Sprawozdanie z listy 1. – Modele systemów dynamicznych L

Sprawozdanie dotyczy symulacji modelu Lotki-Volterry. Symulacja wykonana w środowisku Matlab złożona z poniżej przedstawionych równań.

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = (a - by)x \\ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = (cx - d)y, \end{cases}$$

Cel

Celem tego sprawozdania jest zbadanie zależności między wprowadzanymi parametrami a, rezultatem symulacji i na ich podstawie sformułowanie pewnych wniosków dotyczących modelu.

Tabela 1 Legenda oznaczeń parametrów

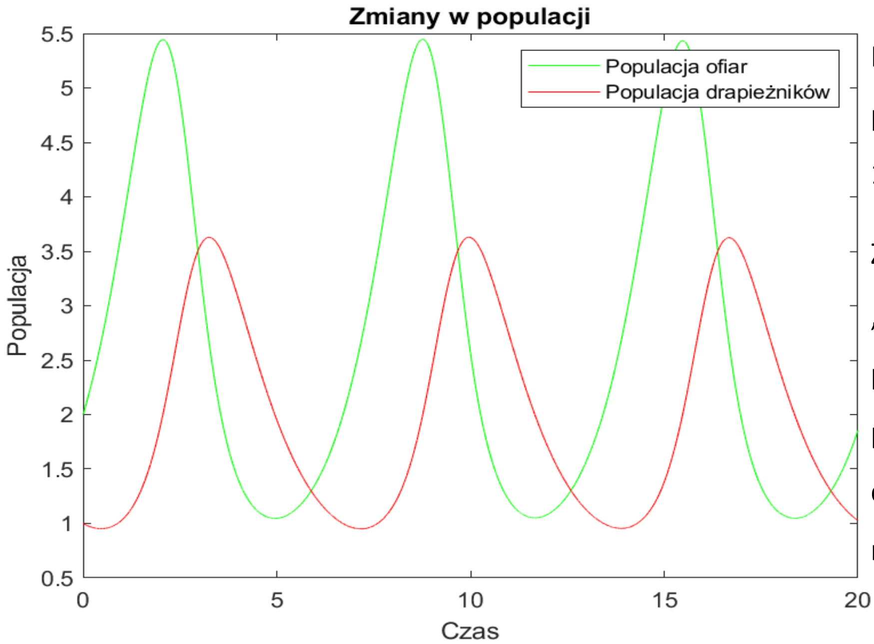
Ofiary	**Drapieżniki**
x- populacja ofiar	y- populacja drapieżników
a -częstość narodzin ofiar	c- częstość narodzin drapieżników
b- częstość umierania ofiar	d- częstość umierania drapieżników

Badane sytuacje będą opisywane w oparciu o wartości, nazywane później domyślnymi. Są to wartości parametrów określone następująco:

