



GEOMETRIA ESPACIAL (PARTE 01)

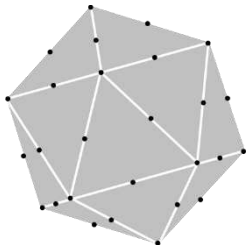
01. (UPE) Um poliedro convexo possui 8 (oito) faces, todas triangulares. Nestas condições, assumindo que tal poliedro exista, o número esperado de vértices para este será

- a) 10
- b) 9
- c) 8
- d) 7
- e) 6

02. (UEPB) Um poliedro convexo tem 25 arestas e todas as suas faces pentagonais. Então o número de faces e de vértices do poliedro são respectivamente:

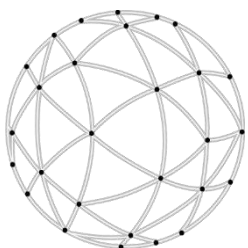
- a) 14 e 16
- b) 12 e 14
- c) 10 e 14
- d) 10 e 12
- e) 10 e 17

03. (UERJ-ADAPTADA) Considere o icosaedro abaixo, construído em plástico inflável, cujos vértices e pontos médios de todas as arestas estão marcados.

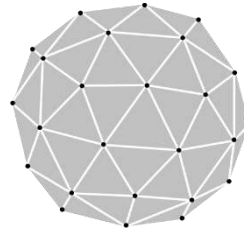


A partir dos pontos médios, quatro triângulos equiláteros foram formados em cada face do icosaedro.

Admita que o icosaedro é inflado até que todos os pontos marcados fiquem sobre a superfície de uma esfera, e os lados dos triângulos tornem-se arcos de circunferências, como ilustrado a seguir:



Observe agora que, substituindo-se esses arcos por segmentos de reta, obtém-se uma nova estrutura poliédrica de faces triangulares, denominada geodésica.



O número de arestas dessa estrutura é igual a:

- a) 90
- b) 120
- c) 150
- d) 180
- e) 200

04. (Uerj - adaptada) Dois dados, com doze faces pentagonais cada um, têm a forma de dodecaedros regulares. Se os dodecaedros estão justapostos por uma de suas faces, que coincidem perfeitamente, formam um poliedro côncavo, conforme ilustra a figura.



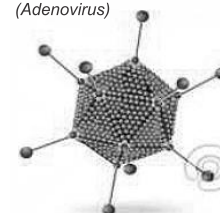
Considere o número de vértices V , de faces F e de arestas A desse poliedro côncavo.

A soma $V + F + A$ é igual a:

- a) 102
- b) 106
- c) 110
- d) 112
- e) 120

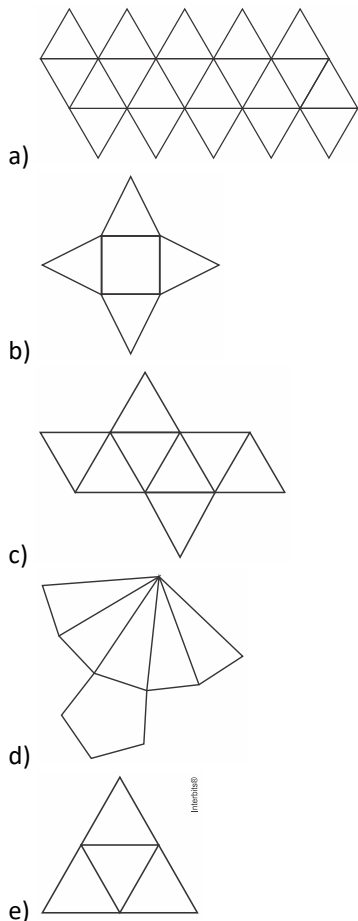
05. (Ufjf-pism 2 2017) Observe, abaixo, uma imagem desse vírus que tem a forma de um sólido geométrico.

