第3章

电路分析的一般方法

3.1 结点分析法 Nodal Analysis

1.结点分析方程 Nodal Equations

2.观察法列写结点分析方程 Nodal Equations by Inspection

3.含电源支路的结点分析方程 Nodal Equations with source branch

3.2 网孔分析法 Mesh Analysis

1. 网孔分析方程 Mesh Equations

2.观察法列写网孔分析方程 Mesh Equations by Inspection

3.含电源支路的网孔分析方程 Mesh Equations with source branch

第3章

电路分析的一般方法

目标： 1.熟练应用结点分析法。

2.熟练应用网孔分析法。

3.根据电路特点选择最佳分析方法。

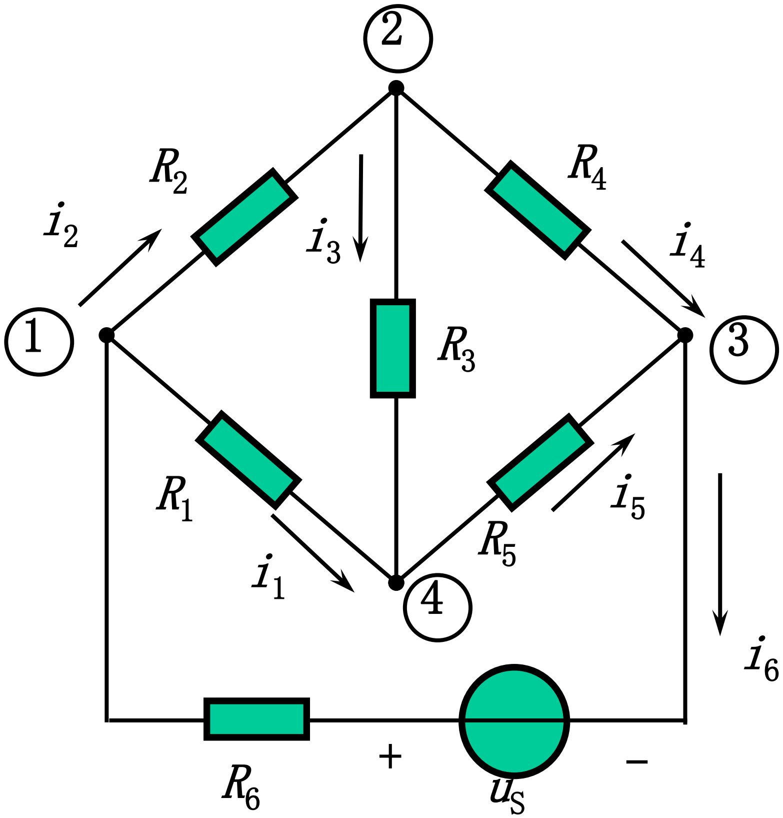
难点： 1.含电压源支路电路的结点方程。

2.含电流源支路电路的网孔方程。

讲授学时： 4

✦ 问题的提出

求图示电路中支路电流i_1-i_6（各支路电压与电流采用关联参考方向）。



可用支路电流法求解电路（n-1个KCL方程，b-n+1个KVL方程，共b个方程）。

问题：

方程数相对较多（6个方程）

复杂电路难以手工计算

计算机的存储能力与计算能力要求高

有必要寻找减少列写方程数量的方法。

✦ 问题的提出

目的：找出求解线性电路的**分析方法** 。

应用：主要用于复杂的线性电路的求解。

基础
- 电路的连接关系——KCL，KVL定律
- 元件特性——约束关系

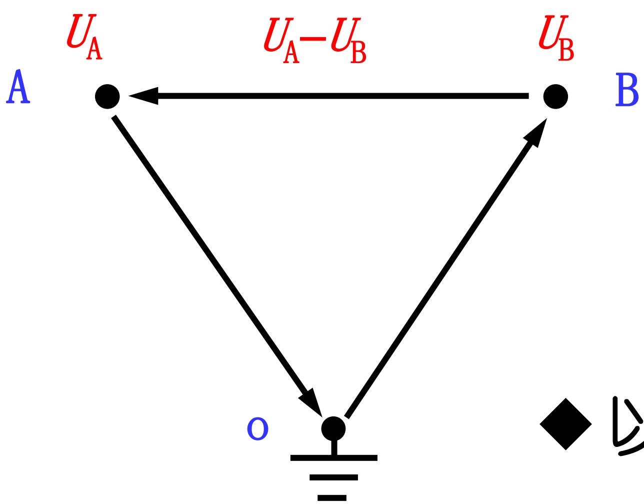
- 结点分析法
- 网孔分析法

3.1 结点分析法 Nodal analysis

- **节点分析法**是以**各节点的电位**作为未知变量来列写方程(节点方程)。
- 任选一个节点为**基准节点**(**参考节点**)，且电位恒取为零。其他节点的电位就是它们与基准节点之间的电压，称为**节点电压**。
- 以**(n–1)个独立节点**的电压为变量列写**(n–1)个独立KCL**方程
- 从节点方程求得节点电压以后，再求出各支路电压和电流。

