UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL ESTADO DE MEXICO

MATERIA:

GRAFICACION COMPUTACIONAL

NOMBRE DE LA PROFESORA:

HAZEM ALVAREZ RODRIGUEZ

NOMBRE DEL PROYECTO:

ECUACIONES DE VOTKA-VOLTERRA

ALUMNOS PARTICIPANTES:

- RAUL ALEJANDRO CALDERON HERNANDEZ

FECHA DE ENTREGA:

12/ AGOSTO / 2024

Ejercicios de aplicación de las ecuaciones de VOTKA-VOLTERRA

Para eso usaremos el programa en Python escrito anteriormente como el siguiente:

Digamos que tenemos una presa, y 0.5 de depredador

El siguiente algoritmo nos dará el resultado

```
a = 0.7; b = 0.3; c = 0.3;  e = 0.9
dt = 0.001; max_time = 100

# initial time and populations
t = 0; x = 1.0; y = 0.9

# empty lists in which to store time and populations
t_list = []; x_list = []; y_list = []

# initialize lists
t_list.append(t); x_list.append(x); y_list.append(y)

while t < max_time:
    # calc new values for t, x, y
    t = t + dt
    x = x + (a*x - b*x*y)*dt
    y = y + (-c*y + e*x*y)*dt

    # store new values in lists
    t_list.append(t)
    x_list.append(x)
    y_list.append(y)

# Plot the results
p = plt.plot(t_list, x_list, 'r', t_list, y_list, 'g', linewidth = 2)
```

Obtenemos que

a. es la tasa de crecimiento de la población de la presa en ausencia de depredadores.

b. es la tasa a la cual los depredadores cazan presas.

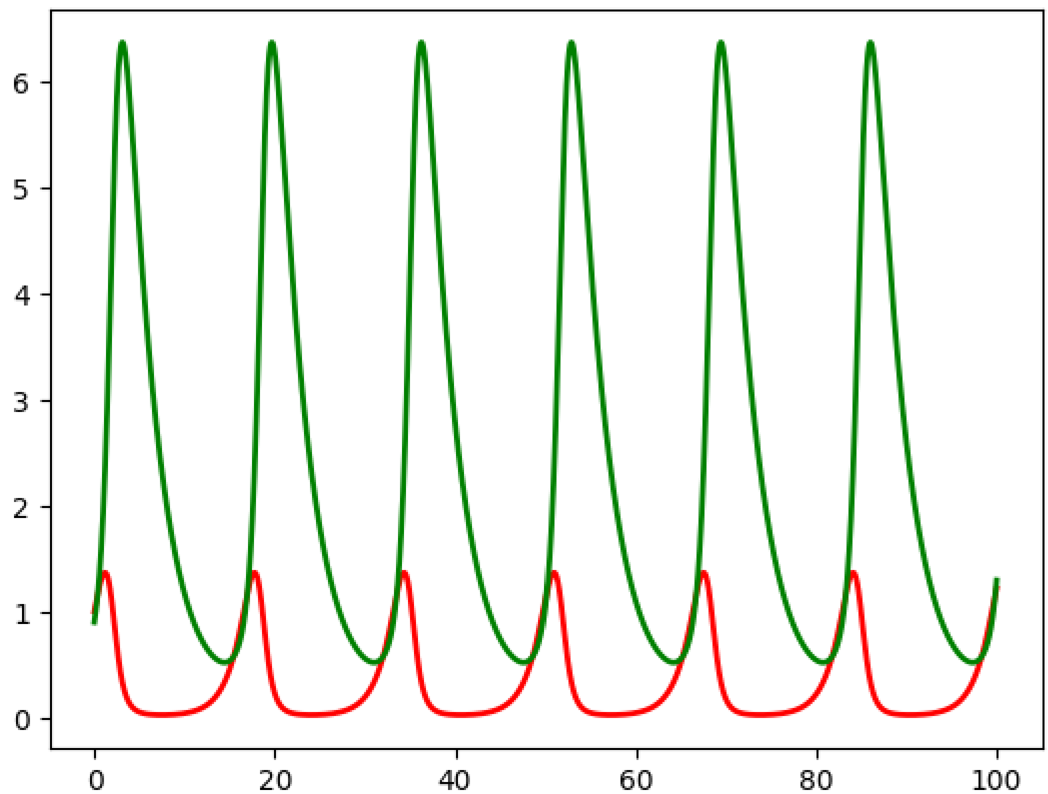
c. es la tasa de muerte de los depredadores en ausencia de presas.

d. es la tasa a la cual los depredadores aumentan al consumir presas.

