



Chapter 12

三相正弦稳态电路

12.2 三相电路

12.3 对称三相电路的计算

12.4 不对称三相电路

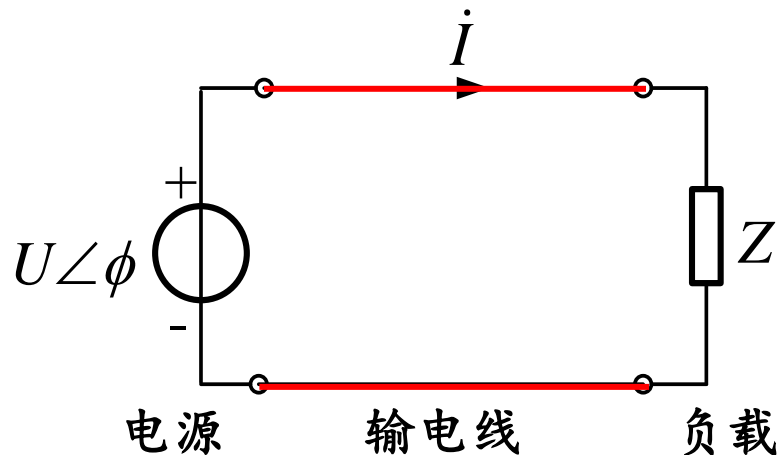
12.5 对称三相电路的功率

12.6 三相电路有功功率的测量

12.2 三相电路

1. 单相电路

单相二线制

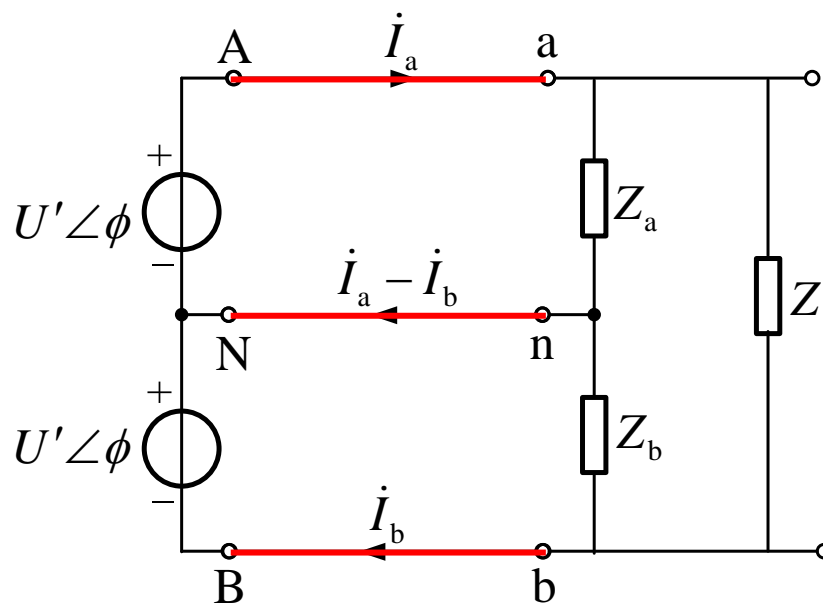


中国民用电:

$$U_p = 220\text{V}$$

$$f = 50\text{Hz}$$

单相三线制



美国民用电:

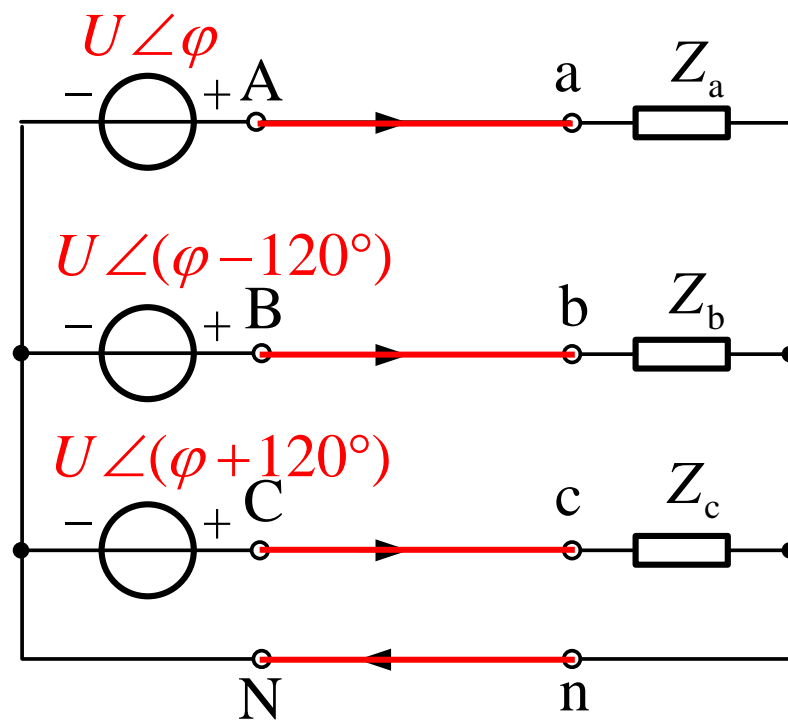
$$U_p = 120\text{V}$$

$$f = 60\text{Hz}$$

2. 三相电路

- 电能的产生、输送、分配和使用广泛采用**三相制**，而日常生活所用的单相电源，多数也取自三相电源中的一相。
- 三相电路由**三相电源**、**三相负载**和**三相输电线路**三部分组成。

三相四线制



三相电路的优点

发电方面：比单相电源可提高功率；

输电方面：比单相输电节省钢材；

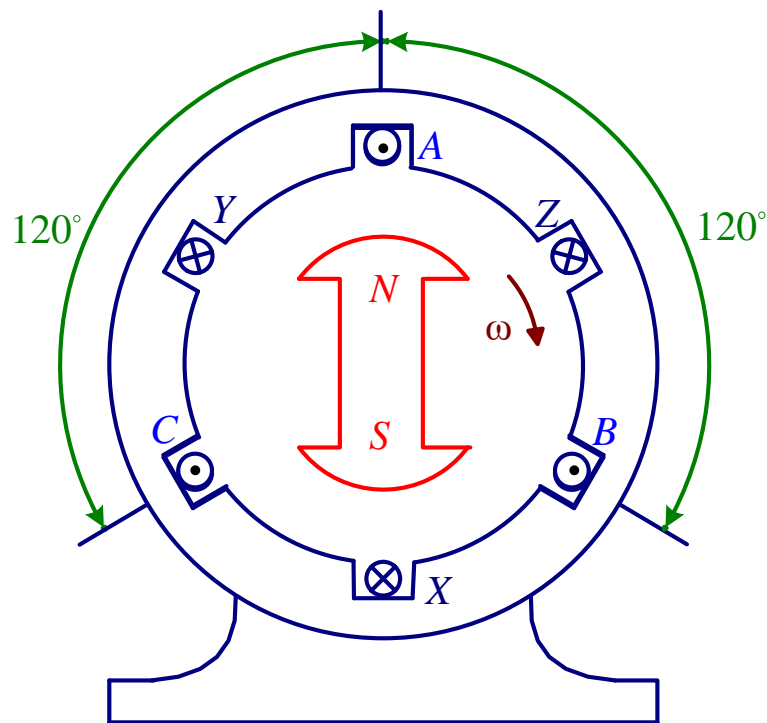
配电方面：三相变压器更经济且便于接入负载；

用电设备：结构简单、成本低、运行可靠、维护方便。



● 三相电源

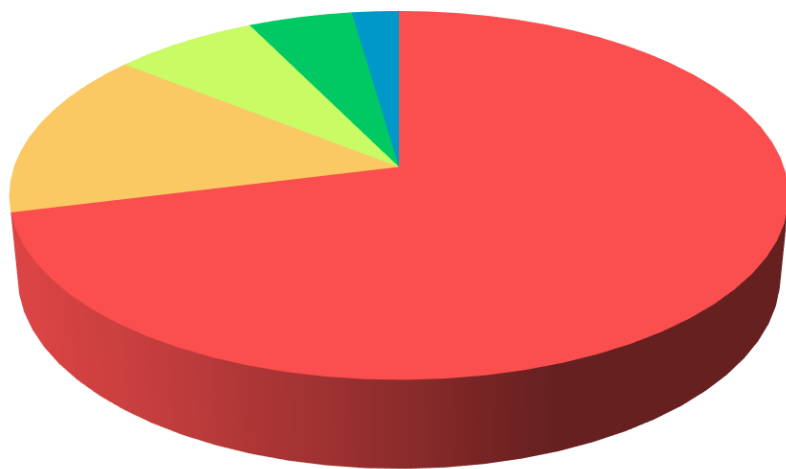
由频率相同而相位彼此相差 120° 的三个电压所构成的电源称三相电源，由三相电源所组成的供电系统称为三相系统或三相制，产生三相电源的装置是三相发电机。



三相发电机定子槽中放置彼此相隔 120° 的三个绕组AX、BY、CZ，分别为A相、B相、C相，其中A、B、C为始端，X、Y、Z为末端，当发电机的转子按图示方向以 ω 匀速旋转时，三个绕组中就感应出随时间按正弦规律变化的三相电压，这三个绕组就相当于三个独立的正弦电压源。

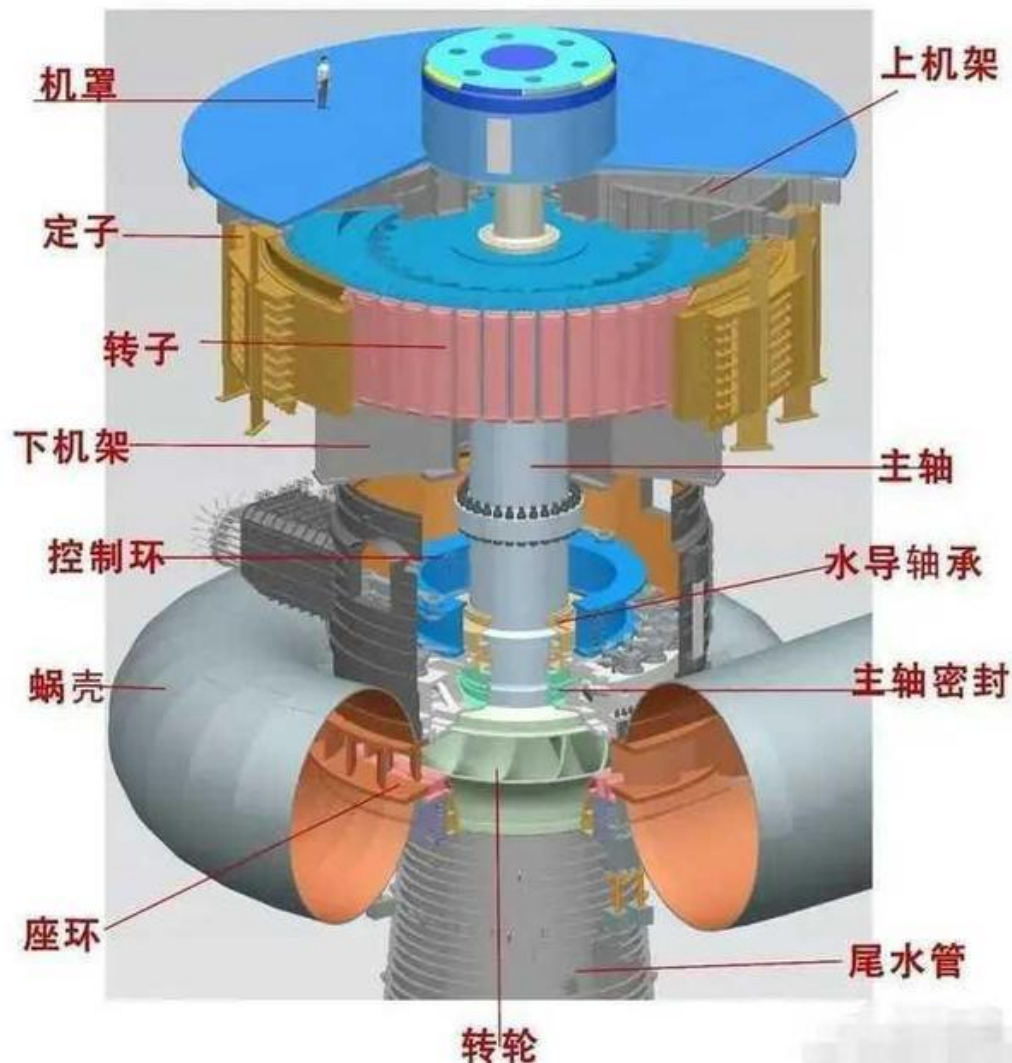
Q: 发电方式有哪些呢?

火力发电、太阳能发电、大容量风力发电、核能发电、氢能发电、水利发电等。

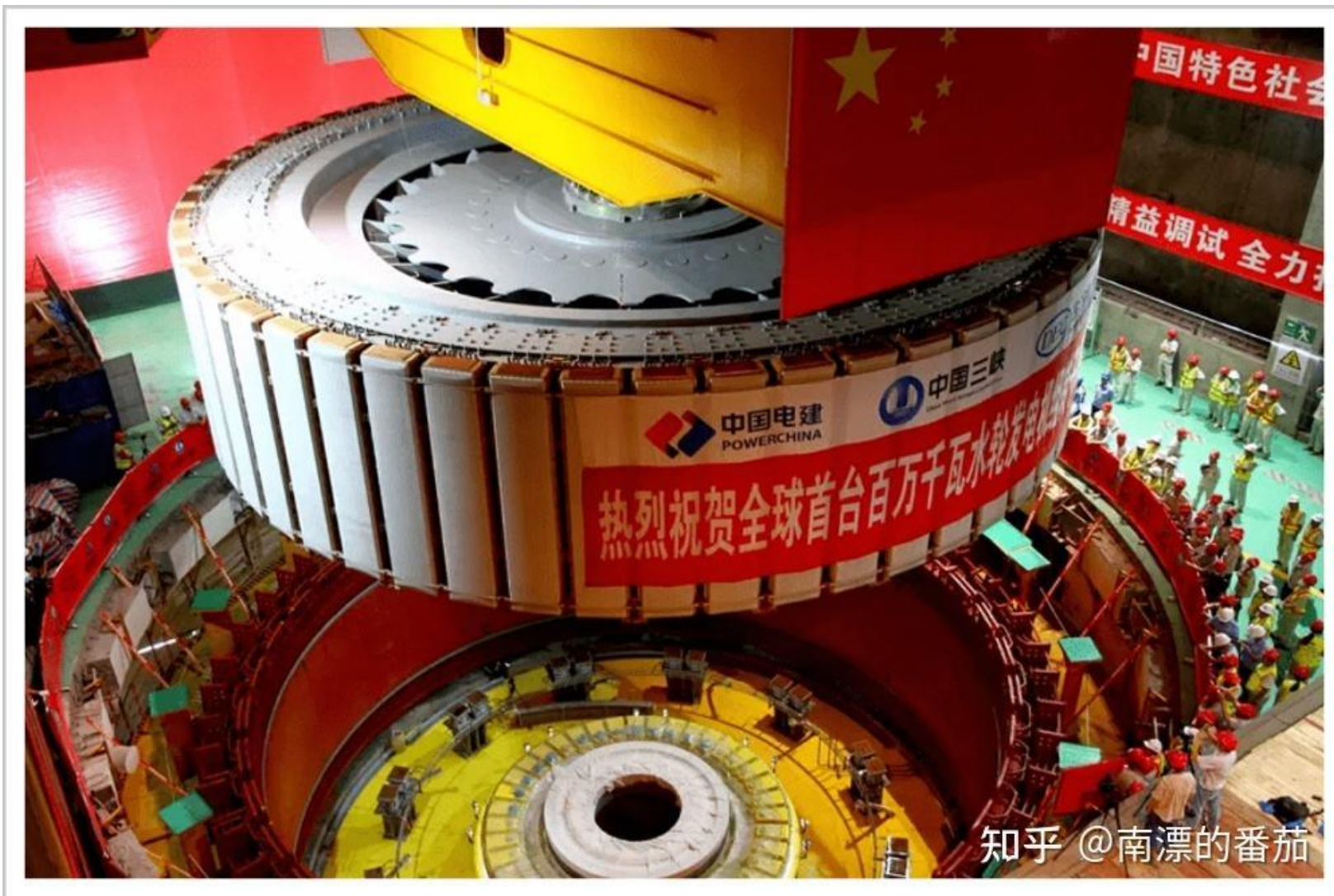


■ 火电 ■ 水电 ■ 风电
■ 核电 ■ 太阳能

水力发电机

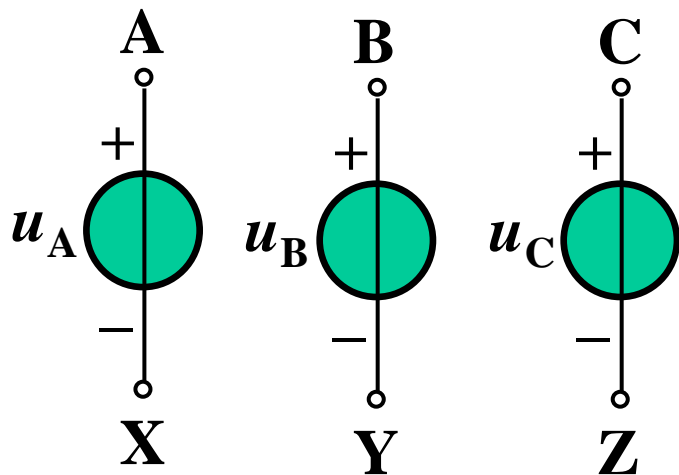


白鹤滩水电站 2021/06/28首批机组投产发电



对称三相电源

a. 瞬时值表达式



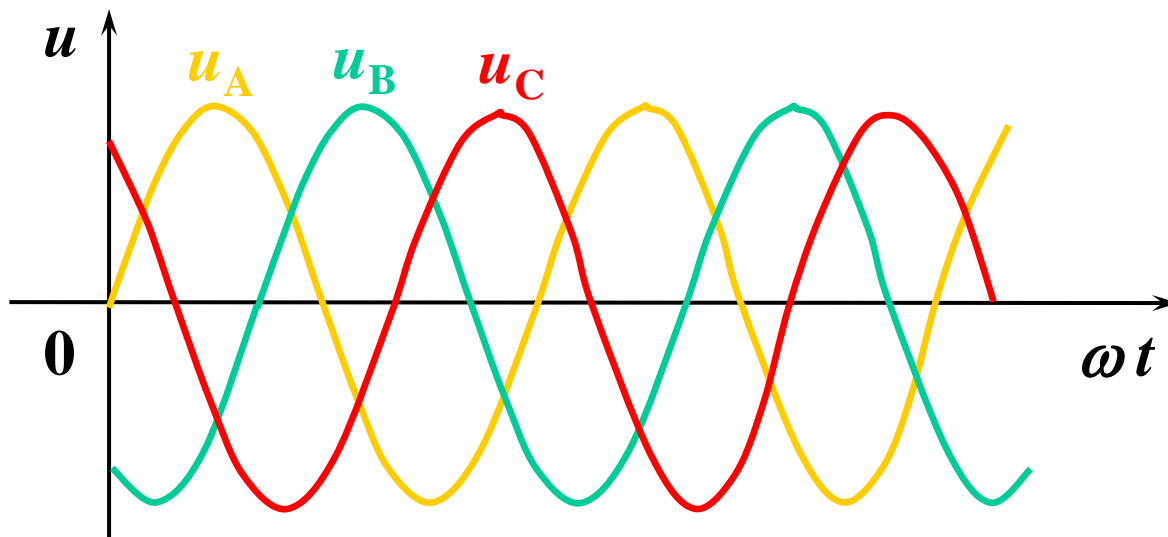
$$u_A(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$u_B(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + 120^\circ)$$