Polyhedral
(Adenovirus)

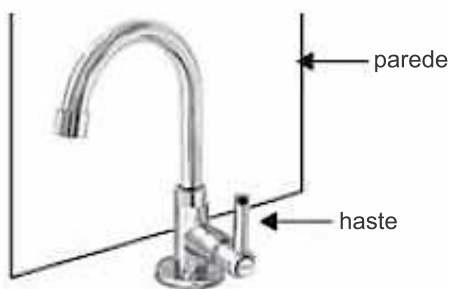


Disponível em:
<<http://www.thinkstockphotos.com/image/stockillustration-shapes-of-viruses/507687357>>.
Acesso em: 14 set. 2016.

Qual é a planificação do sólido representado por esse vírus?

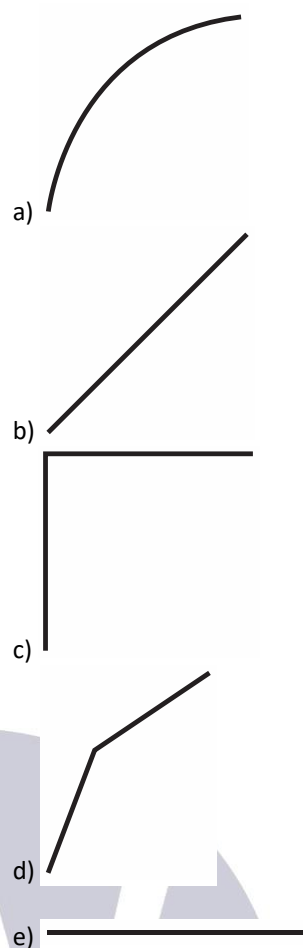


06. (Enem PPL) Uma torneira do tipo $\frac{1}{4}$ de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo $\frac{1}{4}$ de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente é necessário girar a haste $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.

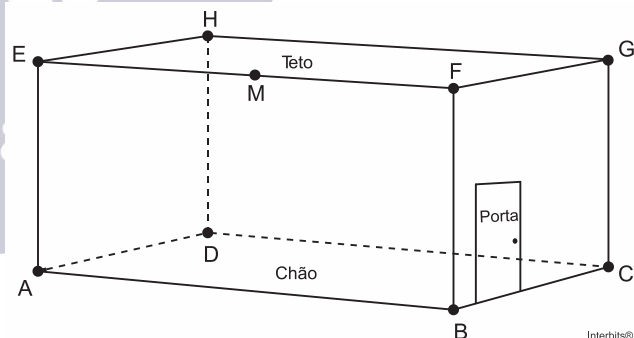


Disponível em: www.furkin.com.br.
Acesso em: 13 nov. 2014.

Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?

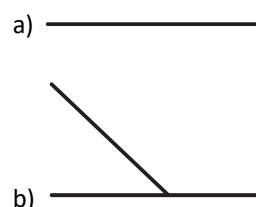


07. (ENEM) Uma lagartixa está no interior de um quarto e começa a se deslocar. Esse quarto, apresentando o formato de um paralelepípedo retangular, é representado pela figura.



A lagartixa parte do ponto B e vai até o ponto A. A seguir, de A ela se desloca, pela parede, até o ponto M, que é o ponto médio do segmento EF. Finalmente, pelo teto, ela vai do ponto M até o ponto H. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os respectivos pontos envolvidos.

A projeção ortogonal desses deslocamentos no plano que contém o chão do quarto é dado por:



c)

d)

e)

08. (Uema) A bola de futebol evoluiu ao longo do tempo e, atualmente, é um icosaedro truncado, formado por 32 peças, denominadas de gomos e, geometricamente, de faces. Nessa bola, 12 faces são pentágonos regulares, e as outras, hexágonos, também regulares. Os lados dos pentágonos e dos hexágonos são iguais e costurados. Ao unirem-se os dois lados costurados das faces, formam-se as arestas. O encontro das arestas formam os vértices. Quando cheio, o poliedro é similar a uma esfera.

