Soluções TPC 1 a TPC 6

TPC 1

1. *a)* $\operatorname{int}(A) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy > 0\right\}$,
$\operatorname{ext}(A) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 0\right\}$,
$\operatorname{fr}(A) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\right\}$,
$\overline{A} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0\right\}$,
$A' = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0\right\}$,
$\operatorname{isol}(A) = \varnothing$.

b) A aberto, não fechado e não limitado.

2. *a)* segunda opção.
b) quarta opção.
c) quarta opção.

TPC 2

a) primeira opção.
b) terceira opção.
c) segunda opção.

TPC 3

1. *a)* sem limite; *b)* 0; *c)* 0; *d)* 0; *e)* sem limite; *f)* sem limite.

2. *a)* contínua em $\mathbb{R}^2$; *b)* contínua em $\mathbb{R}^2$; *c)* contínua em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

3. terceira opção.

TPC 4

a) f contínua em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, g e h contínuas em $\mathbb{R}^2$.
b) f e g diferenciáveis em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, h diferenciável em $\mathbb{R}^2$.

TPC 5

1. *a*) f contínua no domínio.

b) $$F(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^3}{x^2+y^2} & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

c) $$\frac{\partial F}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y^5-x^2y^3}{(x^2+y^2)^2} & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0),\end{cases}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3x^3y^2+xy^4}{(x^2+y^2)^2} & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

d) F é diferenciável em $\mathbb{R}^2$.

e) $z=0$.

f) $F'_{(1,1)}(1,0)=0$.

2. *a*) f é contínua em $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$.

b) $$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y^3-x^2y}{(x^2+y^2)^2} & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0),\end{cases}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^3-xy^2}{(x^2+y^2)^2} & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0).\end{cases}$$

c) f é diferenciável em $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$.

d) $\nabla f(1,0)=(0,1)$.

e) $f'_{(1,1)}(1,0)=1$.

f) $z-y=0$.

TPC 6

1. terceira opção.

2. *a*) $J(\mathbf{g}\circ\mathbf{f})(1,1)=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & -4\end{pmatrix}$.

b) $\operatorname{div}\mathbf{f}(1,1)=1$.