为什么不用列写KVL方程？

由于电位的单值性，节点电压自动满足KVL方程。



$$U_B+(U_A-U_B)-U_A=0$$

- ◆以节点电压为变量的KVL自动满足
- ◆只需列写以节点电压为变量的KCL方程

3.1 结点分析法 Nodal analysis

1.结点方程 Nodal equations

$$i_1 = \frac{u_{n1}}{5} - 1$$

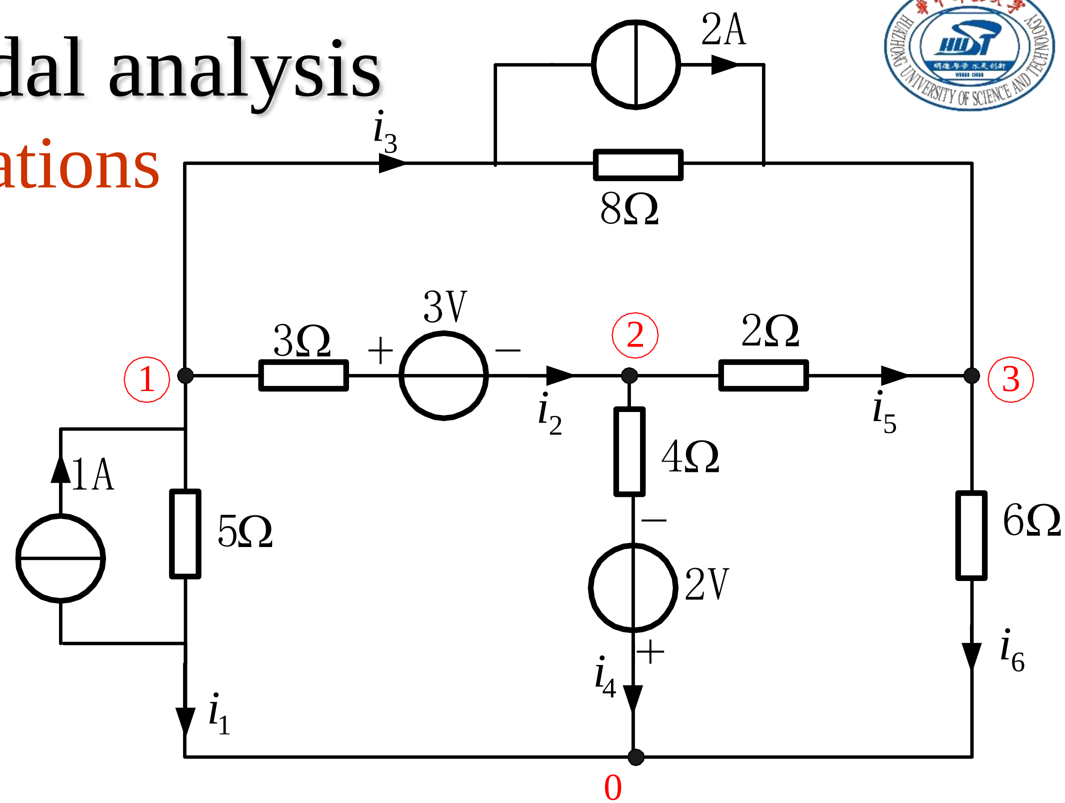
$$i_2 = \frac{u_{n1} - u_{n2} - 3}{3}$$

$$i_3 = \frac{u_{n1} - u_{n3}}{8} + 2$$

$$i_4 = \frac{u_{n2} + 2}{4}$$

$$i_5 = \frac{u_{n2} - u_{n3}}{2}$$

$$i_6 = \frac{u_{n3}}{6}$$



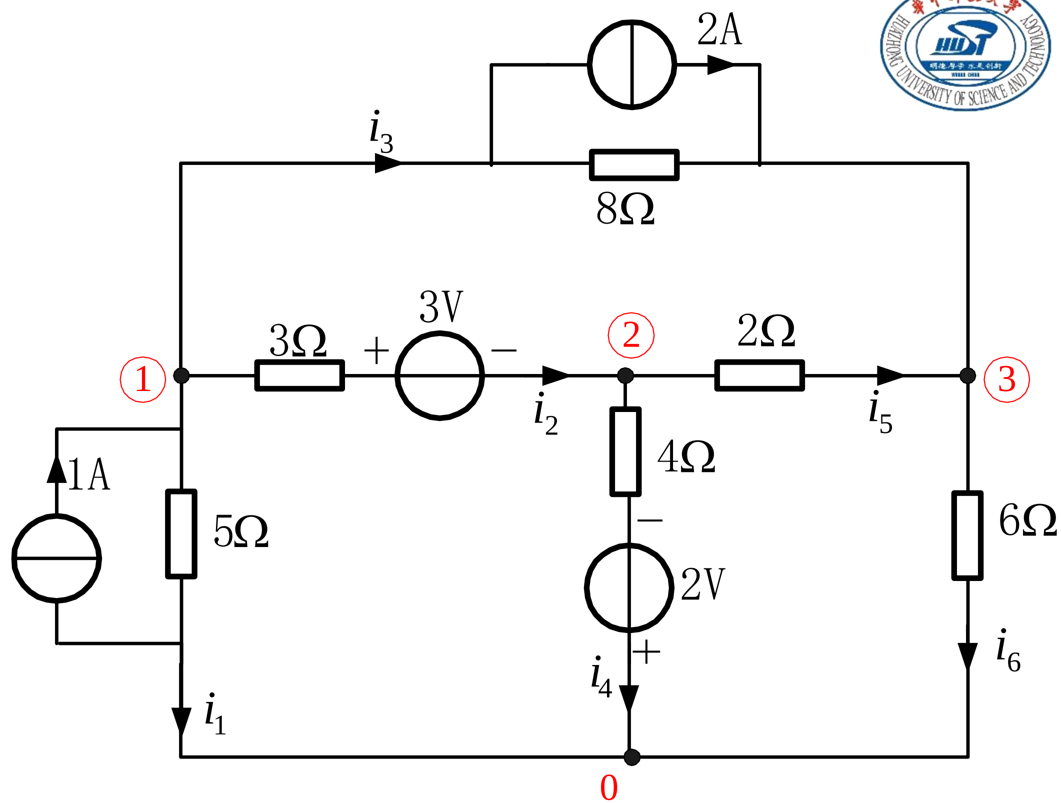
$$\left(\frac{u_{n1}}{5} - 1\right) + \left(\frac{u_{n1} - u_{n2} - 3}{3}\right) + \left(\frac{u_{n1} - u_{n3}}{8} + 2\right) = 0$$

$$-\left(\frac{u_{n1} - u_{n2} - 3}{3}\right) + \left(\frac{u_{n2} + 2}{4}\right) + \left(\frac{u_{n2} - u_{n3}}{2}\right) = 0$$

$$-\left(\frac{u_{n1} - u_{n3}}{8} + 2\right) - \left(\frac{u_{n2} - u_{n3}}{2}\right) + \left(\frac{u_{n3}}{6}\right) = 0$$

3.1 Nodal analysis

1.Nodal equations



$$(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{8})u_{n1}-\frac{1}{3}u_{n2}-\frac{1}{8}u_{n3}$$
$$=1+\frac{3}{3}-2$$

$$-\frac{1}{3}u_{n1}+(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2})u_{n2}-\frac{1}{2}u_{n3}$$
$$=-\frac{3}{3}-\frac{2}{4}$$

$$-\frac{1}{8}u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}+(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6})u_{n3}$$
$$=2$$

$$(\frac{u_{n1}}{5}-1)+(\frac{u_{n1}-u_{n2}-3}{3})+(\frac{u_{n1}-u_{n3}}{8}+2)=0$$

$$-(\frac{u_{n1}-u_{n2}-3}{3})+(\frac{u_{n2}+2}{4})+(\frac{u_{n2}-u_{n3}}{2})=0$$

$$-(\frac{u_{n1}-u_{n3}}{8}+2)-(\frac{u_{n2}-u_{n3}}{2})+(\frac{u_{n3}}{6})=0$$

3.1 Nodal analysis

1.Nodal equations

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{8}\right)u_{n1}-\frac{1}{3}u_{n2}-\frac{1}{8}u_{n3}$$

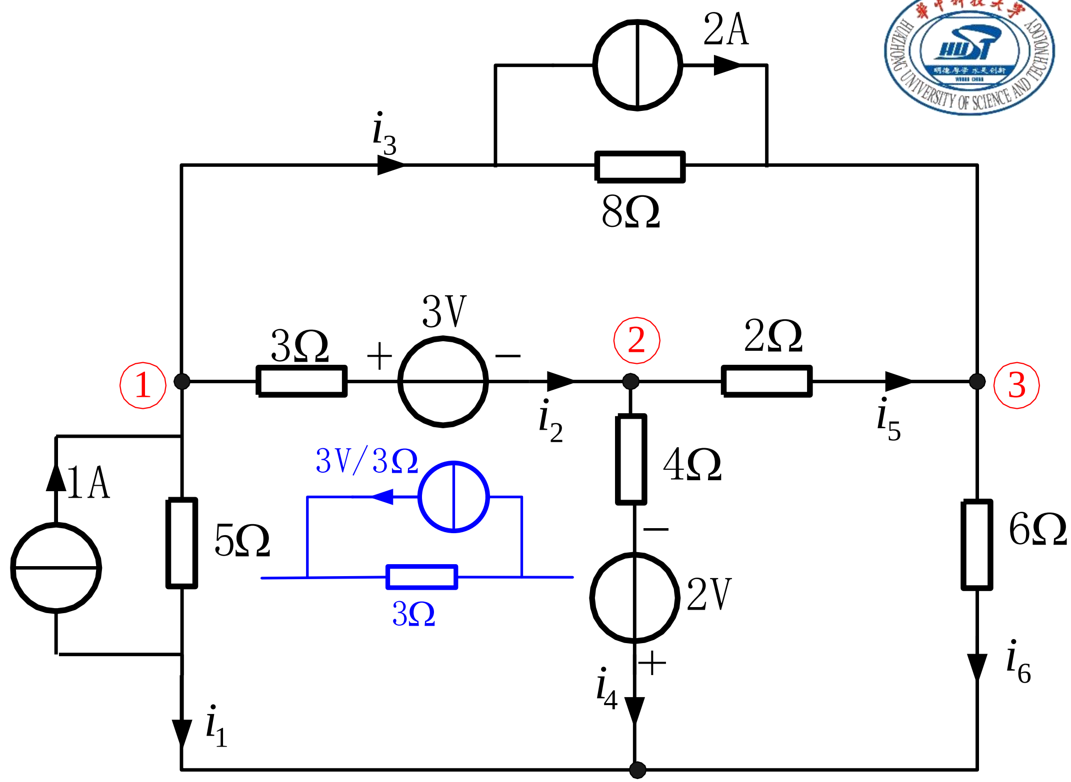
$$=1+\frac{3}{3}-2$$

$$-\frac{1}{3}u_{n1}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)u_{n2}-\frac{1}{2}u_{n3}$$

$$=-\frac{3}{3}-\frac{2}{4}$$

$$-\frac{1}{8}u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)u_{n3}$$

$$=2$$



0

$$G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{sn1}$$

$$G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{sn2}$$

$$G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{sn3}$$

$$\boxed{\boldsymbol{G}_n U_n=\boldsymbol{I}_{sn}}$$

$\boldsymbol{G}_n$: conductance matrix

2.快速列写法

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{8}\right)u_{n1}-\frac{1}{3}u_{n2}-\frac{1}{8}u_{n3}$$

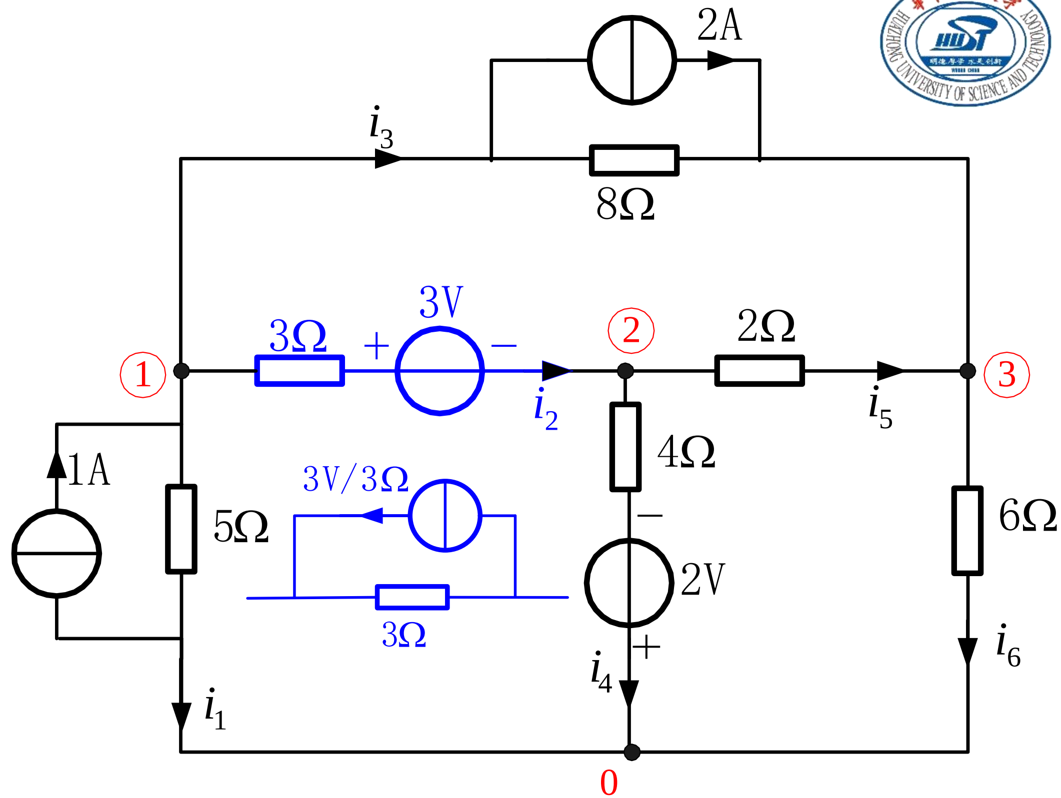
$$=1+\frac{3}{3}-2$$

$$-\frac{1}{3}u_{n1}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)u_{n2}-\frac{1}{2}u_{n3}$$

