Трасиране на лъчи 101

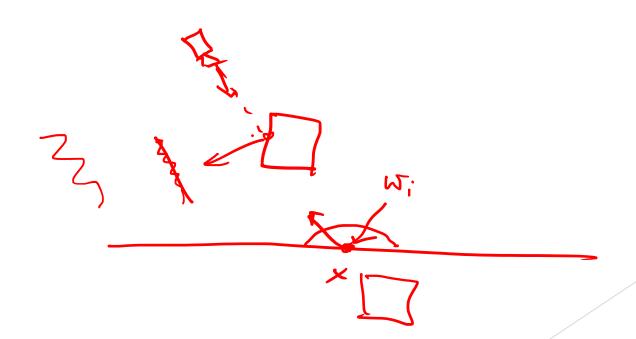
Андрей Дренски, 13.окт.2020г.

Agenda

- защо трасираме лъчи и какви са те
- ▶ пресичане на лъч с 2D/3D примитива
- ▶ (ускорено) пресичане на лъч с прост 2D/3D обект
- (ускорено) пресичане на лъч с множество обекти
- получаване на допълнителна информация от пресичане на обект
 - **н**ормали, загладени нормали, текстуриране
- трансформации, пресичане на лъч с трансформиран(и) обект(и)
- ▶ motion-blurred обекти, пресичане на лъч с МВ обект(и)

и нека бъде

$$L_{
m o}(\mathbf{x}, oldsymbol{\widetilde{\omega}}, \lambda, t) = L_{
m e}(\mathbf{x}, \omega_{
m o}, \lambda, t) \ + \int_{\Omega} f_{
m r}(\mathbf{x}, \omega_{
m i}, \omega_{
m o}, \lambda, t) L_{
m i}(\mathbf{x}, \omega_{
m i}, \lambda, t) (\omega_{
m i} \cdot \mathbf{n}) \, \mathrm{d} \, \omega_{
m i},$$



Фундаментални типове и операции

```
□struct Point {
     float x, y;
■struct Vector {
     float x, y;
 };
 Point operator+(const Point& p, const Vector& v) { return { p.x + v.x, p.y + v.y }; }
 Vector operator-(const Point& p0, const Point& p1) { return { p0.x - p1.x, p0.y - p1.y }; }
 Vector operator*(const Vector& v, const float k) { return { v.x*k, v.y*k }; }
□ Vector normalize(const Vector& v) {
     const float d = std::sqrt(v.x*v.x + v.y*v.y);
     return { v.x / d, v.y / d };
□struct Segment {
     Point p0, p1;
 };
```

Фундаментални типове и операции

```
istruct Ray {
     Point origin;
     Vector dir;
     Ray(const Point& origin, const Vector& dir)
         : origin{ origin }, dir{ normalize(dir) } {}
istruct Segment {
     Point p0, p1;
     SegmentHit intersect(const Ray& ray,
         const float tmin = 0.f, const float tmax = 1e18f) const;
 const float inf = std::numeric_limits<float>::infinity();
 bool approx(const float& x, const float& y) { return (std::abs(x - y) < 1e-6f); }</pre>
```

turax

Пресичане на лъч с отсечка

```
Struct SegmentHit {
    float t, u;

    SegmentHit(): t{ inf } {}
    bool isValid() const { return (t < inf); }
    operator bool() const { return isValid(); }
};</pre>
```

Пресичане на лъч с отсечка

```
float t, u;
    SegmentHit() : t{ inf } {}
    bool isValid() const { return (t < inf); }</pre>
    operator bool() const { return isValid(); }
const Vector w = p0 - ray.origin;
    const Vector segDir = p1 - p0;
    // same sign as cross-product, i.e. 0 if parallel
    const float denom = (ray.dir.x*segDir.y - ray.dir.y*segDir.x);
    if (approx(denom, 0.f)) {
       const bool collinear = approx(w.x*segDir.y - w.y*segDir.x, 0.f);
       if (!collinear) {
           return {};
       // some stupid edge cases here
       vassert(false && "to-do");
        return {};
```

