Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет по курсу: «Теория электрических цепей»
Тема: «Расчет переходных процессов в электрических цепях».
Вариант № 000622-1

Проверил:
Батюков С.В.

Выполнил:
Ст. гр. № 820601
Шведов А. Р.

Минск 2020

Исходные данные

Электрическая схема заданного варианта: Рисунок 1.

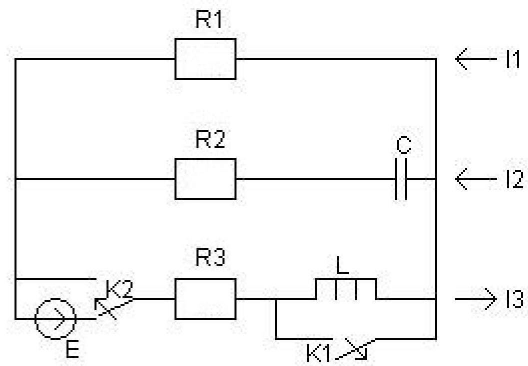

Рисунок 1

Значения элементов цепи:
R_1=100 Ом, R_2=19 Ом, R_3=29 Ом, E=121 В, w=10000 рад/с.
Классический метод: L=35 мГн, C=0,86 мкФ.
Операторный метод: L=39 мГн, C=1.28 мкФ.

Расчет схемы классическим методом

По условию ключ К2 находится в положении 1, переходный процесс возникает вследствие размыкания ключа К1.
Рассчитаем сопротивления до коммутации.

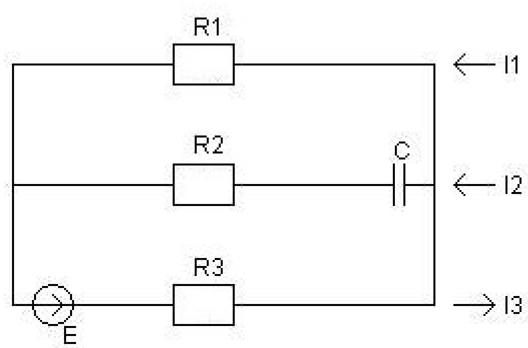

Рисунок 2

$$X_C = \frac{1}{w*C} = 10^4 * 0{,}86 = 116{,}279 \text{ Ом}$$
$$X_L = \omega * L = 10^4 * 35 = 350 \text{ Ом}$$

$$Z = R_3 + \frac{(R_2 - jX_c) * R_1}{R_2 - jX_c + R_1} = 29 + \frac{(19 - j116,279) * (100)}{19 - j116,279 + 100} = 86,012 - 42,006 * j$$

Токи:

$$\dot{I}_{3m} = \frac{\dot{E}_m}{Z} = \frac{121}{86,012 - 42,006 * j} = 1,136 + 0,555 * j$$

$$\dot{I}_{2m} = \dot{I}_{3m} * \frac{R_1}{R_2 - jX_C + R_1} = 0,255 + 0,716 * j$$

$$i_L(t) = i_3(t) = 1,264\sin(10^4 26,03^o)\ A$$

$$i_L(0-) = i_3(0-) = i_L(0+) = i_3(0+) = 0A$$

$$i_c(t) = 0,76 sin(10^4 t + 70,37^o)\ A$$

$$i_c(0-) = i_c(0+) = 0,76 sin(70,37^o) = 0,716\ A$$

Напряжение:

$$\mathring{U}_C = \dot{I}_{2_m} * (-X_C) = 88,345 * e^{(-j19,63^o)}\ B$$

$$U_C = 88,345 * e^{(-j19,63^o)}\ B$$

$$U_C(0-) = U_C(0+) = 88,345 sin(-19,633) = -29,684\ B$$

После коммутации

$$Z = R_3 + jX_L + \frac{(R_2 - jX_c) * R_1}{R_2 - jX_c + R_1} = 86,012 + 307,994 * j$$

$$\dot{I}_{3m} = \frac{\dot{E}_m}{Z} = \frac{121}{86,012 - 307,994 * j} = 0,102 - 0,364 * j$$

$$\dot{I}_{2m} = \dot{I}_{(3m)} * \frac{R_1}{R_2 - jX_C + R_1} = \frac{121}{86,012 - 307,994 * j} = 0,197 - 0,114 * j$$