$$u_A + u_B + u_C = 0$$

b. 波形图



c. 相量表示

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

正序电源：A-B-C

$$\dot{U}_a = U \angle \theta$$

$$\dot{U}_b = U \angle (\theta - 120^\circ)$$

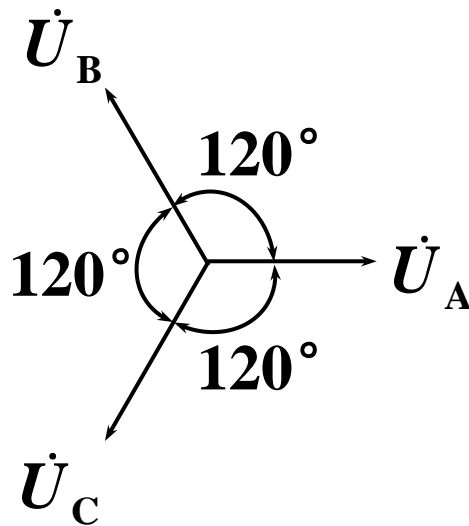
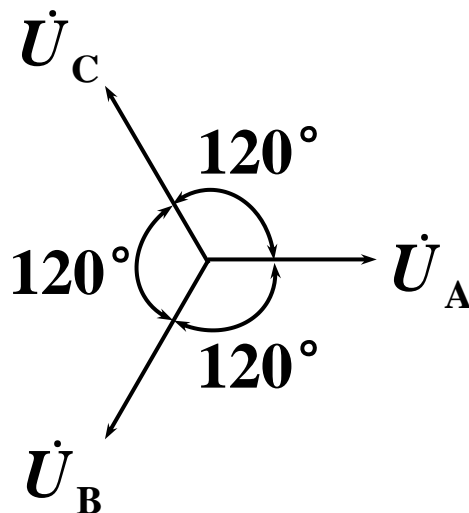
$$\dot{U}_c = U \angle (\theta + 120^\circ)$$

负序电源：C-B-A

$$\dot{U}_a = U \angle \theta$$

$$\dot{U}_b = U \angle (\theta + 120^\circ)$$

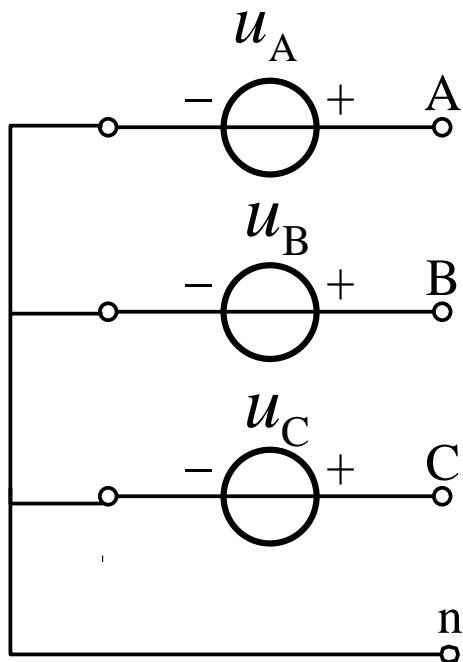
$$\dot{U}_c = U \angle (\theta - 120^\circ)$$



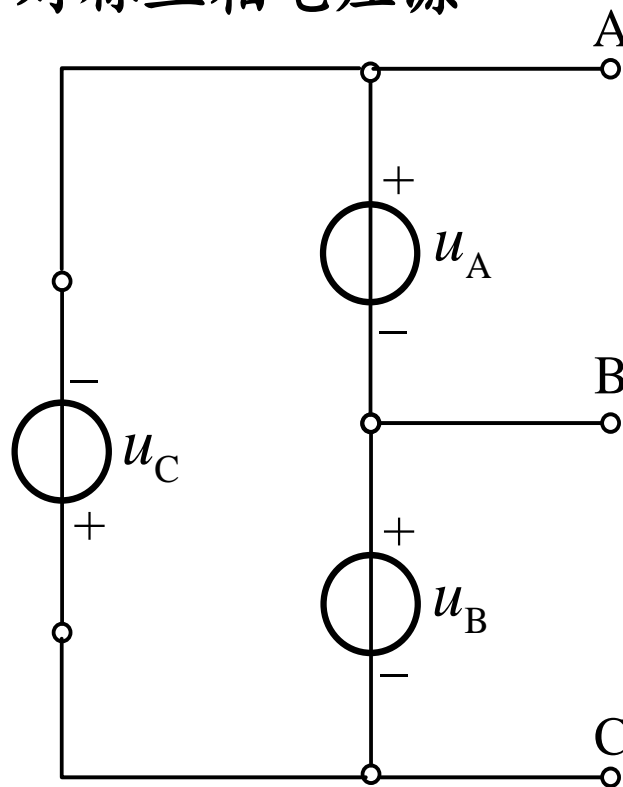
对称三相电源连接方式

$$u_a = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta)$$
$$u_b = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta - 120^\circ)$$
$$u_c = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \theta + 120^\circ)$$

星形 (Y connection)
对称三相电压源

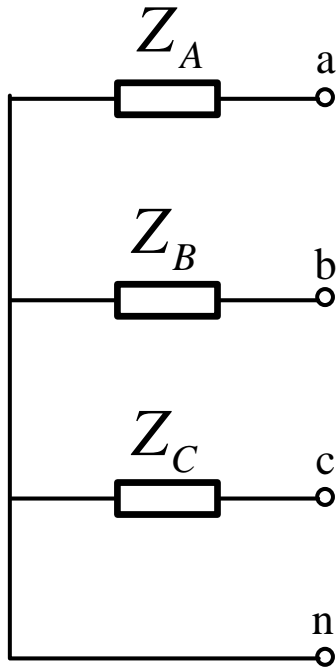


三角形 (Δ connection)
对称三相电压源

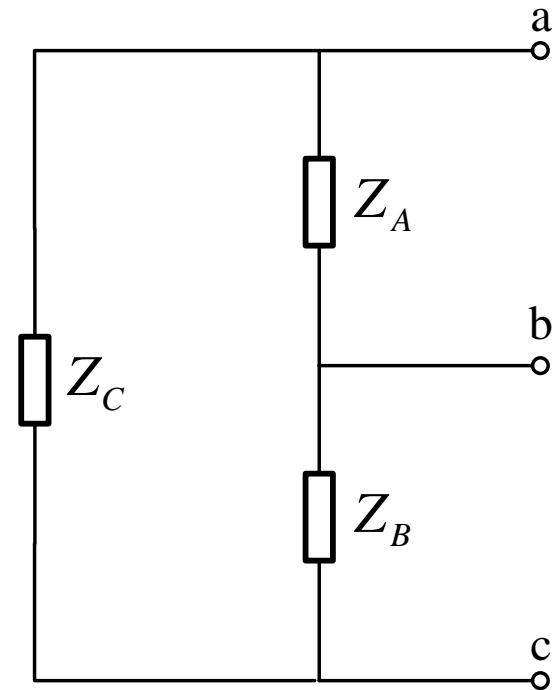


● 三相负载

星形 (Y connection)
三相负载



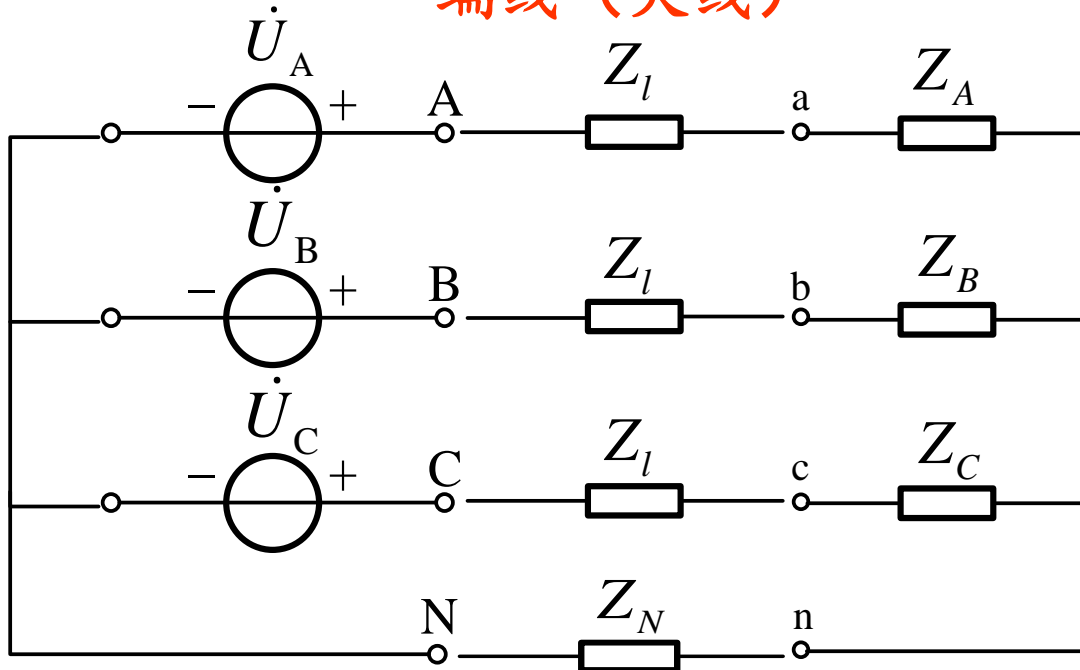
三角形 (Δ connection)
三相负载



对称负载 (Balanced load) : $Z_A = Z_B = Z_C$

● 三相电路的连接方式

端线（火线）



中线（零线）

电源-负载

$Y_N - Y_n$ 四线制

$Y - Y$
 $Y - \Delta$
 $\Delta - Y$
 $\Delta - \Delta$

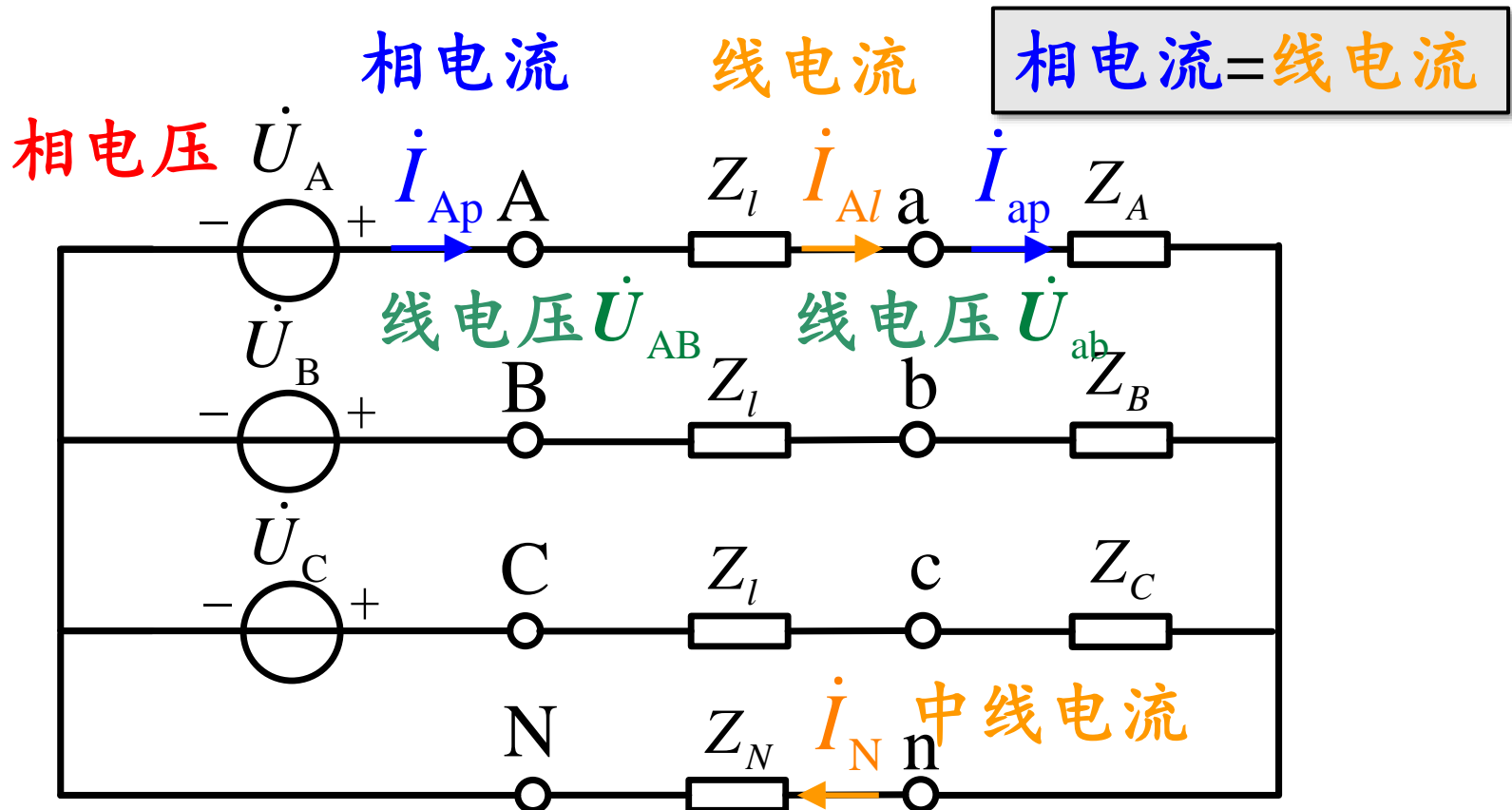
三 线 制

参数对称——电量对称

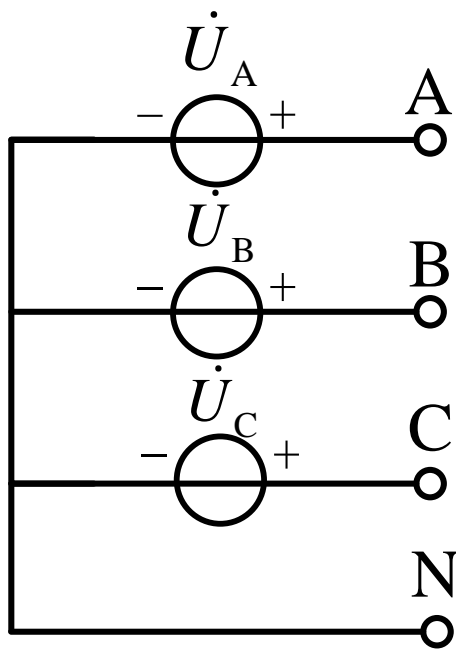
- 对称三相电路：电压源对称、负载对称、端线阻抗对称
- 非对称三相电路：任一参数不对称

12.3 对称三相电路的计算

1. 星形联接(Y接) 相电量
- 相电压：一相元件的电压
 - 相电流：流过一相元件的电流
- 线电量
- 线电压：端线之间的电压
 - 线电流：流过端线的电流



