Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра вычислительных методов и программирования

Типовой расчет по курсу
«Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант №30

Выполнил:
студент гр. 820601
Шведов А.Р.

Проверил:
Гуринович А.Б.

Минск 2020

Таблица заданий

Группа N 820601 Студент N 30

Шведов

Варианты заданий: ---

Номер задания	1*	2	3*	4*	5	6	7	8
Номер варианта	6	20	25	2	11	30	29	23

Одномерная выборка:

-1.34 -1.82 -0.06 -0.61 0.97 1.62 1.76 0.36 0.23 2.25 -0.33 0.70 0.99 1.28 -0.67 2.72 -2.27 -1.54 3.08 -0.04 3.21 1.85 -0.38 2.53 -0.59
-0.70 2.63 -1.77 0.97 1.24 0.20 -0.52 -0.22 3.04 -1.30 2.23 0.41 1.88 3.04 -1.60 -2.14 -0.49 -0.25 2.27 1.83 3.04 -0.88 0.94 1.56 -2.37
-0.01 -2.23 1.38 -2.08 -0.86 -0.87 0.96 0.42 3.11 1.67 1.70 -1.97 1.70 -0.76 1.99 1.81 0.69 0.87 2.80 -0.42 1.89 1.71 0.40 -0.42 2.30
-1.46 2.08 0.04 0.22 0.06 -1.02 1.42 -2.44 1.00 3.06 2.33 0.40 -1.37 -0.51 1.43 -1.67 0.72 -1.10 0.74 1.89 -2.06 -2.36 1.18 1.48 1.07

Двумерная выборка:

(0.31; -1.81) (-2.12; -1.84) (-1.92; -0.07) (-1.70; -0.40) (-4.17; 2.92) (0.83; -4.56) (-2.83; 0.74) (0.94; -5.86)
(-2.80; -0.58) (-0.45; 1.60) (-2.69; -1.13) (-3.61; 2.06) (0.65; -3.63) (-0.81; -1.17) (-7.04; 4.07) (-3.82; 1.00)
(-4.00; 0.97) (0.71; -4.17) (-5.24; 0.20) (1.41; 0.47) (-6.00; 1.64) (-4.48; 3.97) (-3.25; 1.27) (-1.46; 1.48)
(-4.83; 2.25) (1.74; -2.08) (-3.90; 2.77) (-0.64; -1.70) (-3.57; 3.48) (0.50; -1.17) (-3.73; 0.50) (-1.22; -4.06)
(-5.52; -1.13) (-1.92; 1.71) (-3.90; -1.54) (-2.20; 1.28) (-1.08; 1.14) (2.22; -3.50) (-2.46; -3.00) (0.03; -3.30)
(1.81; -2.42) (-8.28; 1.53) (-4.38; 1.84) (-8.82; 7.41) (1.72; -0.68) (-4.03; -3.05) (-0.85; -3.22) (-2.97; -2.51)
(-4.59; 2.71) (-0.07; -0.70)

Задача 1

1.6. 4 белых, 5 черных шара. 2 шара наугад.

1) $C_9^2 = \frac{9!}{7!\cdot 2!} = 36$ способов

2) $C_4^1 = 4$ – белых, $C_5^1 = 5$ – черных

3) $P(A) = \frac{4}{36}$ – вер-сть извлечь белую

$P(B) = \frac{5}{36}$ – вер-сть извлечь черную

$P = \frac{C_4^1 \cdot C_5^1}{C_9^2} = \frac{20}{36} = 5/9 = 0,555$

или

$P(A) = \frac{4}{9}$ $P(B) = \frac{5}{9}$

$P(A\cdot B) = \frac{4\cdot 5}{9\cdot 8}$

$P(BA) = \frac{5\cdot 4}{8\cdot 9}$

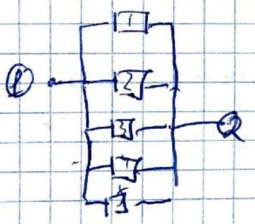
$P(A\cdot B|BA) = \frac{20}{36}$

Задача 2

Типовой ...

Q.20 $P_1 = 0,1$ $P_3 = 0,3$ → вероятности отказа

$P_2 = 0,2$ $P_4 = 0,4$ $P_5 = 0,5$ ... Вер-ть 1-2?



$1 - 2 = P(B)$ — цепь собрана

$A_1 .. A_5$ — работа i элемента

$P(B) = A_1$ или A_2 или A_3 или A_4 или A_5

$= P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5)$

$$P(B) = P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5) = 1 - P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \ldots \cdot \bar{A}_n) =$$

$$= 1 - 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 \; \cancel{= 0,8488} = 0,9988$$

Задача 3

Номер 3.25

1) A — блок отказал.