Переходный процесс:

$$i_{3пп}(t) = 0,378 sin(10^4 t - 74,40^o)\ A$$

$$U_{Lm}(t) = \dot{I}_{3m}(X_L) = 132,435 * e^{(j15,60^o)}\ B$$

$$U_{(Lпр)}(t) = 132,435 sin(10^4 t + 15,60^o)\ B$$

$$i_{2пп}(t) = 0,227 sin(10^4 t - 30,06^o)\ A$$

$$U_{Cm}(t) = \dot{I}_{2m}(-X_c) = 26,445 * e^{(-j120,06^o)}\ B$$

$$U_{(Lпр)}(t) = 26,445 sin(10^4 t - 120,06^o)\ B$$

Характеристическое уравнение

$$Z(j\omega) = R_2 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{(R_3 + j\omega L) * R_1}{R_3 + j\omega L + R_1}$$

Заменим $j\omega$ на оператор p и решим:

$$Z(p) = R_2 + \frac{1}{pC} + \frac{(R_3 + pL) * (R_1)}{R_3 + pL + R_1}$$

$$p^2 + \frac{(R_1+R_3)R_2}{(R_1+R_2)L} + \frac{R_1 * R_3}{(R_1+R_2)L} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} * p + \frac{R_1+R_3}{(R_1+R_2)LC} = 0$$

$$p^2 + 11056p + 36014406 = 0$$

$$p_1 = -5528 + 2336j$$

$$p_2 = -5528 - 2336j$$

Найдем ток на катушке

Составим и решим дифференциальное уравнение:

$$i_3(t) = i_{3пп}(t) + i_{3св}(t)$$

$$i_{3св}(t) = Be^{(-5528t)} * sin(2336t + \psi)$$

$$i_3(t) = 0{,}378 sin(10^4 t - 74{,}40^o) + Be^{(-5528t)} * sin(2336t + \psi)$$

$$\frac{di_3(t)}{dt} = 0{,}378 * 10^4 \cos(10^4 t - 74{,}40^o) - 5528Be^{(-5528t)}\sin(2336t + \psi) + 2336 * Be^{(-5528t)}\cos(2336t + \psi)$$

$$i_3(0+) = 0{,}378 sin(-74{,}397) + Bsin(\psi)$$

$$\frac{di_3(0+)}{dt} = 0{,}378 * 10^4 \cos(-74{,}40^o) - 5528B\sin(\psi) + 2336 * B\cos\psi$$

$$R_3 i_3(0+) + L\frac{di_3(0+)}{dt} + R_2 i_2(0+) + U_c(0+) = e(0+)$$

$$R_3 i_3(0+) + L\frac{di_3(0+)}{dt} + R_1 i_1(0+) = e(0+)$$

По 1 закону Кирхгофа:

$$i_3(0+) = i_2(0+) + i_1(0+)$$

По теореме коммутации:

$$e(0+) = e(0-) = 0$$

$$\frac{di_3(0+)}{dt} = 712{,}69$$

Тогда: ψ = 26,47°, B = 0,82. Ток $i_3(t) = i_L(t)$ на катушке равен: $0{,}378sin(10^4t - 74{,}40^o) + 0{,}82e^{(-5528t)}sin(2336t + 26{,}47^o)$.