$$=-\frac{3}{3}-\frac{2}{4}$$

$$-\frac{1}{8}u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)u_{n3}$$

$$=2$$



$$G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+G_{13}u_{n3}=i_{sn1}$$

$$G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+G_{23}u_{n3}=i_{sn2}$$

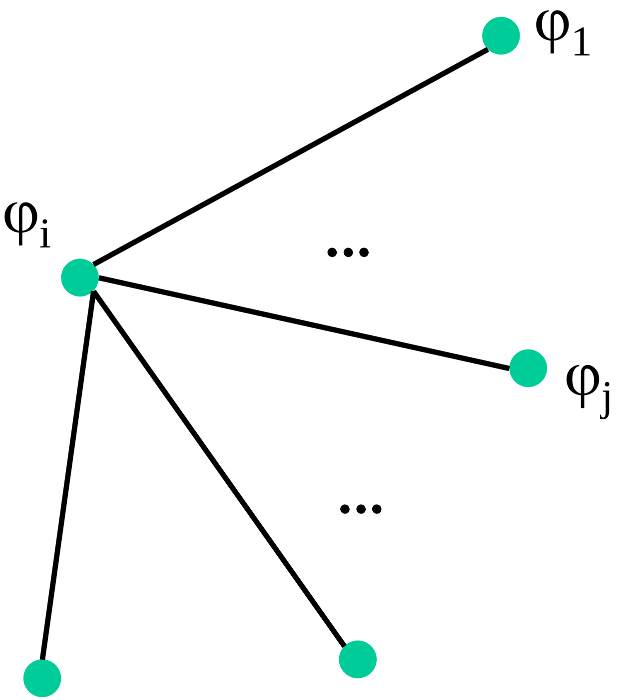
$$G_{31}u_{n1}+G_{32}u_{n2}+G_{33}u_{n3}=i_{sn3}$$

G_{kk} : Self-conductance ——k结点上各支路电导之和

G_{kj} : Mutual-conductance ——k、j结点间支路电导的负值

i_{snk} : Equivalent nodal current source—流入k结点所有电流源代数和

结点法的抽象电路



从电导流出结点的电流

$$\sum_j G_{ij}(\varphi_i-\varphi_j)=\sum_j I_{Sj}$$

从电源流入结点的电流

将上述结论推广到有*n*-1个独立节点的仅含电阻、电流源的电路

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\dots+G_{1n}u_{nn}=i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\dots+G_{2n}u_{nn}=i_{Sn2} \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ G_{n1}u_{n1}+G_{n2}u_{n2}+\dots+G_{nn}u_{nn}=i_{Snn} \end{cases}$$

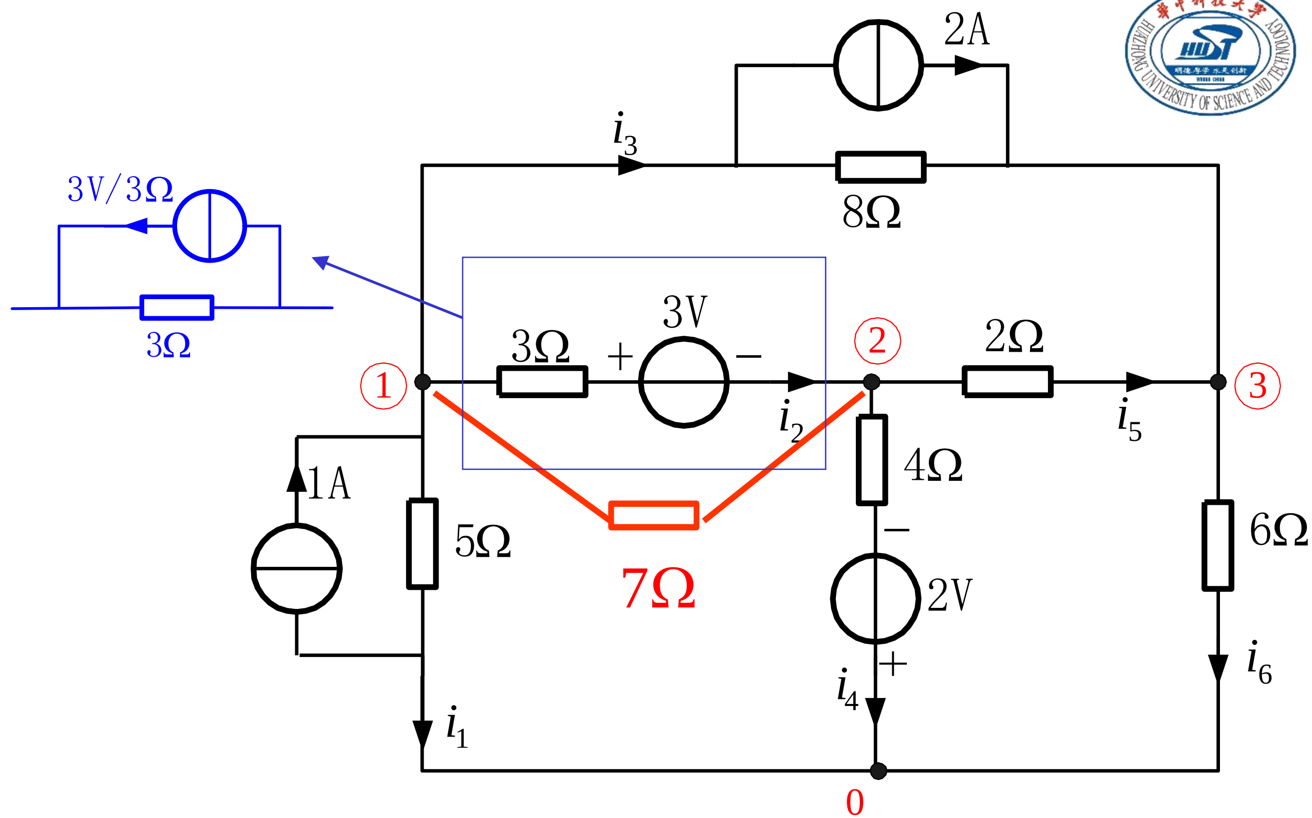
其中 G_{ii} —自电导，等于接在节点i上所有支路的电导之和，总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$ —互电导，等于接在节点i与节点j之间的所支路的电导之和，并冠以负号。