Tabela 2 Parametry określające wartości domyślne

x (początkowy) = 2	y (początkowy) = 1
a = 1.2	c = 0.3
b = 0.6	d = 0.8

Sytuacja dla danych „domyślnych" w symulacji modelu

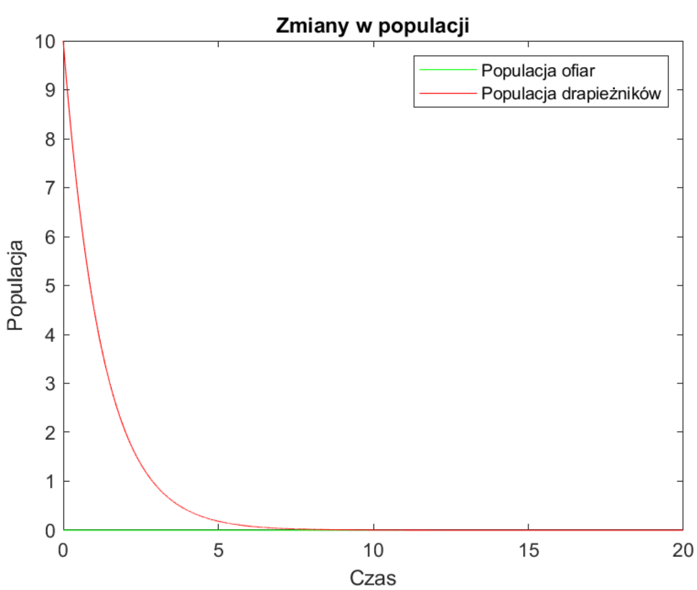


Rysunek 1 Rezultat symulacji przedstawiający populacje drapieżników i ofiar w czasie t∈[0,20] dla parametrów domyślnych

Model z wprowadzonymi parametrami określonymi w tabeli 1.

Zależność ta pozwala na uzyskanie „okresowości" wykresu, ponieważ żadna ze stron nie przyczyniła się do likwidacji drugiej; innymi słowy jest to stan równowagi

Sytuacja dla danych skrajnych symulacji modelu (tylko drapieżnicy w symulacji):



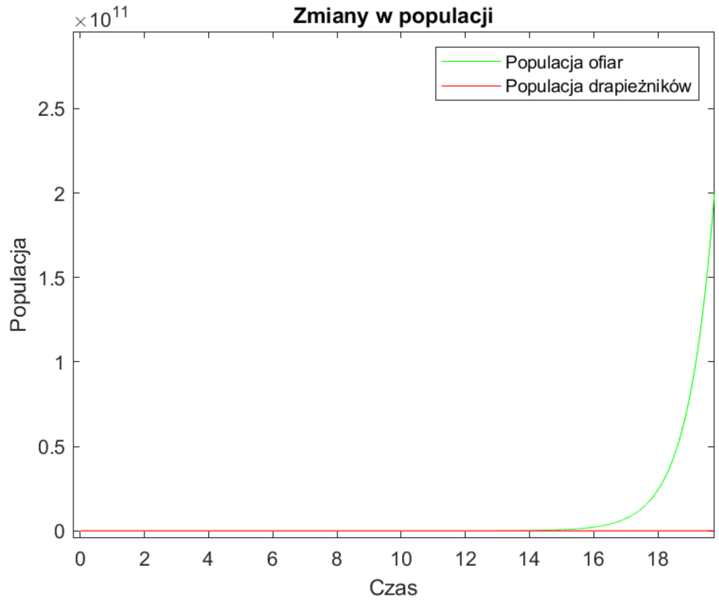
Rysunek 2 Rezultat symulacji, w której występują tylko drapieżnicy

Parametry zmienione względem tabeli 1:

X = 0, Y = 10

Rezultat jest zgodny z oczekiwanym stanem; populacja drapieżników, nie mając dostępu do pożywienia szybko wymiera.

Sytuacja skrajna symulacji modelu (tylko ofiary w symulacji)



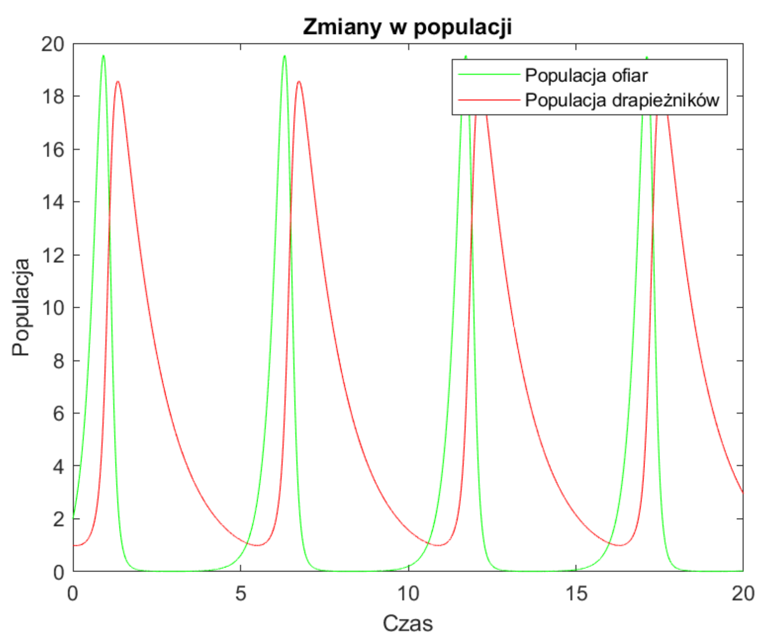
Rysunek 3 Rezultat symulacji, w której występują tylko ofiary

