

Sơ đồ chung Quy hoạch động

- Chia bài toán xuất phát thành các bài toán con không nhất thiết độc lập với nhau
- Giải các bài toán con từ nhỏ đến lớn, lời giải được lưu trữ lại vào 1 bảng
- Bài toán con nhỏ nhất phải được giải 1 cách trực tiếp
- Xây dựng lời giải của bài toán lớn hơn từ lời giải đã có của các bài toán con nhỏ hơn (truy hồi)
 - Số lượng bài toán con cần được bị chặn bởi đa thức của kích thước dữ liệu đầu vào
- Phù hợp để giải hiệu quả một số bài toán tối ưu tổ hợp

Bài toán dãy con chung dài nhất

- Cho dãy số $x = x_1, x_2, \dots, x_n$. Một dãy con của x được định nghĩa là dãy thu được bằng cách loại bỏ một số phần tử khỏi x . Cho hai dãy $a = a_1, a_2, \dots, a_n$ và $b = b_1, b_2, \dots, b_m$. Hãy tìm dãy có độ dài lớn nhất vừa là dãy con của a vừa là dãy con của b

Bài toán dãy con chung dài nhất

- Cho dãy số $x = x_1, x_2, \dots, x_n$. Một dãy con của x được định nghĩa là dãy thu được bằng cách loại bỏ một số phần tử khỏi x . Cho hai dãy $a = a_1, a_2, \dots, a_n$ và $b = b_1, b_2, \dots, b_m$. Hãy tìm dãy có độ dài lớn nhất vừa là dãy con của a vừa là dãy con của b
- Ví dụ $a = 3, 7, 2, 5, 1, 4$, $b = 4, 3, 2, 3, 6, 1, 5, 4$
→ Dãy con chung dài nhất của a và b là: 3, 2, 1, 4

Bài toán dãy con chung dài nhất

- Cho dãy số $x = x_1, x_2, \dots, x_n$. Một dãy con của x được định nghĩa là dãy thu được bằng cách loại bỏ một số phần tử khỏi x . Cho hai dãy $a = a_1, a_2, \dots, a_n$ và $b = b_1, b_2, \dots, b_m$. Hãy tìm dãy có độ dài lớn nhất vừa là dãy con của a vừa là dãy con của b
- Ví dụ $a = 3, 7, 2, 5, 1, 4, b = 4, 3, 2, 3, 6, 1, 5, 4$
→ Dãy con chung dài nhất của a và b là: $3, 2, 1, 4$
- Thuật toán quy hoạch động
 - Bài toán con: ký hiệu $F_{i,j}$ là độ dài của dãy con chung dài nhất của dãy a_1, a_2, \dots, a_i và b_1, b_2, \dots, b_j , $i = 1, \dots, n$.
 - Bài toán con nhỏ nhất (mở rộng đến chỉ số 0) $F_{i,0} = 0$, với mọi $i = 0, \dots, n$ và $F_{0,j} = 0$ với mọi $j = 0, 1, \dots, m$
 - Công thức quy hoạch động

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | | | | | | | | |
| 2 | 0 | | | | | | | | |
| 3 | 0 | | | | | | | | |
| 4 | 0 | | | | | | | | |
| 5 | 0 | | | | | | | | |
| 6 | 0 | | | | | | | | |

$$F_{i,j} = \begin{cases} F_{i-1,j-1} + 1, & \text{nếu } a_i = b_j \\ \max(F_{i,j-1}, F_{i-1,j}), & \text{ngược lại} \end{cases}$$

Bài toán dãy con chung dài nhất

- Cho dãy số $x = x_1, x_2, \dots, x_n$. Một dãy con của x được định nghĩa là dãy thu được bằng cách loại bỏ một số phần tử khỏi x . Cho hai dãy $a = a_1, a_2, \dots, a_n$ và $b = b_1, b_2, \dots, b_m$. Hãy tìm dãy có độ dài lớn nhất vừa là dãy con của a vừa là dãy con của b
- Ví dụ $a = 3, 7, 2, 5, 1, 4, b = 4, 3, 2, 3, 6, 1, 5, 4$
→ Dãy con chung dài nhất của a và b là: $3, 2, 1, 4$
- Thuật toán quy hoạch động
 - Bài toán con: ký hiệu $F_{i,j}$ là độ dài của dãy con chung dài nhất của dãy a_1, a_2, \dots, a_i và b_1, b_2, \dots, b_j , $i = 1, \dots, n$.
 - Bài toán con nhỏ nhất (mở rộng đến chỉ số 0) $F_{i,0} = 0$, với mọi $i = 0, \dots, n$ và $F_{0,j} = 0$ với mọi $j = 0, 1, \dots, m$
 - Công thức quy hoạch động

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 |

$$F_{i,j} = \begin{cases} F_{i-1,j-1} + 1, & \text{nếu } a_i = b_j \\ \max(F_{i,j-1}, F_{i-1,j}), & \text{ngược lại} \end{cases}$$