Con esto ya se podría modificar la ecuación para obtener todo lo que necesitamos

Ahora bien, los ejercicios

1. Queremos que tenga demasiadas presas al principio pero que los depredadores salgan cuando incremente un poco
    a. Esto se hace modificando la Y por 0.9, los resultados quedarían así



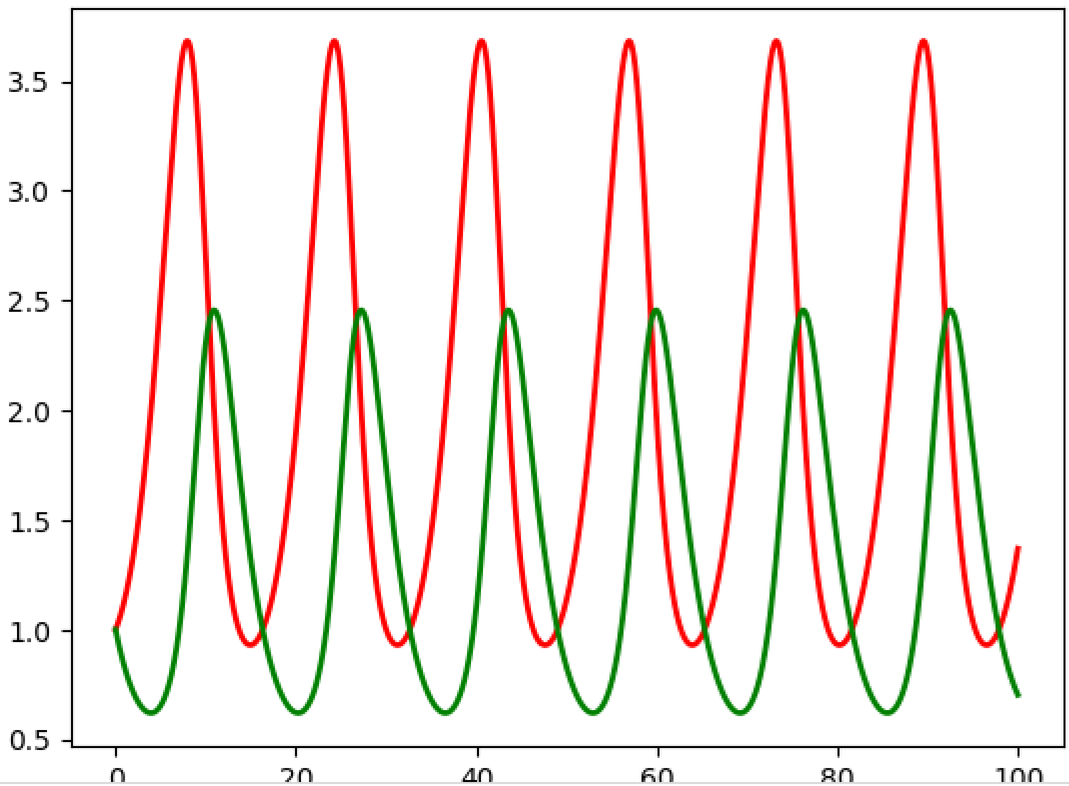
Como se observa, cuando incrementan las presas incrementa un poco los depredadores

2. Y si ahora necesitamos mas depredadores que presas, solo queda modificar un poco A, B, C, D para obtener

```
a = 0.4; b = 0.3; c = 0.4;  e = 0.2
dt = 0.001; max_time = 100

# initial time and populations
t = 0; x = 1.0; y = 1.0
```

Como resultado quedaría



Observamos que ahora los depredadores llegan a mas de 3.5 y cuando empiezan a declinar, las presas incrementan

