



## FUNÇÃO LOGARÍTMICA

1. (ENEM - 2019) Um jardineiro cultiva plantas ornamentais e as coloca à venda quando estas atingem 30 centímetros de altura. Esse jardineiro estudou o crescimento de suas plantas, em função do tempo, e deduziu uma fórmula que calcula a altura em função do tempo, a partir do momento em que a planta brota do solo até o momento em que ela atinge sua altura máxima de 40 centímetros. A fórmula é  $h = 5 \cdot \log_2(t + 1)$ , em que  $t$  é o tempo contado em dia e  $h$ , a altura da planta em centímetro.

A partir do momento em que uma dessas plantas é colocada à venda, em quanto tempo, em dia, ela alcançará sua altura máxima?

- a) 63
- b) 96
- c) 128
- d) 192
- e) 255

2. (ENEM - 2018) Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina. A magnitude de um terremoto, medida  $A$  pela escala Richter, é  $R = \log(A/A_0)$ , em que  $A$  é a amplitude do movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo,  $A_0$  é uma amplitude de referência e  $\log$  representa o logaritmo na base 10.

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é

- a) 1,28
- b) 2,0
- c)  $10^{9/7}$
- d) 100
- e)  $10^9 - 10^7$

3. (ENEM - 2018) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor

presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente  $P$  submetido a juros compostos com taxa  $i$ , por um período de tempo  $n$ , produz um valor futuro  $V$  determinado pela fórmula  $V = P \cdot (1 + i)^n$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R\$ 820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para  $\ln(4/3)$  e 0,0131 como aproximação para  $\ln(1,0132)$ .

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

- a) 56ª
- b) 55ª
- c) 52ª
- d) 51ª
- e) 45ª

4. (ENEM - 2016) Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3} \log \left( \frac{E}{E_0} \right),$$

sendo  $E$  a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e  $E_0$  uma constante real positiva. Considere que  $E_1$  e  $E_2$  representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Qual a relação entre  $E_1$  e  $E_2$ ?

- a)  $E_1 = E_2 + 2$
- b)  $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
- c)  $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
- d)  $E_1 = 10^{9/7} \cdot E_2$

e)  $E_1 = 9/7 \cdot E_2$

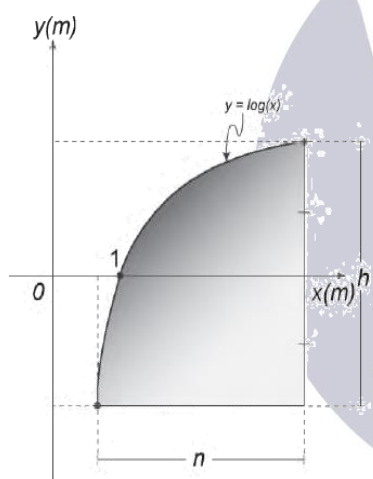
5. (ENEM - 2016) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3 000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para  $\log_{10}(3)$  e 1,041 como aproximação para  $\log_{10}(11)$ .

O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- a) 22.
- b) 50.
- c) 100.
- d) 200.
- e) 400.

6. (ENEM - 2015) Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação  $y = \log(x)$ , conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura h do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x. Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura h do vidro em função da medida n de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

a)  $\log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right) - \log\left(\frac{n - \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

b)  $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

c)  $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

d)  $\log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

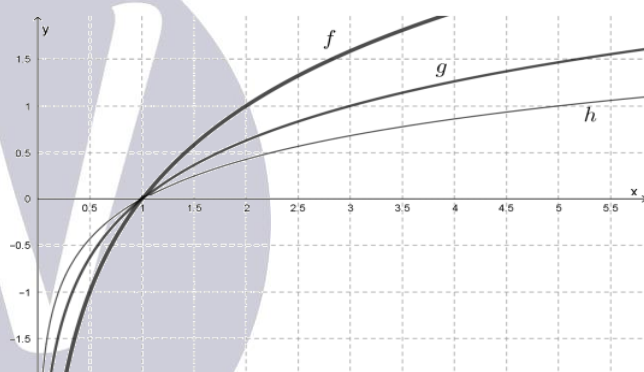
e)  $2 \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

7. (UECE-2016) Se  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é a função definida por  $f(x) = 10^{1-Lx}$ , então, o valor de  $\log(f(e))$  é igual a

**ATENÇÃO!** e = base do logaritmo natural  $\log$  = logaritmo na base 10 L = logaritmo natural

- a) 1/2.
- b) 0.
- c) 1/3.
- d) 1.