Пресичане на лъч с отсечка

```
SegmentHit Segment::intersect(const Ray& ray, const float tmin, const float tmax) const {

const Vector w = p0 - ray.origin;

const Vector segDir = p1 - p0;

// same sign as cross-product, i.e. 0 if parallel

const float denom = (ray.dir.x*segDir.y - ray.dir.y*segDir.x);

if (approx(denom, 0.f)) { ... }

const float u = (ray.dir.y*w.x - ray.dir.x*w.y) / denom;

if (u < 0.f || u > 1.f) {

return {};
}

const float t = -(segDir.x*w.y - segDir.y*w.x) / denom;

return ((t >= tmin && t < tmax) ? SegmentHit{ t,u } : SegmentHit{});
```

Пресичане на лъч с триъгълник (3D)

```
istruct TriangleHit {
     float t, u, v;
     TriangleHit() : t{ inf } {}
     bool isValid() const { return (t < inf); }</pre>
     operator bool() const { return (t < inf); }</pre>
istruct Triangle {
     Point v0;
     Vector e1, e2;
     TriangleHit intersect(const Ray& ray,
         const float tmin = 0.f, const float tmax = 1e18f) const;
```

Пресичане на лъч с триъгълник (3D)

```
□TriangleHit Triangle::intersect(const Ray& ray, const float tmin, const float tmax) const {
     // First intersect the ray with the triangle's plane
     const Vector n = normalize(cross(e1, e2));
     const float denom = dot(n, ray.dir);
     // Ray & plane are collinear or parallel
     if (approx(denom, 0.f)) { ... }
     const float(t) = dot(n, v0 - ray.origin) / denom;
     if (t < tmin | | t >= tmax) {
         return {};
     // The intersection point
     const Point inters = ray.origin + t*ray.dir;
     const float e1e2 = dot(e1, e2);
     const float e1e1 = dot(e1, e1);
     const float e2e2 = dot(e2, e2);
     const float denom2 = e1e2*e1e2 - e1e1*e2e2;
     vassert(!approx(denom2, 0.f)); // Triangle is degenerate
     const Vector w = inters - v0;
     const float u = (e1e2*dot(w, e2) - e2e2*dot(w, e1)) / denom2;
     const float y = (e1e2*dot(w, e1) - e1e1*dot(w, e2)) / denom2;
     return ((u \ge 0 \&\& v \ge 0 \&\& u + v \le 1)? TriangleHit{ t, u, v } : TriangleHit{});
```

much ado about boxes

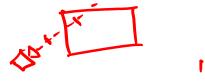
- руга важна примитива e bounding box-ът
 - "кутия", зададена от числови интервали по двете (или трите) оси
 - > оттам известна като axis-aligned bounding box, или AABB
- идея: ако кутия съдържа изцяло дадено множество примитиви и даден лъч не я пресече, то той няма да пресече никоя съдържана примитива

```
class Box {
     Point pmin, pmax;
 public:
     Box() : pmin{ 1e18f, 1e18f }, pmax{ -1e18f, -1e18f } {}
     void expand(const Point& p) {
         pmin = { std::min(pmin.x, p.x), std::min(pmin.y, p.y) };
         pmax = { std::max(pmax.x, p.x), std::max(pmax.y, p.y) };
     void expand(const float k) {
         const Point mid = midpoint(pmin, pmax);
         pmin += (mid - pmin)*k;
         pmax += (pmax - pmin)*k;
     float intersect(const Ray& ray, float tmin = 0.f, float tmax = 1e18f) const;
```

```
much ado about boxes
 enum class Axis { X, Y };
// Whether the first wall (relative to ray direction) is hit
    bool hitN = false;
     for (const Axis ax : {Axis::X, Axis::Y}) {
        // Note: safe to do divisions by zero;
        // the resulting inf-s will get filtered out by the min/max
        const float t0 = std::min((pmin[ax] - ray.origin[ax]) / ray.dir[ax],
                               (pmax[ax] - ray.origin[ax]) / ray.dir[ax]);
        const float t1 = std::max((pmin[ax] - ray.origin[ax]) / ray.dir[ax],
                               (pmax[ax] - ray.origin[ax]) / ray.dir[ax]);
        //tmin = std::max(t0, tmin);
        if (t0 > tmin) {
           tmin = t0;
           hitN = true;
        tmax = std::min(t1, tmax);
        if (tmax <= tmin) {</pre>
           return inf;
     return (hitN ? tmin : tmax);
```

much ado about boxes

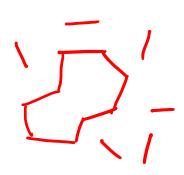
- примери за взаимно разположение на "ограничен" лъч с кутия:
 - класическо пресичане



