Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Лабораторная работа №5

«ОЦЕНИВАНИЕ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКАЛЯРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН»

по дисциплине «Статистические методы обработки данных»

Выполнили:
студенты гр. 820601
Пальчик А.М.,
Шведов А.Р.

Проверил:
Ярмолик В. И.

Минск 2021

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- изучение оценок законов распределения скалярных случайных величин;
- приобретение навыков получения оценок законов распределения скалярных случайных величин с помощью системы программирования *Matlab.*

2 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Смоделируем выборку для гамма-распределения $\Gamma_1(a, b)$, плотность распределения которого задается формулой:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(a) b^a} x^{a-1} e^{-\frac{x}{b}}, & x > 0,\ b > 0,\ a > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Примем полученную выборку $x_1, \dots x_n$ из распределения $F_\xi(x)$ за возможные значения некоторой дискретной случайной величины ξ^*, причем вероятность этих значений одинаковы и равны $\frac{1}{n}$. Отсюда получим эмпирическую функцию распределения $F_\xi^*(x)$:

$$F_\xi^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_{(1)}, \\ \frac{i}{n}, & \text{если } x_{(i)} \le x < x_{(i+1)},\ i = \overline{1, n-1}, \\ 1, & \text{если } x \ge x_{(n)}. \end{cases}$$

Равноинтервальная гистограмма строится из прямоугольников высотой $h_i = \frac{m_i}{n\Delta_i}$, где Δ_i – длина интервала, m_i – количество выборочных значений, попавших в интервал.

Для построения эмпирических функций воспользуемся средствами Matlab. Зададим параметры распределения $a = 9, b = 0.5$ и сгенерируем $n = 80$ случайных чисел.

Код:

```
clc
clear
n = 80;
a = 9;
b = 0.5;
vyb = [];
var = [];
for i=1:n
   vyb(i) = gamrnd(a,b);
   y(i)=i/n;
end
l=8;
var=sort(vyb);
min=var(1);
max=var(n);
int=(max-min)/l;
x=min: 0.1 : max;
y1=gampdf(x,a,b);
y1=y1*n*int;
y2=gamcdf(x,a,b);
figure;
hold on;
histogram(var, l,'FaceColor','magenta');
plot(x,y1,'-r');
hold off;
grid on;
figure;
hold on;
stairs(var,y, 'magenta');
plot(x,y2,'-r');
hold off;
grid on;
```

Результат выполнения программы представлен на рисунках 1, 2:

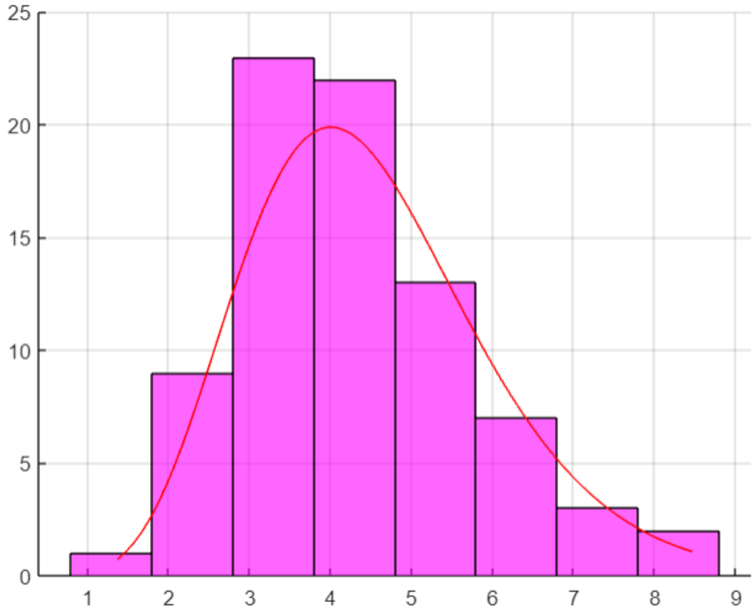

Рисунок 1 – Совместный график гистограммы и генеральной плотности вероятности гамма-распределения

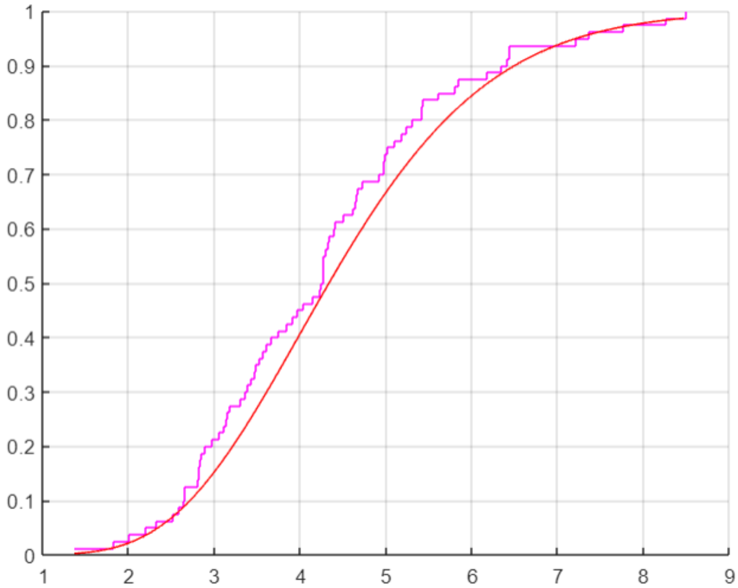

Рисунок 2 – Совместный график эмпирической и генеральной функции гамма-распределения