B_1 — работает 1б, B_2 — работает 2б, B_3 — работает 3б.

$H_1: \bar{B}_1 \cap B_2 \cap B_3$

$H_2: B_1 \cap \bar{B}_2 \cap B_3$ — отказал 1 прибор

$H_3: B_1 \cap B_2 \cap \bar{B}_3$

~~$H_4: \bar{B}_1 \cap \bar{B}_2 \cap B_3$~~

~~$H_5: \bar{B}_1 \cap B_2 \cap \bar{B}_3$~~

~~$H_5: B_1 \cap \bar{B}_2 \cap \bar{B}_3$~~

~~$H_6: \bar{B}_1 \cap \bar{B}_2 \cap \bar{B}_3$~~

0,6; 0,7; 0,8

0,2?7

$$P(H_2/A) = \frac{P_1(1-P_2)\cdot P_3}{(1-P_1)P_2P_3 + P_1(1-P_2)P_3 + P_1P_2(1-P_3) + \ldots}$$

$$= \frac{0,6\cdot(0,3)\cdot 0,8}{0,4\cdot 0,7\cdot 0,8 + 0,6\cdot 0,3\cdot 0,8 + 0,6\cdot 0,7\cdot 0,2 + \ldots}$$

$\approx 0,319$

Задача 4

Типовой

4.2 $p=0,6$. 4-ре выстрела. Хотя бы 1 попадание.

1) Найдем вер-сть 0 попаданий: $P_6^0 = C_4^0 \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^4 =$

$= \frac{4!}{0! \cdot 4!} \cdot 1 \cdot 0,4^4 = 0,4^4$ $n=4$ $k=m=1$

2) $P(m \geq 1) = 1 - P(m=0) = 1 - q^4 = 0,9744$

Задача 5

Типовой

5.11

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0

1) Мат. ожидание

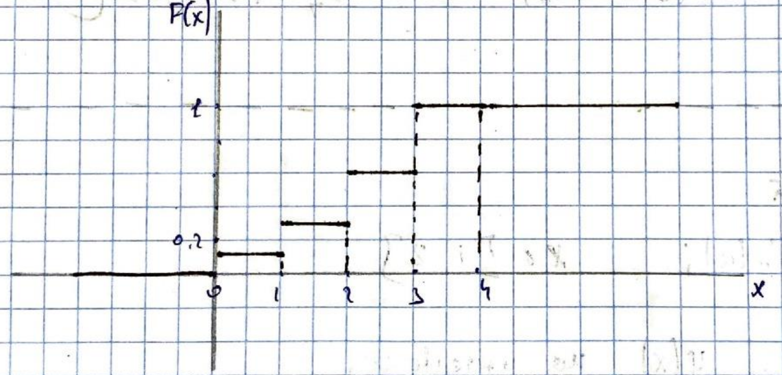
$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = 0 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,4 + 0 = 2$

2) Дисперсия

$D[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - m_x^2 = 0^2 \cdot 0,1 + 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,3 + 3^2 \cdot 0,4 + 4^2 \cdot 0 - 4 = 1$

3) Графика ф-ции распределения

а) $F(0) = 0$; $F(5) = 1$



б) $x_0 = 0$; $F(0) = 0$

в) $x_1 = 1$; $F(1) = 0,1$

г) $x_2 = 2$; $F(2) = 0,3$

д) $x_3 = 3$; $F(3) = 0,6$

Задача 6

Типовой

6.30 $f(x) = \begin{cases} c/x^8, & 1 \le x \le 2 \\ 0, & x < 1;\ x > 2 \end{cases}$ $[1; 3]$

1) Найдем c

$\int_1^2 f(x)\,dx = 1 \Rightarrow \int_1^2 \frac{c}{x^8}\,dx = c \cdot \frac{x^{-7}}{-7}\Big|_1^2 = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow c = 7{,}055$

2) Мат. ожидание:

$M[X] = \int_1^2 x f(x)\,dx = 7{,}055 \int_1^2 \frac{x}{x^8}\,dx = 7{,}055 \cdot \frac{x^{-6}}{-6}\Big|_1^2 =$

$= \frac{7{,}055}{6}\left(1 - \frac{1}{2^6}\right) = 1{,}157$

3) Дисперсия

$D[X] = \int_1^2 x^2 f(x)\,dx - m_x^2 = 7{,}055 \cdot \int \frac{1}{x^6}\,dx - (1{,}157)^2 =$

$= 0{,}0271$

4) $F(x)$

$F(x) = 7{,}055 \cdot \int_1^2 \frac{dx}{x^8} = \frac{7{,}055}{7}\left(1 - \frac{1}{x^7}\right); \quad 1 \le x \le 2$