Найдем ток на конденсаторе

Составим и решим интегральное уравнение:

$$i_2(t) = i_{2пп}(t) + i_{2св}(t)$$

$$i_{2св}(t) = Be^{(-5528t)} * sin(2336t + \psi)$$

$$i_2(t) = 0{,}227sin(10^4t - 30{,}06^o) + Be^{(-5528t)} * sin(2336t + \psi)$$

$$\int i_2dt = 0{,}227 * 10^4cos(10^4t - 30{,}06^o) - 5528Be^{(-5528t)}sin(2336t + \psi) + 2336Be^{(-5528t)}cos(2336t + \psi)$$

$$i2(0+) = 0{,}227sin(-30{,}059) + Bsin(\psi)$$

$$\int i_2dt = 0{,}227 * 10^4cos(-30{,}06^o) - 5528Bsin(\psi) + 2336Bcos(\psi)$$

$$R_3i_3(0+) + U_L(0+) + R_2i_2(0+) + \frac{1}{C}\int i_2dt = e(0+)$$

$$R_3i_3(0+) + U_L(0+) + R_1i_1(0+) = e(0+)$$

По 1 закону Кирхгофа:

$$i_3(0+) = i_2(0+) + i_1(0+)$$

По теореме коммутации:

$$e(0+) = e(0-) = 0$$

$$\int i_2dt = 0$$

Тогда: ψ = 87,28°, B = 0,36. Ток $\mathrm{i}_2(\mathrm{t}) = \mathrm{i}_\mathrm{C}(\mathrm{t})$ на конденсаторе равен:
$0{,}227sin(10^4t - 30{,}06^o) + 0{,}36e^{(-5528t)}sin(2336t + 87{,}28^o)$.

Найдем напряжение на катушке

Составим и решим интегральное уравнение:

$$U_L(t) = U_{L\text{пр}}(t) + U_{L\text{св}}(t)$$

$$U_{\text{св}}(t) = Be^{(-5528t)}sin(2336t + \psi)$$

$$U_L(t) = 132{,}435sin(10^4t + 15{,}60^o) + Be^{(-5528t)}sin(2336t + \psi)$$

$$\int U_L(t)dt = 132{,}435 * 10^4cos(10^4t + 15{,}60^o) + 2336Be^{(-5528t)}cos(2336t + \psi)$$
$$-5528Be^{(-5528t)}sin(2336t + \psi)$$

$$U_L(0+) = 132{,}435sin(15{,}603) + Bsin(\psi)$$

$$\int U_L(0+)dt = 132{,}435 * 10^4cos(15{,}60^o) + 2336Bcos(\psi) - 5528Bsin(\psi)$$

$$\int U_L(0+)dt = i_3(0+) * L = 0 * 35.0 * 10^{(-3)} = 0$$

Тогда: ψ = 3,23°, B = -631,45. Напряжение $U_L(t)$ на катушке равно:
$132{,}435sin(10^4t + 15{,}60^o) - 631{,}45e^{(-5528t)}sin(2336t + 3{,}23^o)$.

Найдем напряжение на конденсаторе

Составим и решим дифференциальное уравнение:

$$U_\text{C}(t) = U_{\text{Cпр}}(t) + U_{\text{Cсв}}(t)$$

$$U_{\text{св}}(t) = Be^{(-5528t)}sin(2336t + \psi)$$

$$U_\text{C}(t) = 26{,}445sin(10^4t - 120{,}06^o) + Be^{(-5528)}tsin(2336t + \psi)$$

$$\frac{dU_c(t)}{dt} = 26{,}445 * 10^4cos(10^4t - 120{,}06^o) - 5528Be^{(-5528t)}sin(2336t + \psi)$$
$$+ 2336Be^{(-5528t)}cos(2336t + \psi)$$

$$U_C(0+) = 26{,}445sin(-120{,}059) + Bsin(\psi)$$

$$\frac{dU_c(t)}{dt} = 26{,}445 * 10^4 cos(-120{,}06^o) - 5528Bsin(\psi) + 2336Bcos(\psi)$$
$$\frac{dU_c(t)}{dt} = \frac{i_2(0+)}{C} = \frac{0{,}249}{0{,}86 * 10^-6} = 290048{,}32$$

Тогда: ψ = 177,64°, B = -164,96. Напряжение $U_c(t)$ на конденсаторе равно: $26{,}445sin(10^4t - 120{,}06^o) - 164{,}96e^{(-5528t)}sin(2336t + 177{,}64^o)$.

