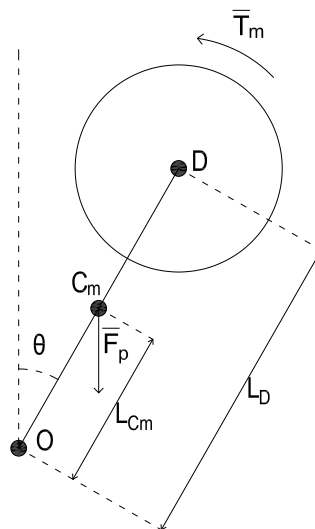


Analisi Fisica del progetto

Il sistema può essere ricondotto a un'asta vincolata nel punto O e a un disco vincolato in D che viene messo in moto da un motore.

Lo scopo dell'analisi è capire come varia l'angolo θ con la verticale in modo tale da poterlo controllare controllando il motore che muove il disco.

1 RAPPRESENTAZIONE DEL SISTEMA



Le caratteristiche del sistema sono:

- O è il punto in cui il sistema è vincolato;
- θ è l'angolo di inclinazione rispetto la verticale dell'asta;
- C_m è il centro di massa dell'intero sistema, considerando anche la ruota;
- L_{C_m} è la distanza del centro di massa C_m dal polo O ;
- D è il punto in cui è vincolata la ruota e il motore (non rappresentato);

- L_D è la distanza del punto D dal polo O ;
- \bar{F}_p è la forza peso totale agente sul sistema, considerata applicata nel centro di massa;
- $\bar{\tau}_m$ è la coppia che il motore fornisce al sistema;
- I_t è l'inerzia totale del sistema rispetto il polo O ;
- I_d è l'inerzia del disco rispetto il punto D ;

Per l'analisi considererò trascurabili tutti gli attriti e considererò la coppia del motore linearmente legata alla tensione.

Per la seconda equazione cardinale della meccanica si avrà che:

$$I_t \ddot{\theta} = F_p L_{C_m} \sin(\theta) - \tau_m \quad (1)$$

per chiarezza nell'esposizione pongo $F_p L_{C_m} = K_{mgl}$ in quanto valore costante. Inoltre siamo a conoscenza di due relazioni:

$$\tau_m = I_d \dot{w}_{inerziale} \quad (2)$$

$$\tau_m = kV(t) \quad (3)$$

Dove:

- $\dot{w}_{inerziale}$ è la velocità angolare assoluta del disco;
- k è una costante che dipende dal motore usato;
- $V(t)$ è la tensione variabile ai capi del motore-

Infine dai moti relativi vale che:

$$w_{inerziale} = \dot{\theta} + w_R \quad (4)$$

sostituendo la 3 nella 1:

$$I_t \ddot{\theta} = K_{mgl} \sin(\theta) - kV(t) \quad (5)$$

quindi, approssimando per piccoli angoli ($\sin(\theta) \approx \theta$):

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{mgl}}{I_t} \theta - \frac{k}{I_t} V(t) \quad (6)$$

Inoltre sostituendo la 4 nella 2 si ottiene che :

$$\tau_m = I_d (\ddot{\theta} + \dot{w}_R) \quad (7)$$

Si sostituisce poi nella 3:

$$I_d (\ddot{\theta} + \dot{w}_R) = kV(t) \quad (8)$$

E quindi:

$$\dot{w}_R = -\ddot{\theta} + \frac{k}{I_d} V(t) \quad (9)$$

Cioè abbiamo ottenuto due equazioni differenziali la 6 e 9, dipendenti dalla tensione del motore:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{K_{mgl}}{I_t} \theta - \frac{k}{I_t} V(t) \\ \dot{w}_R = -\ddot{\theta} + \frac{k}{I_d} V(t) \end{cases} \quad (10)$$

Inoltre θ e w_R sono grandezze che possiamo misurare nel tempo e quelle misurate le chiamerò : w_{R0} e θ_0

2 OSSERVAZIONI E DOMANDE

Siamo arrivati a un sistema differenziale che può essere integrato e che quindi ci permette di calcolare la variazione di θ nel tempo in funzione della tensione. Ora quello che mi chiedo è: Cosa dobbiamo fare quindi per riportare a 0 l'angolo? prendiamo in input i valori, soprattutto l'angolo. però come calcolare la funzione tensione in modo che quell'angolo vada a 0? perchè integrando il sistema conosciamo cosa fa θ ma bisogna invece capire come far variare la tensione al variare casuale di θ . Avete idee?