5) Вер-сть попадания в $[1; 3]$

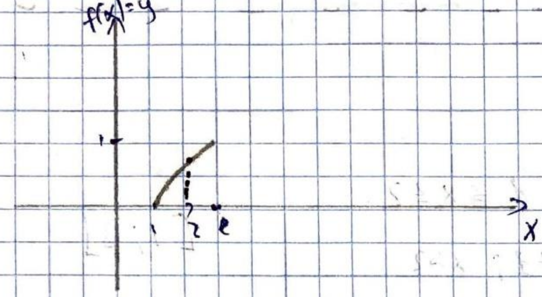
$P(1 \le x \le 3) = F(3) - F(1) = 0 - \frac{7{,}055}{7}\left(1 - \frac{1}{1^7}\right) = 0$

Задача 7

Типовой

7.29 $\varphi(x) = \ln(x)$; $x \in [1, 2]$

1) Построим $\varphi(x)$ на интервале



$\Rightarrow y \in [0; 0{,}693]$

2) Число обратных ф-ций $k = 3$. Интервалы:

а) $(-\infty; 0) \Rightarrow k_1 = 0$

б) $[0; 0{,}693] \Rightarrow k_2 = 1$

в) $(0{,}693, +\infty) \Rightarrow k_3 = 2$

3) Для интервалов 1 и 3 $\nexists$ обратные ф-ции, для интервала а:

$\psi_1(y) = e^y$, $|\psi_1'(y)| = e^y$

4) СВ распределена равномерно на промежутке $[1; 2] \Rightarrow$ плотность вер-сти:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x<1,\ x>2 \\ 1 & 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

5) Ф-ция плотности распределения для Y:

$$g(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ f_x(e^y)' \cdot e^y = e^y, & 0 \le y \le 0{,}693 \\ 0, & y > 0{,}693 \end{cases}$$

Задача 8

Типовой

8.23 $x_1 = 0$ $x_5 = 2$
$x_2 = 0$ $x_6 = 0$
$x_3 = 2$ $y_1 = 1$
$x_4 = 4$ $y_2 = 2$

$$f(x,y) = \begin{cases} c, & (x,y) \in B \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

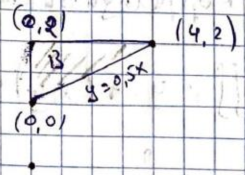
1) Область B:

$(x_1, 0) = (0,0)$ $(x_4, y_2) = (4,2)$

$(x_2, y_2) = (0,2)$ $(x_3, y_1) = (2,1)$

$(x_2, y_1) = (0,1)$ $(x_2, y_1) = (0,1)$

$(x_5, y_1) = (2,1)$ $(x_6, y_2) = (2,2)$



2) c из условия нормировки:

$$\iint f(x,y)\,dx\,dy = 1 = c \cdot \int_0^2 dy \int_0^{2y} dx = c \cdot \int_0^2 2y\,dy = c \cdot y^2 \Big|_0^2$$

$$= 4c = 1 \Rightarrow c = 1/4$$

3) Мат. ожидание для X

$$M[X] = \iint x \cdot f(x,y)\,dx\,dy = \frac{1}{4} \int_0^2 dy \int_0^{2y} x\,dx = \frac{1}{8} \int_0^2 4y^2\,dy =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{y^3}{3} \Big|_0^2 = 4/3 = 1{,}333$$

Дисперсия для X

$$D[X] = \iint x^2 \cdot f(x,y)\,dx\,dy - m_x^2 = \frac{1}{4} \int_0^2 dy \int_0^{2y} x^2\,dx - \frac{16}{9} =$$

$$= \frac{1}{12} \int_0^2 8y^3\,dy - \frac{16}{9} = \frac{y^4}{6} \Big|_0^2 - \frac{16}{9} = \frac{8}{9}$$

4) Мат. ожидание для Y

$$M[Y] = \iint x \cdot f(x,y)\,dx\,dy = \frac{1}{4} \int_0^2 y\,dy \int_0^{2y} dx = \frac{1}{4} \int_0^2 2y^2\,dy =$$

$$= \frac{y^3}{6} \Big|_0^2 = 4/3 = 1{,}333$$

Дисперсия для Y:

$$D[Y] = \iint y^2 \cdot f(x,y)\,dx\,dy - m_y^2 = \frac{1}{4}\int_0^2 y^2 \int_0^y dx\,dy - \frac{16}{9}$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^2 y^3\,dy - \frac{16}{9} = \frac{1}{8}y^4\Big|_0^2 - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}$$

5) Корреляционный момент

$$K_{xy} = \iint x \cdot y \cdot f(x,y)\,dx\,dy - m_x m_y = \frac{1}{4}\int_0^2 y\,dy \int_0^y x\,dx - \frac{16}{9}$$

$$= \frac{1}{8}\int_0^2 4y^3 - \frac{16}{9} = \frac{1}{8}y^4\Big|_0^2 - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}$$