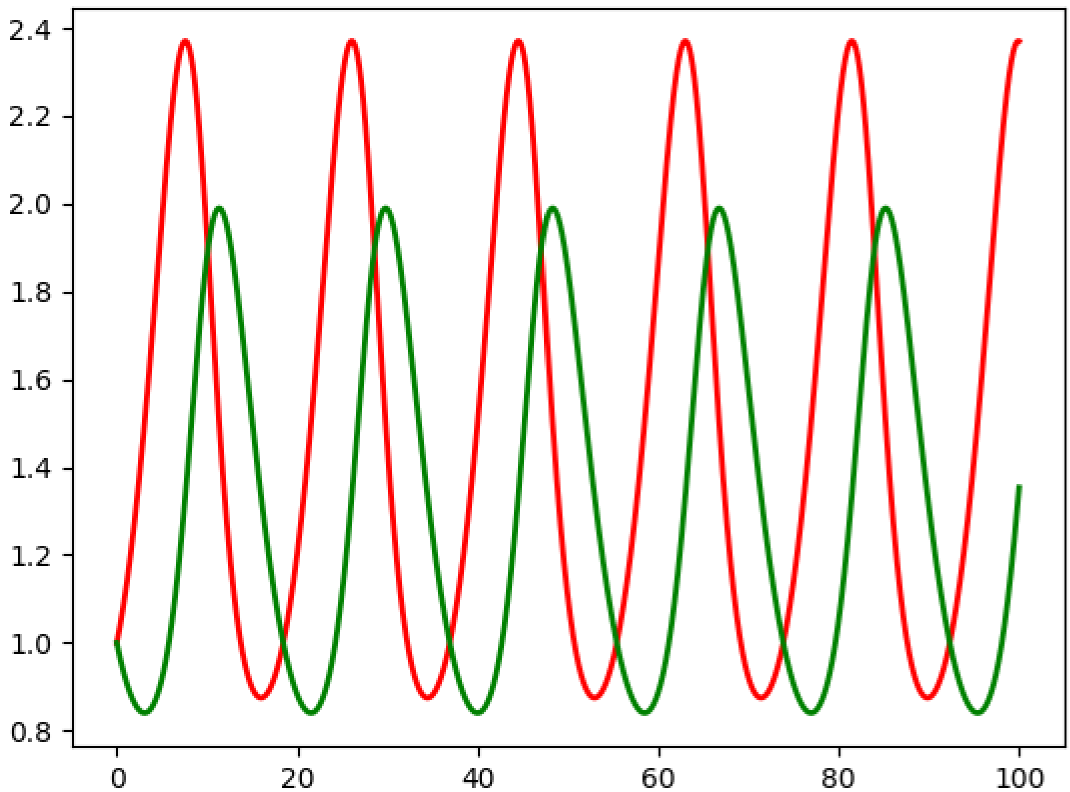
3. Digamos que ahora queremos que sean parejas las 2 ecuaciones

Los valores quedarían así

```
a = 0.4; b = 0.3; c = 0.3;  e = 0.2
dt = 0.001; max_time = 100

# initial time and populations
t = 0; x = 1.0; y = 1.0
```

Observamos que se reproducirá el doble de las presas, con respecto a los depredadores y las consecuencias de ambos quedarían igual (B, C) entonces como resultado nos quedaría así



Vemos que no empiezan igual, mientras que los depredadores van al alza al principio las presas, como que disminuyen, y eso se puede notar en las ecuaciones, si intercambiamos un poco, los sentidos de las muertes, podríamos observar como las presas van a mejorar