надхвърляне

недостигане

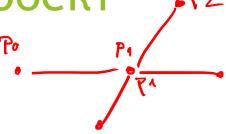
Какво представлява един обект \



- по най-простата (и обща) дефиниция множество от примитиви
 - важно: последователността на върховете на примитивата има значение!
 - тя задава ориентацията на примитивата
- въпрос на представяне, например:

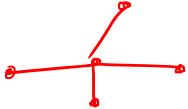
```
iclass Mesh {
    std::vector<Segment> segments;
    public:
        int numPrimitives() const { return segments.size(); };
        const Segment& getPrimitive(const int idx) const { return segments[idx]; }
};
```

Какво представлява един обект



- недостатък: пазим всеки връх по два пъти
 - защо не пазим масив от върховете в последователността, в която образуват многоъгълника?

Какво представлява един обект



- недостатък: пазим всеки връх по два пъти
 - > защо не пазим масив от върховете в последователността, в която образуват многоъгълника?
- има друго решение: индексни буфери
 - > another level of indirection, но спестената памет си струва

Какво представлява един обект

- недостатък: пазим всеки връх по два пъти
 - защо не пазим масив от върховете в последователността, в която образуват многоъгълника?
- има друго решение: индексни буфери
 - ▶ another level of indirection, но спестената памет си струва

Пресичане на лъч с обект

```
int primIdx;
float t;
float u;

Hit(): t{ inf } {}
bool isValid() const { return (t < inf); }
operator bool() const { return (t < inf); }</pre>
```

Пресичане на лъч с обект

```
istruct Hit {
     int primIdx;
     float t;
     float u;
     Hit() : t{ inf } {}
     bool isValid() const { return (t < inf); }</pre>
     operator bool() const { return (t < inf); }</pre>
     void improveBy(const Hit& other) {
          if (other && other.t < t) {</pre>
              *this = other;
     void improveBy(const int primIdx, const SegmentHit& other) {
          if (other && other.t < t) {</pre>
              this->primIdx = primIdx;
              t = other.t;
              u = other.u;
```

Пресичане на лъч с обект

```
if Hit Mesh::intersect(const Ray& ray, const float tmin, const float tmax) const {
    if (!box.intersect(ray, tmin, tmax)) {
        return {};
    }
    Hit bestHit;
    for (int i = 0; i < numPrimitives(); ++i) {
        bestHit.improveBy(i, getPrimitive(i).intersect(ray, tmin, tmax));
        // We can bump tmin and tmax on successful improvement,
        // but there's no performance benefit of doing it.
    }
    return bestHit;
}</pre>
```

- ▶ като двоично дърво за търсене, но в 2D/3D
- част от групата на space-partitioning trees, като quadtree/octree/BVH tree
 - > характерна за всички е разликата между вътрешни възли и листа
- всеки вътрешен възел разделя пространството на две допълващи се подпространства, и има два възела-наследници
- всяко листо съдържа множество примитиви (не е задължително да е един)

```
struct Node {
    const bool isLeaf;
    float splitVal;
    int left, right;

    Node(const int left, const int right)
        : isLeaf{ true }, left{ left }, right{ right } {}

    Node(const float splitVal)
        : isLeaf{ false }, splitVal{ splitVal } {}
};
```

```
class Kdtree {
    const Mesh geometry;
    // All tree nodes. Root node is [0], non-leaf nodes contain child node indices in this array.
    // The geometry's bounding box is used to obtain each node's implicit bounding box during traversal.
    std::vector<Node> nodes;
    // Contains reordered primitive indices. Each leaf node points to a range in this array.
    // As an alternative, we can rearrange the geometry's internal index buffer.
    std::vector int primIndices;
    // Construction parameters
    static const int maxDepth = 60;
    static const int maxPrimsInLeaf = 15;
```