6) Коэфф. корреляции

$$R_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sqrt{D_x D_y}} = \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Задача № 9

По выборке одномерной случайной величины:

- получить вариационный ряд;
- построить график эмпирической функции распределения $F^*(x)$;
- построить гистограмму равноинтервальным способом;
- построить гистограмму равновероятностным способом;
- вычислить точечные оценки математического ожидания и дисперсии;
- вычислить интервальные оценки математического ожидания и дисперсии ($\gamma = 0{,}95$);
- выдвинуть гипотезу о законе распределения случайной величины и проверить ее при помощи критерия согласия χ^2 и критерия Колмогорова ($\alpha = 0{,}05$).

Размер выборки $n = 100$

Решение

1) Построим график эмпирической функции непосредственно по вариационному ряду, так как $F^*(x)$ – неубывающая и практически все ступеньки графика имеют одинаковую величину $\frac{1}{n}$ (Рисунок 1).

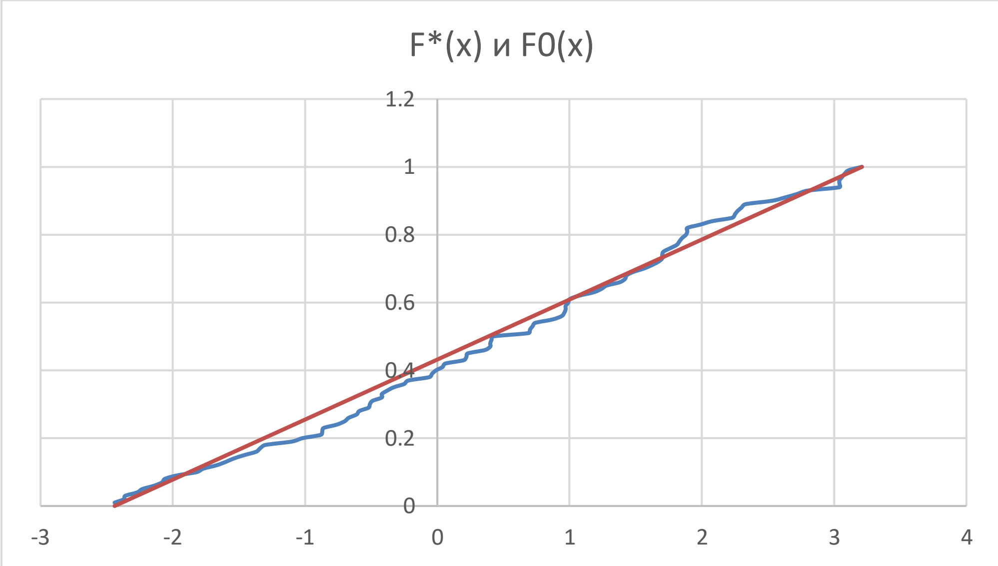


Рисунок 1

2) Построим гистограмму равноинтервальным способом (рисунок 2). Для построения гистограммы составим интервальный статистический ряд (Талица 1), учитывая, что длина у всех интервалов должна быть одинаковая.

$M = \sqrt{n} = \sqrt{100} = 10$ - количество интервалов;

$h_j = \dfrac{X_n - X_1}{M} = \dfrac{3{,}21 + 2{,}44}{10} = 0{,}565$ - ширина интервала; Таблица 2 – Интервальный статистический ряд

$p_j^* = \dfrac{v_j}{n}$ - частота попадания СВ X в j-ый интервал;

$f_j^* = \dfrac{p_j^*}{h_j}$ - статистическая плотность в j-ом интервале.

Таблица 1 – Интервальный статистический ряд

j	Aj	Bj	hj	vj	pj*	fj
1	-2,44	-1,875	0,565	9	0,09	0,159292
2	-1,875	-1,31	0,565	9	0,09	0,159292
3	-1,31	-0,745	0,565	7	0,07	0,123894
4	-0,745	-0,18	0,565	13	0,13	0,230088
5	-0,18	0,385	0,565	9	0,09	0,159292
6	0,385	0,95	0,565	10	0,1	0,176991
7	0,95	1,515	0,565	13	0,13	0,230088
8	1,515	2,08	0,565	14	0,14	0,247788
9	2,08	2,645	0,565	8	0,08	0,141593
10	2,645	3,21	0,565	9	0,09	0,159292