i_{Sni}— 流入节点i的所有电流源电流的代数和。

* 当电路含受控源时，系数矩阵一般不再为对称阵。

2.快速列写法

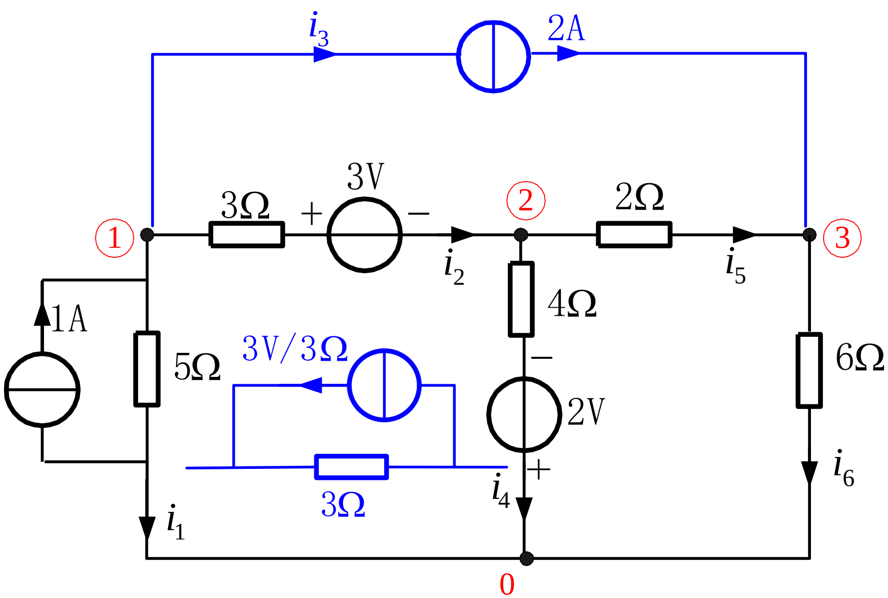


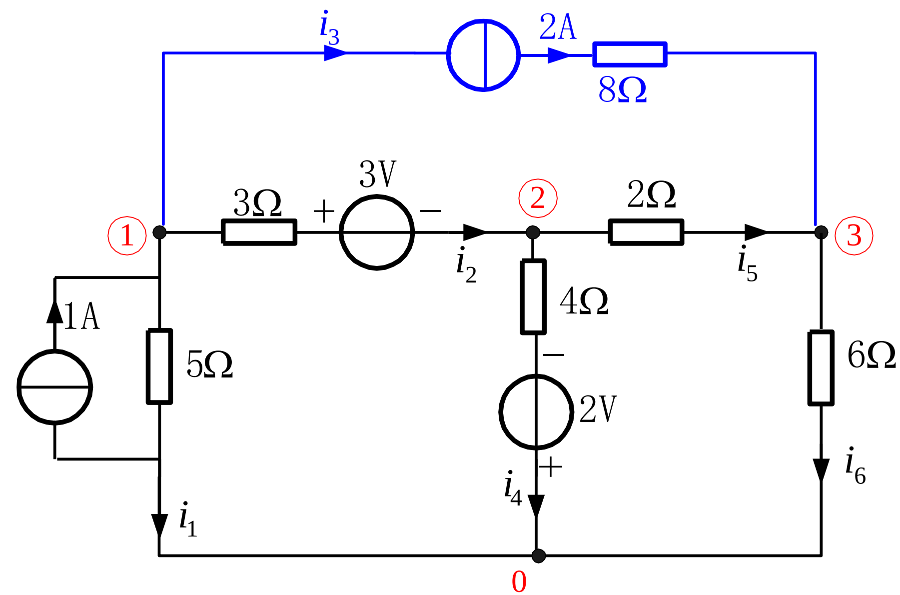
? Parallel 7-Ω

$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8} & -\frac{1}{3}-\frac{1}{7} & -\frac{1}{8} \\
-\frac{1}{3}-\frac{1}{7} & \frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\
-\frac{1}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 1+\frac{3}{3}-2 \\ -\frac{3}{3}-\frac{2}{4} \\ 2 \end{bmatrix}
$$

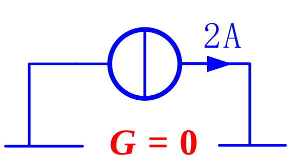
3.Nodal analysis **with source branch**

a. With current source branch（电流源支路）





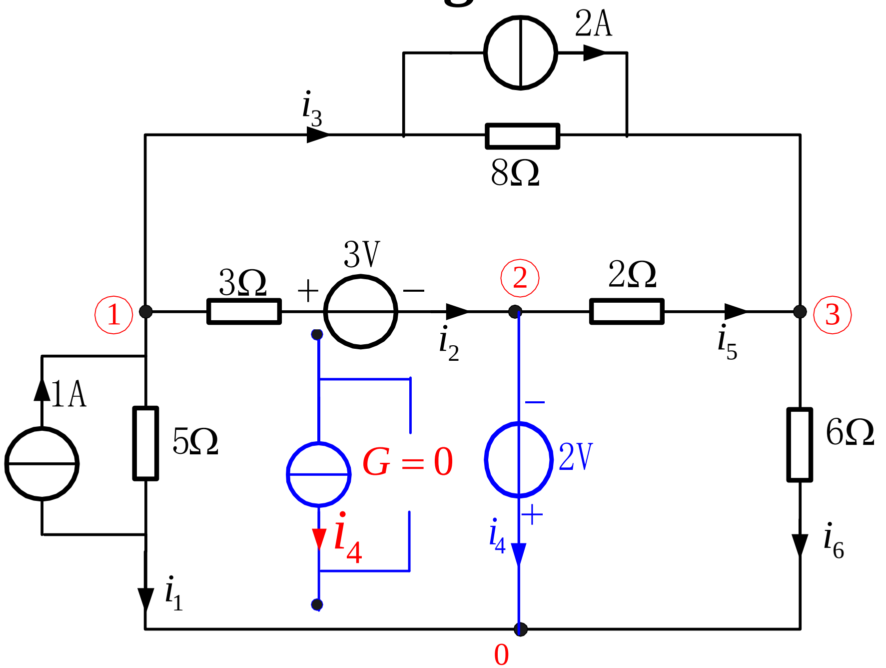
电流源支路视为电导为零的诺顿支路！



$$\left[\qquad\right]\begin{bmatrix}u_{n1}\\u_{n2}\\u_{n3}\end{bmatrix}=\left[\qquad\right]$$

3.Nodal analysis **with source branch**

b. With voltage source branch（电压源支路）



方法1：电压源支路视为电导为零的诺顿支路

3个方程

方法2：不列写电位已知的结点的方程

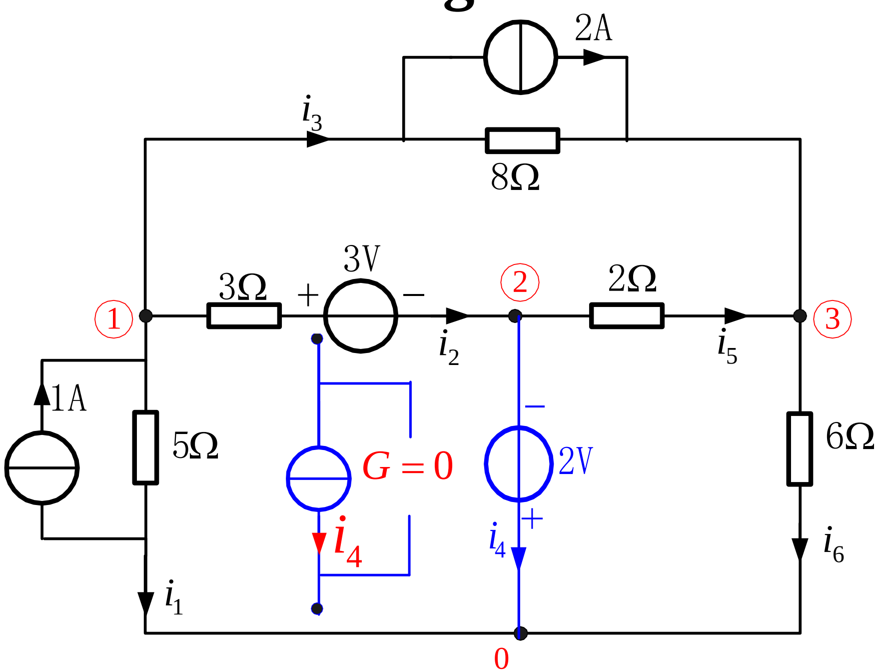
2个方程

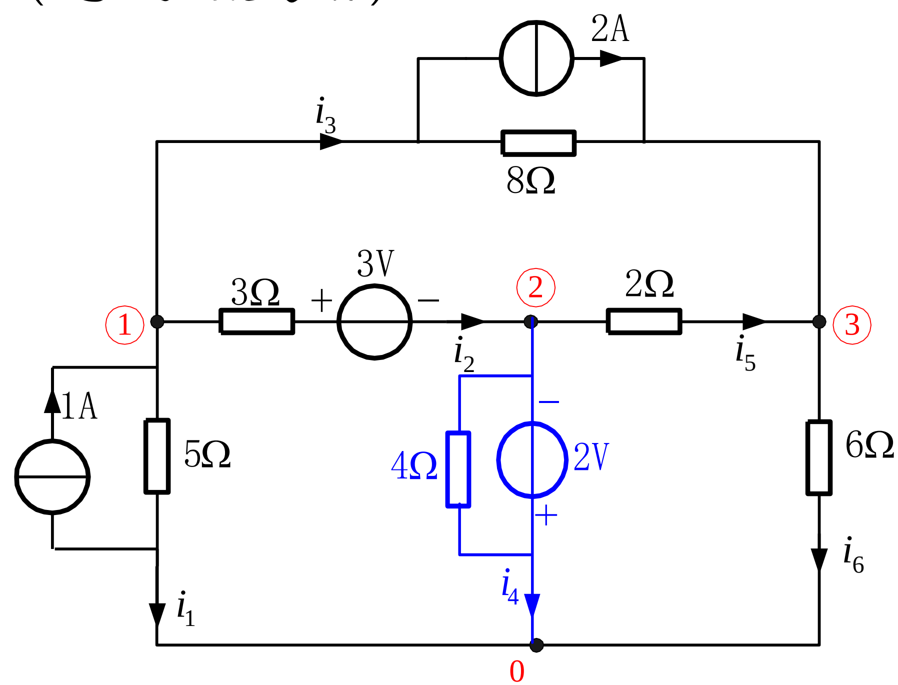
$$\left[\quad\right]\begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{bmatrix} = \left[\quad\right]$$

