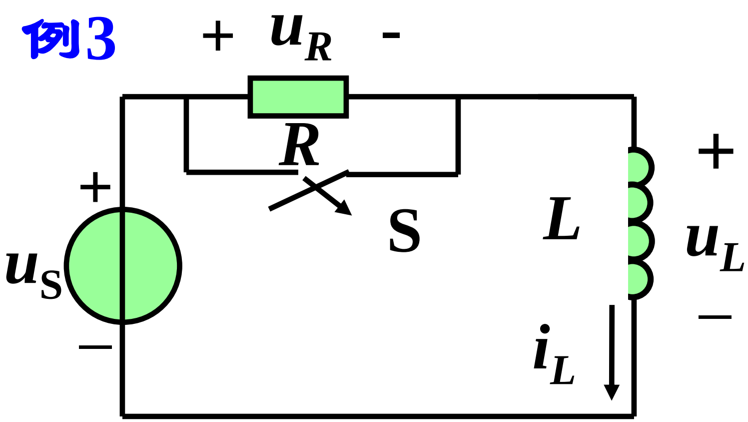
$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2\text{A}$$

$0^+$电路




$$u_L(0^+) = -2 \times 4 = -8\text{V}$$

**例3**



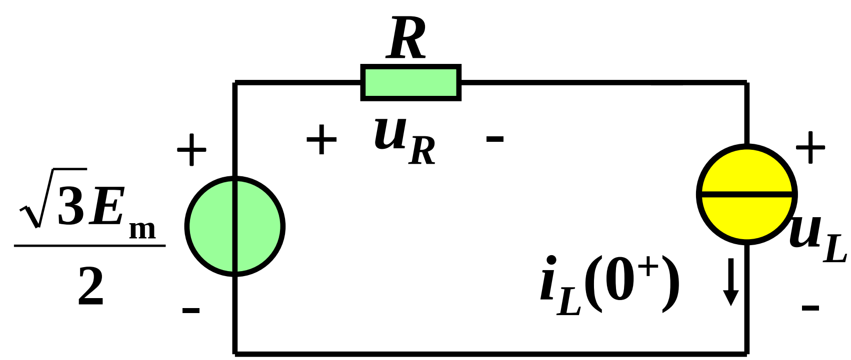

已知 $u_S = E_m \sin(\omega t + 60^\circ)\mathrm{V}$,

$$i_L(0^-) = -\frac{E_m}{2\omega L}.$$

求 $i_L(0^+)$, $u_L(0^+)$, $u_R(0^+)$.

(1) $$i_L(0^+) = i_L(0^-) = -\frac{E_m}{2\omega L}$$

(2) $0^+$时刻电路:




$$u_R(0^+) = i_L(0^+)R = \frac{-RE_m}{2\omega L}$$

$$u_L(0^+) = \frac{\sqrt{3}E_m}{2} - \frac{-RE_m}{2\omega L}$$

## 小结——求初始值的步骤:

1. 由换路前电路（稳定状态）求 $u_C(0^-)$ 和 $i_L(0^-)$。

电阻电路(直流)

2. 由换路定律得 $u_C(0^+)$ 和 $i_L(0^+)$。

3. 画出$0^+$时刻的等效电路。

（1） 画换路后电路的拓扑结构；

（2） 电容（电感）用电压源（电流源）替代。

4. 由$0^+$电路求其它各变量的$0^+$值。

# 作业

- 7.2节：7-2
- 7.3节：7-15
- 7.4节：7-26
- 7.5节：7-36