Для исследования сходимости эмпирических распределений к генеральным изменим объём выборки в 10 и 100 раз от первоначального объема. Результат представлен на рисунках 3–6.

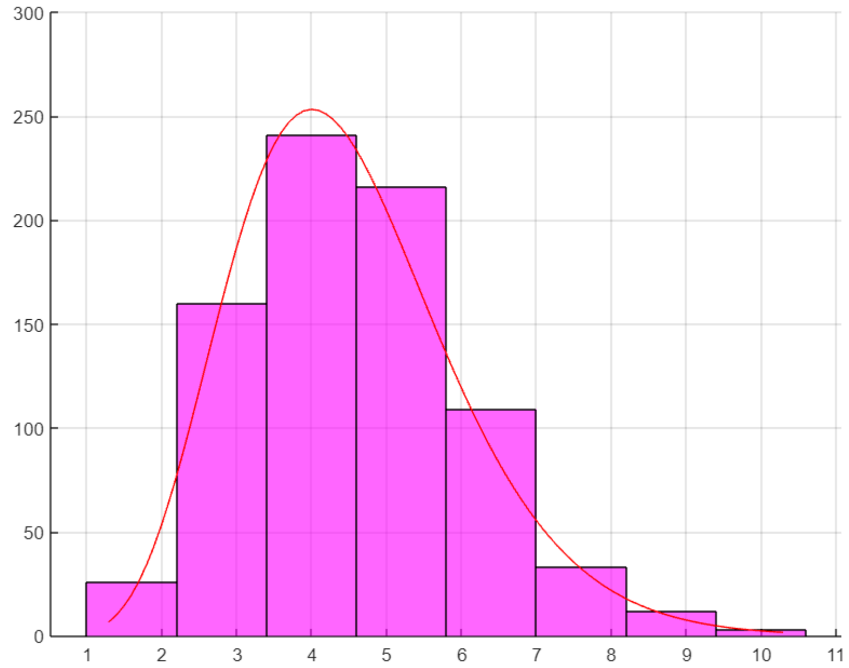

Рисунок 3 – Совместный график гистограммы и генеральной плотности вероятности гамма-распределения для n=800

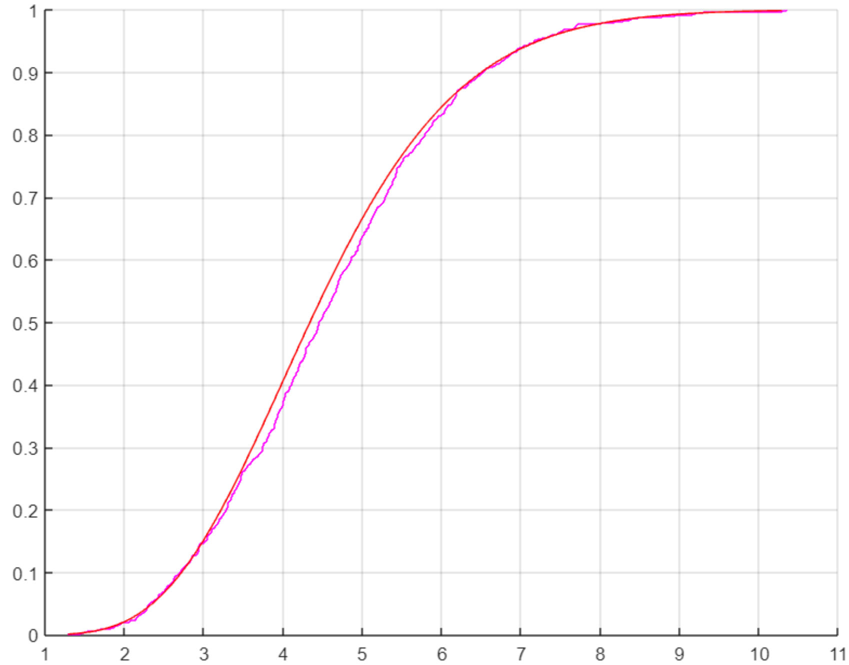

Рисунок 4 – Совместный график эмпирической и генеральной функции гамма-распределения для n=800

