Python в инженерных расчётах

Лекция #12

Решение задачи линейной регрессии методом градиентного спуска

Есть данные

$$\vec{y} = \begin{vmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{vmatrix} \qquad X = \begin{vmatrix} x_{01} & x_{11} & x_{k1} \\ x_{11} & x_{12} & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1N} & x_{2N} & x_{kN} \end{vmatrix}$$

$$y = \varphi_0 x_0 + \varphi_1 x_1 + \varphi_2 x_2 \ldots + \varphi_k x_k$$

$\vec{X}$ - матрица признаков

$\vec{y}$ - вектор переменных

$\vec{\varphi}$ - вектор коэффициентов

$$\boxed{\varphi = ?}$$

Функция потерь:

$$E(\vec{\varphi}) = \sum_{n=1}^{N} (y_n - \hat{y}_n)^2 = \boxed{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \left| y_n - f(\vec{x}_n ; \vec{\varphi}) \right|^2}$$

$$\varphi^* = \underset{\varphi}{\arg\min} \sum_{n=1}^{N} \left(y_n - f(\vec{x}_n ; \vec{\varphi}) \right)^2$$

$$\boxed{\frac{\partial E}{\partial \varphi} = \frac{2}{N} \cdot X^T (X \cdot \vec{\varphi} - \vec{y})}$$

$$y_{pred} = X \cdot \vec{\varphi}$$

Метод градиентного спуска:

$$\boxed{\varphi_e = \varphi_{e-1} - \eta \cdot \frac{\partial E}{\partial \varphi}}$$

η - скорость обучения (learnig_rate)

для нашего случая 0,01

Метод градиентного спуска предполагает монотонное асимптотическое уменьшение функции потерь $E(\varphi)$: