

## Четырехполюсники и многополюсники

### Лекция 15

#### Цель лекции №15:

Ознакомившись с лекцией №15 по теории электрических цепей студент должен знать:

1. Определение электрического фильтра.
2. Принцип работы фильтров.
3. Определение полосы пропускания и полосы затухания фильтра.
4. Определение фильтров типа  $k$ , основы работы ФНЧ и ФВЧ типа  $k$ , их схемы замещения.
5. Определять границы полосы пропускания фильтра.
- 6.

### 15.1 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

#### 15.1.1 Основные определения и теоретические положения

*Электрическим фильтром* называют устройство, включенное между источником питания и приемником, служащее для преимущественного ослабления колебаний одной части спектра частот по отношению к другой, части спектра.

*Принцип работы* электрических фильтров основывается на известных положениях:

- 1) индуктивное сопротивление прямо пропорционально ( $X_L = 2\pi fL$ ), а емкостное – обратно пропорционально ( $X_C = 2\pi fC$ ) частоте;
- 2) ток в индуктивности на угол  $\frac{\pi}{2}$  отстает от напряжения, а в емкости – настолько же опережает.

Различные комбинации катушек индуктивности и конденсаторов дают фильтры, различные по своему действию: низкочастотные, высокочастотные, полосовые, заграждающие.

Будем считать *идеальным* фильтр, состоящий из чисто реактивных элементов.

*Областью (полосой) пропускания* идеального фильтра называют диапазон частот, в котором коэффициент затухания фильтра  $a$  равен нулю, а

областью (полосой) затухания – диапазон частот, в котором коэффициент  $a$  отличен от нуля. Частоту, являющуюся граничной между полосой прозрачности и полосой затухания, называют *частотой среза*.

## 15.2 ФИЛЬТРЫ ТИПА $k$

### 15.2.1 Определение, схемы замещения, номинальное характеристическое сопротивление фильтров типа $k$

Следует запомнить, что цепочечные фильтры образуются из Г-образных полужвеньев, Т- и П-образных звеньев, которые в случае многозвенного фильтра соединяются каскадно по принципу *согласования* характеристических сопротивлений.

*Фильтрами нижних частот* (ФНЧ) называют фильтры, пропускающие в нагрузку лишь сигналы низких частот, от  $\omega_1 = 0$  до  $\omega_2$ . Полоса затухания ФНЧ находится в интервале от  $\omega_2$  до  $\infty$ .

Т- и П-образные схемы ФНЧ приведены на рис. 15.1 а, б соответственно.

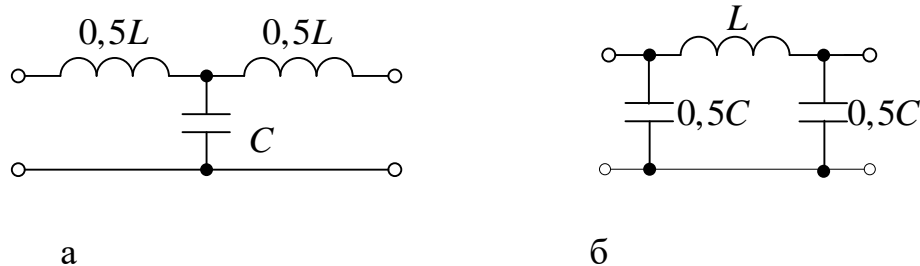


Рисунок 15.1 Т- и П- образные схемы замещения фильтров нижних частот типа  $k$

Под *фильтрами верхних частот* (ФВЧ) понимают фильтры, пропускающие в нагрузку сигналы высокой частоты, начиная с  $\omega_1$  до  $\infty$ . Полоса затухания находится в интервале от 0 до  $\omega_1$ .

Т- и П-образные схемы ФВЧ приведены на рис. 15.2, а, б соответственно.

Фильтры, изображенные на рис. 15.1, 15.2, относятся к *фильтрам типа  $k$* , где  $k^2 = Z_1 \cdot Z_2 = R_H^2$ . Параметр  $R_H = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2}$  называют *номинальным характеристическим сопротивлением*. Для данного фильтра  $R_H$  является величиной постоянной.



