

TPC 3

Exercício 1: Determine, caso existam, os limites seguintes:

$$\begin{array}{lll} a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}; & b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}; & c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + y^2}; \\ d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^2}; & e) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^4 + y^2}; & f) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y}{x^6 + y^2}. \end{array}$$

Exercício 2: Estude quanto à continuidade as funções seguintes:

$$a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

$$b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

$$c) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y}{x^4 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Exercício 3: Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$.

Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira:

- ☐ a função f é prolongável por continuidade à origem e, sendo g o seu prolongamento por continuidade, tem-se $g(0, 0) = 0$
- ☐ a função f não é prolongável por continuidade à origem, mas $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$
- ☐ a função f não é prolongável por continuidade à origem, pois o limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ não existe
- ☐ a função f é prolongável por continuidade à origem e, sendo g o seu prolongamento por continuidade, tem-se $g(0, 0) = 2$