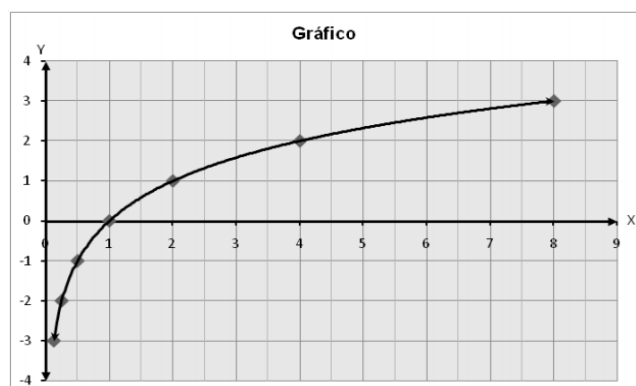
8. (UFJF - 2018) No plano cartesiano abaixo estão representados os gráficos das funções f, g e h, todas definidas no conjunto dos números reais positivos por  $f(x) = \log_a x$ ,  $g(x) = \log_b x$  e  $h(x) = \log_c x$ .



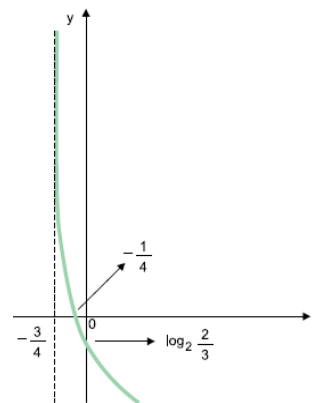
O valor de  $\log_{10}(abc)$  é

- a) 1
- b) 3
- c)  $\log_{10} 3$
- d)  $1 + \log_{10} 3$
- e)  $\log_{10} 2 \times \log_{10} 3 \times \log_{10} 5$

9. (UNESPAR - 2016) Com base no gráfico abaixo, assinale a alternativa correta.



- a) O gráfico acima pode representar a função  $f(x) = \log_{10} x$  ;
- b) O gráfico acima pode representar a função  $f(x) = 2x$  ;
- c) O gráfico acima pode representar a função  $f(x) = \log_3 x$  ;
- d) O gráfico acima pode representar a função  $f(x) = \log_2 x$  ;
- e) O gráfico acima pode representar a função  $f(x) = (1/2)^x$  .



10. (UFRGS - 2019) Dadas as funções reais de variável real  $f$  e  $g$ , definidas por  $f(x) = -\log_2(x)$  e  $g(x) = x^2 - 4$ , pode-se afirmar que  $f(x) = g(x)$  é verdadeiro para um valor de  $x$  localizado no intervalo

- a)  $[0; 1]$ .
- b)  $[1; 2]$ .
- c)  $[2; 3]$ .
- d)  $[3; 4]$ .
- e)  $[4; 5]$ .

11. (VUNESP - 2017) Psicólogos educacionais podem utilizar modelos matemáticos para investigar questões relacionadas à memória e retenção da informação. Suponha que um indivíduo tenha feito um teste e que, depois de  $t$  meses e sem rever o assunto do teste, ele tenha feito um novo teste, equivalente ao que havia feito anteriormente. O modelo matemático que descreve situação de normalidade na memória do indivíduo é dado por  $y = 82 - 12 \log(t + 1)$ , sendo  $y$  a quantidade de pontos feitos por ele no instante  $t$ .