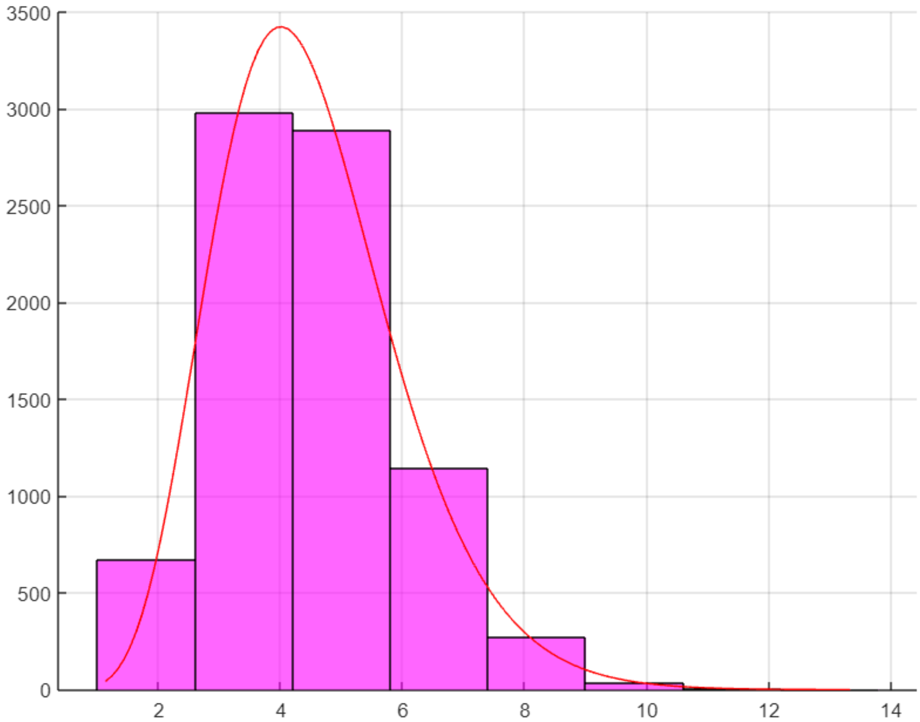

Рисунок 5 – Совместный график гистограммы и генеральной плотности вероятности гамма-распределения для *n*=8000

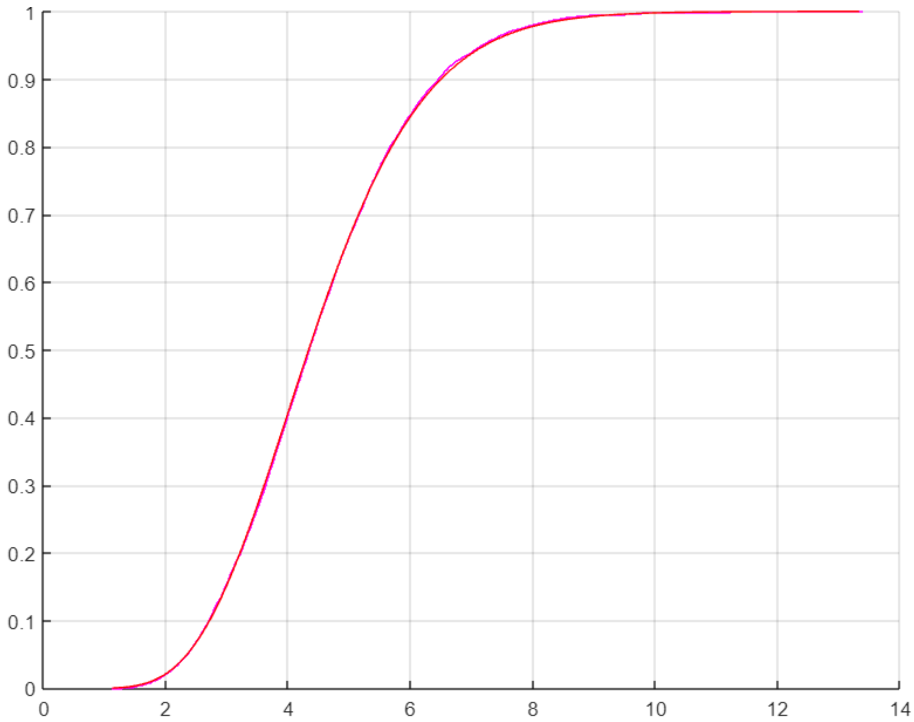

Рисунок 4 – Совместный график эмпирической и генеральной функции гамма-распределения для *n*=8000

Из полученных графиков видно, что эмпирические распределения сходятся к генеральным при увеличении объема выборки.

3 ВЫВОД

В ходе данной лабораторной работы были изучены методы построения гистограмм и ступенчатых диаграмм и их использование для построения эмпирических функций. Так же была изучена зависимость сходимость эмпирических распределений к генеральным при увеличении объема выборки.