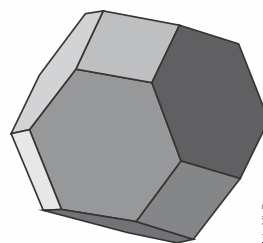


O número de arestas e o número de vértices existentes nessa bola de futebol são, respectivamente,

Pode ser utilizado o Teorema de Descartes-Euler, $A+2=V+F$

- a) 80 e 60
- b) 80 e 50
- c) 70 e 40
- d) 90 e 60
- e) 90 e 50

09. (Upf) O poliedro representado na figura (octaedro truncado) é construído a partir de um octaedro regular, cortando-se, para tal, em cada vértice, uma pirâmide regular de base quadrangular. A soma dos ângulos internos de todas as faces do octaedro truncado é:



- a) 2160°
- b) 5760°
- c) 7920°
- d) 10080°
- e) 13680°

10. (Enem) Para o modelo de um troféu foi escolhido um poliedro P, obtido a partir de cortes nos vértices de um cubo. Com um corte plano em cada um dos cantos do cubo, retira-se o canto, que é um tetraedro de arestas menores do que metade da aresta do cubo. Cada face do poliedro P, então, é pintada usando uma cor distinta das demais faces.

Com base nas informações, qual é a quantidade de cores que serão utilizadas na pintura das faces do troféu?

- a) 6
- b) 8
- c) 14
- d) 24
- e) 30

11.(ENEM) Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e S, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

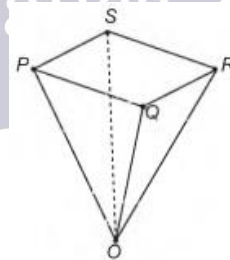


Figura 1

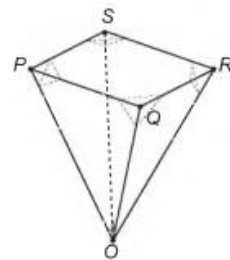


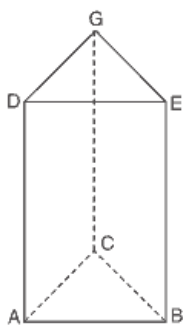
Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a

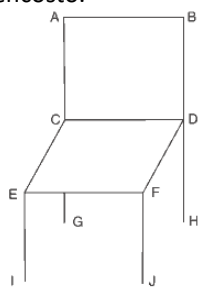
- a) 9, 20 e 13
- b) 9, 24 e 13
- c) 7, 15 e 12
- d) 10, 16 e 5
- e) 11, 16 e 5

12.(FUVEST) Uma formiga resolveu andar de um vértice a outro do prisma reto de bases triangulares ABC e DEG, seguindo um trajeto especial. Ela partiu do vértice G, percorreu toda a aresta perpendicular à base ABC, para em seguida caminhar toda a diagonal da face ADGC e, finalmente, completou seu passeio percorrendo a aresta reversa a CG. A formiga chegou ao vértice:

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E



13.(CFTMG-adaptada) A figura a seguir representa uma cadeira onde o assento é um paralelogramo perpendicular ao encosto.



A partir dos pontos dados, é correto afirmar que os segmentos de retas

- a) CD e EF são paralelos.
- b) BD e FJ são concorrentes.
- c) AC e CD são coincidentes.
- d) AB e EI são perpendiculares.
- e) EI e EF são coincidentes.

14.(ENEM) Os sólidos de Platão são poliedros convexos cujas faces são todas congruentes a um único polígono regular, todos os vértices têm o mesmo número de arestas incidentes e cada aresta é compartilhada por apenas duas faces. Eles são importantes, por exemplo, na classificação das formas dos cristais minerais e no desenvolvimento de diversos objetos. Como todo poliedro convexo, os sólidos de Platão respeitam a relação de Euler $V - A + F = 2$, em que V, A e F são os números de vértices, arestas e faces do poliedro, respectivamente.

Em um cristal, cuja forma é a de um poliedro de Platão de faces triangulares, qual é a relação entre o número de vértices e o número de faces?

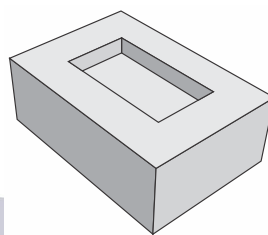
- a) $2V - 4F = 4$
- b) $2V - 2F = 4$
- c) $2V - F = 4$
- d) $2V + F = 4$
- e) $2V + 5F = 4$

15.(ENEM) O hábito cristalino é um termo utilizado por mineralogistas para descrever a aparência típica de um cristal em termos de tamanho e forma. A granada é um mineral cujo hábito cristalino é um poliedro com 30 arestas e 20 vértices. Um mineralogista construiu um modelo ilustrativo de um cristal de granada pela junção dos polígonos correspondentes às faces.

