

Задача А. Операции с многочленами

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано два многочлена P и Q :

$$P(t) = p_0 + p_1 \cdot t + \dots + p_n \cdot t^n$$

$$Q(t) = q_0 + q_1 \cdot t + \dots + q_m \cdot t^m$$

Найдите $P + Q$, $P \cdot Q$ и первые 1000 коэффициентов ряда P/Q . Все вычисления необходимо производить по модулю 998 244 353

Формат входных данных

В первой строке содержатся числа n и m ($1 \leq n, m \leq 1000$) — степени многочленов P и Q .

Вторая строка содержит $n + 1$ число p_0, p_1, \dots, p_n — коэффициенты многочлена P ($0 \leq p_i < 998\,244\,353$), гарантируется, что $p_n > 0$.

Третья строка содержит $m + 1$ число q_0, q_1, \dots, q_m — коэффициенты многочлена Q ($0 \leq q_i < 998\,244\,353$), гарантируется, что $q_0 = 1$ и $q_m > 0$.

Формат выходных данных

На первой строке выведите степень многочлена $P + Q$, на второй строке выведите его коэффициенты. Если многочлен не равен тождественно нулю, то старший коэффициент должен быть ненулевым, степень тождественного нуля будем считать равной 0.

На третьей строке выведите степень многочлена $P \cdot Q$, на четвертой строке выведите его коэффициенты, старший коэффициент должен быть ненулевым.

В пятой строке выведите 1000 первых коэффициентов P/Q .

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 0 1 2 3 1 2 3	3 1 3 5 3 5 0 1 4 10 12 9 0 1 0 ... 0
1 3 1 2 1 4 5 2	3 2 6 5 2 4 1 6 13 12 4 1 998244351 3 ... 999 998243353

Задача В. Конструируемые комбинаторные классы

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В этой задаче мы используем следующие способы конструирования комбинаторных объектов.

Базовое множество B состоит из одного объекта u с весом 1. Каждый сконструированный объект x имеет некоторый вес $w(x)$. Если объект сконструирован из одного или нескольких других объектов, его вес равен сумме весов этих объектов.

Пусть X задаёт некоторое множество комбинаторных объектов. Рассмотрим следующие способы создать новые множества объектов.

Множество $L(X)$ состоит из всех возможных списков конечной длины, каждый элемент которых имеет положительный вес и принадлежит множеству X . Например, $L(B)$ состоит из списков $[], [u], [u, u], [u, u, u]$, и так далее. Аналогично, $L(L(B))$ состоит из $[], [[u]], [[u], [u]], [[u, u], [u]], [[u], [u, u]]$, и так далее. Обратите внимание, последние два списка различны, поскольку для списка важен порядок элементов в нем. Также обратите внимание, что $[[[]]]$ не является корректным списком в $L(L(B))$, поскольку только объекты положительного веса разрешаются в качестве элементов списков, а $[]$ имеет вес 0.

Множество $S(X)$ содержит все возможные мультимножества конечного размера, каждый элемент которых имеет положительный вес и принадлежит X . Например, $S(B)$ состоит из мультимножеств $\{\}, \{u\}, \{u, u\}, \{u, u, u\}$, и так далее. Еще один пример: $S(L(B))$ содержит, например, мультимножества $\{[u]\}, \{[u], [u]\}$. Обратите внимание, что мультимножество может содержать несколько равных объектов. Заметьте, что в отличие от списков для мультимножеств не важен порядок элементов, поэтому мультимножество $\{[u], [u, u]\}$ совпадает с мультимножеством $\{[u, u], [u]\}$.

Множество $C(X)$ состоит из всех возможных циклов конечной положительной длины, каждый элемент которых имеет положительный вес и принадлежит X . Два цикла считаются равными, если они получаются друг из друга циклическим сдвигом. Например, $C(L(B))$ содержит цикл $([u], [u, u], [u, u, u])$. Заметьте, что этот цикл совпадает с циклом $([u, u], [u, u, u], [u])$, но отличается от цикла $([u, u, u], [u, u], [u])$.

Вес списка, мультимножества или цикла равен сумме весов его элементов, например, вес $([u], [u, u], [u, u, u])$ равен 6.

Наконец, последний рассматриваемый способ создания нового типа комбинаторных объектов — пара. Если X и Y — множества комбинаторных объектов, то $P(X, Y)$ представляет собой множество упорядоченных пар объектов, где первый компонент взят из X , а второй — из Y . Например, $P(S(B), L(B))$ содержит в качестве элементов $\langle \{u, u\}, [u, u, u] \rangle$ и $\langle \{\}, [u] \rangle$. Обратите внимание, что в отличие от списков, мультимножеств и циклов, пары могут содержать компоненты нулевого веса.

По заданному описанию класса комбинаторных объектов посчитайте количество элементов веса 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

Формат входных данных

В единственной строке входного файла содержится корректное описание комбинаторного объекта. Длина описания не превосходит 200.

Формат выходных данных

Выведите семь целых чисел — количество объектов в описанном комбинаторном классе с весом от 0 до 6.

