

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Лабораторная работа №4

«МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ»

по дисциплине «Статистические методы обработки данных»

Выполнили:
студенты гр. 820601
Пальчик А.М.
Шведов А.Р.

Проверил:
Ярмолик В. И.

Минск 2021

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение методов моделирования многомерных случайных чисел. Приобретение навыков моделирования многомерных случайных чисел в системе *Matlab*.

2. ЗАДАНИЕ

2.1. Выполнить моделирование двумерных случайных чисел с указанными распределениями. Для каждого распределения вывести диаграмму рассеивания, на которую нанести 100...500 случайных чисел, используя собственную программу, реализующую предложенный алгоритм, и стандартную программу *Matlab*.

2.2. На диаграмму рассеивания двумерного нормального распределения вывести также функцию регрессии

$$y = a_y + r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - a_x)$$

Здесь a_x, σ_x – математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение аргумента, a_y, σ_y – математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение функции, $r_{x,y}$ – коэффициент корреляции между аргументом и функцией.

2.3. Исследовать изменение диаграмм рассеивания в зависимости от параметров распределений.

3. ХОД РАБОТЫ

3.1. Многомерное нормальное распределение

Теорема. Пусть $C = (c_{i,j})$ – действительная $(m \times m)$ -матрица, являющаяся решением матричного уравнения

$$CC^T = R. \quad (1)$$

Тогда случайный вектор $\bar{\xi}$, являющийся линейным преобразованием $\bar{\eta}$,

$$\bar{\xi} = C\bar{\eta} + A, \quad (2)$$

имеет нормальное распределение $N(A, R)$.

Моделирование $\bar{\eta}$ легко осуществляется. Компоненты η_1, \dots, η_m этого вектора не коррелированы, следовательно, и независимы, распределение отдельной компоненты η_i является стандартным нормальным распределением $N(0,1)$. Поэтому моделирование $\bar{\eta}$ можно выполнить m -кратным обращением к функции моделирования случайного числа с одномерным стандартным нормальным распределением $N(0,1)$.

Первое уравнение матричного уравнения (1) имеет вид $c_{1,1}^2 = R_{1,1}$. Следовательно,

$$c_{1,1} = \sqrt{R_{1,1}}, \quad (3)$$

а из (2) получим

$$\xi_1 = c_{1,1}\eta_1 + a_1. \quad (4)$$

Первые два уравнения матричного уравнения (1) равны

$$c_{2,1}^2 + c_{2,2}^2 = R_{2,2},$$

$$c_{2,1}c_{1,1} = R_{1,2},$$

откуда

$$c_{2,1} = \frac{R_{1,2}}{c_{1,1}}, \quad c_{2,2} = \sqrt{R_{2,2} - c_{2,1}^2}. \quad (5)$$

Теперь из выражения (2) получим

$$\xi_2 = c_{2,1}\eta_1 + c_{2,2}\eta_2 + a_2. \quad (6)$$

Таким образом, для моделирования двумерного случайного вектора $\bar{\xi}$ (при $m = 2$) достаточно воспользоваться выражениями (3), (4), (5), (6).

Моделирование 100 двумерных случайных чисел с нормальным распределением с коэффициентами $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1$, представлено на рисунке 1.

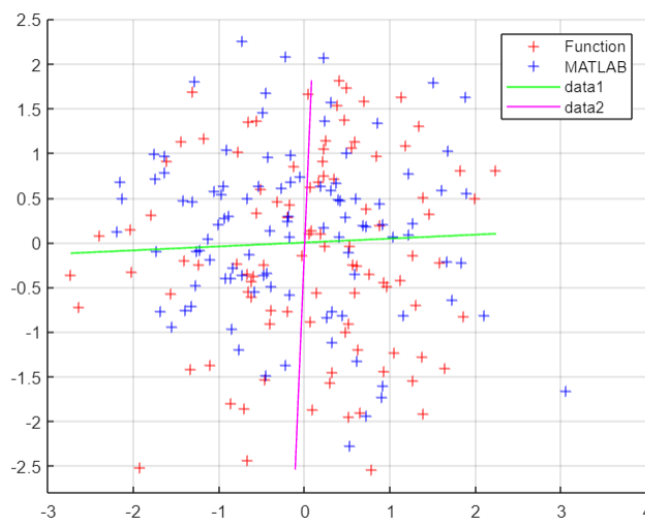


Рисунок 1 – Моделирование двумерных случайных чисел с нормальным распределением.

Моделирование 100 двумерных случайных чисел с нормальным распределением с коэффициентами $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, $\sigma_1 = 0.01$, $\sigma_2 = 10$, представлено на рисунке 2.