Рисунок 15.2 Т- и П- образные схемы замещения фильтров верхних частот типа  $k$

### 15.2.2 Расчет простейших фильтров по характеристическим параметрам

Поскольку фильтр – частный случай четырехполюсника, то его свойства определяются характеристическим сопротивлением  $Z_c$  и характеристической постоянной передачи  $g = a + jb$  (см. формулы в разделе «Четырехполюсники»). Этих двух параметров достаточно для анализа работы фильтра в полосе пропускания и в полосе задерживания.

Характеристические параметры звена фильтра связаны с А-параметрами матрицы симметричного четырехполюсника формулами:

$$\operatorname{ch} g_c = A_{11}; \quad (15.1)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}; \quad (15.2)$$

$$\operatorname{sh} g_c = \frac{1}{Z_c} \cdot A_{12} = Z_c \cdot A_{21}; \quad (15.3)$$

$$\operatorname{th} g_c = \frac{1}{Z_c} \cdot \frac{A_{12}}{A_{21}} = \sqrt{\frac{Z_{кз}}{Z_{xx}}}. \quad (15.4)$$

Эти формулы являются основными для расчета простейших звеньев симметричных фильтров.

В пределах полосы пропускания характеристическое затухание равно нулю ( $a = 0$ ;  $\operatorname{ch} a = 1$ ;  $\operatorname{sh} a = 0$ ).

Так как  $A_{11} = \operatorname{ch}(a + jb) = \operatorname{ch} a \cdot \cos b + j \operatorname{sh} a \cdot \sin b$ , то в полосе пропускания ( $a = 0$ ) мнимая часть данного выражения равняется нулю, это позволяет составить уравнения отдельно для полосы прозрачности и полосы затухания ( $a \neq 0$ ).

Границы полосы прозрачности определяются из формулы:

$$-1 \leq A_{11} \leq 1,$$

Таблица 15.1

В полосе прозрачности	Вне полосы пропускания
$a = 0;$ $\cos b = A_{11}; \quad (2.5)$	$\pm \operatorname{ch} a = A_{11};$ $b = \pm \pi.$

откуда следует условие:

$$-1 \leq \frac{Z_1}{4 \cdot Z_2} \leq 0,$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  – являются реактивными сопротивлениями фильтра и имеют разные знаки:  $Z_1 = \pm jx_1$ ;  $Z_2 = \pm jx_2$ ,

следовательно:

$$-1 \leq \frac{x_1}{4 \cdot x_2} \leq 0. \quad (15.5)$$

Из формулы 15.5 видно, что величины сопротивлений в полосе прозрачности должны удовлетворять условиям:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \text{ или } x_2 = \infty; \\ x_1 = 4 \cdot x_2. \end{cases} \quad (15.6)$$

Из формул 15.6 определяются границы полосы пропускания фильтра.

По вышеприведенным формулам рассчитывают характеристическое затухание и характеристическую фазу простейшего фильтра (или звена фильтра) без потерь.

### 15.2.3 Расчет элементов фильтров по заданным полосе прозрачности и сопротивлению нагрузки

Основные расчетные формулы представлены в табл.15.2. Формулы получены из выражений 15.5, 16.6.

Параметр  $\eta$  называется *нормированной частотой*;

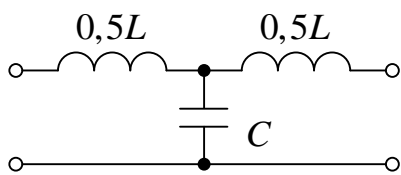
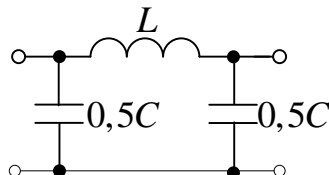
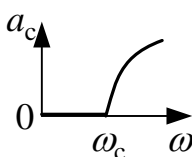
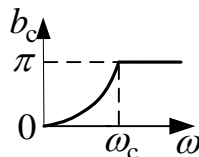
$$\eta = \frac{\omega}{\omega_c} = \frac{f}{f_c},$$

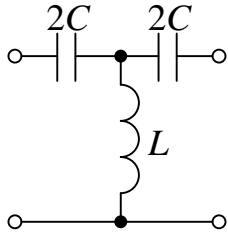
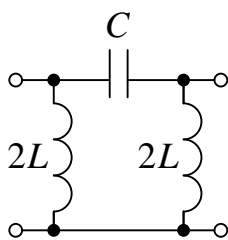
где  $\omega_c$  (или  $f_c$ ) – частота среза (граничная частота между полосой пропускания и полосой задерживания фильтра).

