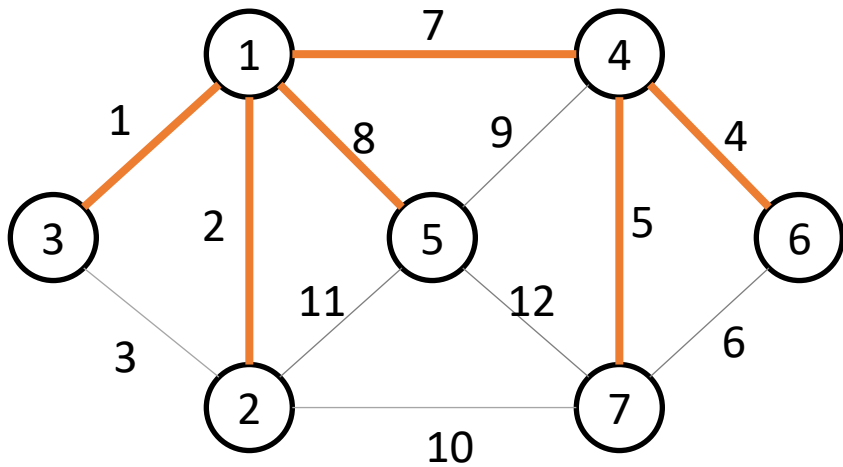


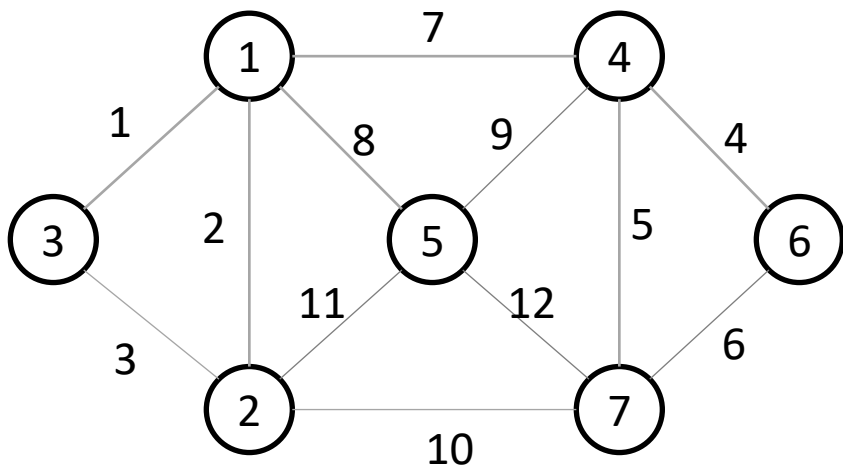
## Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=(V, E, A, w)$ 
  - $V$ : tập đỉnh,  $E$ : tập cạnh
  - $w(u,v)$ : là trọng số của cạnh  $(u,v)$
- Tìm cây khung của  $G$  có trọng số nhỏ nhất



# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

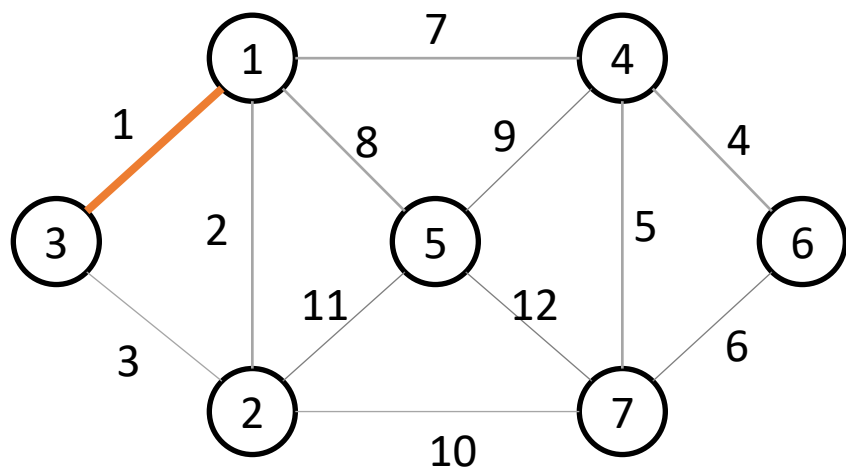
- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh



```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V| - 1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V| - 1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

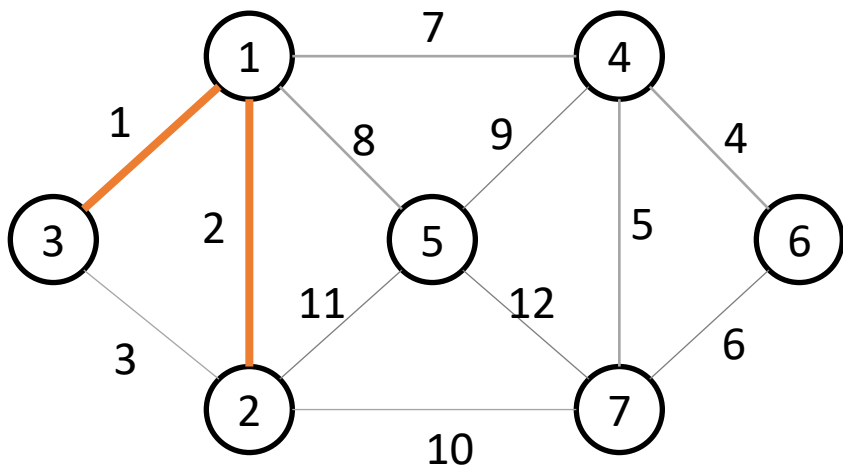


Chọn cạnh (1,3)  
và bổ sung vào lời  
giải

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V| - 1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V| - 1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

