## 期末试题 (3) (150 分钟内完成)

2、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \ln x + \frac{1}{n} \right)^n$ 的收敛域是	一、填空题(每空 4 分,共 28 分)↓		
3、曲线 $\bar{r}(t) = \{1 - \sin t, 1 - \cos t, t\}$ 的曲率 $\mathbf{r} = $	1、设产 = $\{\sin x \cos y, \sin y \cos z, \sin z \cos x\}$ ,则 $rot$ =		
4、函数 $f(x) = \begin{cases} 1, 0 \le x \le h, & \text{at } [0, \pi] \text{ 上 } \text{的正弦级数是} \\ 0, h < x \le \pi \end{cases}$ 在 $[0, \pi] \text{ 上 } \text{的正弦级数是} $ 5、交换积分次序后, $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^{1}}^{1} f(x, y) dy = $ 6、函数 $f(x, y) = x^{2} + y^{2} + 8x$ 在 $D: x^{2} + y^{2} \le 16$ 上的最大值是 最小值是 最小值是	2、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \ln x + \frac{1}{n} \right)^n$ 的收敛域是		
5、交换积分次序后, $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^{2}}^{1} f(x,y) dy = $ 6、函数 $f(x,y) = x^{2} + y^{2} + 8x$ 在 $D: x^{2} + y^{2} \le 16$ 上的最大值是	3、曲线 $\vec{r}(t) = \{1 - \sin t, 1 - \cos t, t\}$ 的曲率 $\kappa = $		
6、函数 $f(x,y) = x^2 + y^2 + 8x$ 在 $D: x^2 + y^2 \le 16$ 上的最大值是	4、函数 $f(x) = $ $\begin{cases} 1, 0 \le x \le h, \\ 0, h < x \le \pi \end{cases}$ 在 $[0, \pi]$ 上的正弦级数是		+
最小值是	5、交换积分次序后, $\int_{-1}^{1} dx \int_{x^3}^{1} f(x, y) dy = \underline{\qquad}.$		
7、直线 $L: x = 2t, y = 1, z = t$ 绕 $z$ 轴旋转一周所得的曲面方程是	6、函数 $f(x,y) = x^2 + y^2 + 8x$ 在 $D: x^2 + y^2 \le 16$ 上的最大值是	_,⁴′	
二、判斷題 (每小題 2 分,共 8 分). 请在正确说法相应的括号中画" $\checkmark$ ",在错误说法的括号中画" $\times$ "。。 8. 若级数发散,则对其任意加括号后所得级数也必发散。 9. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1} - a_{2n})$ 收敛,且 $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$ ,则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛。 10. 设 $S$ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧,它关于 $xoy$ 坐标面对称,所以第二型曲面积分 $\iint_S z^{2017} dxdy = 0$ .  11. 若在点 $(x_0, y_0)$ 的某邻域内 $f(x, y)$ 的两个偏导函数连续,则 $f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0)$ 沿任意	最小值是↩		
的括号中画 "×". $\checkmark$ 8. 若级数发散,则对其任意加括号后所得级数也必发散. ( ) $\checkmark$ 9. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1}-a_{2n})$ 收敛,且 $\lim_{n\to\infty} a_n=0$ ,则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛. ( ) $\checkmark$ 10. 设 $S$ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧,它关于 $xoy$ 坐标面对称,所以第二型曲面积分 $\iint_S z^{2017} dx dy = 0$ . ( ) $\checkmark$ 11. 若在点 $(x_0,y_0)$ 的某邻域内 $f(x,y)$ 的两个偏导函数连续,则 $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 沿任意	7、直线 $L: x=2t, y=1, z=t$ 绕 $z$ 轴旋转一周所得的曲面方程是		⊷
9. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n+1}-a_{2n})$ 收敛,且 $\lim_{n\to\infty} a_n=0$ ,则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛.		在错误	説法
10. 设 $S$ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧,它关于 $xoy$ 坐标面对称,所以第二型曲面积分 $\iint_S z^{2017} dx dy = 0 . $ ( ) $^\mu$ 11. 若在点 $(x_0,y_0)$ 的某邻域内 $f(x,y)$ 的两个偏导函数连续,则 $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 沿任意	8. 若级数发散,则对其任意加括号后所得级数也必发散.	(	) <sub>t</sub> ,
$\iint_{\mathcal{S}} z^{2017} dx dy = 0$ .	9. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1} - a_{2n})$ 收敛,且 $\lim_{n \to \infty} a_n = 0$ ,则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛.	(	)⊬
11. 若在点 $(x_0,y_0)$ 的某邻域内 $f(x,y)$ 的两个偏导函数连续,则 $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 沿任意	10. 设 $S$ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧,它关于 $xoy$ 坐标面对称,所以第	二型曲	面积分
	$\iint_S z^{2017} dx dy = 0.$	(	)⊬
方向的方向导数都存在. ( ) <sup>→</sup>	11. 若在点 $(x_0,y_0)$ 的某邻域内 $f(x,y)$ 的两个偏导函数连续,则 $f(x,y)$ 在点 $($	$(x_0, y_0)$	)沿任意
	方向的方向导数都存在。	(	) +

## 三、解答题 (每小题 6 分, 共 12 分) ₽

- 12. 计算  $I = \oint_L y dx + z dy + x dz$ ,其中 L 是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$  与平面 x + z = 2 的交
- 线,从 Z 轴正向看去为逆时针方向.↓

13. 
$$\c \Box D = \{(x,y) \mid (x^2 + y^2)^2 \le 2(x^2 - y^2)\}, \ \c \Box D = \{(x,y) \mid (x^2 + y^2)^2 \le 2(x^2 - y^2)\}, \$$

## 四、计算题(每小题7分,共28分)↓

- 14. 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+(-1)^n}{(2n)!!} x^n$  的收敛域及和函数. $\omega$
- 15. 设 L 为圆柱面 $x^2+y^2=1$ 与平面z=y的交线,计算曲线积分  $\int_L z^2 ds$ ,并将结果用 B 函数表示. $\omega$
- 16. 设 S 是圆柱面  $x^2+y^2=1$  介于平面 z=0 和 z=1 之间部分的外侧,试计算第二型曲面 积分  $I=\iint_S (y-z)xdydz+(x-y)zdxdy$  .\*

17. 计算 
$$I = \int_{L} \frac{(y-1)dx - xdy}{x^2 + (y-1)^2}$$
,其中  $L$  是椭圆  $x^2 + 2y^2 = 4$ ,沿逆时针方向.  $+$ 

## 五、证明题(每小题8分,共24分)↓

18. 证明级数 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \arctan \frac{x}{n}$$
 在  $(-\infty, \infty)$  内一致收敛.

19.设曲面 S方程由 F(x,y,z)=0确定,其中 F(x,y,z) 具有连续的偏导数,且  $F_z\neq 0$ ,又

$$S$$
可一对一地投影到 $xOy$  面的区域 $D$  ,证明: $S$  的面积  $A = \iint_D \frac{\sqrt{F_x'^2 + F_y'^2 + F_z'^2}}{|F_z'|} dxdy$  .  $\Rightarrow$ 

20. 设函数 z=f(x,y) 在点  $(x_0,y_0)$  的某邻域  $N((x_0,y_0))$  内具有二<u>阶连续</u>偏导数,且 f(x,y) 在 $(x_0,y_0)$  点取得极大值,证明:  $f_{xx}(x_0,y_0)+f_{yy}(x_0,y_0)\leq 0$ .  $\varphi$