рекурсивно построяване на kd-дърво по дадено множество от примитиви

```
int buildRecursive(const int from, const int to, const int depth);
public:

Kdtree(Mesh&& geometry_) : geometry{ std::move(geometry_) } {
    const int numPrimitives = geometry.numPrimitives();
    primIndices.resize(numPrimitives);
    // Build our index array (not to be confused with the mesh's one)
    for (int i = 0; i < numPrimitives; ++i) {
        primIndices[i] = i;
    }
    buildRecursive(0, numPrimitives, 0); // This returns 0, i.e. the root node index
}
</pre>
```

рекурсивно построяване на kd-дърво по дадено множество от примитиви

```
⊡// Invariant: constructs a node, managing the primitives, indexed by the range primIndices[from;to).
 // May rearrange the values in this range. Adds a single node to the array & returns its index.
int Kdtree::buildRecursive(const int from, const int to, const int depth) {
     if (depth >= maxDepth || (to - from) <= maxPrimsInLeaf) {</pre>
         nodes.push back({ from, to });
         return (nodes.size() - 1); // The index of the freshly inserted node
     const Axis ax = (depth % 2 ? Axis::Y : Axis::X);
     const float splitVal = getMidPoint(from, to, ax);
     const int mid = partition(from, to, ax, splitVal);
     nodes.push back({ splitVal }); // Insert before the recursive calls (!)
     const int nodeIdx = nodes.size() - 1; // The index of the freshly inserted node
     // Do not make a local Node& node = nodes[nodeIdx] - it'll become dangling after vector reallocations!
     nodes[nodeIdx].left = buildRecursive(from, mid, depth + 1); // Note: always returns nodeIdx+1
     nodes[nodeIdx].right = buildRecursive(mid, to, depth + 1);
     return nodeIdx;
```

Липсващи части:

- getMidPoint() намиране на подходяща точка (задаваща ос), разбиваща множеството на достатъчно близки по големина части
 - има апроксимиращи алгоритми, чиято специалност е да са good enough™, напр.
 Мedian-of-medians (за повече → доц. Минко Марков след две седмици)
- ▶ partition() разбиване на множеството спрямо намерената ос
 - проблем: винаги може някоя примитива да е и от двете страни на оста
 - ако са отсечки, можем да ги разцепим на две но тогава броят им се увеличава
 - но триъгълник в общия случай не се разцепва на два триъгълника.
 - може да включим примитивата и в двата наследника
 - това поражда още проблеми...
 - винаги може дадена примитива да лежи на избраната ос...

аналогично рекурсивно пресичане на лъч с kd-дърво

▶ аналогично рекурсивно пресичане на лъч с kd-дърво

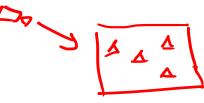
```
⊡// Invariant: box is the AABB for all primitives in nodes[nodeIdx],
 // and we have already tested whether ray intersects with it.
 Hit Kdtree::intersectRecursive(
     const Ray ray, const Box box, const float tmin,
     const float tmax, const int nodeIdx, const int depth
   const {
     const Node& node = nodes[nodeIdx];
     if (node.isLeaf) {
         Hit bestHit;
         // there would be less confusion if this was a range or std::span :)
         for (int i = node.left; i < node.right; ++i) {</pre>
             const int primIdx = primIndices[i];
             bestHit.improveBy(primIdx, geometry.getPrimitive(primIdx).intersect(ray, tmin, tmax));
         return bestHit;
```

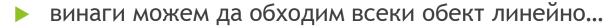
аналогично рекурсивно пресичане на лъч с kd-дърво

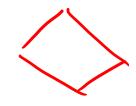
```
} else {
   const Axis ax = (depth % 2 ? Axis::Y : Axis::X);
   const auto [leftBox, rightBox] = box.split(ax, node.splitVal);
   // Try intersecting with the nearest box (and on success, its primitives) first.
   // If there is a hit with some primitive inside it, there's no point in intersecting the other box.
   // Important: this is guaranteed by the fact that the two bounding boxes do not overlap!
   const bool leftIsNearest = (ray.dir[ax] > 0);
   const int nearIdx = (leftIsNearest ? node.left : node.right);
   const int farIdx = (leftIsNearest ? node.right : node.left);
   const Box& nearBox = (leftIsNearest ? leftBox : rightBox);
   const Box& farBox = (leftIsNearest ? rightBox : leftBox);
```