Parametry zmienione względem tabeli 1:

X = 10, Y = 0

Ofiary nie mając wrogów w zamkniętym ekosystemie rozmnażają się w nieskończoność

Sytuacja, w której ofiary rozmnażają się szybciej niż domyślnie



Rysunek 4 Rezultat symulacji, w której ofiary rozmnażają się szybciej

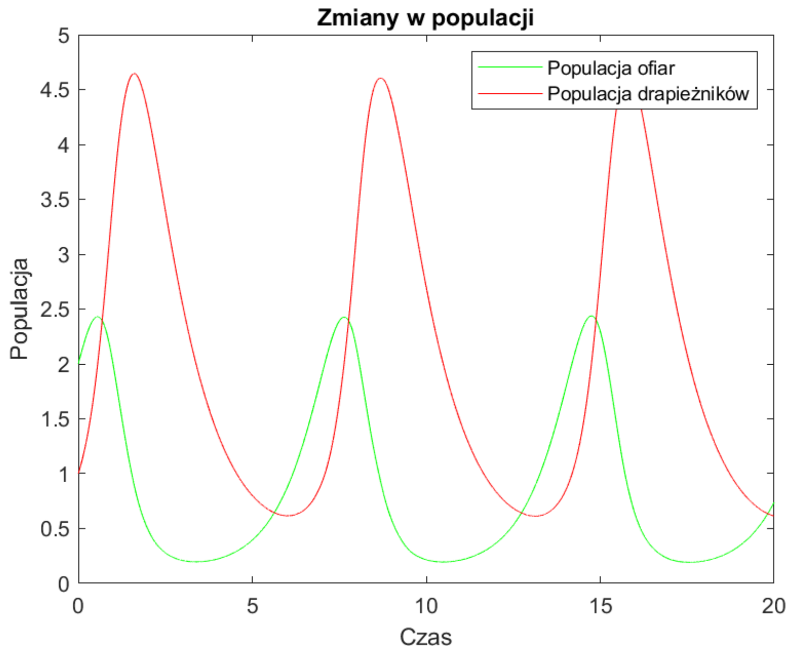
Parametry zmienione względem tabeli 1:

a = 3.6 = 1.2 * 3

Gdy zwiększamy tempo rozmnażania ofiar wykres się zwęża.

Ważnym do zauważenia jest fakt, że populacja ofiar wymarła po pierwszym „maksimum lokalnym" jaki osiągnęła a co za tym idzie wymrze też populacja drapieżników co wynika ze wcześniejszych obserwacji. Balans w ekosystemie został stracony.

Sytuacja, w której drapieżniki rozmnażają się szybciej niż domyślnie



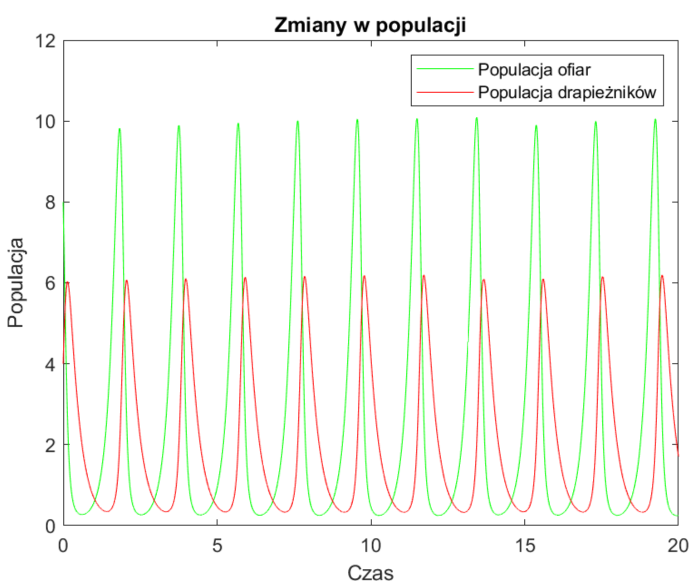
Rysunek 5 Rezultat symulacji, w której drapieżnicy rozmnażają się szybciej