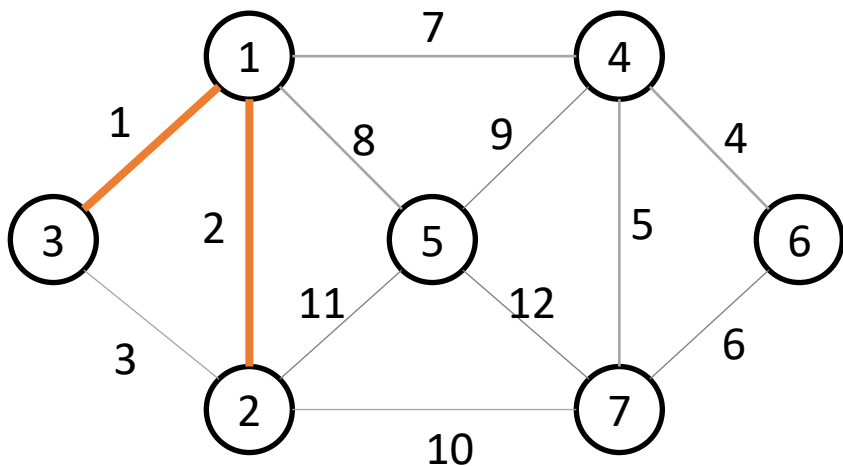


Chọn cạnh (1,2)  
và bổ sung vào lời  
giải

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V| - 1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V| - 1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

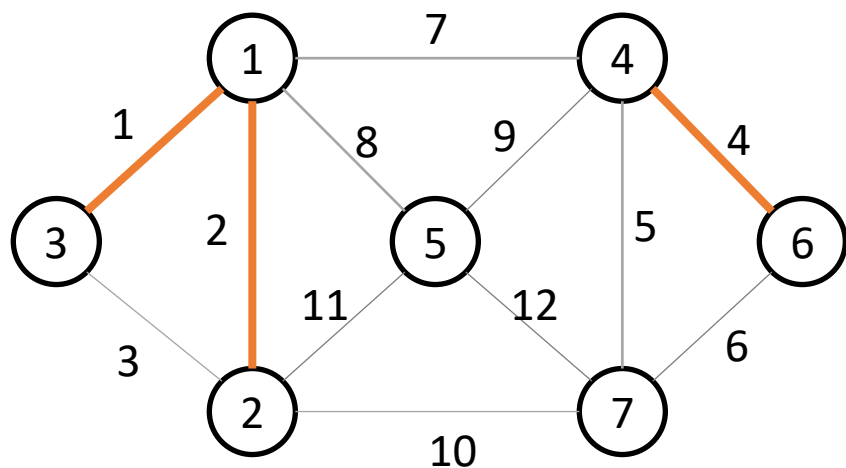


Xét cạnh (2,3) và  
không bổ sung  
vào lời giải vì tạo  
ra chu trình

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V|-1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V|-1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

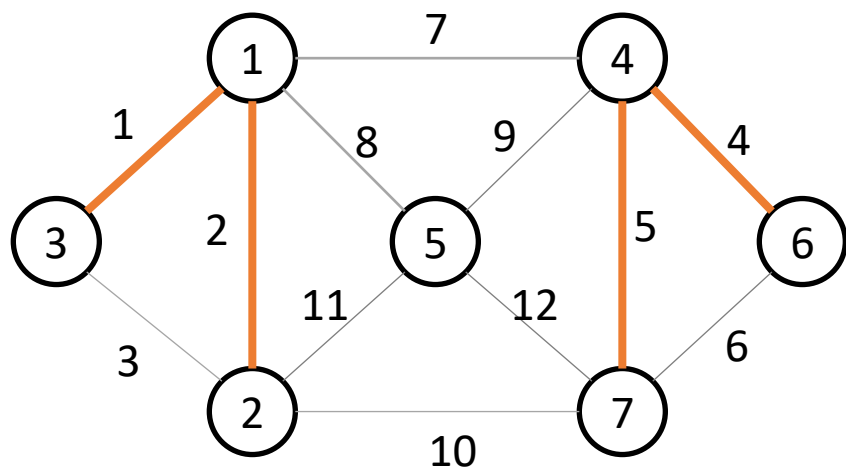


Chọn cạnh (4,6)  
và bổ sung vào lời  
giải

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V|-1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V|-1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

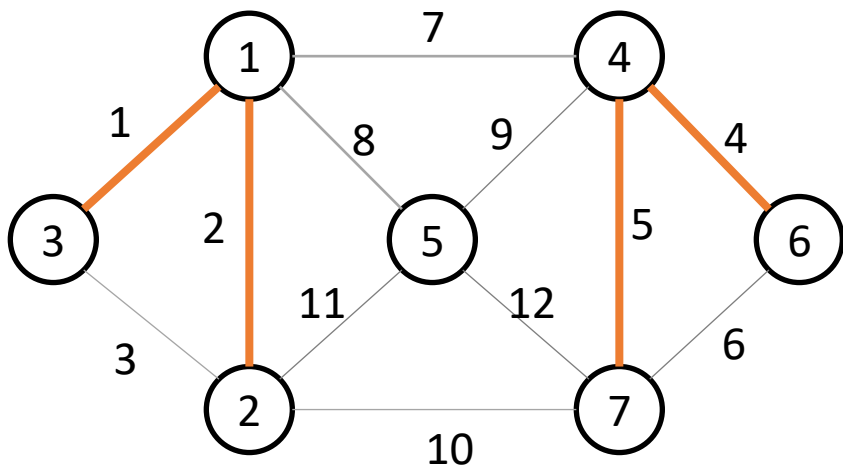


Chọn cạnh (4,7)  
và bổ sung vào lời  
giải