аналогично рекурсивно пресичане на лъч с kd-дърво // Also, if the ray is entirely before/beyond the split // line, we can skip intersecting one of the boxes. Hit bestHit; float boxHit = nearBox.intersect(ray, tmin, tmax); if (boxHit < inf) {</pre> // Note: it is beneficial to use the box intersection result here // to limit the [tmin, tmax] range here. In order to do this, we // need to know whether a given box is intersected once or twice (!) bestHit.improveBy(intersectRecursive(ray, nearBox, tmin, tmax, nearIdx, depth + 1)); } else { boxHit = farBox.intersect(ray, tmin, tmax); if (boxHit < inf) {</pre> // Same comment about modifying [tmin;tmax] here, too bestHit.improveBy(intersectRecursive(ray, farBox, tmin, tmax, farIdx, depth + 1)); return bestHit;

Пресичане на лъч с множество обекти







- алтернатива: обединяване на всички примитиви на всички обекти в едно kd-дърво
 - **в**сяка примитива трябва да си знае гьола обекта, от който е дошла

Ускорено пресичане на лъч с множество обекти: BVH-tree

- BVH = Bounding Volume Hierarchy
- ▶ едно от по-сложните space partitioning дървета
- всеки обект в сцената е "примитива" за това дърво, представена от своята кутия (bounding box)
- всеки вътрешен възел в дървото представлява кутия, получен от обединението на две други кутии (на каквито и да е възли)

```
Box(const Box& b1, const Box& b2) {
    pmin.x = std::min(b1.pmin.x, b2.pmin.x);
    pmin.y = std::min(b1.pmin.y, b2.pmin.y);
    pmax.x = std::max(b1.pmax.x, b2.pmax.x);
    pmax.y = std::min(b1.pmax.y, b2.pmax.y);
}
```

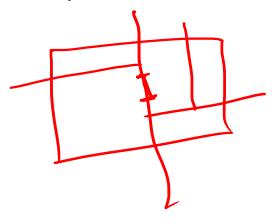
Ускорено пресичане на лъч с множество обекти: BVH-tree

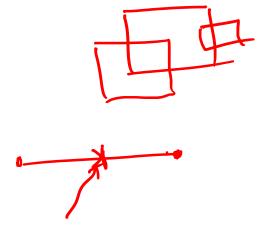
- алтернативи за построение на ВVH дървета:
 - ▶ top-down е аналогичен на kd-дървото; нетривиален и генерира лоши дървета
 - подлежи на паралелизиране

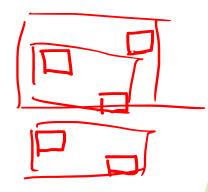
- bottom-up: групиране/клъстеризиране на близки обекти във възможно наймалки обединяващи ги bounding box-ове
- често с по-висока сложност, паралелизирането не намалява сложността

Ускорено пресичане на лъч с множество обекти: BVH-tree

▶ получаваме "безплатен" dimensionality curse - примитивите могат да разположени взаимно по много повече начини







Окончателно представяне на света

- ▶ двуслойно дърво-от-дървета: BVH, в който всяко листо съдържа kd-дърво
- компромис между бързи промени и ефикасно пресичане
 - > значително предимство при инстанцирани обекти (more on that later)
- пресичането и на двете дървета е логаритмично по броя примитиви

Получаване на допълнителна информация при пресичане

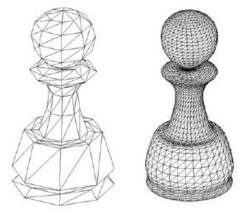
- след установяване на най-близката пресечна точка на лъча, имаме нужда от повече информация за качествено оцветяване shade-ване
- геометрична нормала, т.е. ориентацията на примитивата:

```
vector Segment::geomNormal() const {
    return normalize({ p0.y - p1.y, p1.x - p0.x });
}

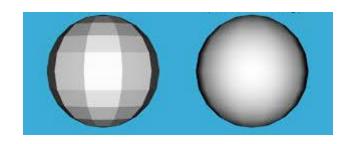
vector Triangle::geomNormal() const {
    return normalize(cross(e1, e2));
}
```