Для ФНЧ:  $\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ , для ФВЧ:  $\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$ .

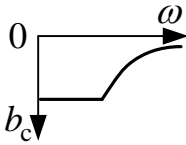
Формулы для коэффициента затухания  $a$  приведены для частот, лежащих вне полосы пропускания, так как в пределах полосы пропускания затухание равно нулю. Формулы для фазового сдвига даны только для частот, заключенных в пределах полосы прозрачности, так как вне полосы прозрачности фазовый сдвиг постоянен.

Таблица 15.2  
Звенья симметричных фильтров

Фильтр нижних частот (ФНЧ)		
Схема	«Т»	«П»
		
Формулы для расчета параметров	$L = \frac{2R_H}{\omega_c}; C = \frac{2}{R_H \omega_c}; \omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}; R_H = \sqrt{\frac{L}{C}}.$	
Характеристики для Т- и П-образной схем	Затухания ( $\text{ch } a_c = 2\eta^2 - 1$ ): 	Фазовая ( $\cos b_c = 1 - 2\eta^2$ ): 
Фильтр верхних частот (ФВЧ)		
Схема	«Т»	«П»

		
--	---	---

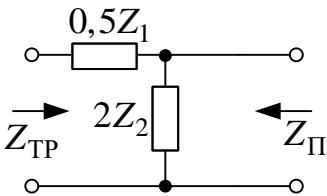
### Продолжение таблицы 3

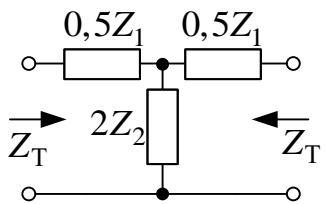
Формулы для расчета параметров	$L = \frac{R_H}{2\omega_c}; \quad C = \frac{1}{2R_H\omega_c}; \quad \omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}}; \quad R_H = \sqrt{\frac{L}{C}}.$	
Характеристики для Т- и П-образной схем	Затухания $\text{ch } a_c = \frac{2}{\eta^2} - 1$	Фазовая ( $\cos b_c = 1 - \frac{2}{\eta^2}$ ): 

Характеристическое сопротивление  $Z_c$  определяется как нагрузочное сопротивление, при котором имеет место равенство входного и нагрузочного сопротивления. На одной из частот полосы прозрачности фильтра для симметричных звеньев характеристические сопротивления со стороны входа и выхода равны.

### 15.2.4 Расчет характеристических параметров фильтра по известным параметрам звеньев фильтра

Таблица 15.3

Схема	Характеристическая постоянная передачи	Характеристическое сопротивление
Г-образное звено  Рис.15.3	$\frac{g}{2}$	$Z_{c_T} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 \cdot \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)};$ $Z_{c_\Pi} = \sqrt{\frac{Z_1 \cdot Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4 \cdot Z_2}}};$

<p>Т-образная схема</p>  <p>Рис.15.4</p>	$g = \ln \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = a + jb;$ $a = \ln \frac{U_1}{U_2};$ $b = \psi_{U_1} - \psi_{U_2};$	$Z_{c_T} = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2 \cdot \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} =$ $= R_H \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} =$ $= R_H \cdot \sqrt{1 - \eta^2};$
---	---	---

Продолжение таблицы 4

<p>П-образная схема</p>  <p>Рис.15.5</p>		$Z_{c_{\Pi}} = \sqrt{\frac{Z_1 \cdot Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4 \cdot Z_2}}} =$ $= \frac{R_H}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{R_H}{\sqrt{1 - \eta^2}}.$
---	--	---

*Примечание:* Г-образное звено является несимметричным четырехполюсником и поэтому имеет два различных значения характеристического сопротивления  $Z_{\Pi}$  и  $Z_T$ , собственная постоянная передачи равна  $\frac{g}{2}$ .