Примеры

стандартный ввод						
P(S(B), L(B))						
стандартный вывод						
1	2	3	4	5	6	7

стандартный ввод
C(L(B))
стандартный вывод
0 1 2 3 5 7 13
стандартный ввод
L(P(L(L(L(P(P(B,L(B)),L(B)),P(B,L(B))))),P(B,L(B))))
стандартный вывод
1 1 2 5 14 42 132

Задача С. Подсчет деревьев

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Заданы числа c_1, c_2, \dots, c_k . Посчитайте количество различных бинарных деревьев, в которых вершины могут иметь вес c_i . Вершины равного веса считаются одинаковыми.

Формат входных данных

В первой строке содержатся два целых числа k и m ($1 \leq k, m \leq 2000$) — количество весов вершин и максимальный вес дерева. В следующей строке содержатся числа c_i ($1 \leq c_i \leq m$). Все c_i различны.

Формат выходных данных

Выведите m чисел — количество деревьев веса $1, 2, \dots, m$ по модулю $10^9 + 7$.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2 5 1 3	1 2 6 18 57
1 10 2	0 1 0 2 0 5 0 14 0 42

Задача D. Деревья, избегающие левых расчёсок

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	512 мегабайт

Структуры, избегающие определенных подструктур, активно изучаются в комбинаторике. В этой задаче мы изучим деревья, избегающие определенных поддеревьев.

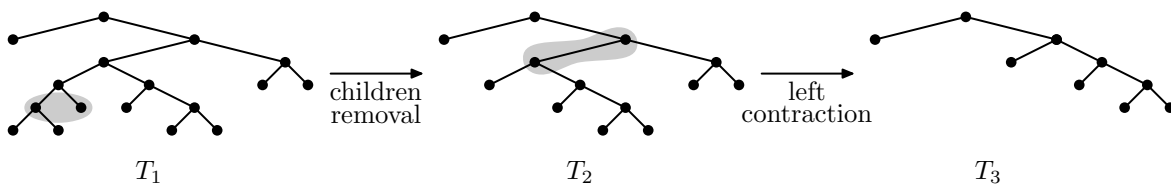
Рассмотрим подвешенное двоичное дерево, в котором каждая вершина имеет ровно двух детей: левого и правого (внутренняя вершина), или не имеет ни одного ребенка (лист). В особом случае дерева из одной вершины его корень также считается листом.

Будем говорить, что дерево T стягивается к дереву R , если R можно получить из T последовательностью следующих операций:

- Удаление детей: удалить оба поддерева у внутренней вершины, превратив ее в лист.
- Левое стягивание: пусть y — левый сын x . Заменяем детей x на детей y .
- Правое стягивание: пусть y — правый сын x . Заменяем детей x на детей y .

Дерево T избегает дерева R , если T не стягивается к дереву R .

Рисунок ниже показывает описанные операции, также он демонстрирует, что дерево T_1 стягивается к дереву T_3 .

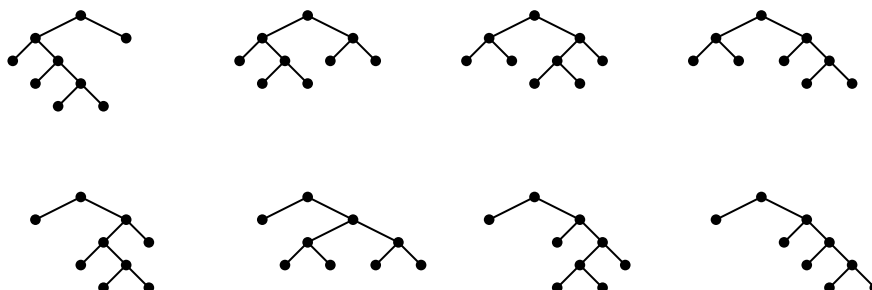


Левой расческой порядка k называется дерево с k листьями, где правый сын любой вершины представляет собой лист. На рисунке ниже показаны левые расчески порядка k для k от 2 до 5.



По заданному k и n вычислите для всех i от 1 до n количество деревьев с i листьями, избегающих левых расчесок порядка k . Выведите эти числа по модулю 998 244 353.

Все деревья с 5 листьями, избегающие левых расчесок порядка 4, показаны на рисунке.



Формат входных данных

На вход подаётся два числа: k и n ($2 \leq k \leq 5000$, $1 \leq n \leq 5000$).

Формат выходных данных

Выведите n целых чисел: для каждого i от 1 до n выведите число деревьев с i листьями, избегающих левых расчесок порядка k , выводите числа по модулю 998 244 353.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
4 5	1 1 2 4 8
7 6	1 1 2 5 14 42

Задача Е. Генератор случайных чисел

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Одним из возможных способов написать генератор случайных чисел являются линейные рекуррентные соотношения.

Рассмотрим следующее линейное рекуррентное соотношение:

$$A_i = (A_{i-1}C_1 + A_{i-2}C_2 + \dots + A_{i-k}C_k) \bmod 104857601, \text{ где } i \geq k + 1$$

Вам даны начальные значения A_1, A_2, \dots, A_k , а также коэффициенты соотношения C_1, C_2, \dots, C_k .

Вычислите A_n , для заданного n .

Формат входных данных

В первой строке дано число k ($1 \leq k \leq 1000$), и число n ($1 \leq n \leq 10^{18}$).

Вторая строка содержит ровно k чисел: A_1, A_2, \dots, A_k ($0 \leq A_i < 104857601$).

В третьей строке записаны ровно k чисел: C_1, C_2, \dots, C_k ($0 \leq C_i < 104857601$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 5 1 2 3 4 5 6	139