Supondo que o poliedro ilustrativo de um cristal de granada é convexo, então a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a

- a) 10
- b) 12
- c) 25
- d) 42
- e) 50

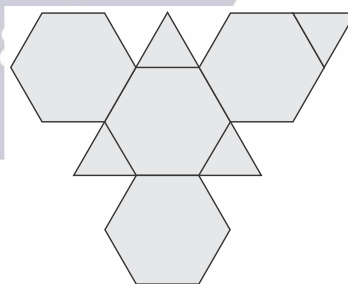
16. (Enem PPL) No ano de 1751, o matemático Euler conseguiu demonstrar a famosa relação para poliedros convexos que relaciona o número de suas faces (F), arestas (A) e vértices (V): $V + F = A + 2$. No entanto, na busca dessa demonstração, essa relação foi sendo testada em poliedros convexos e não convexos. Observou-se que alguns poliedros não convexos satisfaziam a relação e outros não. Um exemplo de poliedro não convexo é dado na figura. Todas as faces que não podem ser vistas diretamente são retangulares.



Qual a relação entre os vértices, as faces e as arestas do poliedro apresentado na figura?

- a) $V + F = A$
- b) $V + F = A - 1$
- c) $V + F = A + 1$
- d) $V + F = A + 2$
- e) $V + F = A + 3$

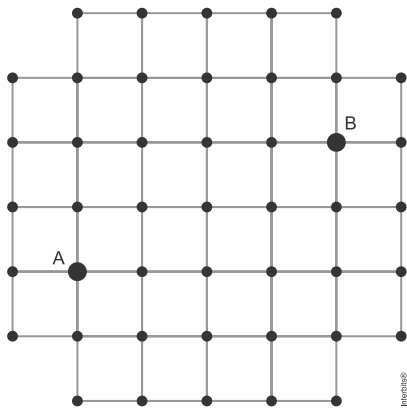
17. (Ufjf-pism 2) A figura abaixo corresponde à planificação de um determinado poliedro:



O número de vértices desse poliedro é

- a) 12
- b) 18
- c) 21
- d) 30
- e) 36

18. (Espm) A figura abaixo representa uma parte de um bairro, onde os segmentos são as ruas e os pontos são as esquinas. Como só podemos caminhar pelas ruas, a distância entre os pontos A e B é de 6 quarteirões.



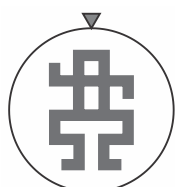
O número de esquinas assinaladas no mapa, que são equidistantes de A e B, é igual a:

- a) 5
- b) 6
- c) 9
- d) 8
- e) 7

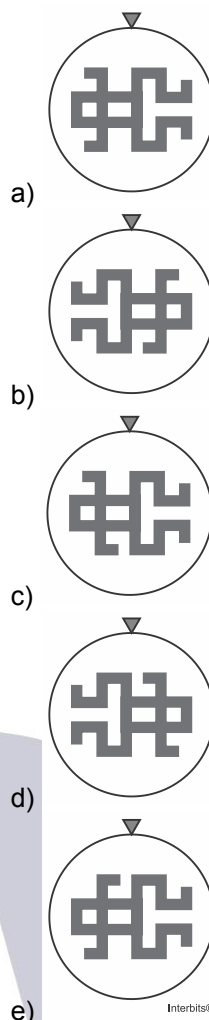
19. (Espcex (Aman)) Considere um tronco de pirâmide quadrangular regular. Sobre esse sólido, é correto afirmar:

- a) Se r e s são retas suporte de arestas laterais distintas, então r e s são reversas.
- b) Se r é a reta suporte de uma diagonal da base menor e s é a reta suporte de uma aresta lateral, então r e s são reversas.
- c) Se r é a reta suporte de um lado da base maior e s é a reta suporte de um lado da base menor, então r e s são paralelas.
- d) Se r é a reta suporte de uma diagonal da base maior e s é a reta suporte de um lado da base menor, então r e s são retas reversas.
- e) Se r é a reta suporte de uma diagonal da base maior e s é a reta suporte da diagonal de uma face, então r e s são reversas.