$$u_{n2} = -2$$

3.Nodal analysis **with source branch**

b. With voltage source branch（电压源支路）



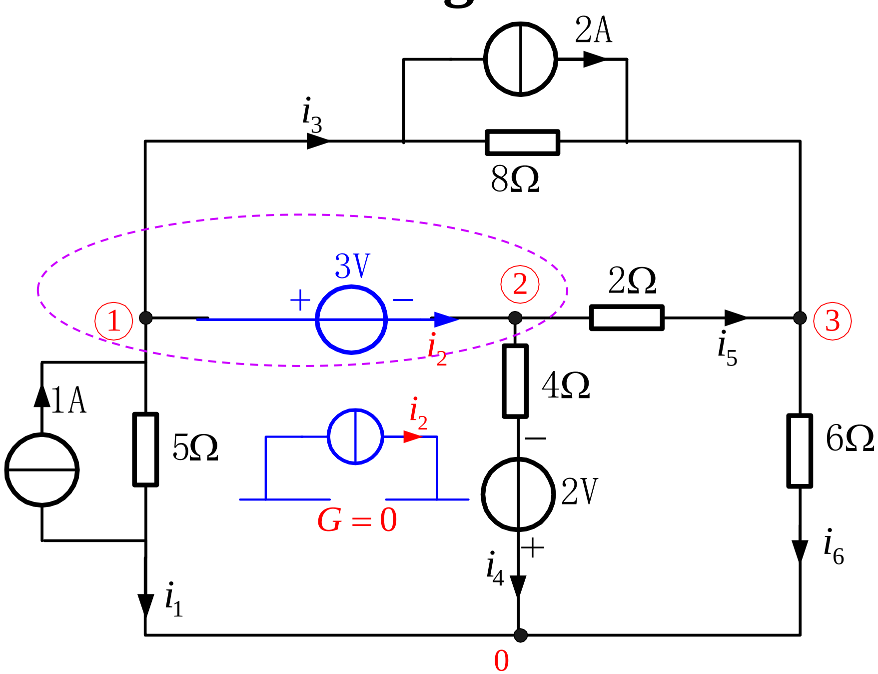


$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3}+\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\frac{3}{3}-2 \\ -\frac{3}{3}-i_4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$u_{n2} = -2$$

3.Nodal analysis **with source branches**

b. With voltage source branch (电压源支路)



方法1：电压源支路视为电导为零的诺顿支路

4个方程

方法2：列写广义结点方程

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)u_{n2}-\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right)u_{n3}=1-2-\frac{2}{4}$$

3个方程

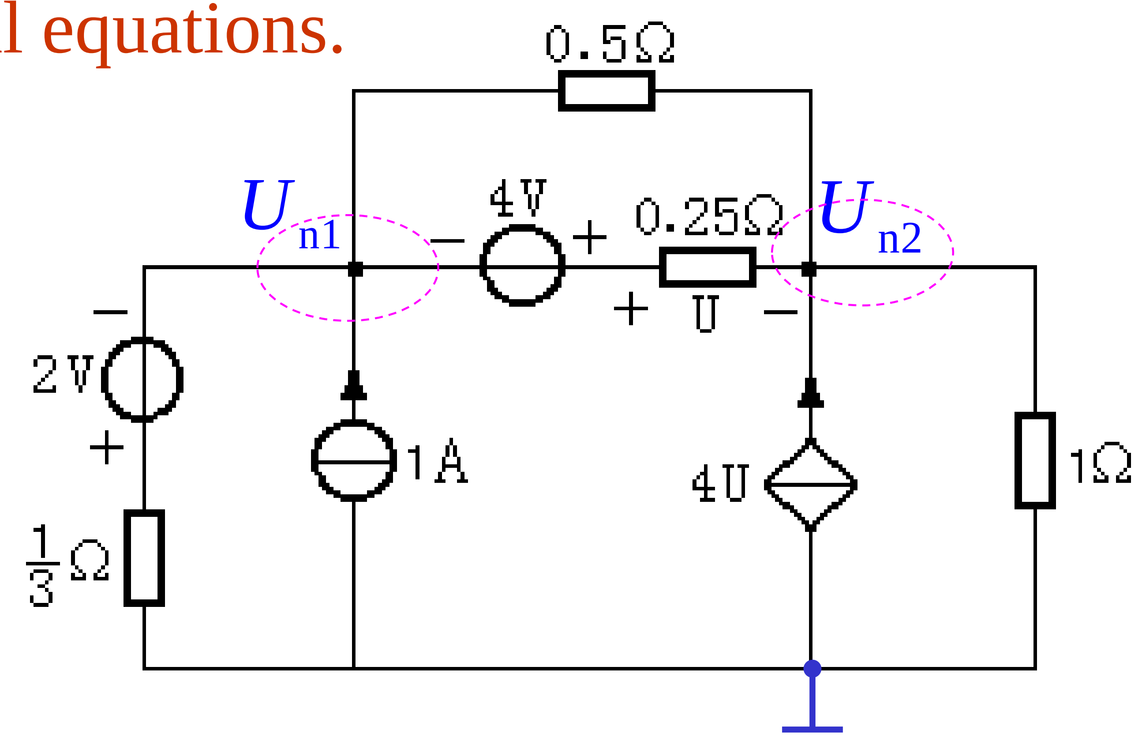
$$\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \quad \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$u_{n1}-u_{n2}=3$$

方法3：更换参考结点

讨论 ——目标1：结点分析法应用

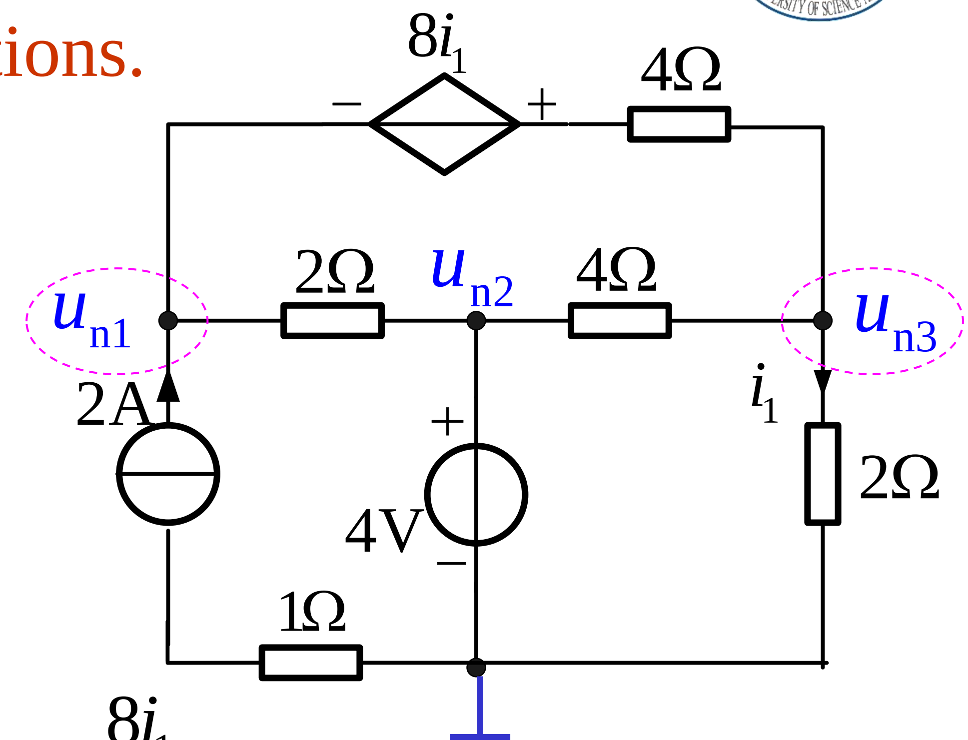
例1：Obtain the nodal equations.



$$
\begin{cases}
(3+2+4)U_{n1}-(2+4)U_{n2}=1-6-16 \\
-(2+4)U_{n1}+(2+4+1)U_{n2}=16+4U \\
U=U_{n1}-U_{n2}+4
\end{cases}
$$

讨论 ——目标1：结点分析法应用

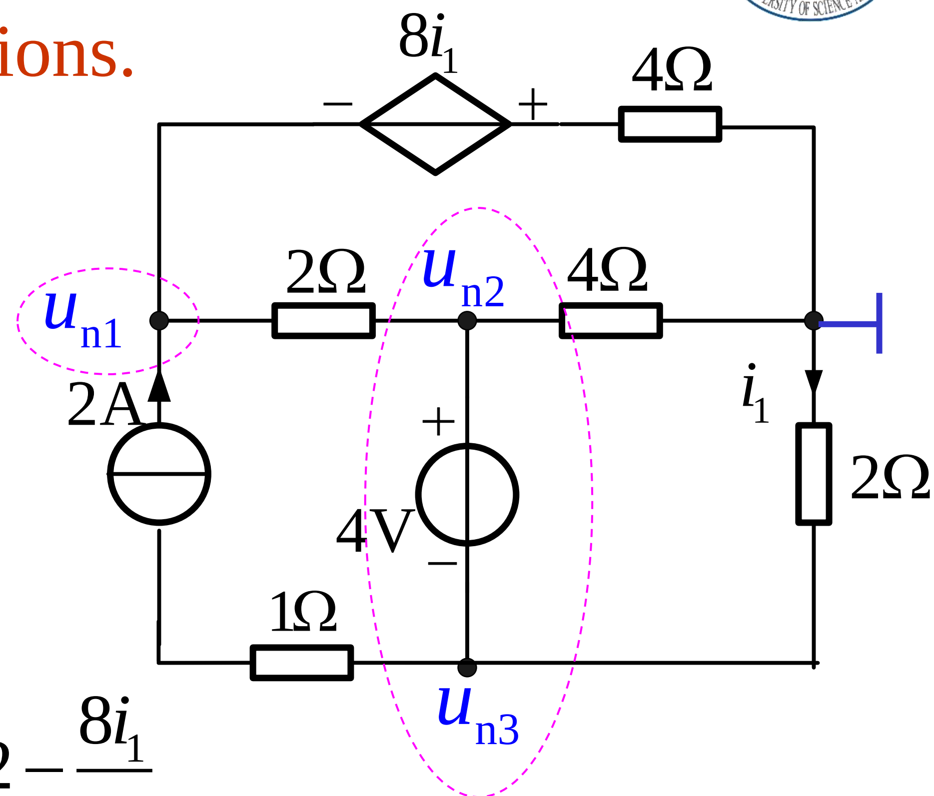
例2：Obtain the nodal equations.