Considere agora que, após  $t$  meses da aplicação do teste inicial, a pontuação do indivíduo tenha caído 18 pontos na nova aplicação do teste. Adotando  $\sqrt{10} \approx 3,16$ ,  $t$  é igual a

- a) 25,1.
- b) 30,6.
- c) 32,3.
- d) 32,4.
- e) 28,8.

12. (VUNESP - 2018) Uma função logarítmica real é dada por  $f(x) = 2 - \log_2(ax + b)$ , sendo  $a$  e  $b$  constantes reais. O gráfico dessa função é:

Nas condições dadas,  $a + b$  é igual a

- a) 12.
- b) 13.
- c) 15.
- d) 14.
- e) 11.

13. (FUVEST - 2016) Uma quantidade fixa de um gás ideal é mantida a temperatura constante, e seu volume varia com o tempo de acordo com a seguinte fórmula:

$$V(t) = \log_2(5 + 2 \sin(\pi t)), \quad 0 \leq t \leq 2,$$

em que  $t$  é medido em horas e  $V(t)$  é medido em  $m^3$ . A pressão máxima do gás no intervalo de tempo  $[0, 2]$  ocorre no instante

- a)  $t = 0,4$
- b)  $t = 0,5$
- c)  $t = 1$
- d)  $t = 1,5$
- e)  $t = 2$

14. (UECE - 2015) O domínio da função real de variável real definida por  $f(x) = \log_7(x^2 - 4x) \cdot \log_3(5x - x^2)$  é o intervalo aberto cujos extremos são os números

- a) 3 e 4.
- b) 4 e 5.
- c) 5 e 6.
- d) 6 e 7.

15. (CECIERJ - 2016) Se  $f$  e  $g$  são funções reais definidas por

$$f(x) = \log_2(x), \quad x > 0 \quad \text{e} \quad g(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) \quad \text{então} \quad (f \circ g)\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \text{é}$$

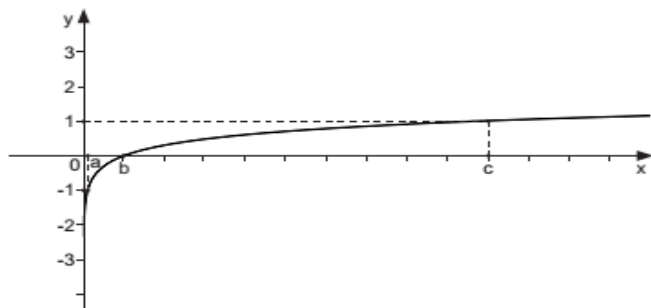
igual a

- a) 2
- b)  $1/2$

c) 0

d) -1/2

16. (PUC-RS - 2015) Observando-se o céu após uma chuva, avista-se parte de um arco-íris atrás de uma construção. A parte visível poderia ser identificada como a representação gráfica da função  $f$  dada por  $f(x) = \log x$ , abaixo.



A soma dos valores  $a$ ,  $b$  e  $c$ , indicados na figura, é

a) 11,1

b) 14,5

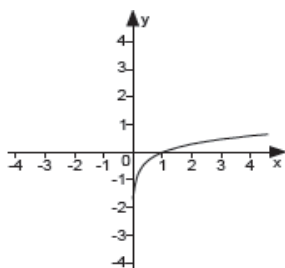
c) 14,9

d) 15,5

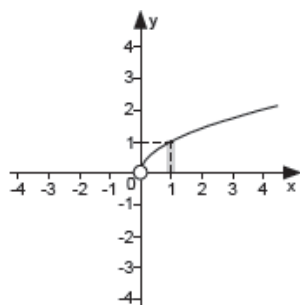
e) 100,1

17. (PUC-RS - 2015) O estudo dos logaritmos e de suas propriedades nos leva a efetuar simplificações que facilitam nossos cálculos. Nesse sentido, a representação gráfica que melhor se adapta à da função  $f$  dada por  $f(x) = (\sqrt{10})^{\log x}$  é:

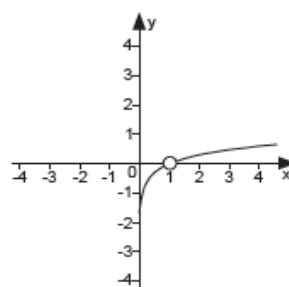
a)