20. (Fatec) Em um círculo recortado em papel cartão foi feito o desenho de um homem estilizado. Esse círculo foi utilizado para montar uma roleta, conforme a figura 1, fixada em uma parede. Quando a roleta é acionada, o círculo gira livremente em torno do seu centro, e o triângulo indicador permanece fixo na parede.



Considerando, inicialmente, a imagem do homem na posição da figura 1, obtém-se, após a roleta realizar uma rotação de três quartos de volta, no sentido horário, a figura representada em



21. (G1 - cp2) Em uma rua reta, a padaria fica entre o mercado e a banca de jornal, e o mercado fica entre a banca de jornal e a sapataria. Logo,

- a) a sapataria fica entre a banca de jornal e a padaria.
- b) a banca de jornal fica entre o mercado e a padaria.
- c) a padaria fica entre a sapataria e o mercado.
- d) o mercado fica entre a sapataria e a padaria.

22. (Uece) Um poliedro convexo com 32 vértices possui apenas faces triangulares. O número de arestas deste poliedro é

- a) 100.
- b) 120.
- c) 90.
- d) 80.

23. (Uel) Leia o texto a seguir.

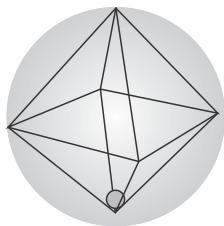
Originalmente os dados eram feitos de osso, marfim ou argila. Há evidências da existência deles no Paquistão, Afeganistão e noroeste da Índia, datando de 3500 a.C. Os dados cúbicos de argila continham de 1 a 6 pontos, dispostos de tal maneira que a soma dos pontos de cada par de faces opostas é sete.

Adaptado de: Museu Arqueológico do Red Fort. Delhi, Índia.

Atualmente, além dos dados em forma de cubo (hexaedro), encontram-se dados em vários formatos, inclusive esféricos, como mostram as figuras a seguir.



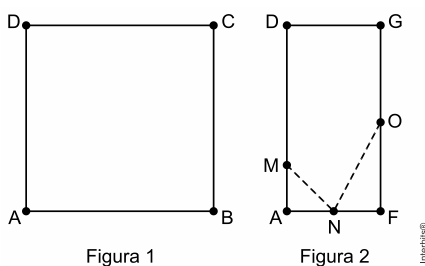
Apesar do formato esférico, ao ser lançado, o dado mostra pontos de um a seis, como se fosse um dado cúbico. Isso acontece porque no interior da esfera existe uma cavidade em forma de octaedro, na qual existe um peso (um chumbinho) que se aloja em um dos vértices do octaedro.



Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a propriedade dos poliedros regulares que justifica o fato de a cavidade no interior da esfera ser octaédrica.

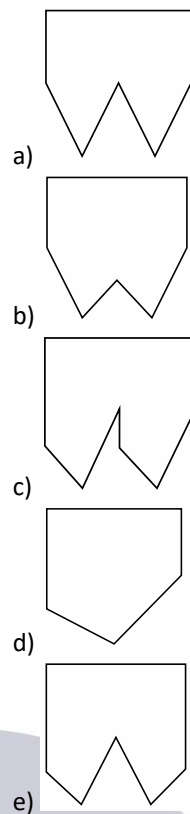
- a) O número de vértices do octaedro é igual ao número de faces do hexaedro.
- b) O número de vértices do octaedro é diferente do número de faces do hexaedro.
- c) O número de arestas do octaedro é igual ao número de arestas do hexaedro.
- d) O número de faces do octaedro é igual ao número de vértices do hexaedro.
- e) O número de faces do octaedro é diferente do número de vértices do hexaedro.

24. (Enem) Uma família fez uma festa de aniversário e enfeitou o local da festa com bandeirinhas de papel. Essas bandeirinhas foram feitas da seguinte maneira: inicialmente, recortaram as folhas de papel em forma de quadrado, como mostra a Figura 1. Em seguida, dobraram as folhas quadradas ao meio sobrepondo os lados BC e AD, de modo que C e D coincidam, e o mesmo ocorra com A e B, conforme ilustrado na Figura 2. Marcaram os pontos médios O e N, dos lados FG e AF, respectivamente, e o ponto M do lado AD, de modo que AM seja igual a um quarto de AD. A seguir, fizeram cortes sobre as linhas pontilhadas ao longo da folha dobrada.