Формулы таблицы 15.3 являются основными для цепочечных фильтров, т.к. на их основе делаются все дальнейшие выводы. Следует обратить внимание, что эти формулы справедливы только при значениях элементов, указанных на рис. 15.3 – 15.5.

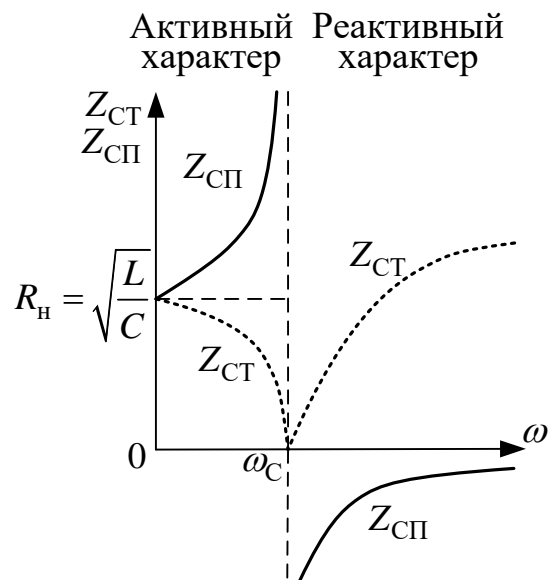


Рисунок 15.6. Зависимость характеристического сопротивления ФНЧ от частоты

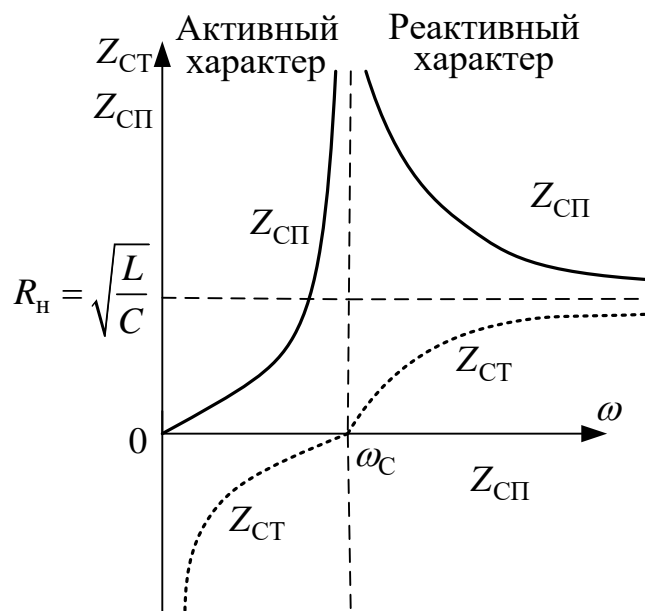


Рисунок 15.7. Зависимость характеристического сопротивления ФВЧ от частоты

На рис. 15.6, 15.7 изображены частотные зависимости характеристических сопротивлений Т- и П-образных фильтров низких (рис. 15.6) и высоких (рис. 15.7) частот.

В области пропускания характеристическое сопротивление – активное. Для ФНЧ при низких частотах оно мало изменяется с ростом частот и близко



к назначению  $k = \sqrt{\frac{L}{C}}$ . По мере увеличения частоты и приближении ее к  $\omega_c$  характеристическое сопротивление Т-образного фильтра стремиться к нулю, П-образного фильтра к бесконечности. В области полосы затухания характеристическое сопротивление носит реактивный характер, причем для Т-образного фильтра она становится индуктивным, а для П-образного фильтра – емкостным.

Для ФВЧ характеристическое сопротивление остается приблизительно постоянным и равным  $k = \sqrt{\frac{L}{C}}$  при достаточно больших частотах. При низких частотах оно – реактивное, причем для П-образных фильтров носит индуктивный характер, для Т-образных фильтров – емкостной.