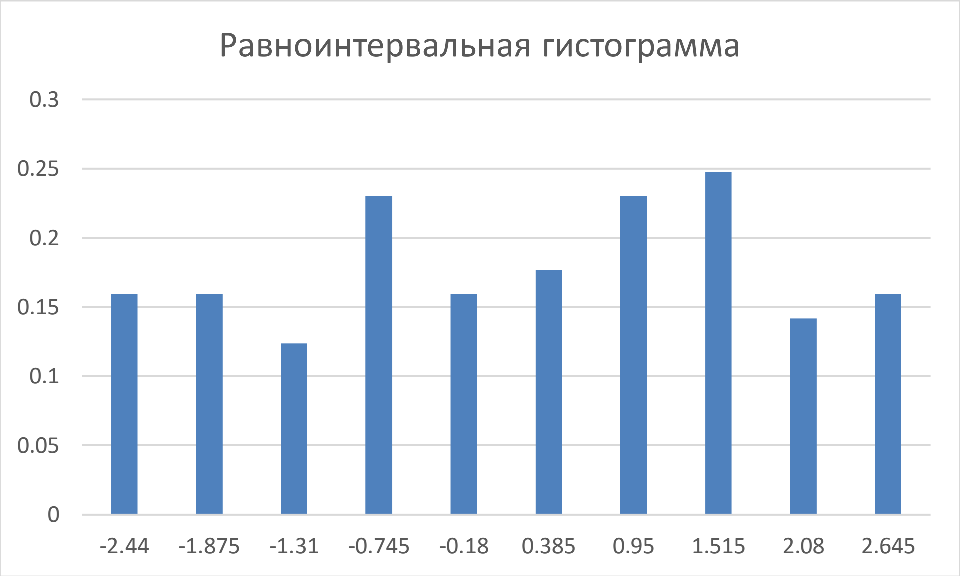


Рисунок 2

3) Построим гистограмму равновероятностным способом (рисунок 3). Для построения гистограммы составим интервальный статистический ряд, учитывая, что частота попадания СВ X в в каждый j-ый интервал должна быть одинаковая (Таблица 2).

Таблица 2 – Интервальный статистический ряд

j	Aj	Bj	hj	vj	pj*	fj
1	-2,44	-1,795	0,645	10	0,1	0,155039
2	-1,795	-0,95	0,845	10	0,1	0,118343
3	-0,95	-0,5	0,45	10	0,1	0,222222
4	-0,5	0,015	0,515	10	0,1	0,194175
5	0,015	0,555	0,54	10	0,1	0,185185
6	0,555	0,995	0,44	10	0,1	0,227273
7	0,995	1,59	0,595	10	0,1	0,168067
8	1,59	1,885	0,295	10	0,1	0,338983
9	1,885	2,58	0,695	10	0,1	0,143885
10	2,58	3,21	0,63	10	0,1	0,15873

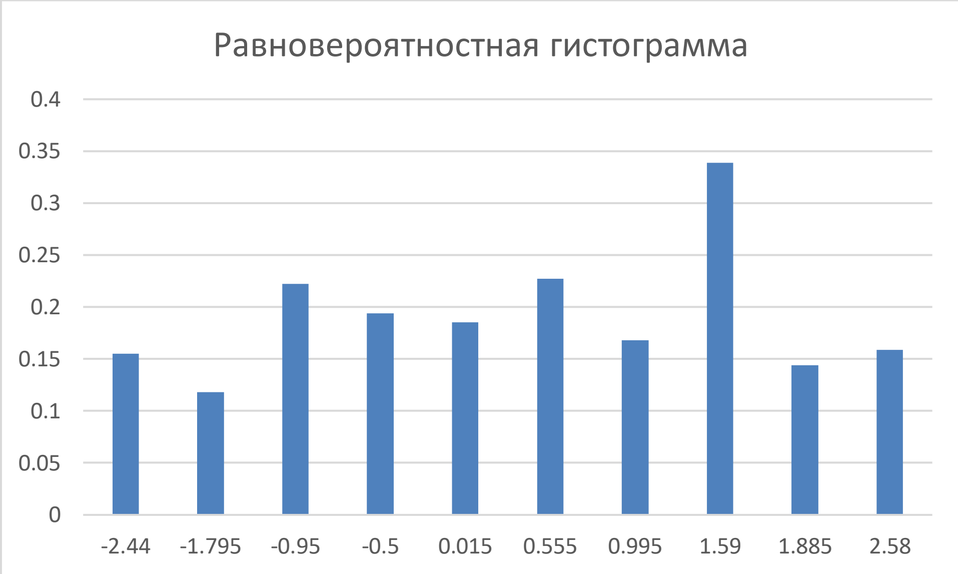


Рисунок 3

4) Математическое ожидание и дисперсия

a) Вычислим точечные оценки математического ожидания и дисперсии:

$$M_X^* = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n=100} x_i = 0{,}4785$$

$$D_X^* = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n=100} \left(x_i - M_X^*\right)^2 = 2.467199$$