Após os cortes, a folha é aberta e a bandeirinha está pronta.

A figura que representa a forma da bandeirinha pronta é



25. (Fatec) Observe as imagens para responder à questão proposta.

Ao se recortar a figura 1, obteve-se a figura 2.



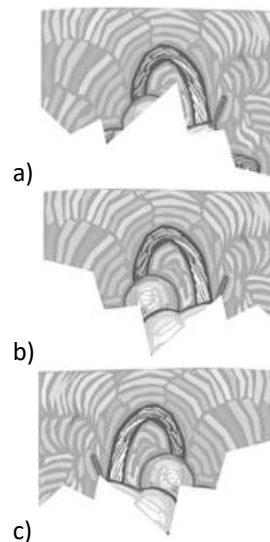
Figura 1

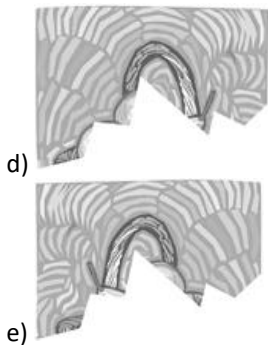


Figura 2

Fonte: Clip-Art

Assinale a alternativa que apresenta o complemento correto da figura 2 para se refazer a figura 1.





26.. (Uece) Um poliedro convexo tem 32 faces, sendo 20 hexágonos e 12 pentágonos. O número de vértices deste polígono

- a) 90.
- b) 72.
- c) 60.
- d) 56.

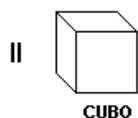
27. (Cesgranrio) Um poliedro convexo é formado por 4 faces triangulares, 2 faces quadrangulares e 1 face hexagonal. O número de vértices desse poliedro é de:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 10

28. (Unitau) A soma dos ângulos das faces de um poliedro convexo vale 720° . Sabendo-se que o número de faces vale $\frac{2}{3}$ do número de arestas, pode-se dizer que o número de faces vale.

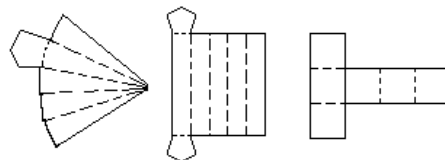
- a) 6.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 12.
- e) 9.

29. (Unitau) Indique quantas faces possuem, respectivamente, nessa ordem, os sólidos numerados como I, II, III e IV a seguir:



- a) 8, 6, 5, 6.
- b) 8, 6, 6, 5.
- c) 8, 5, 6, 6.
- d) 5, 8, 6, 6.
- e) 6, 18, 6, 5.

30. (Unitau) Se dobrarmos convenientemente as linhas tracejadas das figuras a seguir, obteremos três modelos de figuras espaciais cujos nomes são:



- a) tetraedro, octaedro e hexaedro.
- b) paralelepípedo, tetraedro e octaedro.
- c) octaedro, prisma e hexaedro.
- d) pirâmide, tetraedro e hexaedro.
- e) pirâmide pentagonal, prisma pentagonal e hexaedro.

31. (Puccamp) Sobre as sentenças:

I - Um octaedro regular tem 8 faces quadradas.

II - Um dodecaedro regular tem 12 faces pentagonais.

III - Um icosaedro regular tem 20 faces triangulares.

é correto afirmar que APENAS

- a) I é verdadeira.
- b) II é verdadeira.
- c) III é verdadeira.
- d) I e II são verdadeiras.
- e) II e III são verdadeiras.