Y接三相电源的线电压与相电压的关系



$$\text{设 } \dot{U}_{AN} = \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BN} = \dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CN} = \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

$$\text{则: } \dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \sqrt{3}U \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} = U \angle -120^\circ - U \angle 120^\circ = \sqrt{3}U \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} = U \angle 120^\circ - U \angle 0^\circ = \sqrt{3}U \angle 150^\circ$$

利用相量图得到相电压和线电压之间的关系：

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN}$$

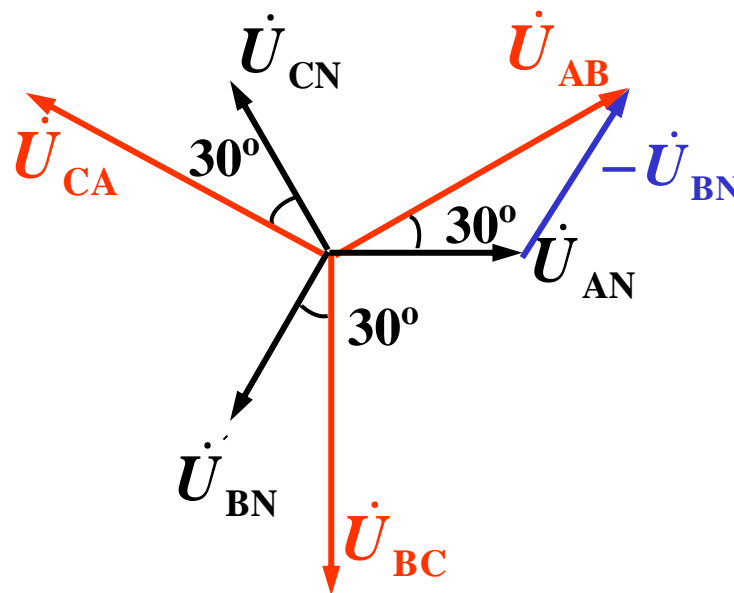
$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN}$$

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_{AN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_{BN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_{CN} \angle 30^\circ$$

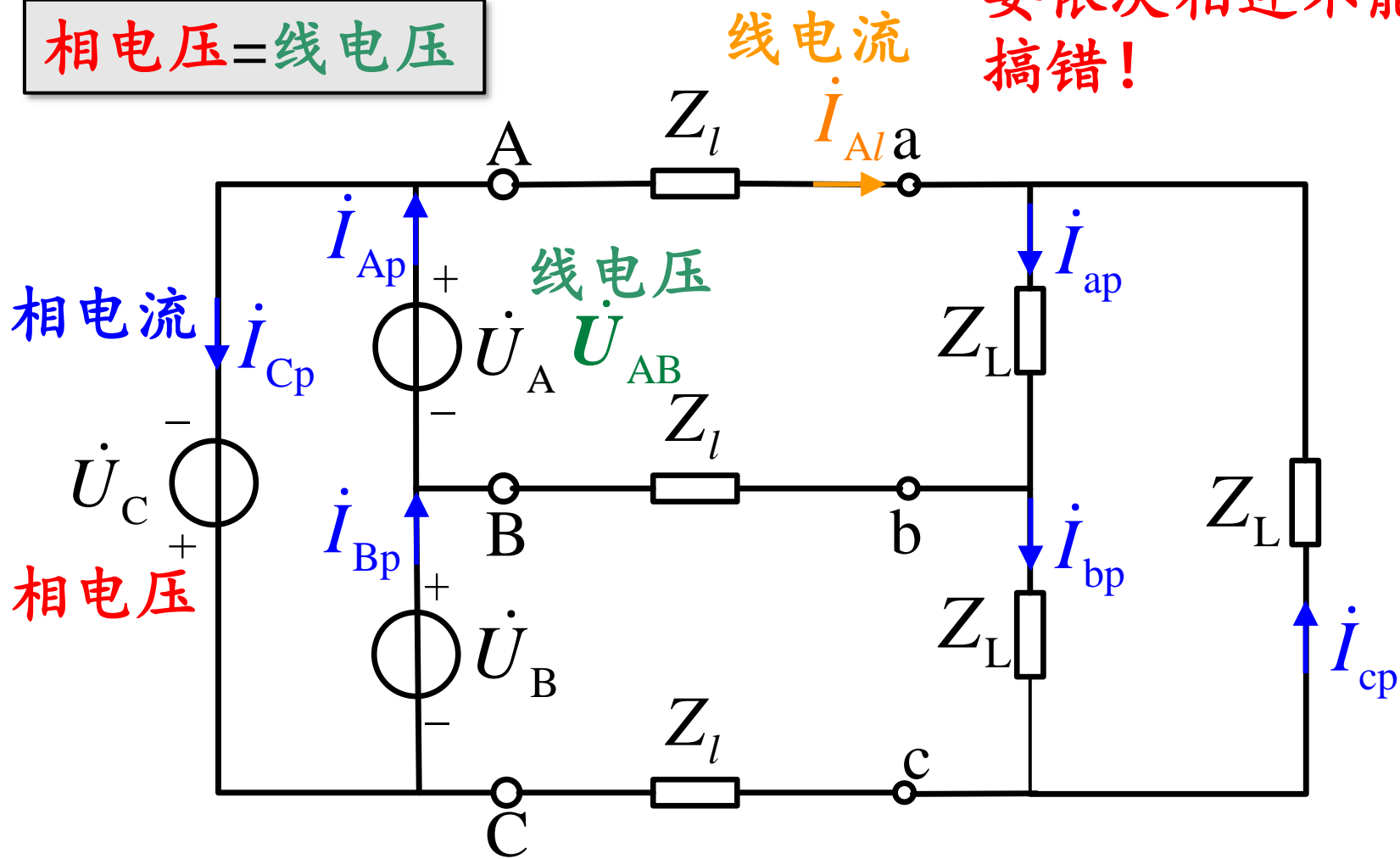


线电压对称(大小相等, 相位互差120°)

2. 三角形联接(Δ 接)

相电压=线电压

注意：始端末端
要依次相连不能
搞错！



Δ 接三相电源的线电流与相电流的关系

设： $\dot{I}_{ap} = I \angle 0^\circ$

$$\dot{I}_{bp} = I \angle -120^\circ$$

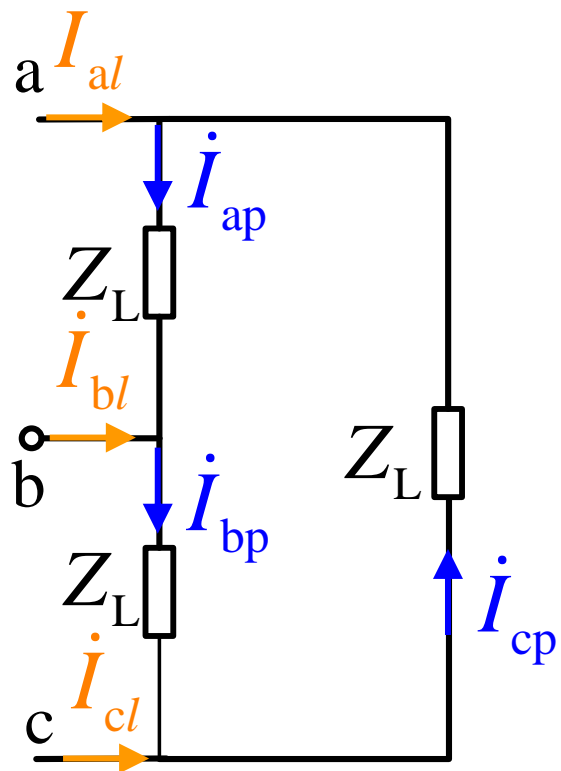
$$\dot{I}_{cp} = I \angle 120^\circ$$

则： $\dot{I}_{al} = \dot{I}_{ap} - \dot{I}_{cp}$

$$= I \angle 0^\circ - I \angle 120^\circ$$
$$= \sqrt{3}I \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_{bl} = \dot{I}_{bp} - \dot{I}_{ap} = \sqrt{3}I \angle -150^\circ$$

$$\dot{I}_{cl} = \dot{I}_{cp} - \dot{I}_{bp} = \sqrt{3}I \angle 90^\circ$$



利用相量图得到相电流和线电流之间的关系：

$$\dot{I}_{al} = \dot{I}_{ap} - \dot{I}_{cp}$$

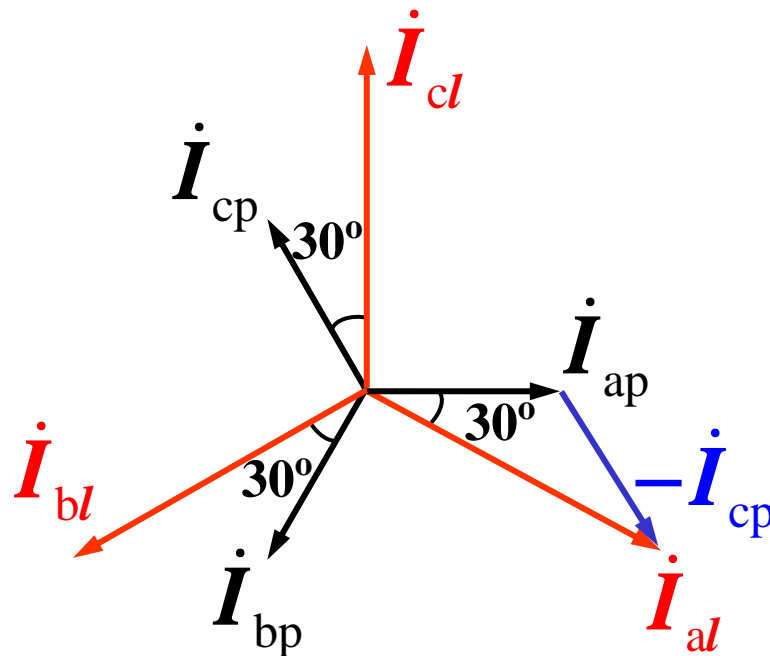
$$\dot{I}_{bl} = \dot{I}_{bp} - \dot{I}_{ap}$$

$$\dot{I}_{cl} = \dot{I}_{cp} - \dot{I}_{bp}$$

$$\dot{I}_{al} = \sqrt{3}\dot{I}_{ap} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_{bl} = \sqrt{3}\dot{I}_{bp} \angle -30^\circ$$

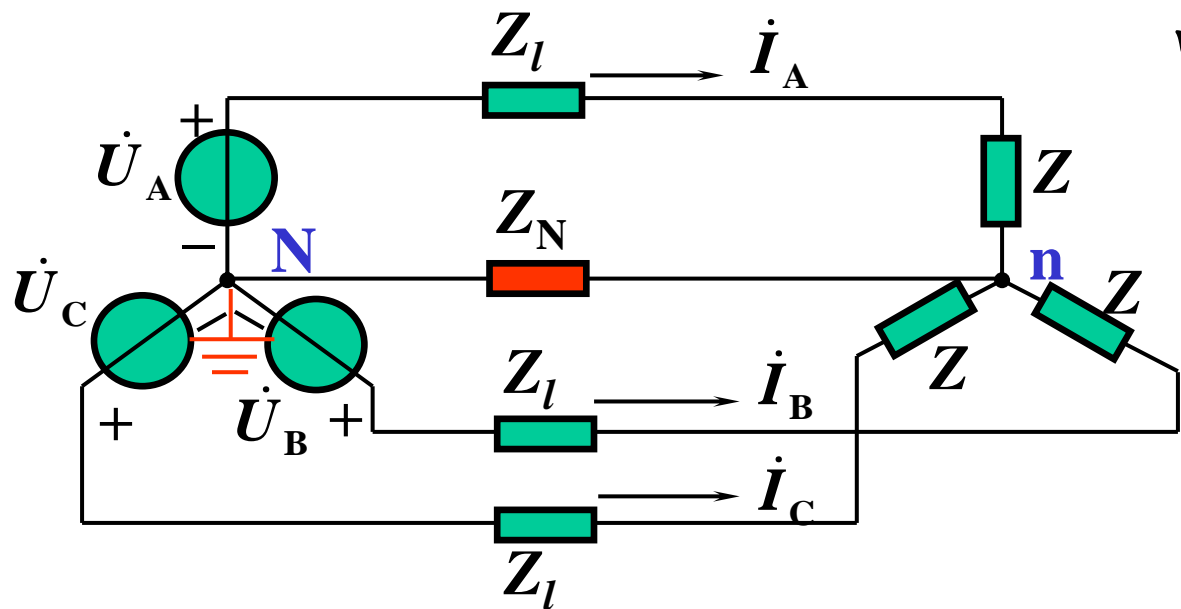
$$\dot{I}_{cl} = \sqrt{3}\dot{I}_{cp} \angle -30^\circ$$



线电流对称(大小相等，相位互差120°)

3.分相计算法

Y—Y 接对称三相电路的计算



电源侧：

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_{AN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_{BN} \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_{CN} \angle 30^\circ$$

相电流=线电流

$$\left(\frac{3}{Z + Z_l} + \frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_n = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{Z_l + Z} \Rightarrow \dot{U}_n = 0$$

则三相负载电流为：

三相相(线)电流对称

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + Z}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_l + Z}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_l + Z}$$

电路特点：(1) 各相电压、电流都是对称的；

(2) 中线无电流 $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \rightarrow \dot{I}_N = 0$

即 $Z_N = \begin{cases} 0 \\ \infty \\ Z \end{cases}$ 对电路情况没有影响；

(3) 每相计算具有独立性。

对称三相电路的计算 $\xrightarrow{\text{归结为}}$ 分相计算

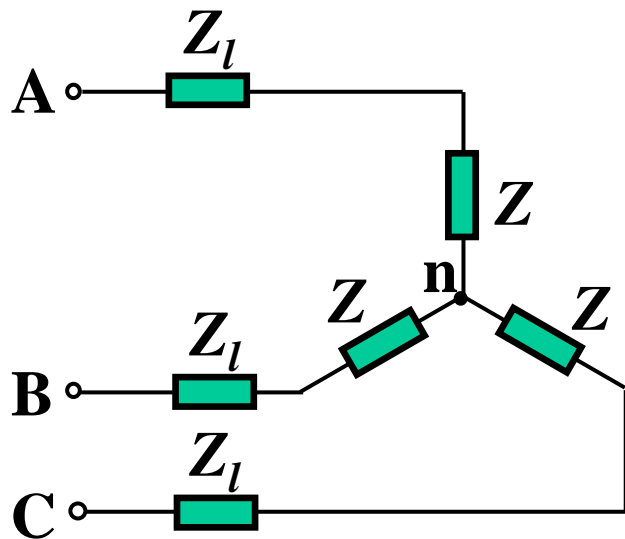
Y 接对称三相电路的分相计算步骤：

(1) 以一相为例（一般为A相），分相计算电路。

(2) 由单相计算电路计算待求的电压、电流。

(3) 由对称性推出其它二相的电压、电流。

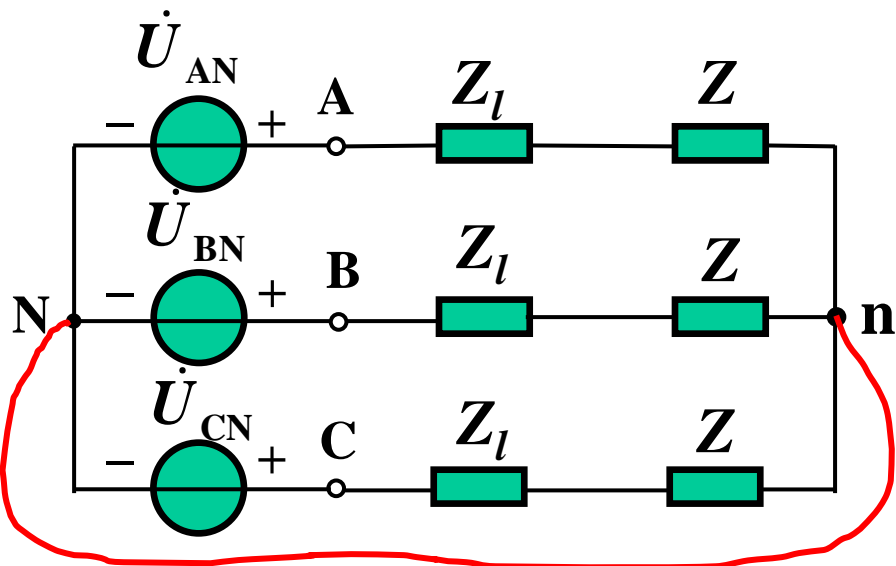
例



已知对称三相电源线电压为380V,
 $Z=6.4+j4.8\Omega$, $Z_l=3+j4\Omega$ 。

求负载Z的相电压和电流。

解：设三相电源用Y接电源替代，保证其线电压等于380V。

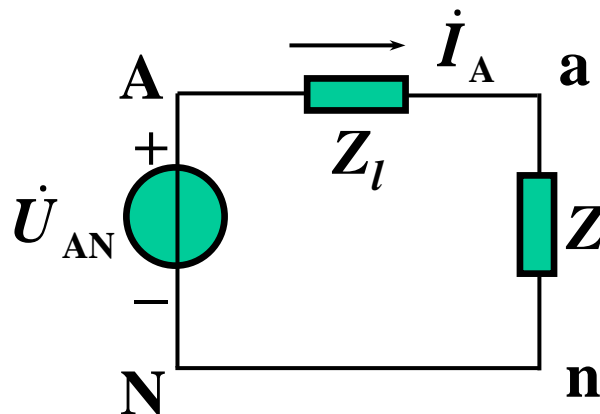


$$\text{设 } \dot{U}_{AB} = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{AN} = 220 \angle -30^\circ \text{ V}$$