b) Вычислим интервальные оценки математического ожидания и дисперсии (γ = 0,95):

$$I_\gamma(M_X) = \left[M_X - z_\gamma \frac{\sqrt{D_X}}{\sqrt{n}}; M_X + z_\gamma \frac{\sqrt{D_X}}{\sqrt{n}}\right] \qquad z_\gamma = \arg\Phi\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$z_{0,95} = \arg\Phi(0{,}475) = 1{,}96$$

$$I_\gamma(M_X) = \left[0{,}4785 - 1{,}96 \cdot \frac{\sqrt{2.467199}}{\sqrt{100}}; 0{,}4785 + 1{,}96 \cdot \frac{\sqrt{2.467199}}{\sqrt{100}}\right] = [0{,}17; 0{,}786];$$

$$I_\gamma(D_X) = \left[D_X - z_\gamma \sqrt{\frac{2}{n-1}} \cdot D_X; D_X + z_\gamma \sqrt{\frac{2}{n-1}} \cdot D_X\right] =$$

$$= \left[2.467199 + 1{,}96\sqrt{\frac{2}{99}} \cdot 2.467199; 2.467199 - 1{,}96\sqrt{\frac{2}{99}} \cdot 2.467199\right]$$

$$= [3{,}154; 1{,}779];$$

5) По виду графика эмпирической функции распределения $F^*(x)$ и гистограмм выдвигаем двухальтернативную гипотезу о законе распределения случайной величины X:

1. H_0 – величина X распределена по равномерному закону:

$$f(x) = f_0(x) = \frac{1}{b-a}; \qquad F(x) = F_0(x) = \frac{x-a}{b-a}; \qquad a, b$$ - параметры распределения

2. H_1 – величина X не распределена по равномерному закону:

$$f(x) \neq f_0(x); \qquad F(x) \neq F_0(x)$$

6) Проверим гипотезу о равномерном законе по критерию Пирсона χ^2.

a) Вычислим значение критерия χ^2 на основе равноинтервального статистического ряда:

$$\chi^2 = 100 \cdot \sum_{j=1}^{10} \frac{\left(p_j - p_j^*\right)^2}{p_j}$$

b) Теоретические вероятности попадания в интервалы вычислим по формуле:

$$p_j = F_0(B_j) - F_0(A_j) = \frac{B_j - A_j}{x_n - x_j}$$

Таблица 3 – Результаты расчётов

j	A_j	B_j	P_j	P_j^*	$\frac{\left(P_j^* - P_j\right)^2}{P_j}$
1	-2,44	-1,875	0,1	0,09	0,001
2	-1,875	-1,31	0,1	0,09	0,001
3	-1,31	-0,745	0,1	0,07	0,009
4	-0,745	-0,18	0,1	0,13	0,009
5	-0,18	0,385	0,1	0,09	0,001
6	0,385	0,95	0,1	0,1	0
7	0,95	1,515	0,1	0,13	0,009
8	1,515	2,08	0,1	0,14	0,016
9	2,08	2,645	0,1	0,08	0,004
10	2,645	3,21	0,1	0,09	0,001
Сумма:			1	1	0,051

c) Проверим правильность вычислений p_j:

$$\left|1 - \sum_{j=1}^{10} p_j\right| = 0 < 0{,}01;$$

d) Вычислим критерий Пирсона:

$$\chi^2 = 100 \cdot \sum_{j=1}^{10} \frac{\left(p_j - p_j^*\right)^2}{p_j} = 5{,}1;$$

e) Определим число степеней свободы:

$$k = M - s - 1 = 10 - 2 - 1 = 7;$$

f) Выбираем критическое значения критерия Пирсона из таблицы [1, стр.63] для степени свободы $k = 7$ и заданного уровня значимости $\alpha = 0{,}05$:

$$\chi^2_{0,05;7} = 14{,}07 \qquad \chi^2 = 5{,}1 < \chi^2_{0,05;7} = 14{,}07$$

Так как условие выполняется, то гипотеза H_0 о равномерном законе распределения принимается (нет оснований ее отклонить).

6) Проверим гипотезу при помощи критерия Колмогорова.

a) Для этого построим график гипотетической функции распределения $F_0(x)$ в одной системе координат с эмпирической функцией $F^*(x)$ (рисунок 6). В качестве опорных точек используем 10 значений $F_0(A_j)$ из таблицы 6. По графику определим максимальное по модулю отклонение между функциями $F_0(x)$ и $F^*(x)$:

$$Z = \max_{i=1}^{n} \left| F^*(x_i) - F_0(x_i) \right| = \max_{i=1}^{n} |0{,}3 - 0{,}243| = 0{,}057$$

b) Вычислим значение критерия Колмогорова:

$$\lambda = \sqrt{n} \cdot Z = \sqrt{100} \cdot 0{,}057 = 0{,}57$$

c) Из таблицы Колмогорова [1, стр. 64] по заданному уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ выбираем критическое значение критерия:

$$\lambda_\gamma = \lambda_{1-\alpha} = \lambda_{0,95} = 1{,}36 \qquad \lambda = 0{,}57 \le \lambda_\gamma = 1{,}36$$

Так как условие выполняется, гипотеза H_0 о равномерном законе распределения принимается (нет оснований ее отклонить).