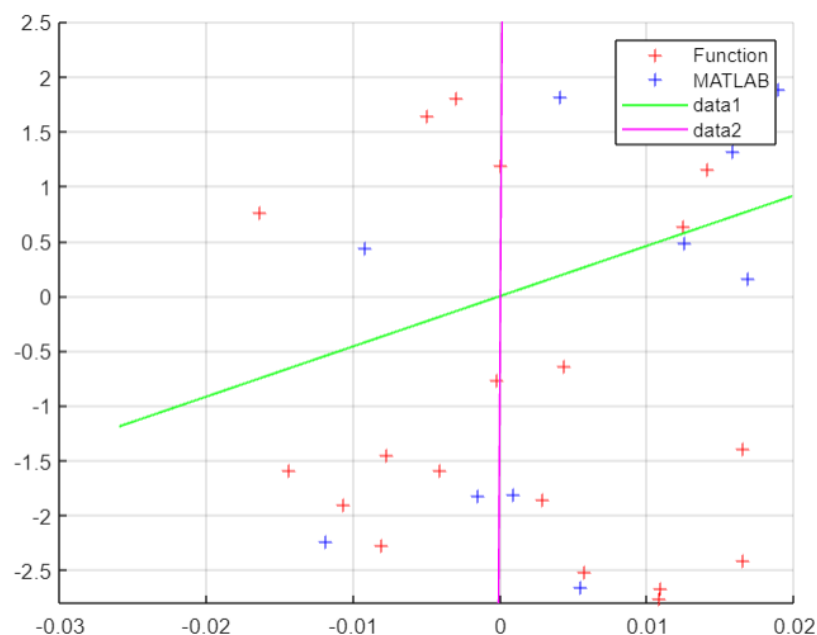


Рисунок 2 – Моделирование двумерных случайных чисел с нормальным распределением.

Моделирование 100 двумерных случайных чисел с нормальным распределением с коэффициентами $a_1 = 0$, $a_2 = 10$, $\sigma_1 = 0.01$, $\sigma_2 = 10$ представлено на рисунке 3.

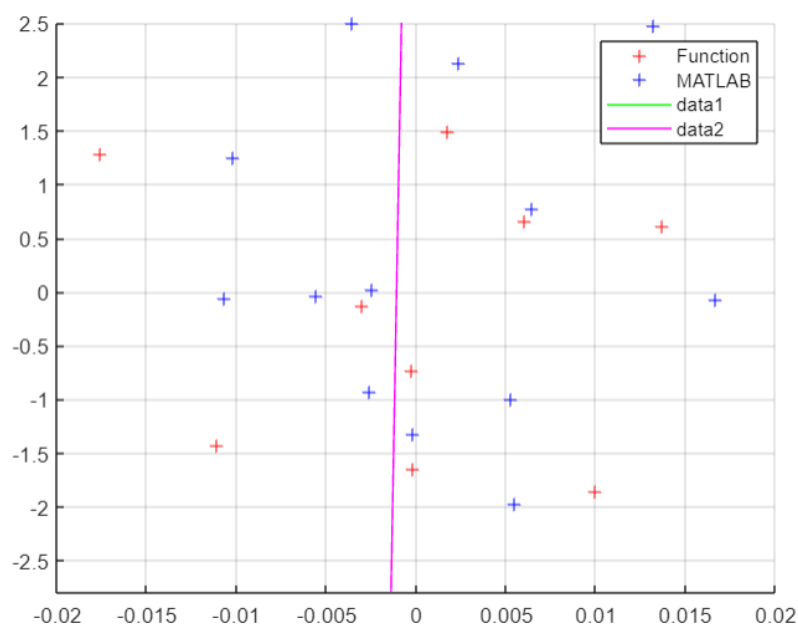


Рисунок 3 – Моделирование двумерных случайных чисел с нормальным распределением.

Код программы приведен ниже:

```
clear;
clc;

n=100;
a1=0;
a2=0;
sigm1=1;
sigm2=1;

c=2*pi;
sigm=[sigm1^2 0; 0 sigm2^2];
mu=[a1 a2];
for i=1:n
    r=sqrt(-2*log(rand));
    fi=c * rand;
    e1=r * cos(fi);
    x(i)=a1+sigm1*e1;
    r=sqrt(-2*log(rand));
    fi=c * rand;
    e1=r * cos(fi);
    y(i)=a2+sigm2*e1;
end

r12=corrcoef(x,y);
nr=mvnrnd(mu,sigm,n);
hold on
ylim([-2.8 2.5])
plot(x,y,'r+',nr(:,1),nr(:,2),'b+');
legend('Function','MATLAB');
grid on;
hold on

reg1=a2+r12(1,2)*(sigm2/sigm1)*(x-a1);
reg2=a1+r12(1,2)*(sigm1/sigm2)*(y-a2);
plot(x,reg1,'g');
grid on;
plot(reg2,y,'m');
grid on;

hold off
```

4 ВЫВОД

В данной лабораторной работе было исследовано изменение диаграмм рассеивания в зависимости от параметров распределений.

Коэффициенты a_1 и a_2 управляют смещением «облака» значений случайных чисел относительно начала координата, а коэффициенты σ_1 и σ_2 – *max* и *min* значениями случайных чисел по осям X и Y соответственно для нормального распределения.