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V|-1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V|-1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh



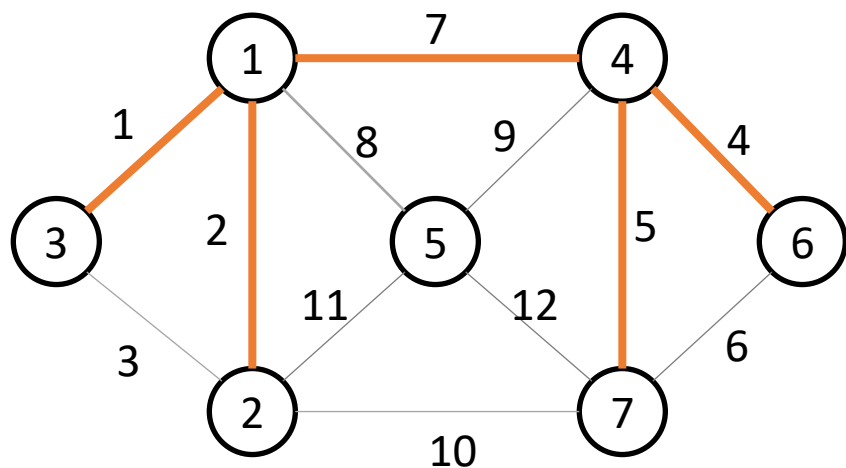
Xét cạnh (6,7) và  
không bổ sung  
vào lời giải do tạo  
chu trình

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V| - 1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V| - 1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```



# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

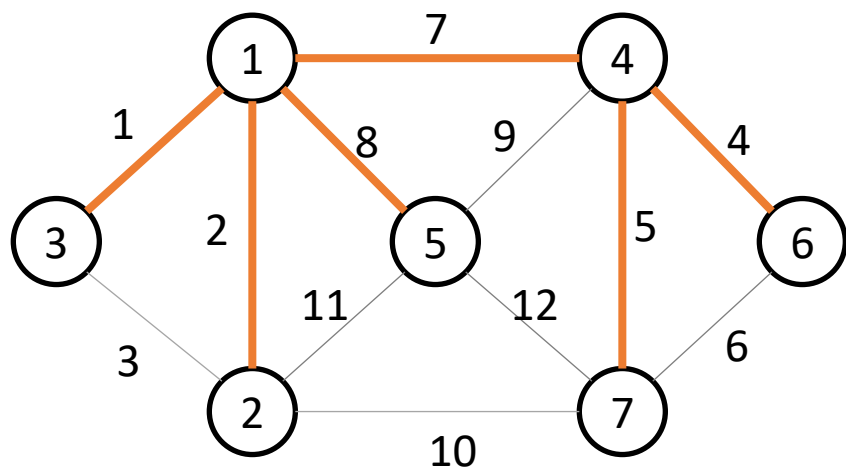


Chọn cạnh (1,4)  
và bổ sung vào lời  
giải

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V|-1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V|-1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh

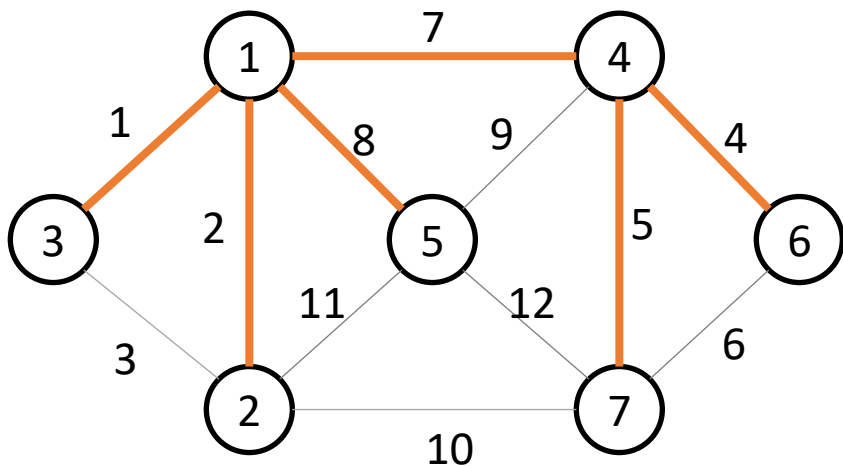


Chọn cạnh (1,5)  
và bổ sung vào lời  
giải

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V| - 1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V| - 1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```

# Thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị

- Ý tưởng chính
  - Mỗi bước lặp, chọn ra 1 cạnh của  $G$  có trọng số nhỏ nhất sao cho khi bổ sung vào lời giải thì không tạo ra chu trình
  - Quá trình lặp sẽ kết thúc khi kết nạp đủ  $|V| - 1$  cạnh



Chọn cạnh (1,5)  
và bổ sung vào lời  
giải  $\rightarrow$  thu được  
cây khung nhỏ  
nhất của đồ thị

```
KRUSKAL( $G = (V, E)$ ){  
     $ET = \{\}$ ;  $C = E$ ;  
    while( $|ET| < |V|-1$  and  $|C| > 0$ ){  
         $e = \text{select minimum-cost edge of } C$ ;  
         $C = C \setminus \{e\}$ ;  
        if( $ET \cup \{e\}$  create no cycle){  
             $ET = ET \cup \{e\}$ ;  
        }  
    }  
    if( $|ET| = |V|-1$ ) return  $ET$ ;  
    else return null;  
}
```