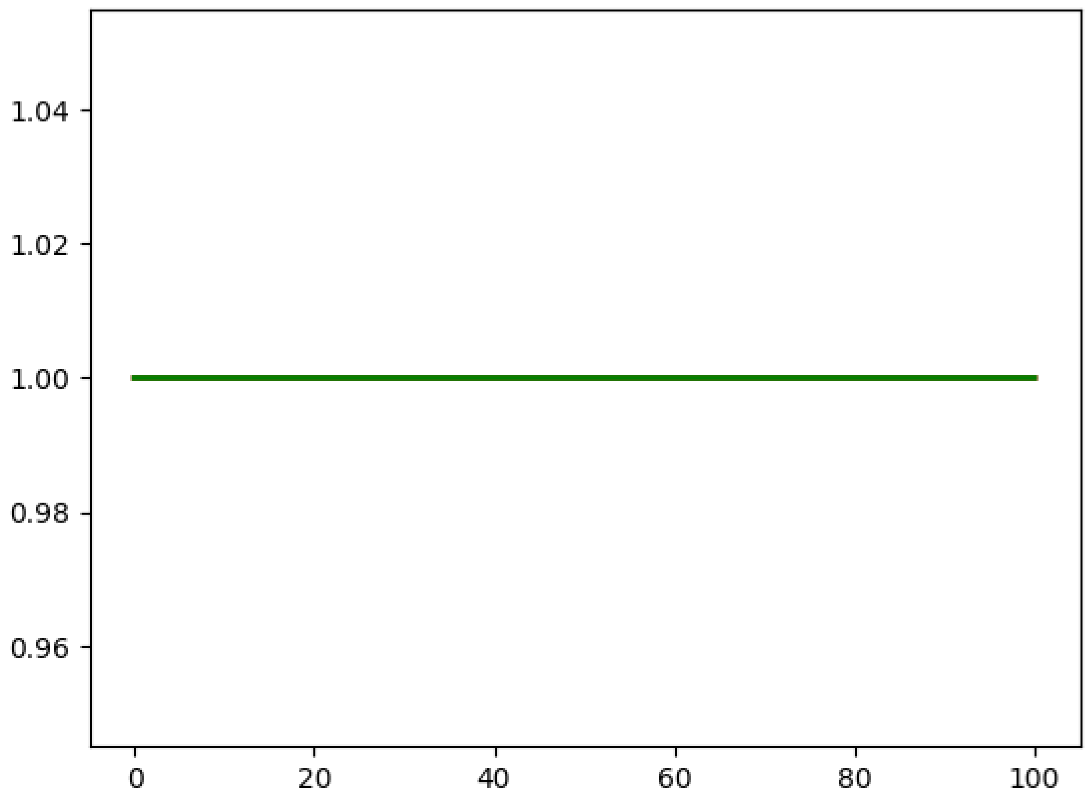
También algunos comentaran que no son iguales

Pero respecto al tiempo (t) podemos observar que mientras las presas incrementan, también incrementa el número de depredadores, mientras que cuando ambos decrecen llevan las ecuaciones casi al 0.8 entonces esto significa que también pueden llegar al 0

Por lo que son prácticamente idénticas, al menos por un breve periodo de tiempo

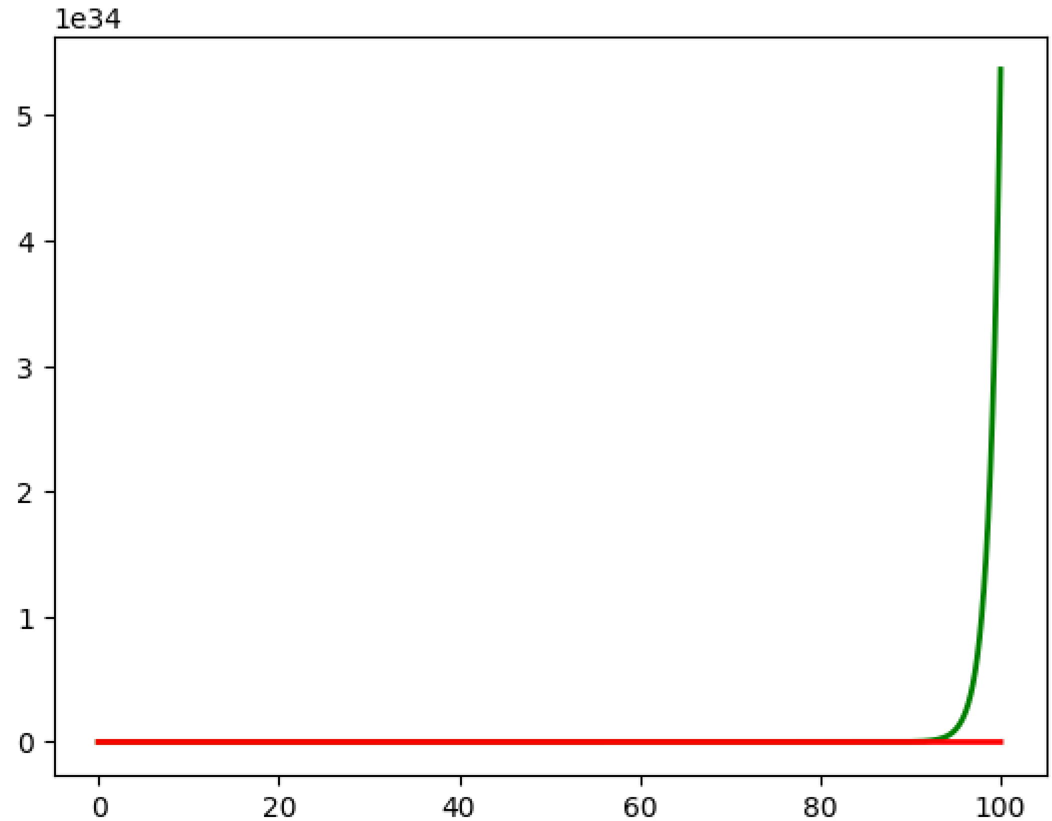
4. Digamos que queremos que las ecuaciones tengan un equilibrio constante, por ejemplo, que se queden en el 1 para siempre