Q：三相三线制电路
 如何分相计算呢？

取A相计算电路



流过负载 Z 的电流A相为：

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z + Z_l} = \frac{220 \angle -30^\circ}{9.4 + j8.8} = \frac{220 \angle -30^\circ}{12.88 \angle 43.1^\circ} = 17.1 \angle -73.1^\circ \text{ A}$$

由对称性得其它二相电流

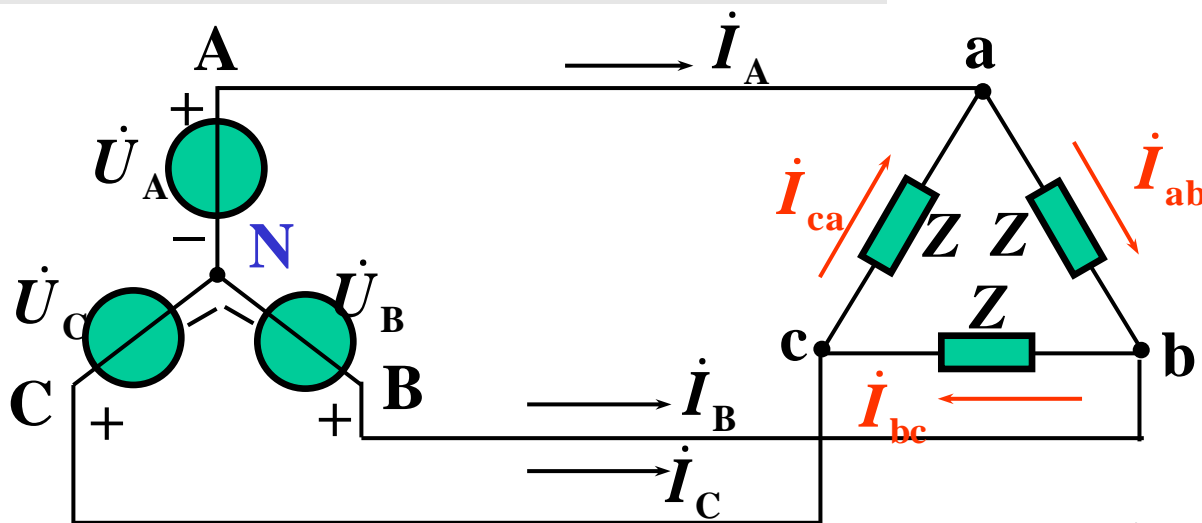
$$\dot{I}_B = 17.1 \angle -193.1^\circ \text{ A} = 17.1 \angle 166.9^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_C = 17.1 \angle 46.9^\circ \text{ A}$$

负载 Z 的三相相电压为：

$$\dot{U}_{an} = \dot{I}_A \cdot Z = 17.1 \angle -73.1^\circ \times 8 \angle 36.9^\circ = 136.8 \angle -36.2^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{bn} = 136.8 \angle -156.2^\circ \text{ V} \quad \dot{U}_{cn} = 136.8 \angle 83.8^\circ \text{ V}$$

Y-Δ接对称三相电路的计算



$$\text{设 } \dot{U}_A = U \angle \psi$$

$$\dot{U}_B = U \angle \psi - 120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle \psi + 120^\circ$$

$$Z = |Z| \angle \varphi$$

负载上相电压与线电压相等

$$\begin{cases} \dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle \psi + 30^\circ \\ \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U \angle \psi - 90^\circ \\ \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U \angle \psi + 150^\circ \end{cases}$$

计算相电流

$$\begin{cases} \dot{i}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 30^\circ - \varphi \\ \dot{i}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi - 90^\circ - \varphi \\ \dot{i}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 150^\circ - \varphi \end{cases}$$

Q: 如何求线电流?

利用相量图得到相电流和线电流之间的关系：

线电流为 $\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$

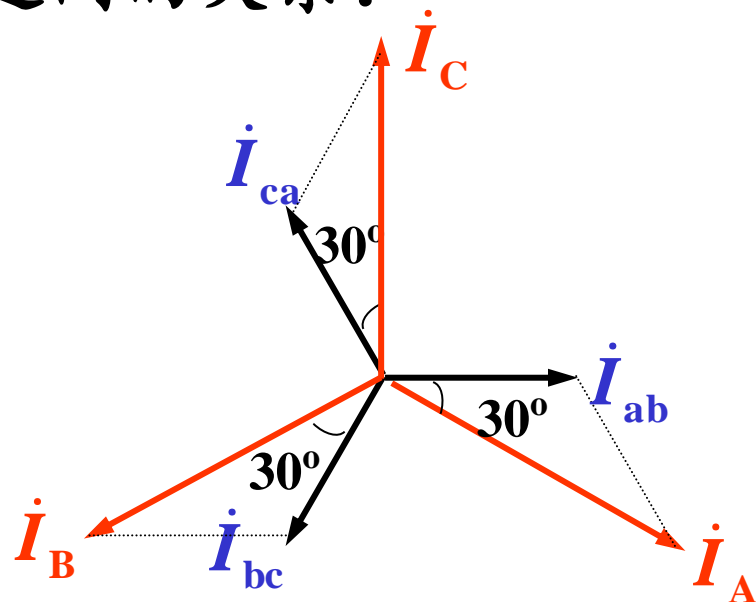
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

$$\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{ab} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3}\dot{I}_{bc} \angle -30^\circ$$

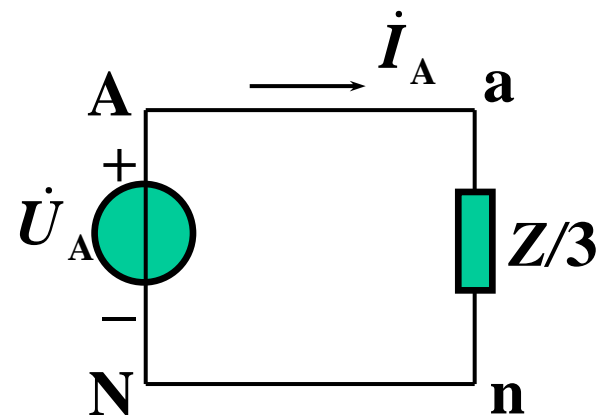
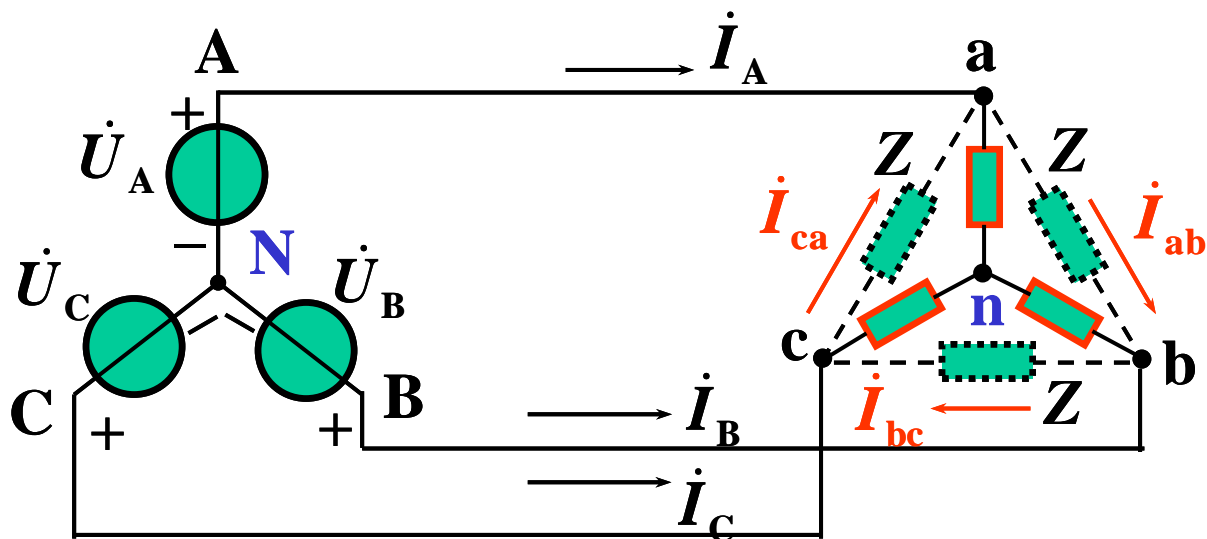
$$\dot{I}_C = \sqrt{3}\dot{I}_{ca} \angle -30^\circ$$



线电流大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍

相位落后相应相电流 30°

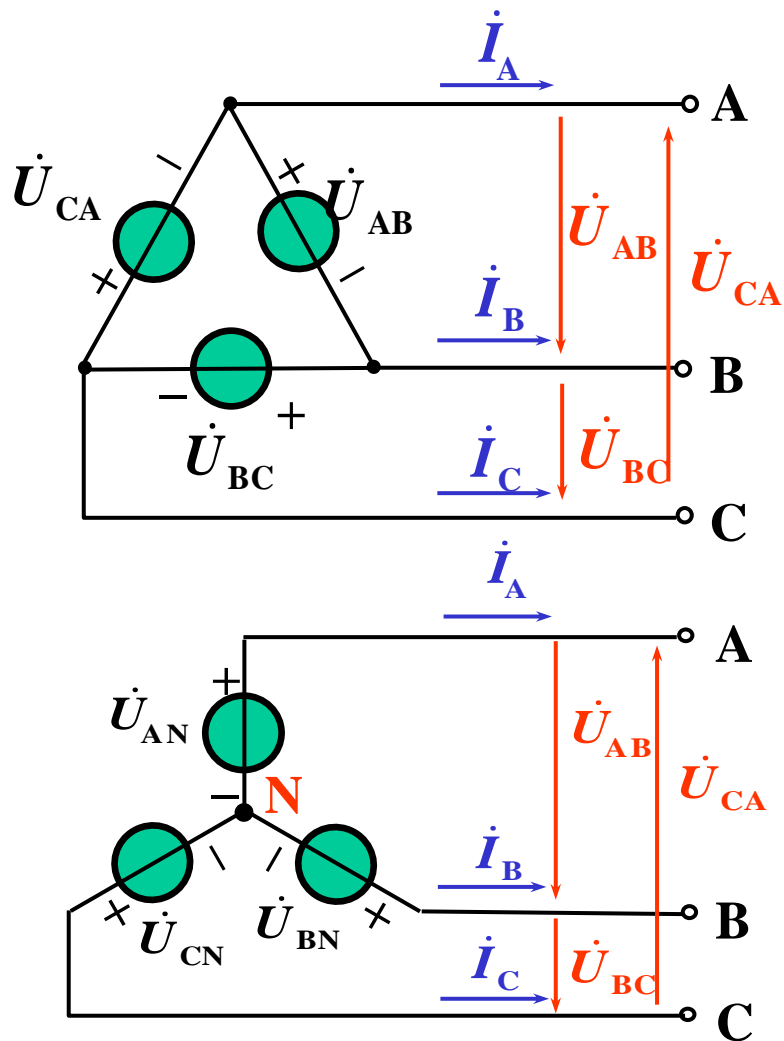
思考：能否用分相法计算呢？ 可以



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z/3} = \frac{3\dot{U}_A}{Z} = \frac{3U}{|Z|} \angle \psi - \varphi$$

$$\dot{I}_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A \angle 30^\circ$$

Δ -Y接对称三相电路的计算

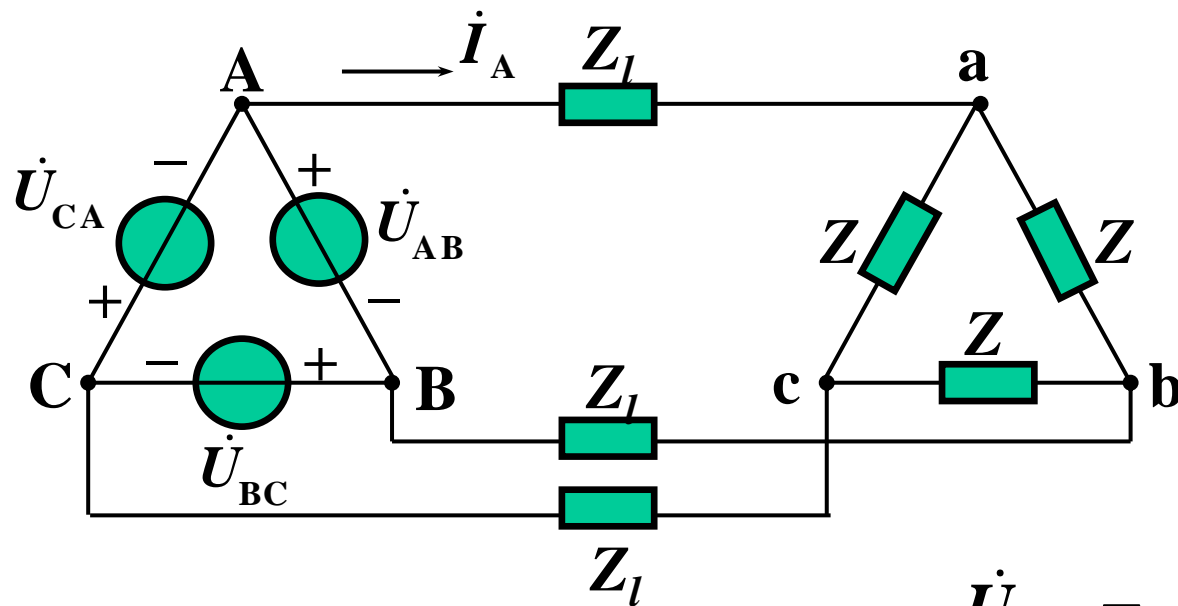


(1) 将 Δ 接电源用Y接电源替代，
保证其线电压相等。

$$\begin{cases} \dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{BN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{CN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ \end{cases}$$

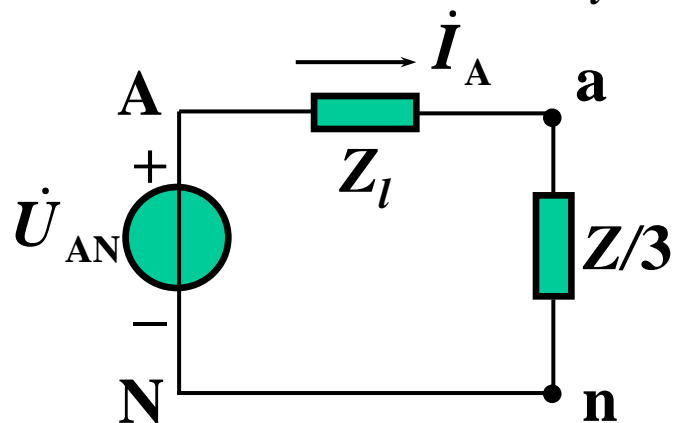
(2) 根据前述Y-Y， Y- Δ 接方法
计算各待求量。

Δ - Δ 接对称三相电路的计算



(1) 化为等效的
Y-Y接电路。

(2) 画一相计算电路,
求一相电压、电流。



$$\dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_l + Z/3} \quad \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_A}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ$$

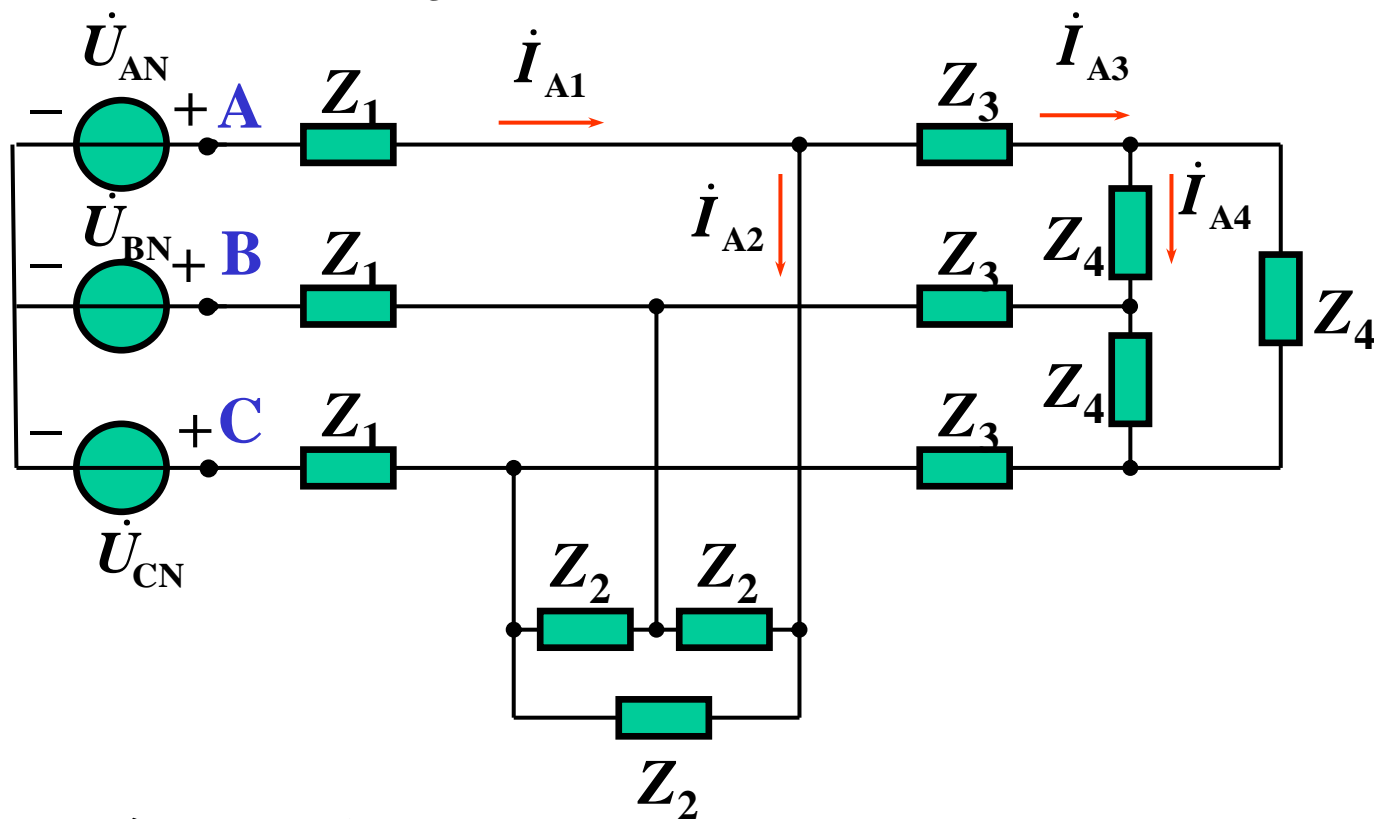
(3) 由对称性得其它二相电压、电流。

一般对称三相电路的计算

- (1) 将三相电源、负载都化为等值Y—Y接电路；
- (2) 连接各负载和电源中点，中线上若有阻抗则不计；
- (3) 画出单相计算电路，求出一相的电压、电流。
- (4) 根据 Δ 、Y连接线（相）电压及线（相）电流之间的关系，求出原电路的电流、电压。
- (5) 由对称性，得出其它两相的电压、电流。

例1 已知图中 $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle 0^\circ \text{ V}$ ，各负载如图所示。

求： \dot{I}_{A1} ， \dot{I}_{A2} ， \dot{I}_{A3} ， \dot{I}_{A4} 。

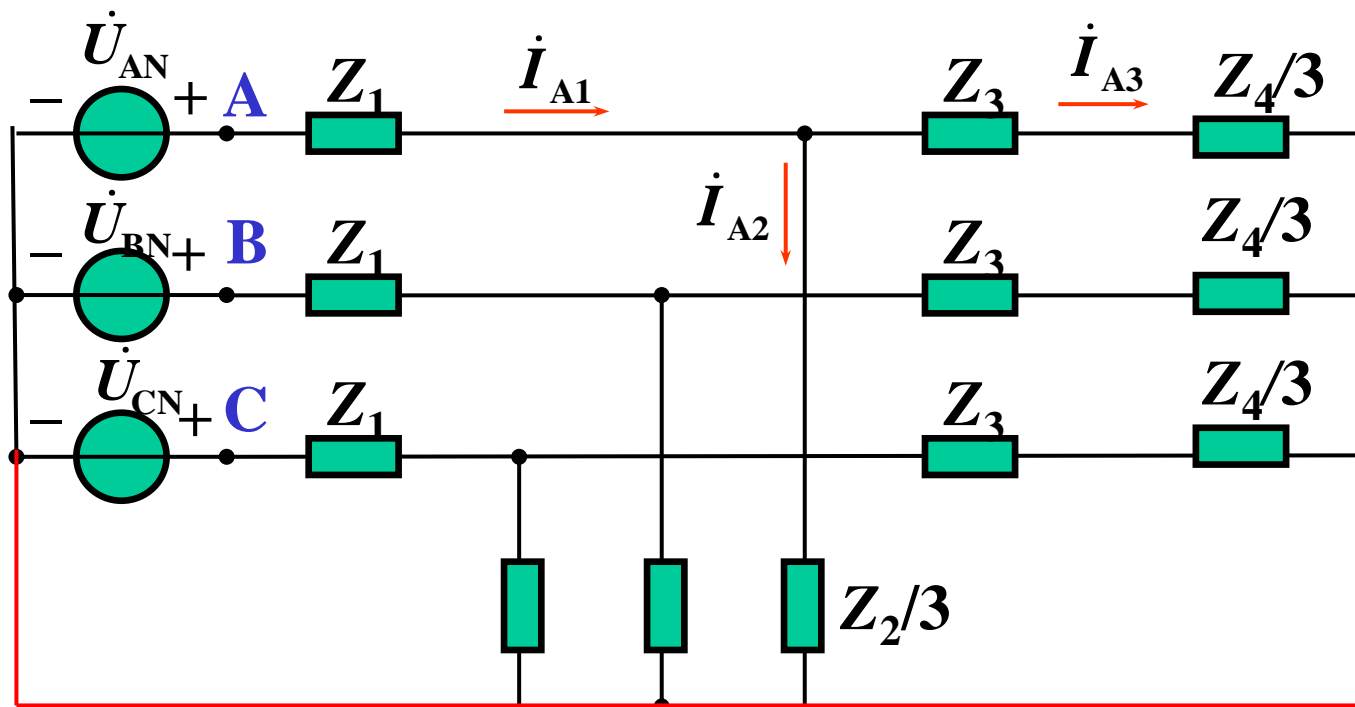


解：

(1) 电源等效为Y接三相电源

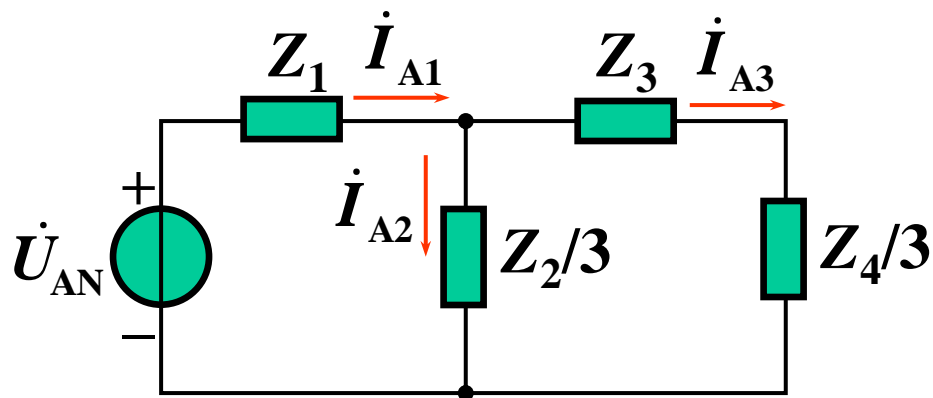
$$\dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ = U \angle -30^\circ \text{ V}$$

(2) 负载化为Y接



连接电源和负载中点

(3) 取A相计算电路



(4) 计算 \dot{I}_{A1} , \dot{I}_{A2} , \dot{I}_{A3}

由分流可得到 \dot{I}_{A2} , \dot{I}_{A3}

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1 + \frac{1}{3}Z_2 // (Z_3 + \frac{1}{3}Z_4)}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{Z_3 + Z_4/3}{Z_2/3 + Z_3 + Z_4/3} \dot{I}_{A1}$$

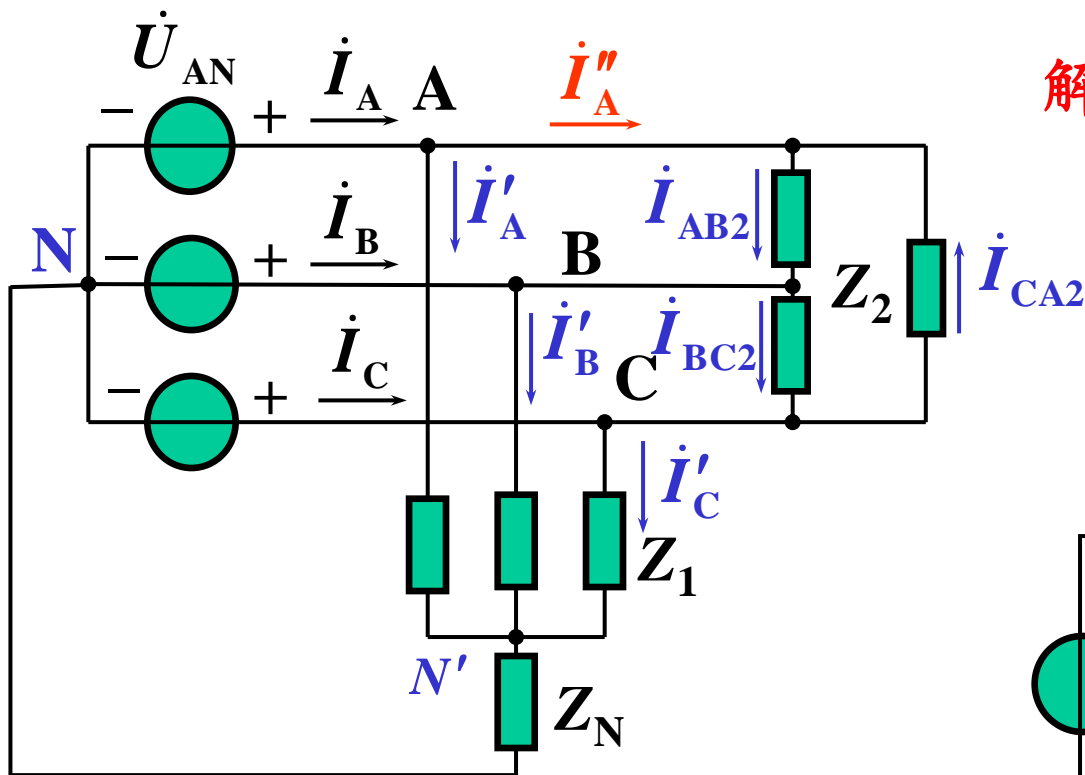
(5) 求相电流 \dot{I}_{A4}

$$\dot{I}_{A3} = \frac{Z_2/3}{Z_2/3 + Z_3 + Z_4/3} \dot{I}_{A1}$$

$$\dot{I}_{A4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_{A3} \angle 30^\circ$$

例2 如图对称三相电路，电源线电压为380V， $|Z_1|=10\Omega$ ， $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)， $Z_2=-j50\Omega$ ， $Z_N=1+j2\Omega$ 。

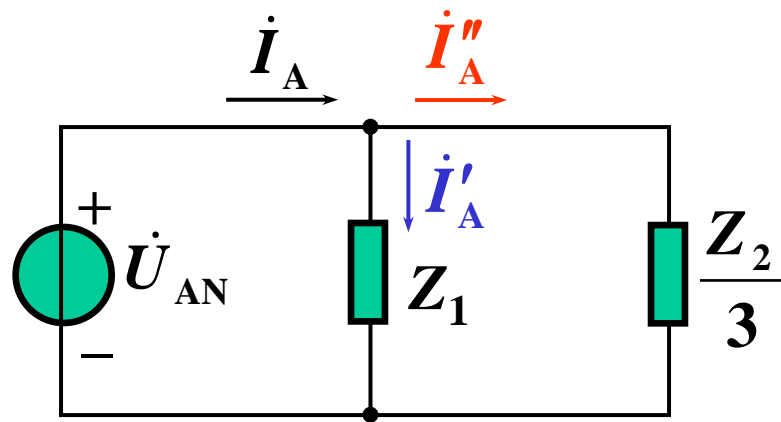
求：线电流、相电流，并定性画出相量图(以A相为例)。



解： 设 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$

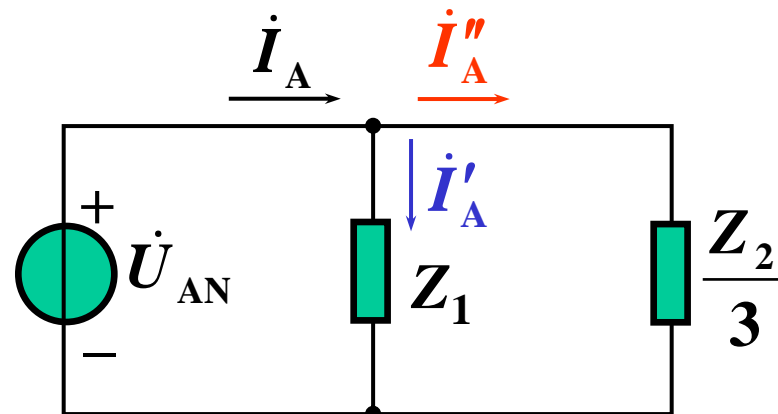
$$\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

取A相计算电路



$$Z_1 = 10\angle\varphi_1 = 6 + j8\Omega$$

$$Z_2' = \frac{1}{3}Z_2 = -j\frac{50}{3}\Omega$$



$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{10\angle 53.13^\circ} = 22\angle -53.13^\circ \text{ A} = 13.2 - j17.6 \text{ A}$$

$$\dot{I}''_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220\angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2 \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}'_A + \dot{I}''_A = 13.9\angle -18.4^\circ \text{ A}$$

根据对称性，得B、C相的线电流、相电流

$$\dot{I}_B = 13.9\angle -138.4^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = 13.9\angle 101.6^\circ \text{ A}$$

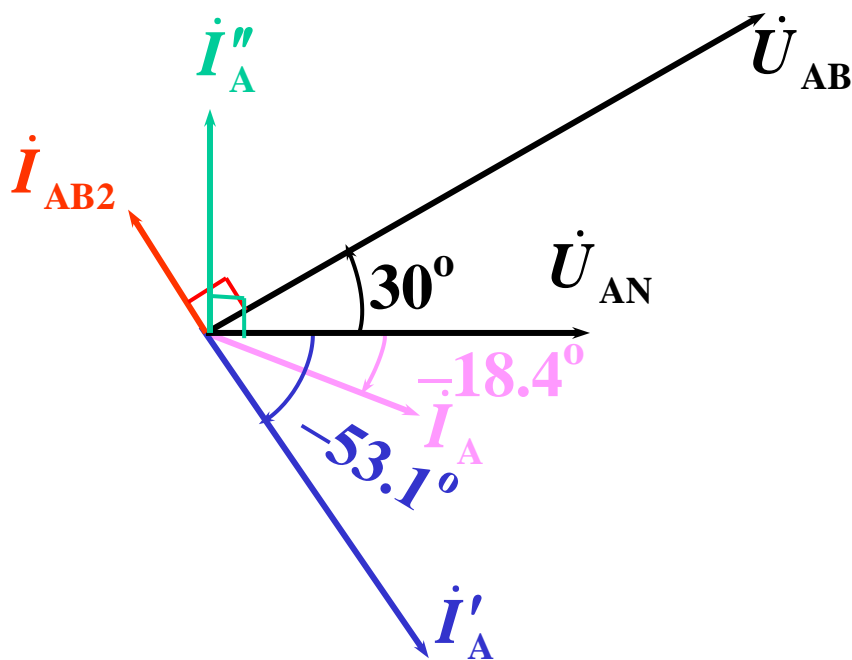
第一组负载的三相电流(Y接)

$$\begin{cases} \dot{I}'_A = 22\angle -53.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}'_B = 22\angle -173.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}'_C = 22\angle 66.9^\circ \text{ A} \end{cases}$$

第二组负载的相电流(Δ 接)

$$\begin{cases} \dot{I}_{AB2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}''_A \angle 30^\circ = 7.62\angle 120^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{BC2} = 7.62\angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{CA2} = 7.62\angle -120^\circ \text{ A} \end{cases}$$

由此可以画出相量图 (A相为例)