Задача №10

По выборке двухмерной случайной величины:

- вычислить точечную оценку коэффициента корреляции;
- вычислить интервальную оценку коэффициента корреляции $\gamma = 0{,}95$;
- проверить гипотезу об отсутствии корреляционной зависимости $\alpha = 0{,}05$;
- вычислить оценки параметров a_0 и a_1 линии регрессии $\overline{y} = a_0 + a_1 x$;
- построить диаграмму рассеивания и линию регрессии.

Решение

Для удобства все промежуточные вычисления поместим в таблицу 4.

Вычислим

1) Оценки математических ожиданий по каждой переменной:

$$m_X^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \text{-2,2896} \qquad m_Y^* = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \text{-0,2054}$$

2) Оценки начальных моментов второго порядка по каждой переменной:

$$\alpha_2^*(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 12{,}03496 \qquad \alpha_2^*(y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 6{,}899594$$

3) Оценку смешанного начального момента второго порядка:

$$\alpha_{1,1}^*(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i = \text{-4,18331}$$

4) Оценки дисперсий:

$$D_X^* = \frac{n}{n-1}\cdot \alpha_2^*(x) - \frac{n}{n-1}\cdot m_X^2 = 6{,}931322 \qquad D_Y^* = \frac{n}{n-1}\cdot \alpha_2^*(y) - \frac{n}{n-1}\cdot m_Y^2 = 6{,}997352$$

5) Оценку корреляционного момента:

$$K_{XY}^* = \frac{n}{n-1}\cdot \alpha_{1,1}^*(x,y) - \frac{n}{n-1}\cdot m_X^* \cdot m_Y^* = \text{-4,74856}$$

Таблица 4 – Результаты промежуточных вычислений

x	y	x^2	y^2	x*y
0,31	-1,81	0,0961	3,2761	-0,5611
-2,12	-1,84	4,4944	3,3856	3,9008
-1,92	-0,07	3,6864	0,0049	0,1344
-1,7	-0,4	2,89	0,16	0,68
-4,17	2,92	17,3889	8,5264	-12,1764
0,83	-4,56	0,6889	20,7936	-3,7848
-2,83	0,74	8,0089	0,5476	-2,0942
0,94	-5,86	0,8836	34,3396	-5,5084
-2,8	-0,58	7,84	0,3364	1,624
-0,45	1,6	0,2025	2,56	-0,72
-2,69	-1,13	7,2361	1,2769	3,0397
-3,61	2,06	13,0321	4,2436	-7,4366
0,65	-3,63	0,4225	13,1769	-2,3595
-0,81	-1,17	0,6561	1,3689	0,9477
-7,04	4,07	49,5616	16,5649	-28,6528
-3,82	1	14,5924	1	-3,82
-4	0,97	16	0,9409	-3,88
0,71	-4,17	0,5041	17,3889	-2,9607
-5,24	0,2	27,4576	0,04	-1,048
1,41	0,47	1,9881	0,2209	0,6627
-6	1,64	36	2,6896	-9,84
-4,48	3,97	20,0704	15,7609	-17,7856

-3,25	1,27	10,5625	1,6129	-4,1275
-1,46	1,48	2,1316	2,1904	-2,1608
-4,83	2,25	23,3289	5,0625	-10,8675
1,74	-2,08	3,0276	4,3264	-3,6192
-3,9	2,77	15,21	7,6729	-10,803
-0,64	-1,7	0,4096	2,89	1,088
-3,57	3,48	12,7449	12,1104	-12,4236
0,5	-1,17	0,25	1,3689	-0,585
-3,73	0,5	13,9129	0,25	-1,865
-1,22	-4,06	1,4884	16,4836	4,9532
-5,52	-1,13	30,4704	1,2769	6,2376
-1,92	1,71	3,6864	2,9241	-3,2832
-3,9	-1,54	15,21	2,3716	6,006
-2,2	1,28	4,84	1,6384	-2,816
-1,08	1,14	1,1664	1,2996	-1,2312
2,22	-3,5	4,9284	12,25	-7,77
-2,46	-3	6,0516	9	7,38
0,03	-3,3	0,0009	10,89	-0,099
1,81	-2,42	3,2761	5,8564	-4,3802
-8,28	1,53	68,5584	2,3409	-12,6684
-4,38	1,84	19,1844	3,3856	-8,0592
-8,82	7,41	77,7924	54,9081	-65,3562
1,72	-0,68	2,9584	0,4624	-1,1696
-4,03	-3,05	16,2409	9,3025	12,2915
-0,85	-3,22	0,7225	10,3684	2,737
-2,97	-2,51	8,8209	6,3001	7,4547
-4,59	2,71	21,0681	7,3441	-12,4389
-0,07	-0,7	0,0049	0,49	0,049