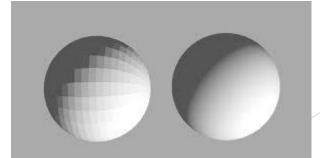
Получаване на допълнителна информация при пресичане

- понякога искаме обектите да изглеждат загладени
 - твърде фино разбиване на геометрията е скъпо откъм време и памет



можем да загладим изкуствено обектите





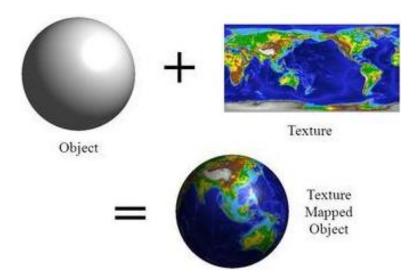
Получаване на допълнителна информация при пресичане

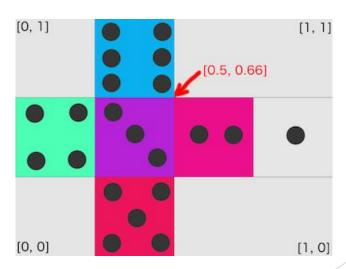
- всеки връх носи собствена нормала
 - при пресичане на дадена отсечка, интерполираме (внимателно) между нормалите в краищата ѝ с бари-координатата на пресечната точка

- всеки връх на всеки триъгълник има собствена нормала
 - ▶ индексни буфери to the rescue

Получаване на допълнителна информация при пресичане

- най-важното текстуриране
 - ▶ тривиално за 2D обекти, затова демонстрираме за 3D
- отново за всеки връх на всеки триъгълник имаме координати в UVпространството на текстурата
- получаваме "наслагване" на част от текстурата върху дадена примитива

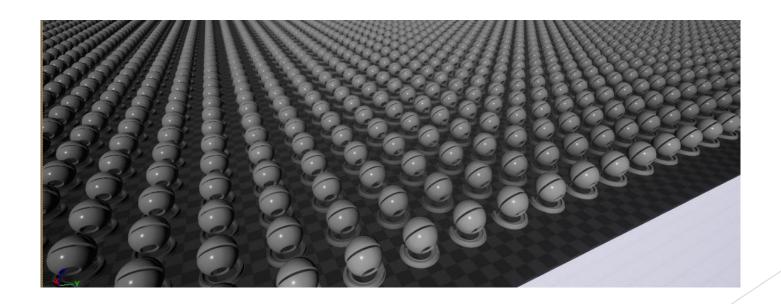




Получаване на допълнителна информация при пресичане

- най-важното текстуриране
 - ▶ тривиално за 2D обекти, затова демонстрираме за 3D
- отново за всеки връх на всеки триъгълник имаме координати в UVпространството на текстурата
- при пресичане с даден триъгълник отново интерполираме

- може да искаме да дублираме даден обект, без да променяме копието
 - напр. само да го преместим
 - ▶ това се нарича инстанциране създаваме reference, вместо пълно копие



