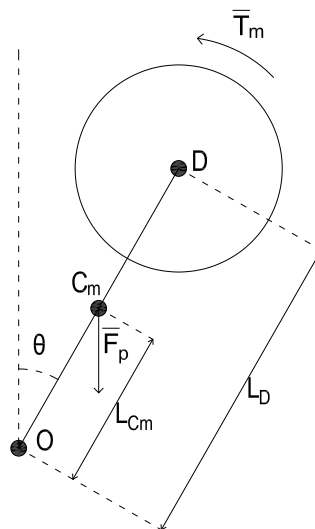


Analisi Fisica del progetto

Il sistema può essere ricondotto a un'asta vincolata nel punto O e a un disco vincolato in D che viene messo in moto da un motore.

Lo scopo dell'analisi è capire come varia l'angolo θ con la verticale in modo tale da poterlo controllare controllando il motore che muove il disco.

1 RAPPRESENTAZIONE DEL SISTEMA



Le caratteristiche del sistema sono:

- O è il punto in cui il sistema è vincolato;
- θ è l'angolo di inclinazione rispetto la verticale dell'asta;
- C_m è il centro di massa dell'intero sistema, considerando anche la ruota;
- L_{C_m} è la distanza del centro di massa C_m dal polo O ;
- D è il punto in cui è vincolata la ruota e il motore (non rappresentato);

- L_D è la distanza del punto D dal polo O ;
- \bar{F}_p è la forza peso totale agente sul sistema, considerata applicata nel centro di massa;
- $\bar{\tau}_m$ è la coppia che il motore fornisce al sistema;
- I_t è l'inerzia totale del sistema rispetto il polo O ;
- I_d è l'inerzia del disco rispetto il punto D ;

Per l'analisi considererò trascurabili tutti gli attriti e considererò la coppia del motore linearmente legata alla tensione.

Per la seconda equazione cardinale della meccanica si avrà che:

$$I_t \ddot{\theta} = F_p L_{Cm} \sin(\theta) - \tau_m \quad (1)$$

per chiarezza nell'esposizione pongo $F_p L_{Cm} = K_{mgl}$ in quanto valore costante. Inoltre:

$$\tau_m = I_d \dot{w}_{inerziale} \quad (2)$$

Dove:

- $\dot{w}_{inerziale}$ è la velocità angolare assoluta del disco;

Infine dai moti relativi vale che:

$$w_{inerziale} = \dot{\theta} + w_R \quad (3)$$

e sostituendo nella 2

$$\tau_m = I_d (\dot{w}_R + \ddot{\theta}) \quad (4)$$

In prima battuta per simulare il sistema si è preferito usare la coppia effettiva sul disco come grandezza di controllo, di conseguenza le equazioni sono state riscritte per l'utilizzo:

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{mgl}}{I_t} \sin(\theta) - \frac{\tau_m}{I_t} \quad (5)$$

$$\dot{w}_R = -\ddot{\theta} + \frac{\tau_m}{I_d} \quad (6)$$

Per poter computare il sistema si è attuato un cambio di variabile ponendo:

$$x_1 = \dot{\theta} \quad \dot{x}_1 = \ddot{\theta} \quad (7)$$

$$x_2 = \theta \quad \dot{x}_2 = \dot{\theta} \quad (8)$$

$$u = \tau_m \quad x_3 = w_R \quad (9)$$

date le seguenti sostituzioni il sistema diventa:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{K_{mgl}}{I_t} \sin(x_2) - \frac{1}{I_t} u \\ \dot{x}_2 = x_1 \\ \dot{x}_3 = -\frac{K_{mgl}}{I_t} \sin(x_2) + \left(\frac{1}{I_t} + \frac{1}{I_d}\right) u \end{cases} \quad (10)$$

definiamo quindi il vettore X_1 e: \dot{X}_1

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \dot{X}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$