Esto lo podemos hacer gracias a que nosotros le estamos introduciendo los valores, por ejemplo, tanto para A, B, C, D le daremos un valor idéntico, como por ejemplo 0.5



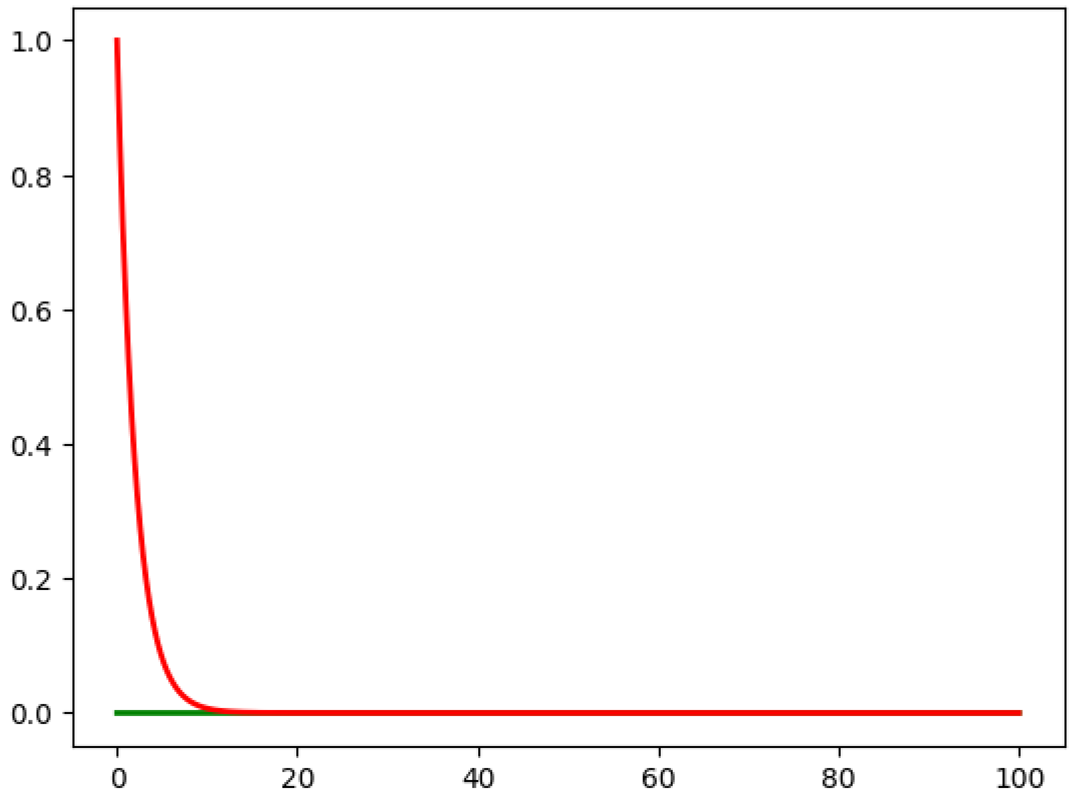
También puede llegar a funcionar si introducimos los valores en cero, esto es algo un poco ilógico dado que las presas y depredadores, necesitan de comida para poder vivir, pero en este caso también funcionaria