$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+0\right)u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}-\frac{1}{4}u_{n3}=2-\frac{8i_1}{4} \\ -\frac{1}{4}u_{n1}-\frac{1}{4}u_{n2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)u_{n3}=\frac{8i_1}{4} \\ u_{n2}=4 \qquad i_1=\frac{1}{2}u_{n3} \end{cases}$$

讨论 ——目标1：结点分析法应用

例3：Obtain the nodal equations.



$$
\begin{cases}
(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+0)u_{n1}-\frac{1}{2}u_{n2}-0u_{n3}=2-\frac{8i_1}{4} \\
-(\frac{1}{2}+0)u_{n1}+(\frac{1}{4}+\frac{1}{2})u_{n2}+(0+\frac{1}{2})u_{n3}=-2 \\
u_{n2}-u_{n3}=4 \qquad i_1=-\frac{1}{2}u_{n3}
\end{cases}
$$

结点法步骤总结：

（1）选参考结点，标结点电位；

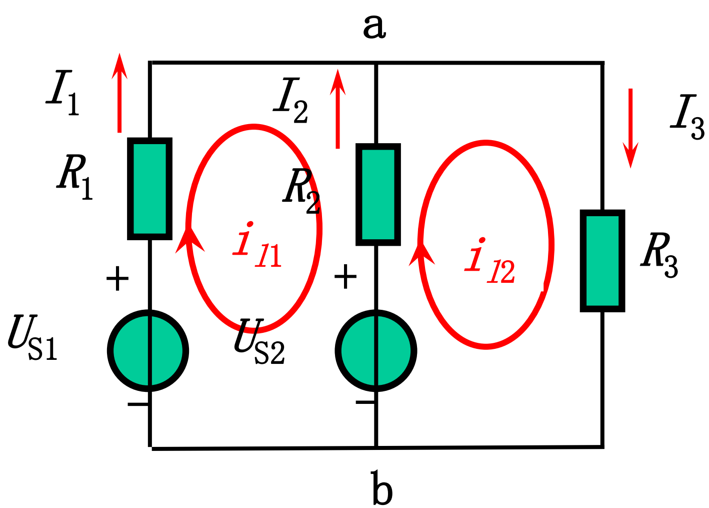
（2）用结点电位表示支路电流；

（3）列写结点的KCL方程；

（4）求解方程组。

3.2 网孔分析法Mesh analysis

基本思想：以假想的网孔电流为未知量列写网孔的KVL方程。若网孔电流已求得，则各支路电流可用网孔电流线性组合表 示。



选图示的两个独立网孔， 设网孔电流分别为i_{l1}、 i_{l2}。

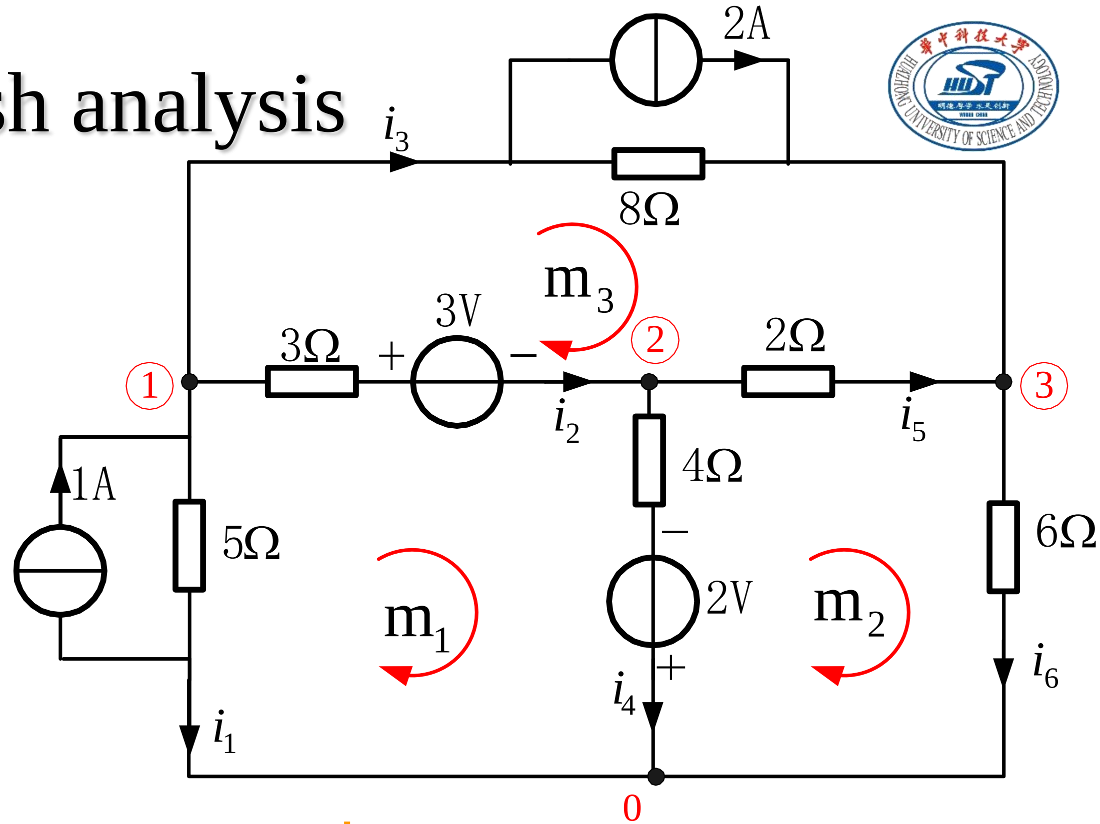
支路电流可由网孔电流表出

$I_1 = i_{11}$ $\quad I_2 = i_{12} - i_{11}$ $\quad I_3 = i_{12}$

网孔电流是在独立网孔中闭合的，对每个相关节点均流进一次，流出一次，所以KCL自动满足。若以网孔电流为未知量列方程来求解电路，只需对独立网孔列写KVL方程。

3.4 网孔分析法Mesh analysis

1.Mesh currents



$i_1 = -i_{m1}$ $\quad$ $i_2 = i_{m1} - i_{m3}$

$i_3 = i_{m3}$ $\quad$ $i_4 = i_{m1} - i_{m2}$

$i_5 = i_{m2} - i_{m3}$ $\quad$ $i_6 = i_{m2}$

2. Mesh equations

$$\begin{cases} 5(i_{m1}-1)+[3(i_{m1}-i_{m3})+3]+[4(i_{m1}-i_{m2})-2]=0 \\ [4(i_{m2}-i_{m1})+2]+2(i_{m2}-i_{m3})+6i_{m2}=0 \\ 8(i_{m3}-2)+2(i_{m3}-i_{m2})+[3(i_{m3}-i_{m1})-3]=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{11}i_{m1}+R_{12}i_{m2}+R_{13}i_{m3}=u_{sm1} \\ R_{21}i_{m1}+R_{22}i_{m2}+R_{23}i_{m3}=u_{sm2} \\ R_{31}i_{m1}+R_{32}i_{m2}+R_{33}i_{m3}=u_{sm3} \end{cases}$$