Постоянная времени переходного процесса: $\tau = \left|\frac{1}{p_{min}}\right| = 0{,}428$мс. Время переходного процесса $t_{пп} = 3 * \tau = 1{,}28$мс.

Графики переходных процессов

Графики переходных процессов сил тока на катушке $i_L(t)$ и конденсаторе $i_C(t)$:

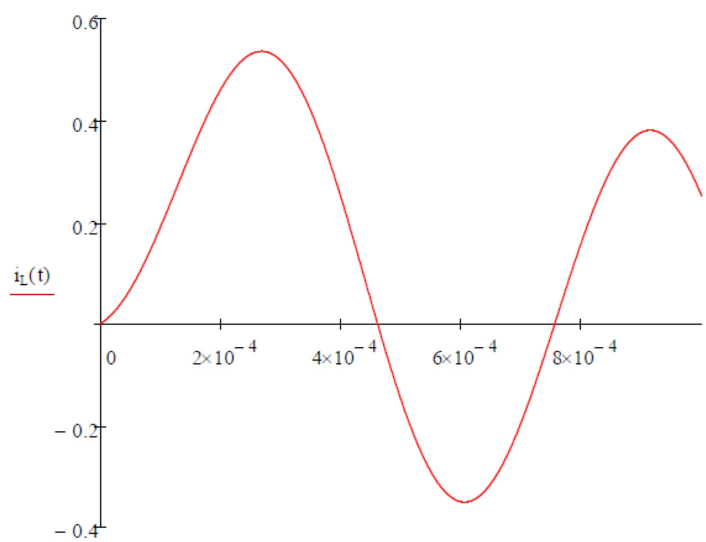

Рисунок 3

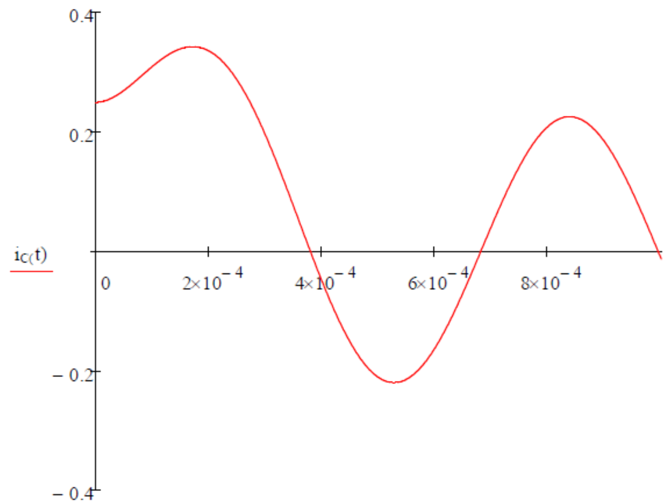

Рисунок 4

Графики переходных процессов напряжений на катушке $U_L(t)$ и конденсаторе $U_C(t)$:

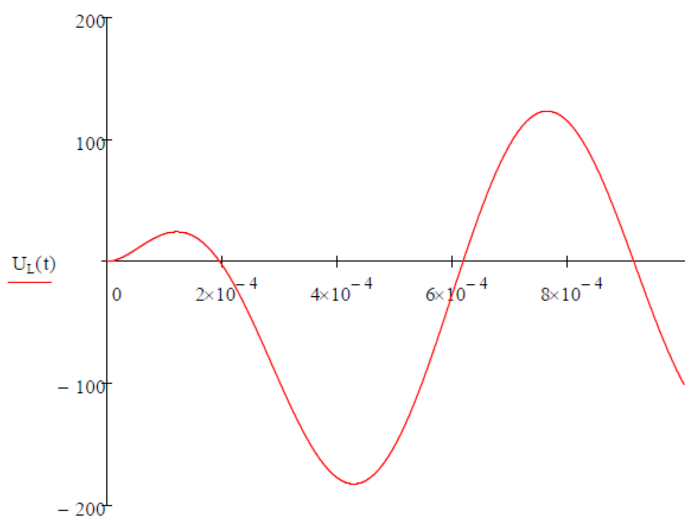

Рисунок 5

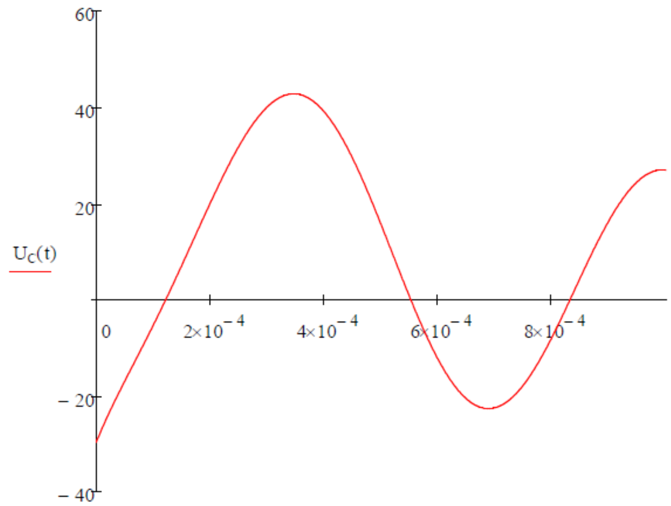

Рисунок 6

Расчет схемы операторным методом

По условию ключ К1 разомкнут, а ключ К2 переводится из положения 1 в положение 2. Построим эквивалентную операторную схему цепи согласно варианту: Рисунок 3. Реактивные элементы на ней покажем, как короткое замыкание и обрыв.

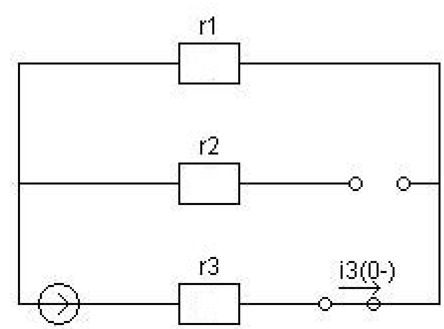

Рисунок 7

$$i_3(0-) = \frac{E}{r_3 + r_1} = \frac{121}{29 + 100} = 0{,}938\ A$$

$$U_C(0-) = i_3(0-) * r_1 = 93{,}798B$$

Составим операторную схему замещения для послекоммутационной цепи: Рисунок 4.

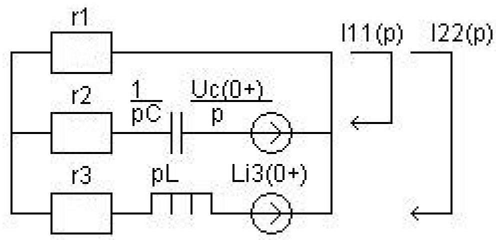

Рисунок 8

Опишем цепь по методу контурных токов:

$$\left(r_2+\frac{1}{pC}+r_1\right)*I_{11}(p)+r_1I_{22}(p)=-\frac{u_c(0+)}{p}$$
$$r_1I_{11}(p)+(r_1+r_3+pL)I_{22}(p)=Li_3(0+)$$

Решая полученную систему с помощью определителей, получим:

$$I_{11}(p)=-\frac{p[LC(u_C(0+)+i_3(0+)r_1)]+C(r_1+r_3)u_C(0+)}{p^2LC(r_1+r_2)+p[C(r_1+r_2)(r_1+r_3)+L-Cr_1{}^2]+(r_1+r_3)}$$

$$I_{22}(p)=-\frac{pC(r_1+r_2)Li_3(0+)+Li_3(0+)+r_1Cu_C(0+)}{p^2LC(r_1+r_2)+p[C(r_1+r_2)(r_1+r_3)+L-Cr_1{}^2]+(r_1+r_3)}$$

Разделив числитель и знаменатель в двух последних выражениях на $LC(r_1+r_2)$ и подставив численные значения:

$$I_{11}(p)=-\frac{0{,}000p+2607}{p^2+7718p+22*10^6}$$
$$I_{22}(p)=\frac{0{,}938p+4137}{p^2+7718p+22*10^6}$$
$$U_C(p)=\frac{u_C(0+)}{p}+\frac{1}{pC}I_{11}(p)$$

