

Python в численных расчетах

Лекция #9.

Библиотека NumPy - Линейная Алгебра

Задача:

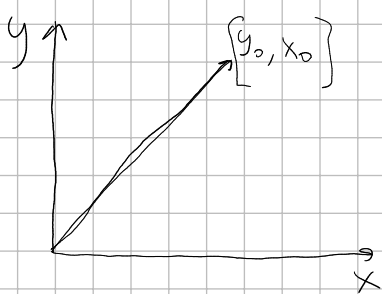
$$\begin{cases} 7x + 4y - z = 9 \\ -5x + 8y + 3z = 15 \\ 3x + 2y - 12z = 35 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -1 \\ -5 & 8 & 3 \\ 3 & 2 & 12 \end{pmatrix} \quad \text{матрица коэффициентов}$$

$$B = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 35 \end{pmatrix} \quad \text{вектор свободных коэф.}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{вектор неизвестных}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \quad A^{-1} - \text{обратная матрица матрице } A$$



$$\text{list_a} = [1, 2, 3, 4]$$

1. Умножение вектора на скаляр:

$S = 2$ - скаляр

$a = \text{np.array}([1, 2, 3, 4])$

$a = \text{np.unique}([2, 2, 1, 3, 3, 4, 4])$

$$a2s = a \cdot S = [2, 4, 6, 8]$$

2. Вычитание вектора / матрицы на скаляр

$$a_minus_S = a - S = [-1, 0, 1, 2]$$

3. Нахождение нормы вектора (матрицы)

`norm_a = np.linalg.norm(a) =`

$$\|V\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n v_i^2}$$

4. Перемножение векторов (матриц)

4.1. Элементное (поэлементное) умножение

$$a * a = [1, 4, 9, 16]$$

4.2. Внешнее произведение

$$a_outer = np.outer(a, a) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{vmatrix}$$

4.3. Стандартное произведение

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} @ \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12a + 3c & 12b + 3d \\ 14a + 5c & 14b + 5d \end{vmatrix}$$

4.4. Точечное произведение

$$a = np.array([1, 2, 3, 4])$$

$$b = np.array([5, 6, 7, 8])$$

$$a_dot_b = np.dot(a, b) =$$

$$= 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 8 = 70$$

4.5. Векторное произведение 2-х векторов

$$a = np.array([1, 2, 3])$$

$$b = np.array([4, 5, 6])$$

$$a_cross_b = np.cross(a, b) =$$

$$= \begin{matrix} 2 \cdot 6 - 3 \cdot 5, \\ 3 \cdot 4 - 1 \cdot 6, \\ 1 \cdot 5 - 2 \cdot 4, \end{matrix}$$

НД 1 на 26.12.24

Написать функцию для решения
СЛАУ произвольного размера.

```
def solve_system(A, B)

    return X
```

Коэффициент корреляции Пирсона

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$r = -1 \dots +1$$

-1 - отрицательная
корреляция

+1 - положительная

0 - отсутствие.

$$X = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$\bar{x}, \bar{y} = \text{np.mean}(X) \\ \text{np.mean}(Y)$$

$$x_{\text{norm}} = X - \bar{x}$$

$$y_{\text{norm}} = Y - \bar{y}$$

$$\sum_{i=1}^N x_{\text{norm}} \cdot y_{\text{norm}} = \text{np.dot}(x_{\text{norm}}, y_{\text{norm}})$$

НД #2.

Написать ф-ю расчета коэффициента
Пирсона