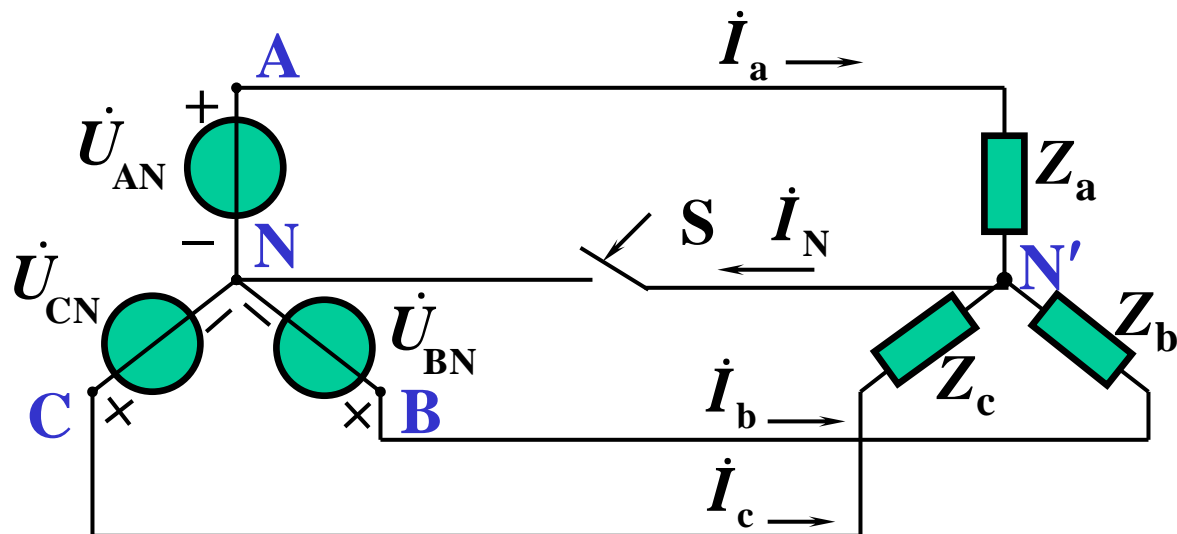
12.4 不对称三相电路

不对称 { 电源不对称, 程度小(由系统保证)。
电路参数(负载)不对称, 情况很多。

讨论对象: 电源对称, 负载不对称(低压电力网)。

分析方法 { 不能分相
复杂交流电路分析方法

主要了解: 中性点 (neutral point) 位移。

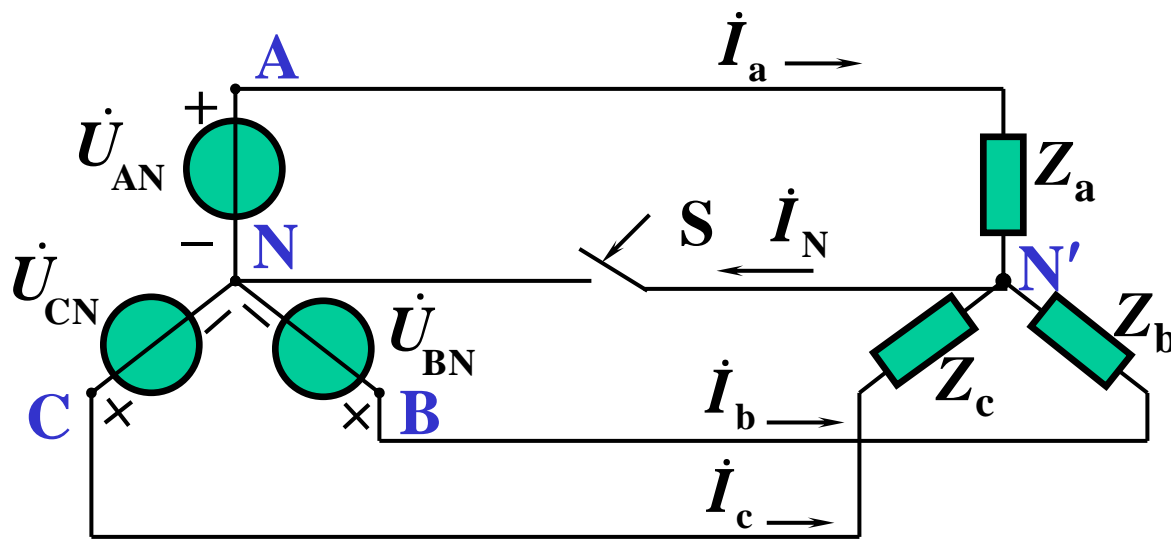


三相电源对称，负载不对称 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

(1) S打开（无中线情况）

由节点法得： $(1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c)\dot{U}_{N'N} = \dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c}{1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c} \neq 0$$



三相负载上的相电压

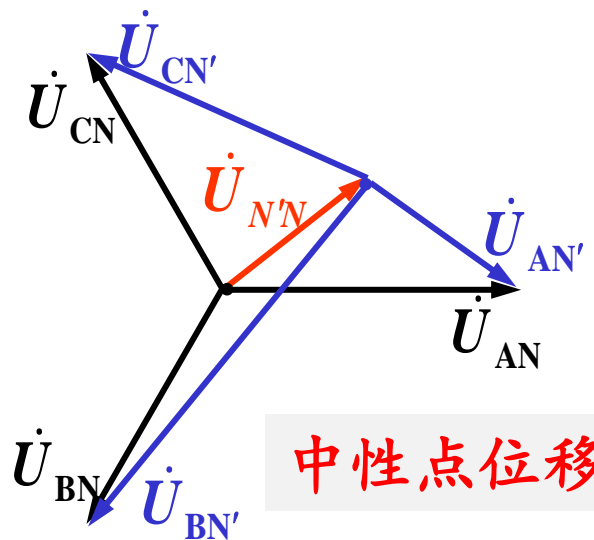
$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N}$$

由于 $\dot{U}_{N'N} \neq 0$, 所以负载三相电压不对称

相量图

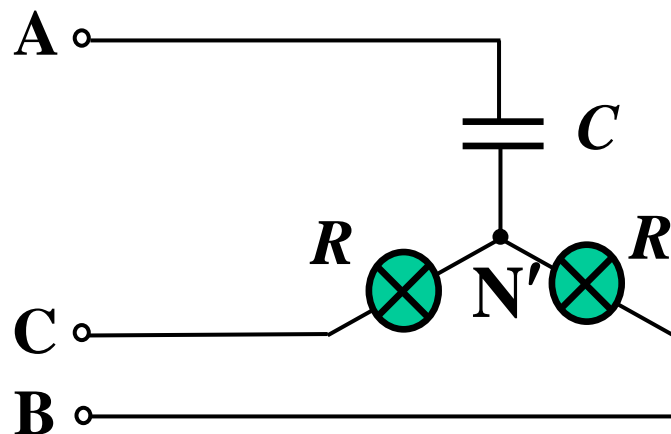


负载电流 负载三相电流不对称

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z_a} \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_{BN'}}{Z_b} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_{CN'}}{Z_c}$$

当负载的不对称性或中点位移较大时, 会造成负载相电压严重不对称, 使负载的工作状态不正常。

例 相序仪电路



测相序方法:

将相序仪三端分别接至电源三端，若设接电容一相为A相，则灯亮的为B相，灯暗的为C相。

A—B—C—A

分析其原理

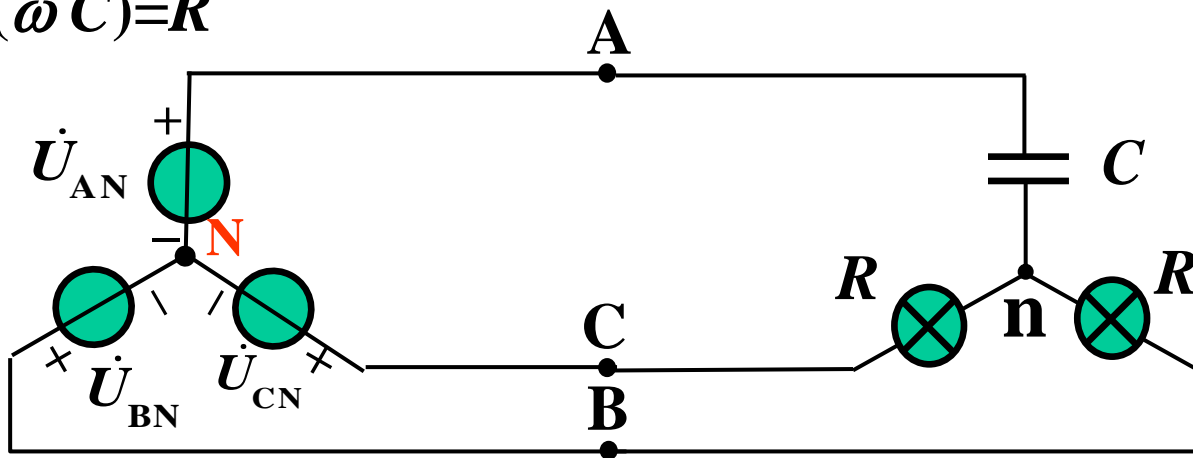
设三相对称电源为

$$\dot{U}_{AN} = U \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BN} = U \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{CN} = U \angle 120^\circ \text{ V}$$

令 $1/(\omega C)=R$



$$\dot{U}_{nN} = \frac{j\omega C \dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN}/R + \dot{U}_{CN}/R}{j\omega C + 1/R + 1/R} = \frac{j\dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN} + \dot{U}_{CN}}{2 + j1}$$

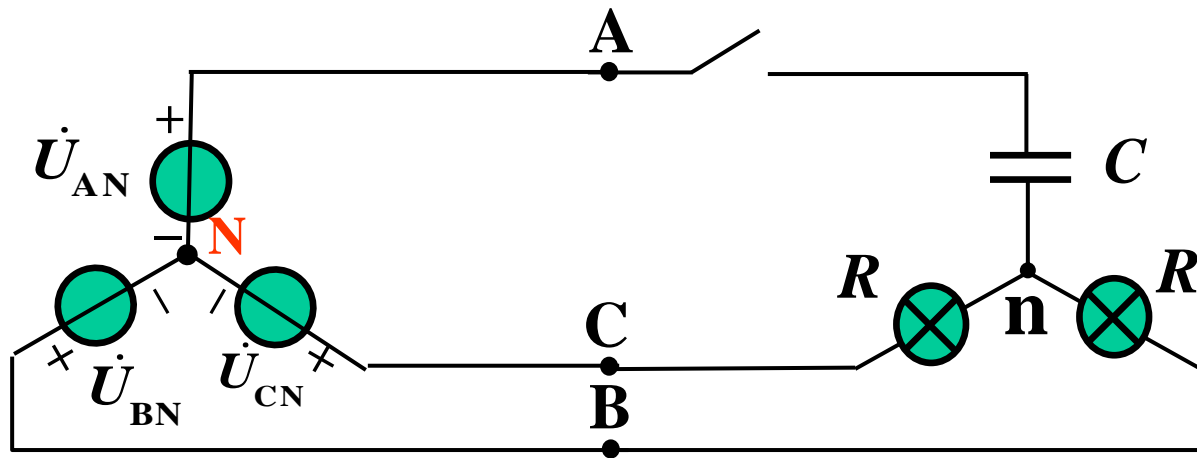
$$= 0.632U \angle 108.4^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{nN} = U \angle -120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 1.5U \angle -101.5^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{nN} = U \angle 120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 0.4U \angle 138.4^\circ \text{ V}$$

$U_{Bn} > U_{Cn}$ B相灯亮，C相灯暗

若A相发生断路，即 $Z_A=\infty$ ，求 \dot{U}_{Bn} 和 \dot{U}_{Cn} 。



灯泡电压
低，灯光
昏暗。

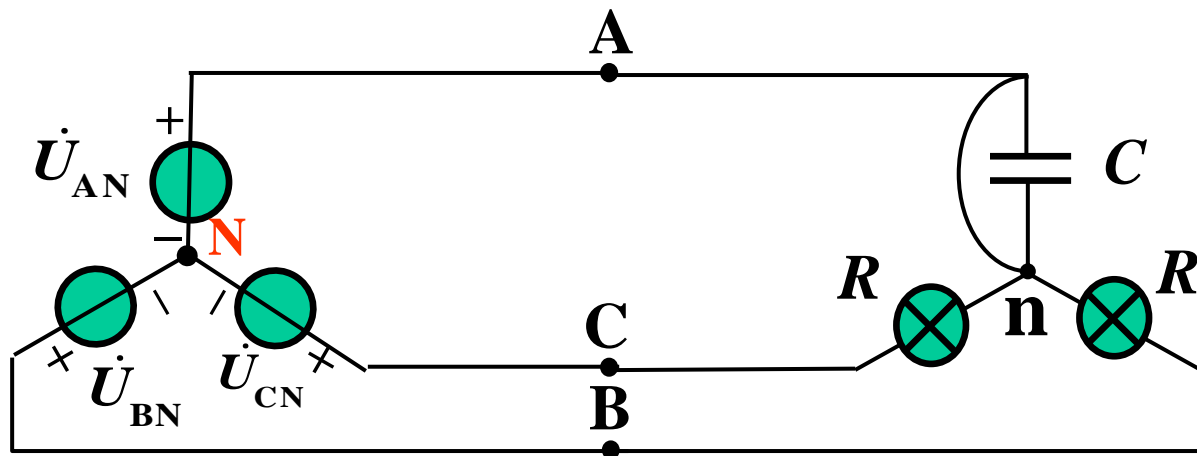
结点分析法
$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)\dot{U}_{nN} = \frac{1}{R}\dot{U}_{BN} + \frac{1}{R}\dot{U}_{CN}$$

$$\dot{U}_{nN} = \frac{1}{2}(\dot{U}_{BN} + \dot{U}_{CN}) = \frac{1}{2}(-\dot{U}_{AN})$$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{nN} = U \angle -120^\circ + 0.5U = -j0.866U$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{nN} = U \angle 120^\circ + 0.5U = j0.866U$$

若A相发生短路，即 $Z_A=0$ ，求 \dot{U}_{Bn} 和 \dot{U}_{Cn} 。



超过灯泡
的额定电
压，灯泡
可能烧坏。

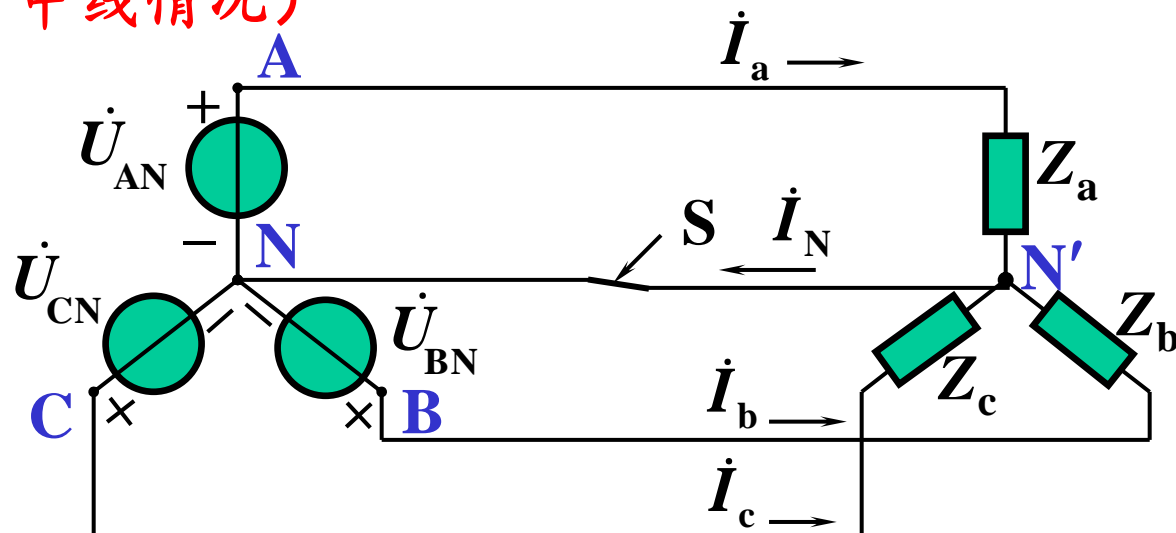
当 $Z_A=0$ 时，n和A点等电位 $\dot{U}_{nN} = \dot{U}_{AN}$

$$\dot{U}_{Bn} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{nN} = U \angle -120^\circ - U = \sqrt{3}U \angle -150^\circ$$

$$\dot{U}_{Cn} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{nN} = U \angle 120^\circ - U = \sqrt{3}U \angle 150^\circ$$

民用配电网基本上采用三相四线制，三相三线制只适用于三相对称负荷（如三相电力变压器，三相电机等）

(2) S闭合 (有中线情况)



三相电源对称，负载不对称 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

$\dot{U}_{N'N} = 0$ 负载三相电压为电源三相电压

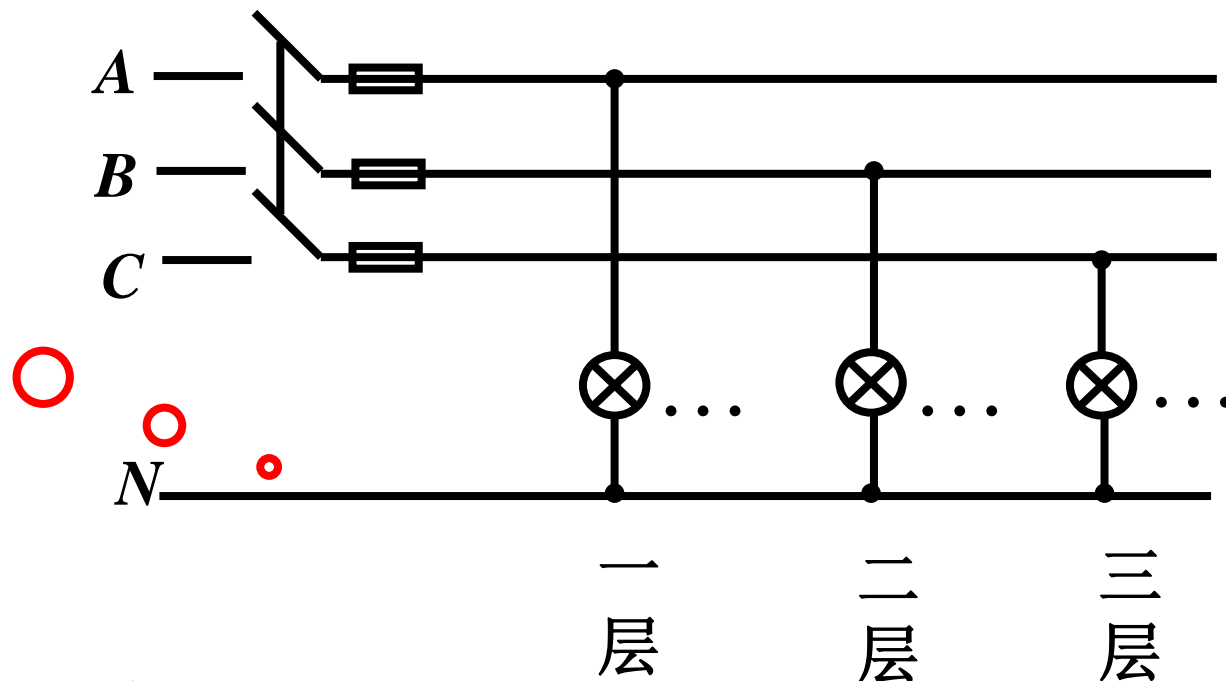
负载电流
$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_a} \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z_b} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_{CN}}{Z_c}$$