5. Por último, digamos que queremos que no existan los depredadores para ver como funcionaria sin ellos



Observamos como al cabo de un rato, llega a ser exponencial las nuevas presas

Ahora bien, si observamos a los depredadores



Observamos como decaen, hasta llegar al 0 pero de forma muy estrepitosa, vemos como los depredadores necesitan de las presas, pero las presas no necesitan tanto de los depredadores

Por ultimo el codigo quedaria de la siguiente manera.

```python
import matplotlib.pyplot as plt
from random import *
from numpy import *
import sys
a = 0.7; b = 0.3; c = 0.3;  e = 0.9 #ejercicio 1
#a = 0.2; b = 0.3; c = 0.4;  e = 0.4 #ejercicio 2
#a = 0.4; b = 0.3; c = 0.3;  e = 0.2 #ejercicio 3
#a = 0.5; b = 0.5; c = 0.5;  e = 0.5 #ejercicio 4
#a = 0.8; b = 0.4; c = 0.2;  e = 0.7 #ejercicio 5
dt = 0.001; max_time = 100

# initial time and populations
t = 0; x = 1.0; y = 1.0
#t = 0; x = 1.0; y = 0.0 #ejercicio 5.1
#t = 0; x = 0.0; y = 1.0 #ejercicio 5.2

# empty lists in which to store time and populations
t_list = []; x_list = []; y_list = []

# initialize lists
t_list.append(t); x_list.append(x); y_list.append(y)

while t < max_time:
    # calc new values for t, x, y
    t = t + dt
    x = x + (a*x - b*x*y)*dt
    y = y + (-c*y + e*x*y)*dt

    # store new values in lists
    t_list.append(t)
    x_list.append(x)
```

Donde observamos cada uno de los ejercicios, con sus posibles parámetros, y su posible valor inicial

CONCLUSIONES

Las ecuaciones de Lotka-Volterra son un par de ecuaciones diferenciales de primer orden, no lineales, que se utilizan para describir la dinámica de sistemas biológicos en los que interactúan dos especies: una depredadora y otra presa. Estas ecuaciones capturan la interacción entre ambas poblaciones, modelando su crecimiento y declive en función de las tasas de depredación y reproducción.

Las ecuaciones de Lotka-Volterra describen un sistema dinámico en el que las poblaciones de presas y depredadores oscilan. La interacción entre estas poblaciones puede dar lugar a ciclos, donde un aumento en la población de presas permite un aumento en la población de depredadores, lo que eventualmente reduce la población de presas, y a su vez, conduce a una disminución en la población de depredadores. Este ciclo se repite, con ambas poblaciones influyendo mutuamente.

Este tipo de modelo es fundamental en ecología para entender cómo las especies interactúan entre sí y cómo sus poblaciones cambian a lo largo del tiempo en respuesta a estas interacciones.

El programa en Python implementa un modelo clásico de dinámica poblacional entre dos especies, una de presas y otra de depredadores, utilizando las ecuaciones de Lotka-Volterra. La simulación generada por el programa muestra cómo las poblaciones de ambas especies evolucionan a lo largo del tiempo bajo la influencia de sus interacciones.

ALGUNAS OBSERVACIONES SON LAS SIGUIENTES:

- Oscilaciones Poblacionales
- Estabilidad y Cíclica
- Sensibilidad a Condiciones Iniciales
- Simplificación del Mundo Real

El programa proporciona una herramienta poderosa para visualizar y comprender la dinámica básica entre poblaciones de presas y depredadores

BIBLIOGRAFIA

- Ecuaciones de VOTKA-VOLTERRA, UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA, disponible en https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/6217/Modelo%20depredador-presa%20de%20Volterra-Lotka.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Simulación del modelo VOTKA-VOLTERRA, JAVIER FALCO, universidad de valencia disponible en https://www.uv.es/falbe/MatExp/aplicada/modelizacion/Lotka-Volterra/
- MODELO VOTKA-VOLTERRA universidad de JAEN, disponible en https://matema.ujaen.es/jnavas/web_modelos/labiologia/practica5.pdf