32. (Ufrgs) Um poliedro convexo de onze faces tem seis faces triangulares e cinco faces quadrangulares. O número de arestas e de vértices do poliedro é, respectivamente,

- a) 34 e 10
- b) 19 e 10
- c) 34 e 20
- d) 12 e 10
- e) 19 e 12

33. (Unirio) Um geólogo encontrou, numa de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, de 60 faces triangulares. O número de vértices deste cristal é igual a:

- a) 35
- b) 34
- c) 33
- d) 32
- e) 31

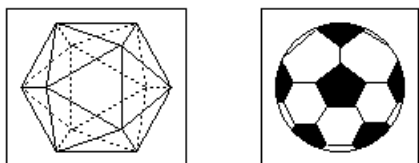
34. (Pucpr) Quantas arestas tem um poliedro convexo de faces triangulares em que o número de vértices é $\frac{3}{5}$ do número de faces?

- a) 60
- b) 30
- c) 25
- d) 20
- e) 15

35. (Ita) Um poliedro convexo de 10 vértices apresenta faces triangulares e quadrangulares. O número de faces quadrangulares, o número de faces triangulares e o número total de faces formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. O número de arestas é:

- a) 10
- b) 17
- c) 20
- d) 22
- e) 23

36. (Uerj) Um icosaedro regular tem 20 faces e 12 vértices, a partir dos quais retiram-se 12 pirâmides congruentes. As medidas das arestas dessas pirâmides são iguais a $\frac{1}{3}$ da aresta do icosaedro. O que resta é um tipo de poliedro usado na fabricação de bolas. Observe as figuras.

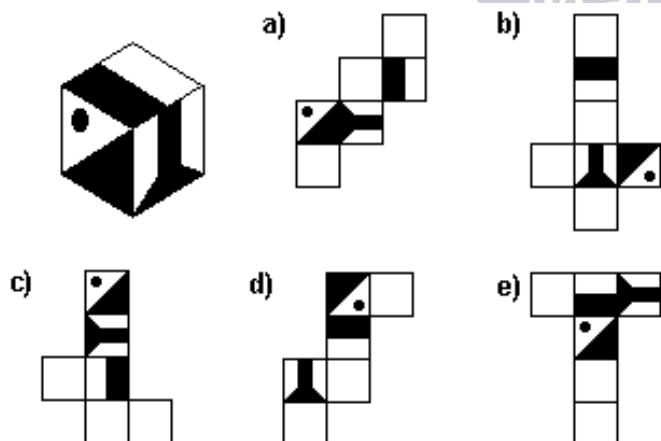


Para confeccionar uma bola de futebol, um artesão usa esse novo poliedro, no qual cada gomo é uma face. Ao costurar dois gomos para unir duas faces do poliedro, ele gasta 7 cm de linha.

Depois de pronta a bola, o artesão gastou, no mínimo, um comprimento de linha igual a:

- a) 7,0 m
- b) 6,3 m
- c) 4,9 m
- d) 2,1 m

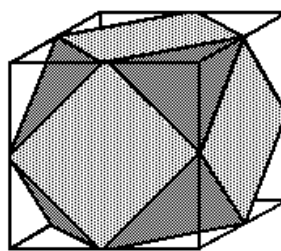
37. (Uel) Em qual das alternativas está a planificação do cubo representado à esquerda?



38. (Pucrs) Um poliedro convexo possui duas faces pentagonais e cinco quadrangulares. O número de vértices deste poliedro é

- a) 4
- b) 6
- c) 8
- d) 9
- e) 10

39. (Unifesp) Considere o poliedro cujos vértices são os pontos médios das arestas de um cubo.



O número de faces triangulares e o número de faces quadradas desse poliedro são, respectivamente:

- a) 8 e 8
- b) 8 e 6
- c) 6 e 8
- d) 8 e 4
- e) 6 e 6

40. (Espcex (Aman)) Um poliedro convexo, com 13 vértices, tem uma face hexagonal e 18 faces formadas por polígonos do tipo P. Com base nessas informações, pode-se concluir que o polígono P é um

- a) dodecágono.
- b) octógono.
- c) pentágono.
- d) quadrilátero.
- e) triângulo.

GABARITO				
01. E	02. E	03. B	04. D	05. A
06. A	07. B	08. D	09. C	10. C
11. A	12. E	13. A	14. C	15. B
16. E	17. A	18. E	19. D	20. E
21. D	22. C	23. A	24. E	25. D
26. C	27. C	28. B	29. A	30. E
31. E	32. B	33. D	34. B	35. C
36. B	37. D	38. E	39. B	40. E