由于 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ ，故三相电流不对称

中线电流
$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq 0$$

照明电路的一般画法

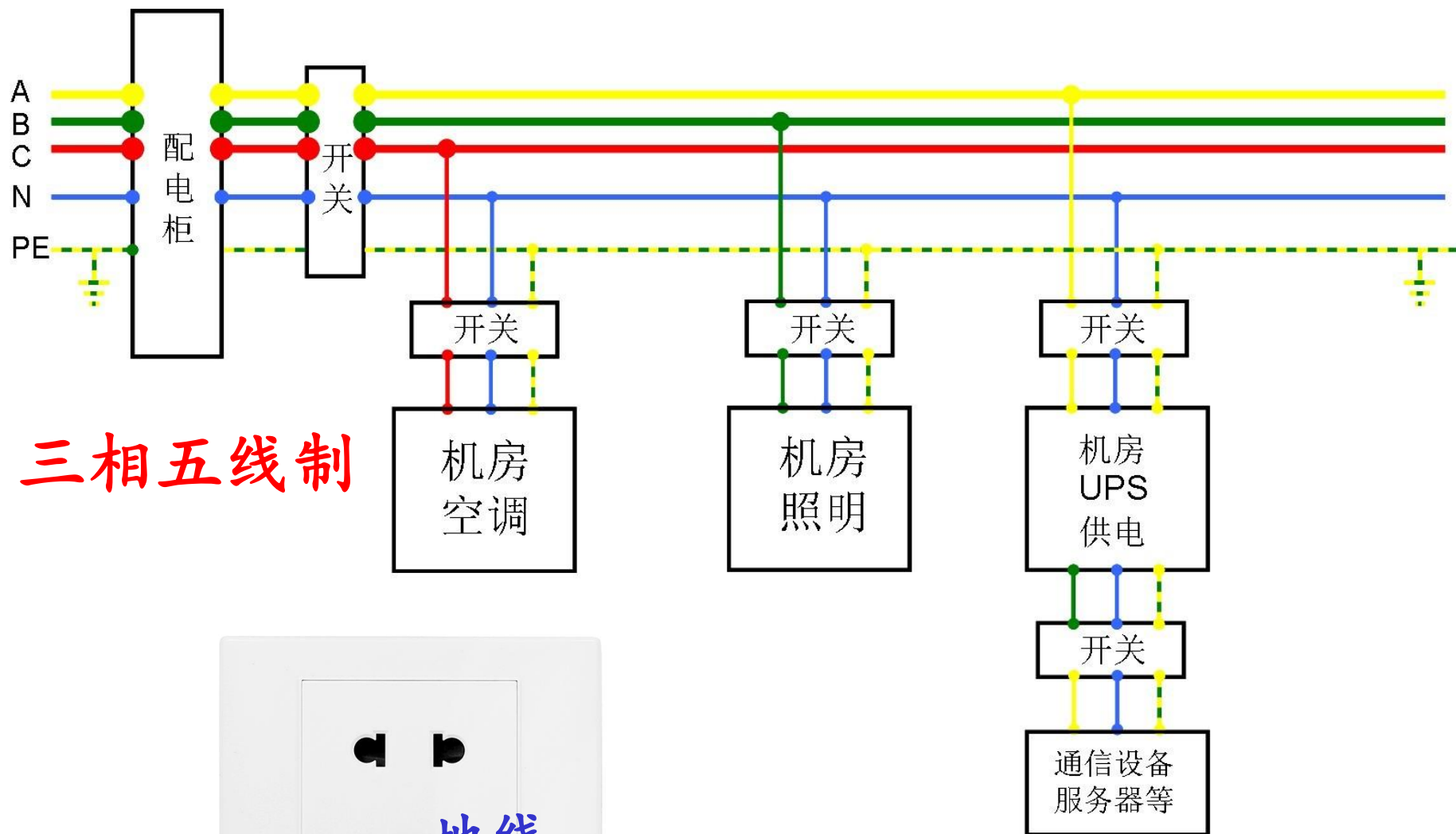
零线上不能加
刀闸和保险



关于中线的结论

中线的作用在于：使星形连接的不对称负载上得到对称的相电压。

为了确保零线在运行中不断开，其上不允许接保险丝也不允许接刀闸。



三相五线制



12.5 对称三相电路的功率

1. 瞬时功率 p

设 $u_A = \sqrt{2}U \sin \omega t$

$$i_A = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \phi)$$

则 $p_A = u_A i_A = 2UI \sin \omega t \sin(\omega t - \phi)$
 $= UI \cos \phi - UI \cos(2\omega t - \phi)$

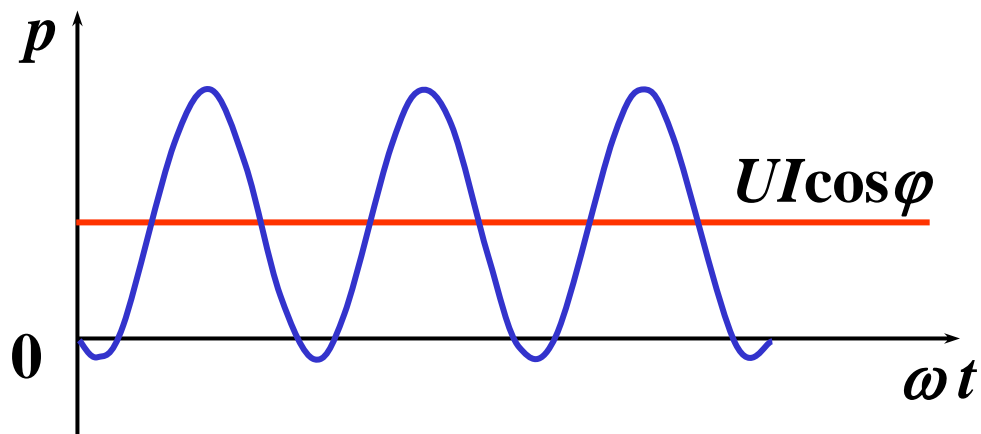
$$p_B = u_B i_B = UI \cos \phi - UI \cos[(2\omega t - 120^\circ) - \phi]$$

$$p_C = u_C i_C = UI \cos \phi - UI \cos[(2\omega t + 120^\circ) - \phi]$$

$$p = p_A + p_B + p_C = 3UI \cos \phi$$

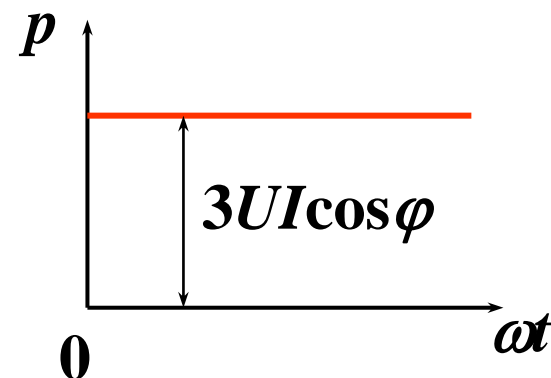
对称三相电路的瞬时功率为常数

$$p_A = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$$



单相：瞬时功率脉动

$$p = 3UI \cos \varphi$$



三相：瞬时功率平稳

电动机转矩： $T \propto p$

可以得到均衡的机械力矩，避免了机械振动。

2. 有功功率 P

$$P = P_A + P_B + P_C$$

三相总功率 $P = 3U_p I_p \cos \varphi = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi$

注意：

(1) φ 为相电压与相电流的相位差角（每相阻抗的阻抗角）。

(2) $\cos \varphi$ 为每相的功率因数，在对称三相制中即三相功率因数： $\cos \varphi_A = \cos \varphi_B = \cos \varphi_C = \cos \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{P}{3U_p I_p}$$

3. 无功功率Q

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_p$$

$$Q = 3U_p I_p \sin\varphi = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi$$

4. 视在功率S

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_p I_p = \sqrt{3}U_l I_l$$

5. 复功率 \bar{S}

$$\bar{S} = 3\dot{U}_p \dot{I}_p^* = \cancel{\sqrt{3}\dot{U}_l \dot{I}_l^*}$$

例 三相电动机在220V线电压下工作，分别接成Y接和Δ接。
求两种接法下的有功功率。

(电动机每相等效阻抗为 $Z = 29 + j21.8\Omega$)

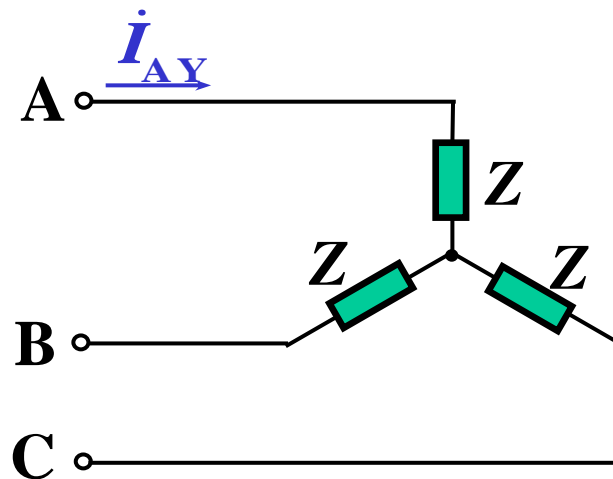
解： 设 $\dot{U}_{AB} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{AY} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z}$$

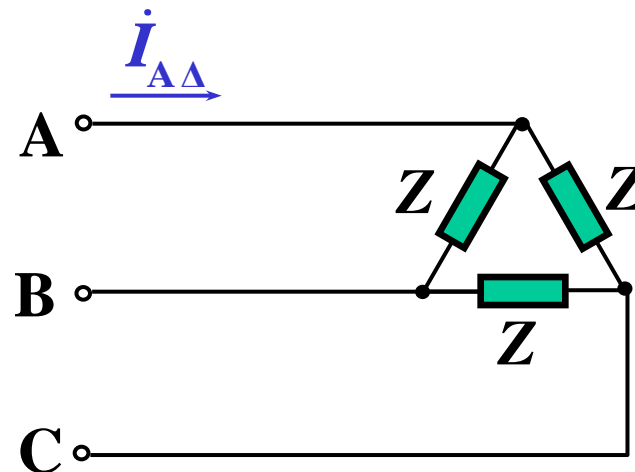
$$= \frac{127\angle -30^\circ}{29 + j21.8} = 3.50\angle -66.9^\circ \text{ A}$$

$$P_Y = \sqrt{3}U_l I_l \cos \varphi \quad \text{相位角 } \varphi = ?$$

$$= \sqrt{3} \times 220 \times 3.5 \cos 36.9^\circ = 1066 \text{ W}$$



$$\begin{aligned} \dot{I}_{A\Delta} &= \frac{\dot{U}_{AN}}{Z/3} = 3 \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} \\ &= 3 \times 3.5 \angle -66.9^\circ \text{ A} \end{aligned}$$



$$P_{\Delta} = \sqrt{3} 3220 \times 3 \times 3.5 \cos 36.9^\circ = 3198 \text{ W}$$

结论：线电压不变时 $I_{\Delta} = 3I_Y$ $P_{\Delta} = 3P_Y$

应用：电动机Y-Δ降压启动

例 在对称三相电路中并联三角形电容，将电路的功率因素提高至0.9，电源频率为50Hz。确定电容C，以及并联电容前、后电源线电流的比值。

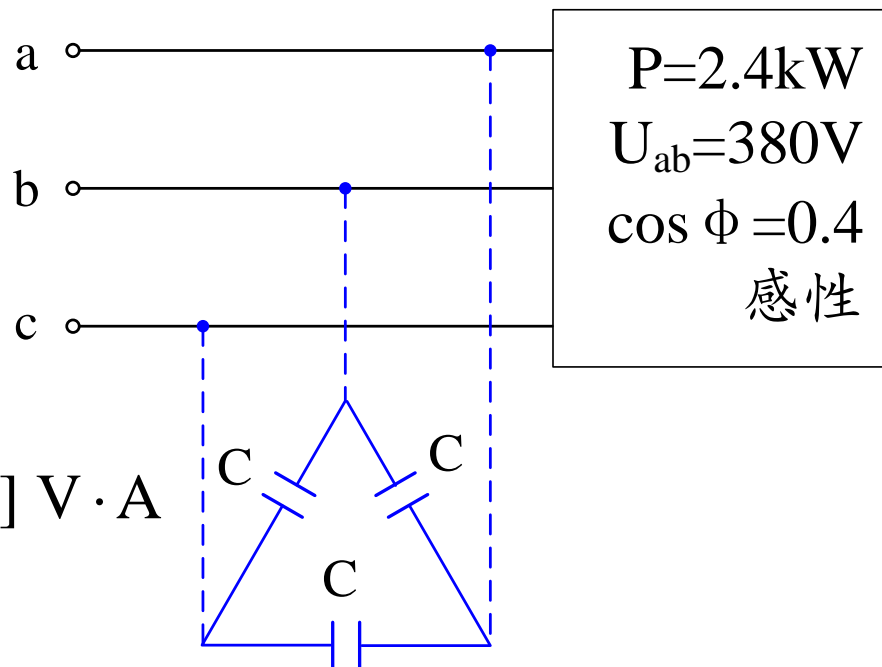
解： 利用功率守恒进行计算。

并联电容**前**：

$$\begin{aligned}\bar{S} &= P + jQ \\ &= [2400 + j2400 \times \tan(\arccos 0.4)] \text{ V} \cdot \text{A} \\ &= (2400 + j5499) \text{ V} \cdot \text{A}\end{aligned}$$

并联电容**后**：

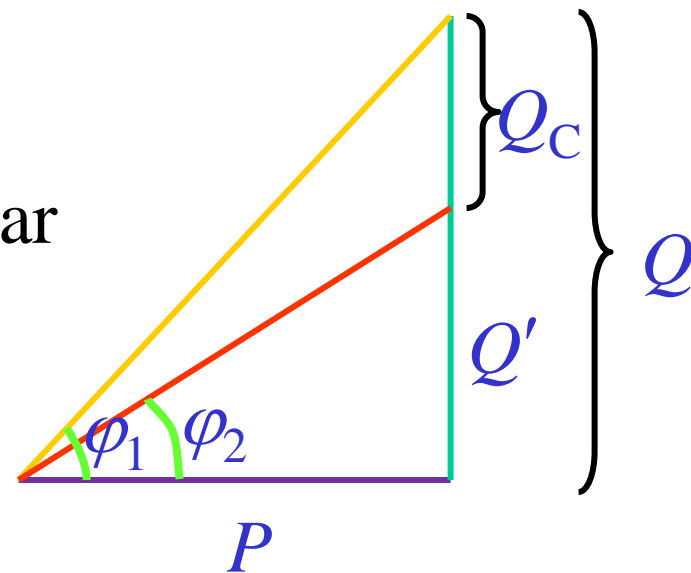
$$\begin{aligned}\bar{S}' &= P + jQ' \\ &= [2400 + j2400 \times \tan(\arccos 0.9)] \text{ V} \cdot \text{A} = (2400 + j1162) \text{ V} \cdot \text{A}\end{aligned}$$



电容提供的无功功率：

$$Q_C = Q - Q' = 5499 - 1162 = 4337 \text{ var}$$

$$Q_C = 3\omega CU_{ab}^2 \Rightarrow C = 31.9 \mu\text{F}$$

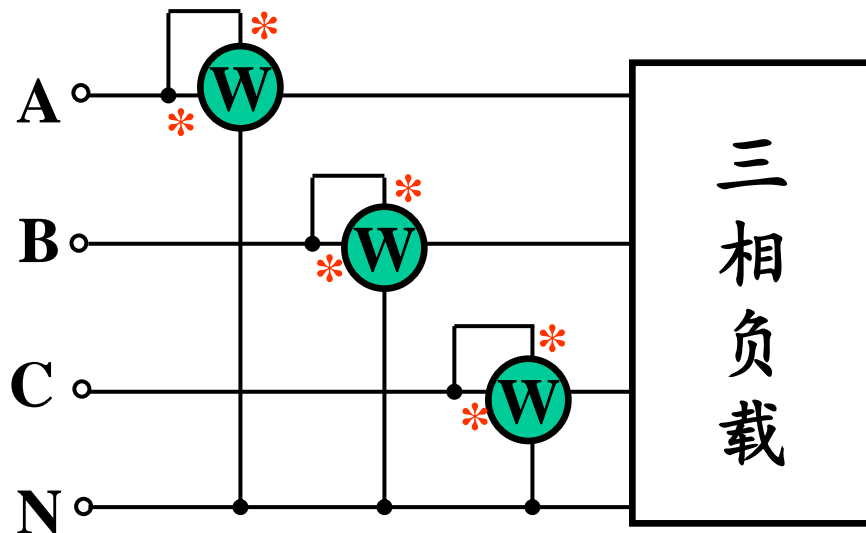


$$S = \sqrt{3}U_{ab}I_a \quad S' = \sqrt{3}U_{ab}I'_a$$

$$\frac{I'_a}{I_a} = \frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{2400^2 + 1162^2}}{\sqrt{2400^2 + 5499^2}} = 0.444$$