- може да искаме да дублираме даден обект, без да променяме копието
 - напр. само да го преместим
 - ▶ това се нарича инстанциране създаваме reference, вместо пълно копие
- щом говорим за "преместване", трябва всеки обект да има идея за "положение" → това е вектор на транслация
- ▶ взаимното разположение на върховете не се променя → няма нужда да ги променяме
- идея: обектите и примитивите им живеят в различни пространства

```
enum class Space { World, Object };
template <Space S>
=struct Point {
    float x, y;
};
```

```
template <Space S>
istruct Vector {
     float x, y;
 template <Space S>
□Point<S> operator+(const Point<S>& p, const Vector<S>& v)
     { return { p.x + v.x, p.y + v.y }; }
 template <Space S>
istruct Ray {
     Point⟨S> origin;
     Vector⟨S> dir;
     Ray(const Point<S>& origin, const Vector<S>& dir)
         : origin{ origin }, dir{ normalize(dir) } {}
```

```
template <Space S1, Space S2>
struct Translation {
    float x, y;

    Point<S2> apply(const Point<S1>& v) { return { v.x + x, v.y + y }; }
    Vector<S2> apply(const Vector<S1>& v) { return { v.x, v.y }; }

    Point<S1> applyInverse(const Point<S2>& v) { return { v.x - x, v.y - y }; }
    Vector<S1> applyInverse(const Vector<S2>& v) { return { v.x, v.y }; }
};
```

```
struct Mesh {
    std::vector<Point<Space::Object>> vertices;
    std::vector<Vector<Space::Object>> vertexNormals; //
    std::vector<int> indices;

Box<Space::World> box; // Constructed during parsing
    Translation<Space::Object, Space::World> transl;
public:
    Hit intersect(const Ray<Space::World>& ray,
        const float tmin = 0.f, const float tmax = 1e18f) const;
```

```
intersect(const Ray<Space::World>& ray, const float tmin, const float tmax) const {
    if (!box.intersect(ray, tmin, tmax)) {
        return {};
    }
    const Ray<Space::Object> rayObj{ transl.applyInverse(ray.origin), transl.applyInverse(ray.dir) };
    Hit bestHit;
    for (int i = 0; i < numPrimitives(); ++i) {
        bestHit.improveBy(i, getPrimitive(i).intersect(rayObj, tmin, tmax));
        // We can bump tmin and tmax on successful improvement,
        // but there's no performance benefit of doing it.
    }
    return bestHit;
}</pre>
```

- същата концепция можем да приложим за други видове трансформации:
 - ротация
 - скалиране
 - shearing
 - комбинация от гореописаните

- същата концепция можем да приложим за други видове трансформации:
 - ротация
 - скалиране
 - shearing
 - комбинация от гореописаните

- транслацията е отделна и трябва да внимаваме в каква последователност я комбинираме с другите трансформации (!)
- окончателно имаме:

```
template <Space S1, Space S2>

struct Transform {
    static_assert(S1 != S2);
    float m[2][2]; // This can be Matrix<S1, S2>
    float off[2]; // This can be Vector<S2>
};
```

 транслацията е отделна и трябва да внимаваме в каква последователност я комбинираме с другите трансформации (!)

 транслацията е отделна и трябва да внимаваме в каква последователност я комбинираме с другите трансформации (!)

```
struct Mesh {
    std::vector<Point<Space::Object>> vertices;
    std::vector<Vector<Space::Object>> vertexNormals; //
    std::vector<int> indices;

Box<Space::World> box; // Constructed during parsing
    Transform<Space::Object, Space::World> tm;
    Transform<Space::World, Space::Object> itm;
public:
    Hit intersect(const Ray<Space::World>& ray,
        const float tmin = 0.f, const float tmax = 1e18f) const;
```

 транслацията е отделна и трябва да внимаваме в каква последователност я комбинираме с другите трансформации (!)

```
Hit Mesh::intersect(const Ray<Space::World>& ray, const float tmin, const float tmax) const {
    if (!box.intersect(ray, tmin, tmax)) {
        return {};
    }
    const Ray<Space::Object> rayObj{ itm*ray.origin, itm*ray.dir };
    Hit bestHit;
    for (int i = 0; i < numPrimitives(); ++i) {
        bestHit.improveBy(i, getPrimitive(i).intersect(rayObj, tmin, tmax));
        // We can bump tmin and tmax on successful improvement,
        // but there's no performance benefit of doing it.
    }
    // Now apply tm to whatever results we extract in object-space (f.e. normals)
    return bestHit;
}</pre>
```

- транслацията е отделна и трябва да внимаваме в каква последователност я комбинираме с другите трансформации (!)
- как получаваме обратната трансформация? Защо?

Motion-blurred обекти: a jump into time-space

Further reading

- Raytracing in one weekend / the next week / the rest of your life: https://github.com/RayTracing/raytracing.github.io
- Physically-based raytracing: https://pbrt.org/
- NVIDIA OptiX: https://developer.nvidia.com/optix
- Code samples: https://github.com/Andreshk/MNKRaytracing