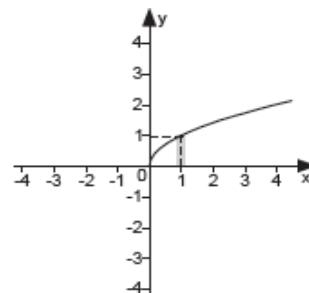
b)



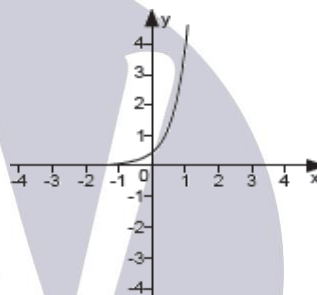
c)



d)



e)



18. (UFVJM-MG - 2016) Durante uma aula de Cálculo para os cursos de Engenharia, o professor se deparou

$$\frac{x \ln(2x) - x \ln(x)}{\ln(8)}$$

com a expressão

Muitos alunos tiveram dúvidas e o professor deu a dica: "você deve usar as propriedades de logaritmo para simplificar essa expressão".

Ao simplificar essa expressão, o resultado correto, é:

a)  $x / \ln(8)$

b)  $2x / \ln(2)$

c)  $x/2$

d)  $x/3$

19. (VUNESP - 2016) Ao aplicar um dado valor inicial  $C$ , em reais, a juros compostos, em um investimento que rende anualmente uma taxa de juros  $K$ , dada em porcentagem, é possível determinar a quantia resultante  $M$  dessa aplicação, após  $t$  anos, por meio da seguinte função exponencial:  $M = C \cdot (1 + K)^t$

Considere dois investimentos, cujas taxas anuais de juros em porcentagem sejam  $A$  e  $B$  com  $A < B$ , que se manterão as mesmas nos próximos anos, a fim de simplificar os cálculos. Dessa forma, o tempo  $t$

necessário para que a quantia resultante do investimento de um valor inicial aplicado a uma taxa anual de juros B seja o dobro da quantia resultante do investimento do mesmo valor inicial aplicado a uma taxa anual de juros A pode ser obtido pela razão

a)  $\frac{1}{\log_2(B - A)}$

b)  $\frac{1}{\log_2(1+B) - \log_2(1+A)}$

c)  $\frac{2}{\log_2\left(\frac{B}{A}\right)}$

d)  $\frac{2}{\log_2(B - A)}$

e)  $\frac{\log_2(1+B)}{\log_2(1+A)}$

20. (UFRGS - 2018) Leia o texto abaixo, sobre terremotos.

Magnitude é uma medida quantitativa do tamanho do terremoto. Ela está relacionada com a energia sísmica liberada no foco e também com a amplitude das ondas registradas pelos sismógrafos. Para cobrir todos os tamanhos de terremotos, desde os microtremores de magnitudes negativas até os grandes terremotos com magnitudes superiores a 8.0, foi idealizada uma escala logarítmica, sem limites. No entanto, a própria natureza impõe um limite superior a esta escala, já que ela está condicionada ao próprio limite de resistência das rochas da crosta terrestre. Magnitude e energia podem ser relacionadas pela fórmula descrita por Gutenberg e Richter em 1935:  $\log(E) = 11,8 + 1,5 M$  onde: E = energia liberada em Erg ; M = magnitude do terremoto.

Sabendo que o terremoto que atingiu o México em setembro de 2017 teve magnitude 8,2, assinale a alternativa que representa a melhor aproximação para a energia liberada por esse terremoto, em Erg .

a) 13,3

b) 20

c) 24

d)  $10^{24}$

e)  $10^{28}$

### GABARITO

|      |      |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|
| 1. D | 5. D | 9. D  | 13. D | 17. B |
| 2. D | 6. E | 10. B | 14. B | 18. D |
| 3. C | 7. B | 11. B | 15. D | 19. B |
| 4. C | 8. D | 12. D | 16. A | 20. D |