12.6 三相电路有功功率的测量

(1) 三表法：



$$P = P_A + P_B + P_C$$

若负载对称，则需一块表，读数乘以 **3**。

(2) 二表法:

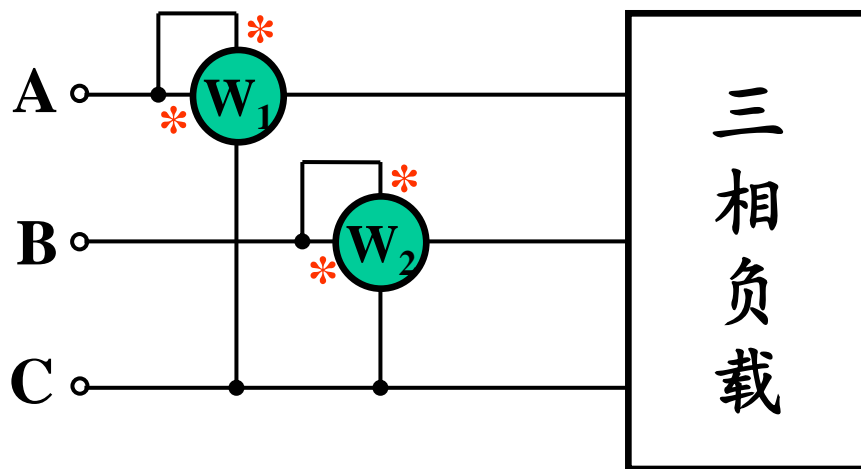


表1测量的是A相线电流，A-C相之间的线电压；
表2测量的是B相线电流，B-C相之间的线电压；

若 W_1 的读数为 P_1 ， W_2 的读数为 P_2 ，则
 $P=P_1+P_2$ 即为三相总功率。

证明：（设负载为Y接）

$$p = u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (\text{KCL})$$

$$i_C = -(i_A + i_B)$$

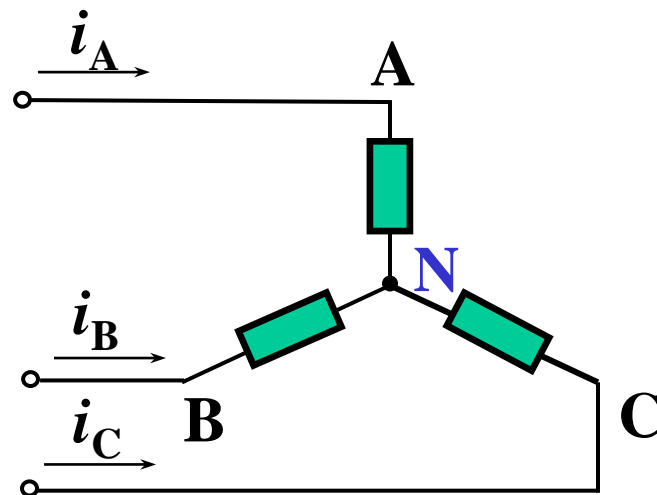
$$p = (u_{AN} - u_{CN}) i_A + (u_{BN} - u_{CN}) i_B$$

$$= u_{AC} i_A + u_{BC} i_B$$

$$P = U_{AC} I_A \cos \varphi_1 + U_{BC} I_B \cos \varphi_2$$

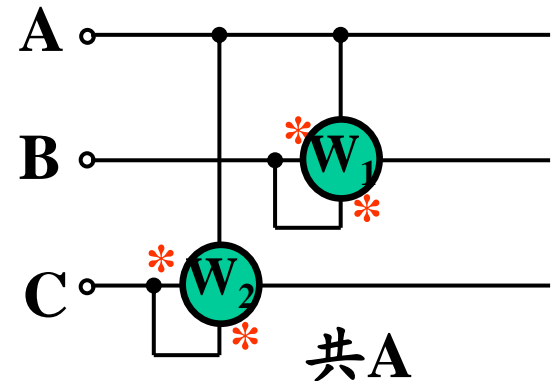
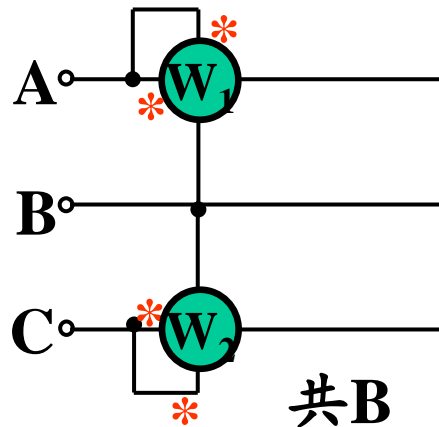
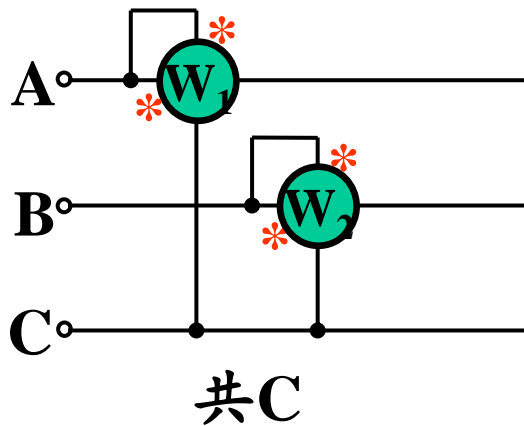
φ_1 ： u_{AC} 与 i_A 的相位差， φ_2 ： u_{BC} 与 i_B 的相位差。

两个功率表的读数的代数和就是三相总功率。



注意:

1. 只有在 $i_A + i_B + i_C = 0$ 这个条件下, 才能用二表法。
2. 两块表读数的代数和为三相总功率, 每块表的单独读数无意义。
3. 二表法测三相功率的接线方式有三种, 注意功率表的极性端的正确接法。

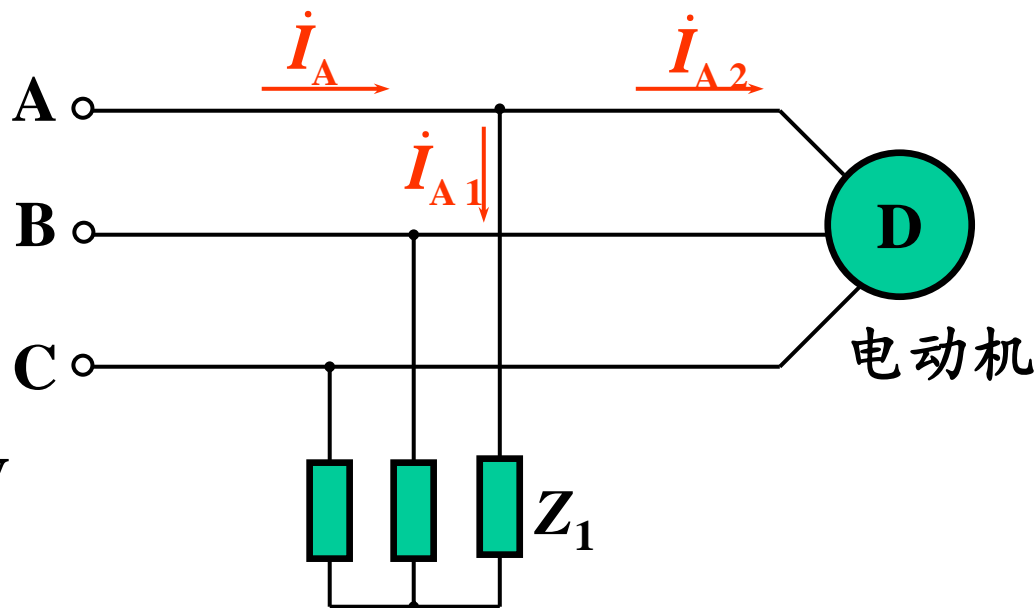


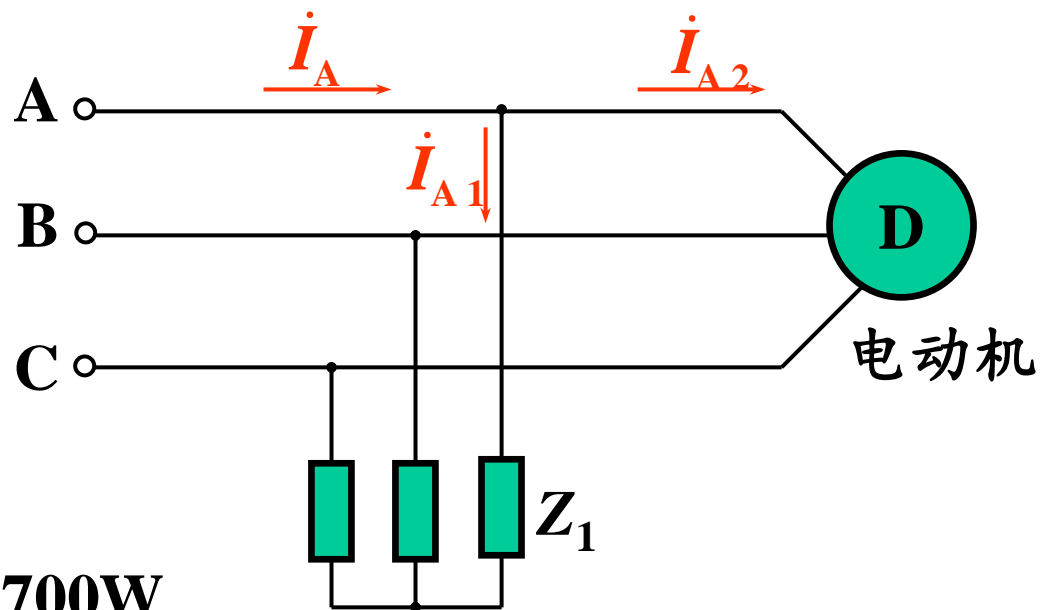
例：已知对称三相电路中 $U_l = 380\text{V}$ ， $Z_1 = 30 + j40\Omega$ ，电动机 $P = 1700\text{W}$ ， $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。求 (1) 线电流和电源发出总功率； (2) 画出用二表法测电动机负载功率的功率表接线图，并求出两表读数。

解：

(1) 设 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + j40} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$





电动机负载

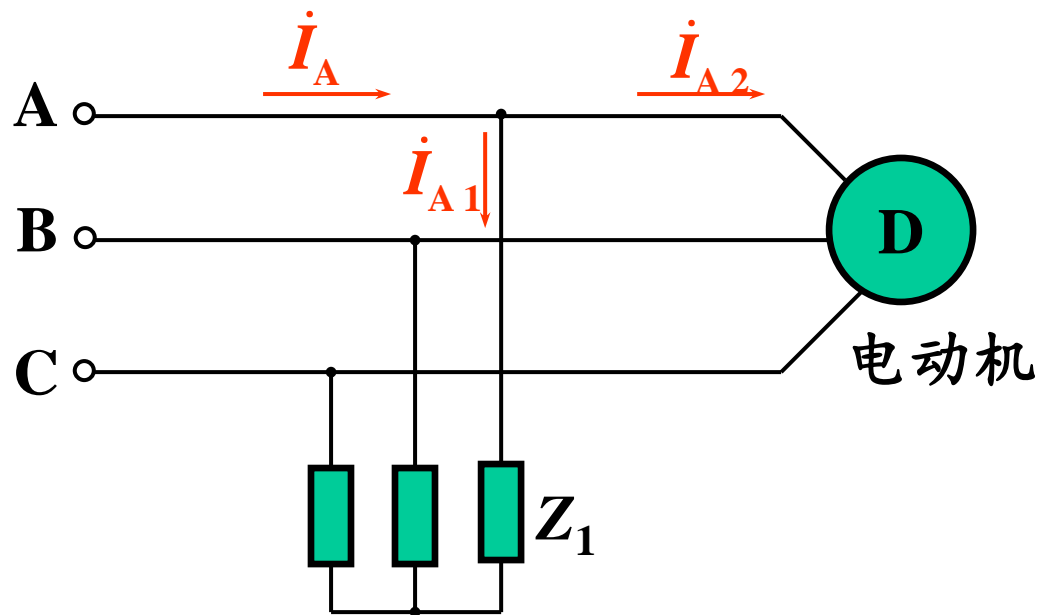
$$P = \sqrt{3}U_l I_{A2} \cos\varphi = 1700\text{W}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \cos\varphi} = \frac{P}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23\text{A}$$

$$\cos\varphi = 0.8, \quad \varphi = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23 \angle -156.9^\circ \text{ A}$$



总电流

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \\ &= 4.41\angle -53.1^\circ + 3.23\angle -36.9^\circ = 7.56\angle -46.2^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{\text{总}} &= \sqrt{3}U_l I_A \cos\varphi_{\text{总}} \\ &= \sqrt{3} \times 380 \times 7.56 \cos 46.2^\circ = 3.44\text{kW}\end{aligned}$$

$$P_{Z1} = 3 \times I_{A1}^2 \times R_1 = 3 \times 4.41^2 \times 30 = 1.74\text{kW}$$

(2) 两表的接法如图。

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AC} &= -\dot{U}_{CA} = -380\angle 150^\circ \text{ V} \\ &= 380\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23\angle -156.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$$

表 W_2 的读数 P_2

$$P_2 = U_{BC} I_{B2} \cos \varphi_2 = 380 \times 3.23 \cos(-156.9^\circ + 90^\circ) = 481.6 \text{ W}$$

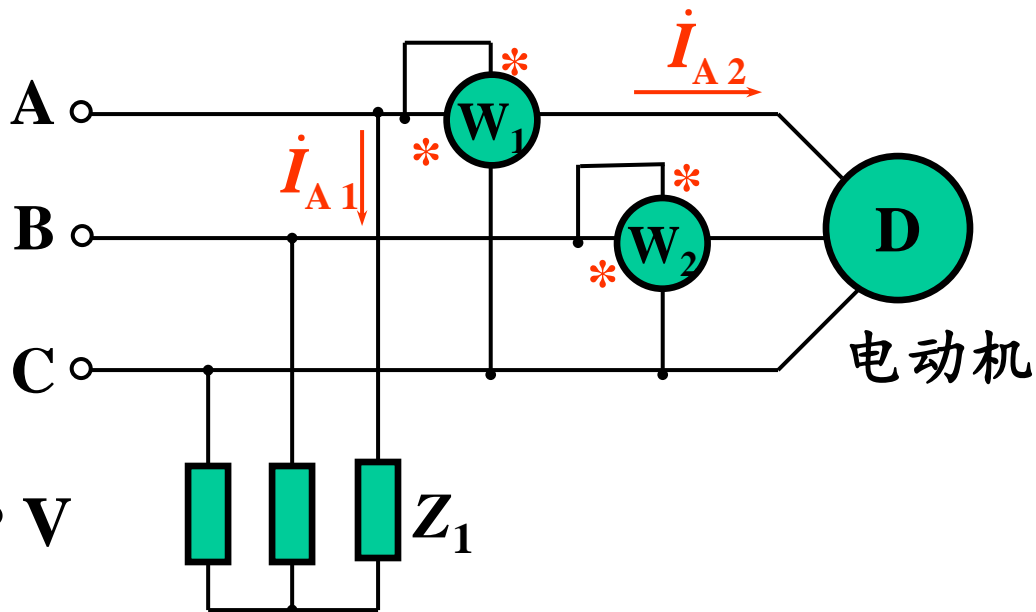


表 W_1 的读数 P_1

$$\begin{aligned}P_1 &= U_{AC} I_{A2} \cos \varphi_1 \\ &= 380 \times 3.23 \cos(-30^\circ + 36.9^\circ) \\ &= 1218.5 \text{ W}\end{aligned}$$

本章小结

- 三相电路：三相电源、三相负载、三相输电线

$$\dot{U}_a = U \angle \theta \quad \dot{U}_b = U \angle (\theta - 120^\circ) \quad \dot{U}_c = U \angle (\theta + 120^\circ)$$

$$\text{Y-接: } \dot{I}_{al} = \dot{I}_{ap} \quad \dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_{AN} \angle 30^\circ$$

$$\Delta\text{-接: } \dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} \quad \dot{I}_{al} = \sqrt{3} \dot{I}_{ap} \angle -30^\circ$$

- 三者皆对称 \Rightarrow 对称三相电路 $\dot{I}_N = 0$

$$Y_N\text{-}Y_n, Y\text{-}Y, Y\text{-}\Delta, \Delta\text{-}Y, \Delta\text{-}\Delta \Rightarrow Y_N\text{-}Y_n \text{ 分相计算法}$$

- 任一不对称 \Rightarrow 不对称三相电路 不能分相

$$\dot{U}_{nN} \neq 0 \quad \text{中性点位移}$$

- 三相电路功率 $p = 3UI \cos \varphi$

$$P = 3U_p I_p \cos \varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$$

三表法和二表法

作业

- 12.3节：12-8
- 12.4节：12-20
- 12.5节：12-26
- 12.6节：12-28
- 综合：12-34