Parametry zmienione względem tabeli 1:

c = 0.9 = 3* 0.3

Trzykrotne zwiększenie tempa rozmnażania drapieżników nie doprowadza do „wymarcia", któregoś z gatunków w ekosystemie. Wynika to z tego, że przy zwiększonym występowaniu drapieżników proporcjonalnie zwiększa się też ich tempo wymierania ze względu na zanikającą ilość pożywienia (ofiar).

Sytuacja, w której zwiększamy wszystkie parametry N razy



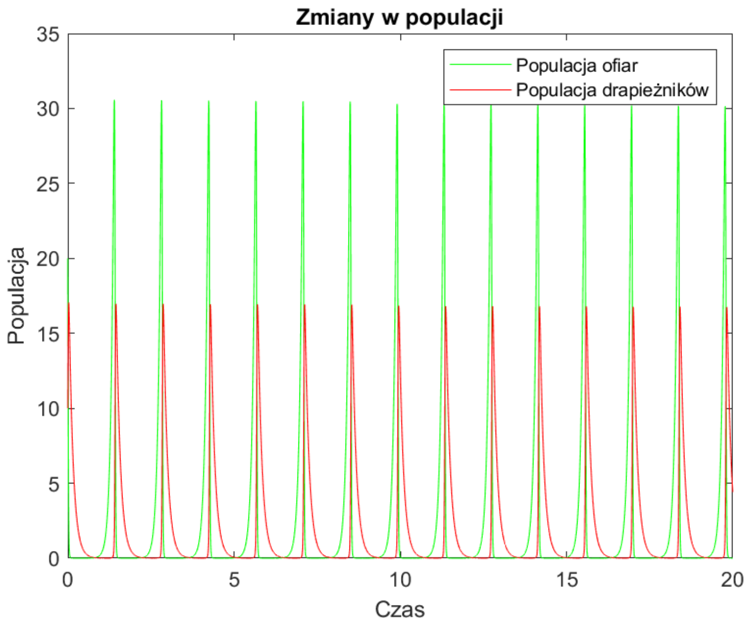
Rysunek 6 Rezultat symulacji, gdy każdy parametr jest 4 razy większy niż domyślny

Parametry zmienione względem tabeli 1:

Każda wartość pomnożona przez N

Gdy N wynosi 4 tak jak na rysunku 6. Balans jest zachowany a obie populacje oscylują pomiędzy wartościami w przedziale (0, 10] i (0, 6]

Natomiast gdy N wynosi 10 tak jak na rysunku 7. Balans jest utracony a populacje osiągają liczność 0. Może to wynikać z faktu zbyt dużego zwiększenia liczebności ofiar a co za tym idzie niekontrolowanego wzrostu liczby drapieżników



Rysunek 7 Rezultat symulacji, gdy każdy parametr jest 10 razy większy niż domyślny

Wnioski końcowe

Jak pokazały wymienione sytuacje. Działanie modelu jest ściśle powiązane z wprowadzonymi parametrami. Balans ekosystemu – utrzymanie liczebności obu populacji jest możliwe do osiągnięcia tylko przy odpowiednio dobranych parametrach. Np. Gdy w symulacji jest za dużo ofiar (zakładając istnienie drapieżników) powoduje to ich wymarcie z powodu dogodnych warunków do wzrostu drapieżników.