R_{kk} :自电阻 Self-resistance

R_{kj} :互电阻 Mutual-resistance

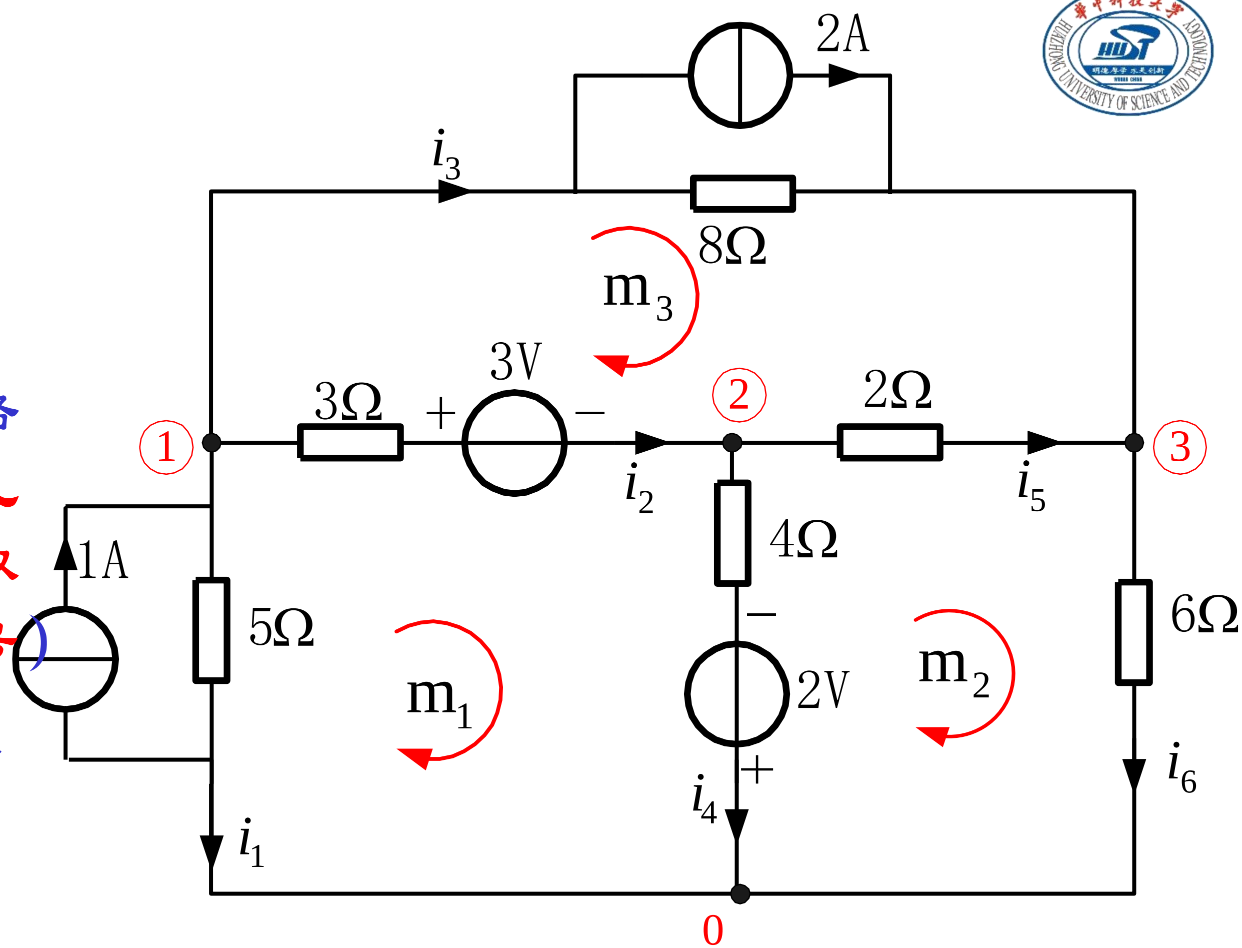
u_{smk} :网孔电压源 Mesh voltage source

3. 快速列写法

R_{kk}: k网孔内各支路电阻之和（总为正）

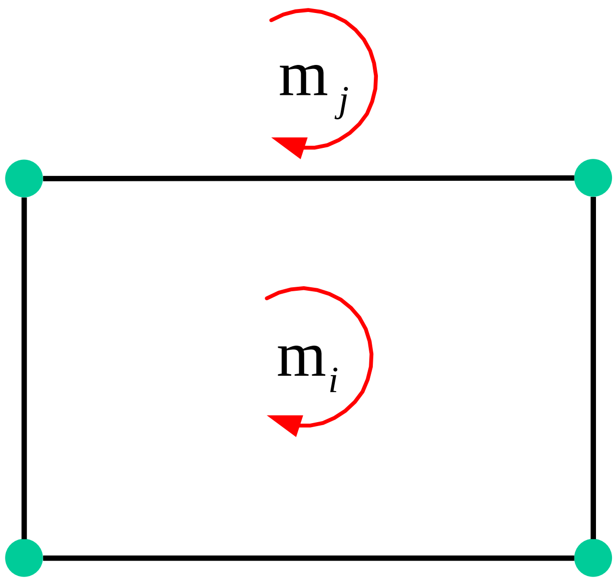
R_{kj}: k、j网孔公共支路电阻之和（当网孔电流方向相同时取正号；否则为负号）

u_{smk}: k网孔内各电压源代数和（与网孔绕向反为正）



$$
\begin{cases}
(5+3+4)i_{m1}-4i_{m2}-3i_{m3}=5\times1-3+2\\
-4i_{m1}+(4+2+6)i_{m2}-2i_{m3}=-2\\
-3i_{m1}-2i_{m2}+(8+2+3)i_{m3}=2\times8+3
\end{cases}
$$

网孔法的抽象电路



网孔内沿着电阻的电压降

$$\sum_{j} R_{ij}(m_i - m_j) = \sum_{j} U_{Sj}$$

网孔内沿着电源的电压升

推广到有 l 个网孔仅含电阻、独立电压源的电路

$$R_{11}i_{l1}+R_{12}i_{l2}+\cdots+R_{1l}\,i_{ll}=u_{Sl1}$$

$$R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}+\cdots+R_{2l}\,i_{ll}=u_{Sl2}$$

$$\cdots$$

$$R_{l1}i_{l1}+R_{l2}i_{l2}+\cdots+R_{ll}\,i_{ll}=u_{Sll}$$

其中

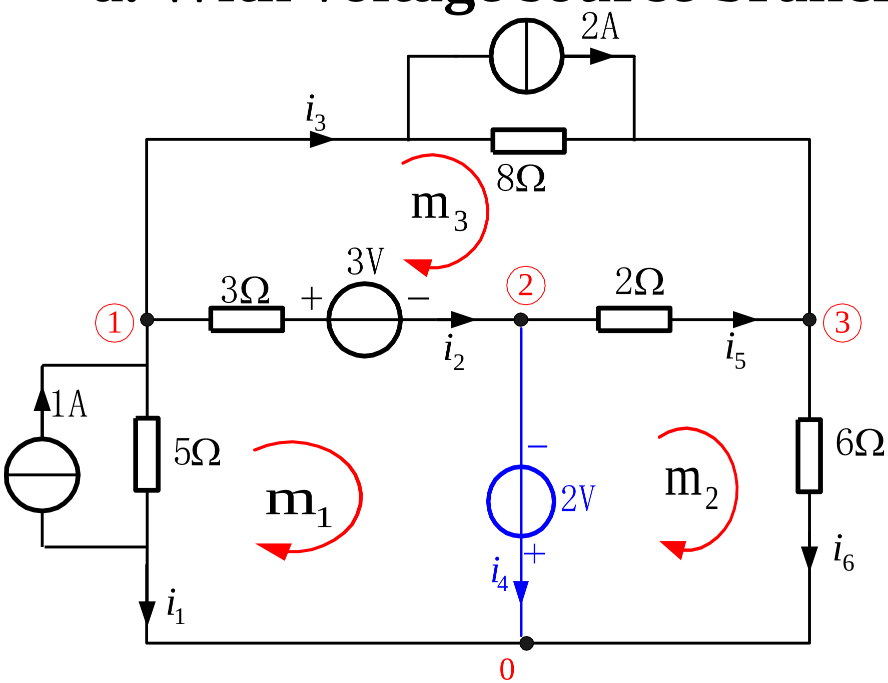
R_{kk}： 第k个网孔的自电阻(为正)，$k=1$，2，…，l

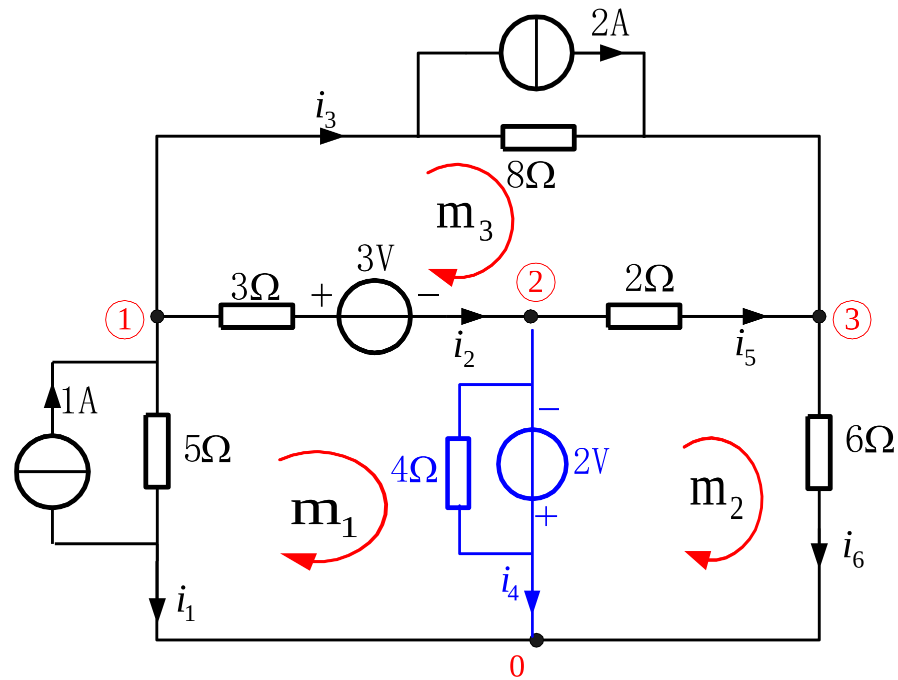
R_{jk}：第j个网孔和第k个网孔的互电阻
$$\begin{cases} + ：\text{流过互阻的两个网孔电流方向相同} \\ - ：\text{流过互阻的两个网孔电流方向相反} \\ 0 ：\text{无关} \end{cases}$$