6) Точечную оценку коэффициента корреляции:

$$R^*_{XY} = \frac{K^*_{XY}}{\sqrt{D_X \cdot D_Y}} = \text{-}0{,}68185$$

7) Вычислим интервальную оценку коэффициента корреляции с заданной надёжностью $\gamma = 0{,}95$, По таблице функции Лапласа [1, стр, 61] $z_{0,95} = \arg\Phi(0{,}475) = 1{,}96$:

$$a = 0{,}5 \cdot \ln\left(\frac{1 + R^*_{XY}}{1 - R^*_{XY}}\right) - \frac{z_\gamma}{\sqrt{n-3}} = \text{-}1{,}11845$$

$$b = 0{,}5 \cdot \ln\left(\frac{1 + R^*_{XY}}{1 - R^*_{XY}}\right) + \frac{z_\gamma}{\sqrt{n-3}} = \text{-}0{,}54666$$

Таким образом, доверительный интервал для коэффициента корреляции имеет вид:

$$I_\gamma(R_{XY}) = [-0{,}80703; -0{,}49801]$$

8) Проверим гипотезу о корреляционной зависимости:

$H_0 : R_{XY} = 0;$

$H_1 : R_{XY} \neq 0.$

Так как объём выборки велик (n>=50), то критерий вычислим по формуле:

$$Z = \frac{|R^*{}_{XY}| \cdot \sqrt{n}}{1-(R^*{}_{XY})^2} = 9{,}010522$$

По таблице функции Лапласа $Z_{0,05} = \arg\Phi\left(\frac{1-0{,}05}{2}\right) = 1{,}96$

Так как $Z > Z_\alpha$, то гипотеза H_0 принимается, т.е. величины X и Y не коррелированы.

9) Вычислим оценки параметров линии регрессии:

$$\alpha_1^* = \frac{K_{XY}^*}{D_X} = -0{,}68509 \qquad \alpha_0^* = m_Y^* - \alpha_1^* \cdot m_X^* = -1{,}77398$$

Уравнение линии регрессии имеет вид:

$$y(x) = \alpha_0^* + \alpha_1^* x = -1{,}77398 - 0{,}68509\,x$$

Исходя из двухмерной выборки построим диаграмму рассеивания и линию регрессии $y(x) = -1{,}77398 - 0{,}68509x$ (рисунок 4):

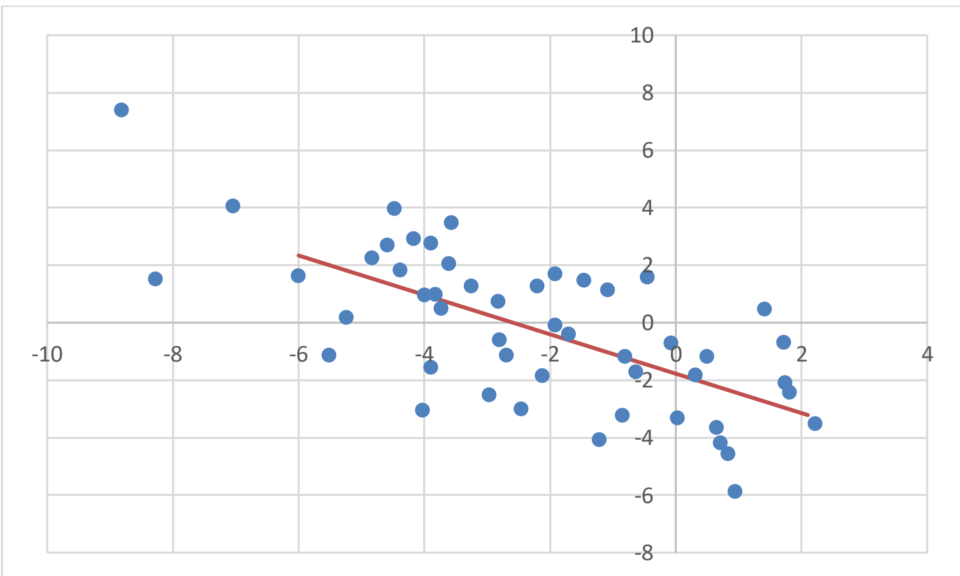


Рисунок 4