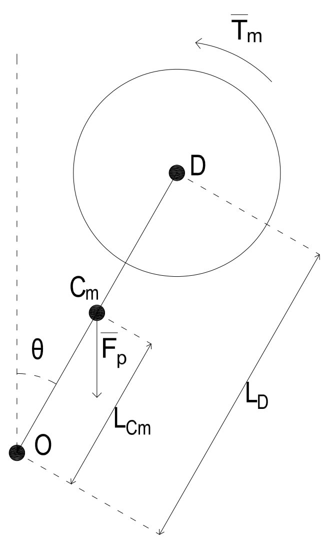
Analisi Fisica del progetto

Il sistema può essere ricondotto a un asta vincolata nel punto O e a un disco vincolato in D che viene messo in moto da un motore.
Lo scopo dell'analisi è capire come varia l'angolo θ con la verticale in modo tale da poterlo controllare controllando il motore che muove il disco.

1 Rappresentazione del sistema



Le caratteristiche del sistema sono:

- O è il punto in cui il sistema è vincolato;
- θ è l'angolo di inclinazione rispetto la verticale dell'asta;
- C_m è il centro di massa dell'intero sistema, considerando anche la ruota;
- L_{C_m} è la distanza del centro di massa C_m dal polo O;
- D è il punto in cui è vincolata la ruota e il motore(non rappresentato);

- L_D è la distanza del punto D dal polo O;
- $\overline{F}_p$ è la forza peso totale agente sul sistema, considerata applicata nel centro di massa;
- $\overline{\tau}_m$ è la coppia che il motore fornisce al sistema;
- I_t è l'inerzia totale del sistema rispetto il polo O;
- I_d è l'inerzia del disco rispetto il punto D;

Per l'analisi considererò trascurabili tutti gli attriti e considerero la coppia del motore linearmente legata alla tensione.
Per la seconda equazione cardinale della meccanica si avrà che:

$$I_t\ddot{\theta} = F_p L_{C_m} \sin(\theta) - \tau_m \tag{1}$$

per chiarezza nell'esposizione pongo $F_p L_{C_m} = K_{mgl}$ in quanto valore costante. Inoltre siamo a conoscenza di due relazioni:

$$\tau_m = I_d \dot{w}_{inerziale} \tag{2}$$
$$\tau_m = kV(t) \tag{3}$$

Dove:

- $\dot{w}_{inerziale}$ è la velocità angolare assoluta del disco;
- k è una costante che dipende dal motore usato;
- $V(t)$ è la tensione variabile ai capi del motore-

Infine dai moti relativi vale che:

$$w_{inerziale} = \dot{\theta} + w_R \tag{4}$$

sostituendo la 3 nella 1:

$$I_t\ddot{\theta} = K_{mgl} \sin(\theta) - kV(t) \tag{5}$$

quindi, approssimando per piccoli angoli ($\sin(\theta) \approx \theta$):

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{mgl}}{I_t}\theta - \frac{k}{I_t}V(t) \tag{6}$$

Inoltre sostituendo la 4 nella 2 si ottiene che :

$$\tau_m = I_d(\ddot{\theta} + \dot{w}_R) \tag{7}$$

Si sostituisce poi nella 3:

$$I_d(\ddot{\theta} + \dot{w}_R) = kV(t) \tag{8}$$

E quindi:

$$\dot{w}_R = -\ddot{\theta} + \frac{k}{I_d}V(t) \tag{9}$$

Cioè abbiamo ottenuto due equazioni differenziali la 6 e 9, dipendenti dalla tensione del motore:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{K_{mgl}}{I_t}\theta - \frac{k}{I_t}V(t) \\ \dot{w}_R = -\ddot{\theta} + \frac{k}{I_d}V(t) \end{cases} \tag{10}$$

Inoltre θ e w_R sono grandezze che possiamo misurare nel tempo e quelle misurate le chiamerò : w_{R0} e θ_0

2 OSSERVAZIONI E DOMANDE

Siamo arrivati a un sistema differenziale che può essere integrato e che quindi ci permette di calcolare la variazione di θ nel tempo in funzione della tensione. Ora quello che mi chiedo è: cosa dobbiamo fare quindi per riportare a 0 l'angolo? prendiamo in input i valori, soprattutto l'angolo. però come calcolare la funzione tensione in modo che quell'angolo vada a 0? perchè integrando il sistema conosciamo cosa fa θ ma bisogna invece capire come far variare la tensione al variare casuale di θ. Avete idee?