u_{Slk}： 第k个网孔中所有电压源电压升的代数和。

4.Mesh analysis with source branches

a. With voltage source branch



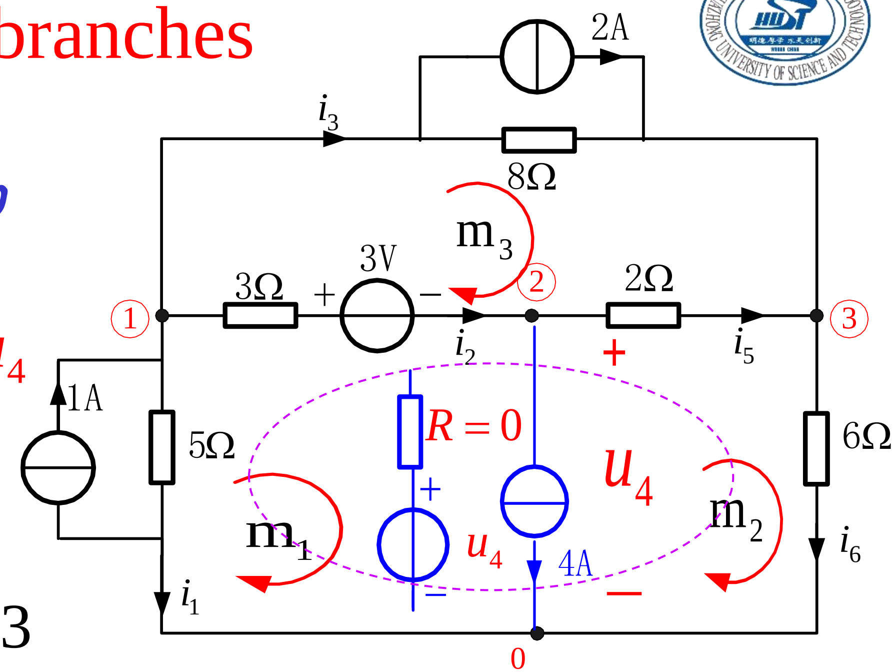


$$
\begin{cases}
(5+3)\ i_{m1} - 0 i_{m2} - 3 i_{m3} = 5\times 1 - 3 + 2 \\
0 i_{m1} + (2+6)\ i_{m2} - 2 i_{m3} = -2 \\
-3 i_{m1} - 2 i_{m2} + (8+2+3) i_{m3} = 2\times 8 + 3
\end{cases}
$$

电压源支路——视为电阻为零的戴维南支路

4.Mesh analysis with source branches

b. With current source branch



- 电流源支路——视为电阻为零的戴维南支路

$$
\begin{cases}
(5+3)\ i_{m1} - 0i_{m2} - 3i_{m3} = 5\times1 - 3 - u_4 \\
0i_{m1} + (2+6)\ i_{m2} - 2i_{m3} = u_4 \\
-3i_{m1} - 2i_{m2} + (8+2+3)i_{m3} = 2\times8+3 \\
i_{m1} - i_{m2} = 4 \quad (4\text{个方程})
\end{cases}
$$

- 应用网孔的KVL——广义网孔（3个方程）

$$
\begin{cases}
(5+3)\ i_{m1} + (2+6)i_{m2} - (3+2)i_{m3} = 5\times1 - 3 \\
-3i_{m1} - 2i_{m2} + (8+2+3)i_{m3} = 2\times8+3 \\
i_{m1} - i_{m2} = 4
\end{cases}
$$

网孔法步骤总结：

（1）选网孔，标网孔电流；

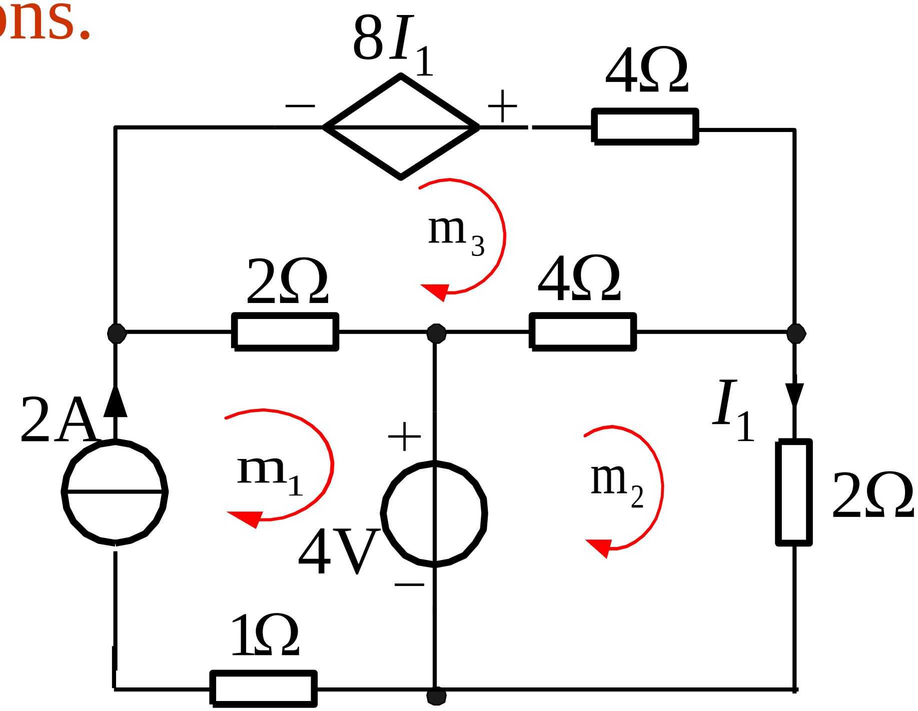
（2）用网孔电流表示支路电流；

（3）用支路电流表示支路电压；

（4）列写网孔的KVL方程；

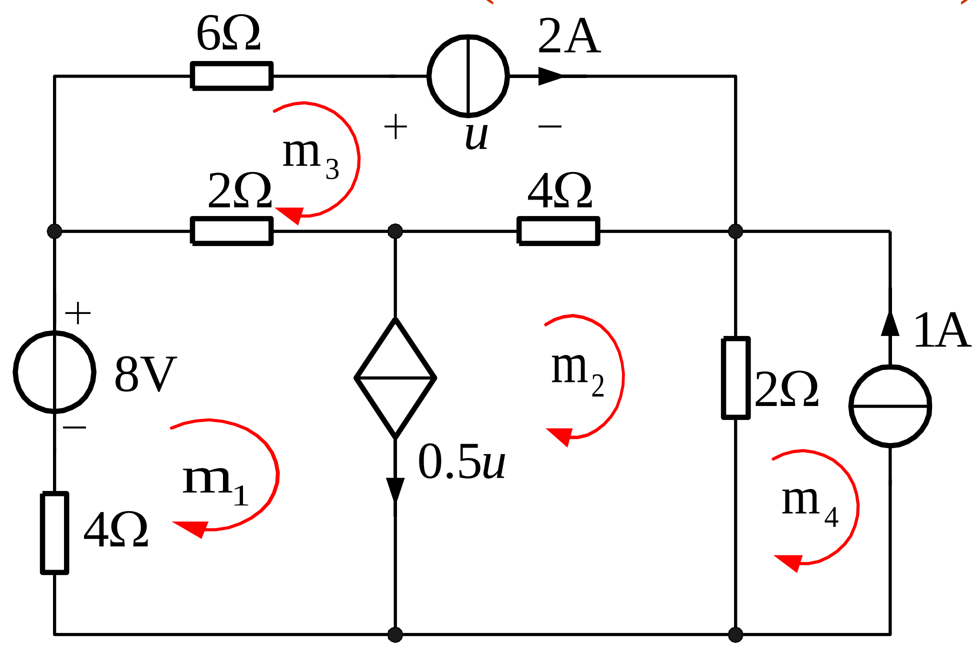
（4）求解方程组。

例4：Obtain the mesh equations.



$$
\begin{cases}
I_{m1} = 2 \\
-0I_{m1} + (0+4+2)I_{m2} - 4I_{m3} = 4 \\
-2I_{m1} - 4I_{m2} + (4+4+2)I_{m3} = 8I_1 \\
I_1 = I_{m2}
\end{cases}
$$

例5：Calculate the power of each source (include the VCCS).



网孔分析法：

$$\begin{cases} i_{m1}-i_{m2}=0.5u \\ i_{m3}=2 \\ i_{m4}=-1 \\ (4+2)\ i_{m1}+(4+2)i_{m2}-(2+4)i_{m3}-2i_{m4}=8 \\ -2i_{m1}-4i_{m2}+(2+4+6)i_{m3}-0i_{m4}=-u \end{cases}$$

$$p_{8V}=8i_{m1} \qquad p_{2A}=-ui_{m3}=-\left[2\left(i_{m1}-i_{m3}\right)+4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)\right]i_{m3}$$

$$p_{0.5u}=-0.5u\left[4\left(i_{m2}-i_{m3}\right)+2\left(i_{m2}-i_{m4}\right)\right] \qquad p_{1A}=1\times 2\left(i_{m2}-i_{m4}\right)$$

节点法、网孔法的比较

结点法	网孔法
基于KCL	基于KVL
求解参量是结点电位	求解参量是网孔电流
用电位表示支路电流	用电流表示支路电压

（1） 方程数的比较

节点法：**n-1**

网孔法：**b-n+1**

（2） 节点法易于编程，计算机分析网络采用节点法较多。

作 业

- 3.3节：3-7，3-14
- 3.4节：3-28，3-30
- 综合：3-38，3-40