После подстановки:

$$U_C(p)=\frac{93{,}80}{p}-\frac{0{,}000*10^6p+2037*10^6}{p*(p^2+7718p+22*10^6)}$$

$$F(p) = \frac{M(p)}{N(p)}$$
$$N(p) = p^2 + 7718p + 22 * 10^6$$
$$N'(p) = 2p + 7718$$

Решая характеристическое уравнение $p^2 + 7718p + 22 * 10^6 = 0$, находим два корня:

$$p_1 = -3859 + 2612j$$
$$p_2 = -3859 - 2612j$$

Найдем ток индуктивности. По теореме разложения:

$$i_3(t) = \frac{M(p_1)}{N'(p_1)} e^{(p_1 t)} + \frac{M(p_2)}{N'(p_2)} e^{(p_2 t)} = 2Re \frac{M(p_1)}{N'(p_1)} e^{(p_1 t)}$$
$$= 0{,}959 e^{(-3859t)} sin(2612t + 78{,}08^o)\ A$$

Найдем переходное напряжение на емкости:

$$U_C(p) = U_1(p) + U_2(p)$$
$$u_C(t) = u_1(t) + u_2(t)$$
$$U_1(p) = \frac{93{,}8}{p}$$
$$U_2(p) = -\frac{0 * 10^6 p + 2037 * 10^6}{\mathrm{p}(\mathrm{p}^2 + 7718\mathrm{p} + 22 * 10^6)} = \frac{\mathrm{M(p)}}{\mathrm{N(p)}}$$

Изображению $U_1(p)$ в области оригиналов будет соответствовать константа $u_1(t) = 93{,}80$. Оригинал $u_2(t)$ определим с помощью теоремы разложения.
Т. к. характеристическое уравнение $N(p) = 0$ имеет 3 корня $p = 0$; $p = -3859 + 2612j$; $p = -3859 - 2612j$:

$$u_2(t) = \frac{M(p_1)}{N'(p_1)} e^{(p_1 t)} + \frac{M(p_2)}{N'(p_2)} e^{(p_2 t)} + \frac{M(p_3)}{N'(p_3)} e^{(p_3 t)}$$
$$= -93{,}80 + 167 e^{(-3859t)} sin(2612t + 34^o)$$

Тогда, складывая $u_1(t)$ и $u_2(t)$: $U_C(t) = 167 e^{(-3859t)} sin(2612t + 34{,}09^o)\ B$.

Графики переходных процессов

Графики переходных процессов по току $i(t)$ и напряжению $U_C(t)$:

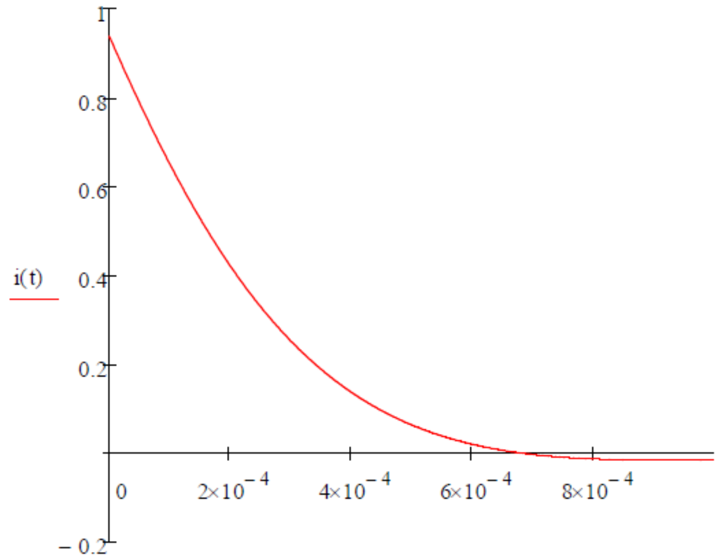

Рисунок 7

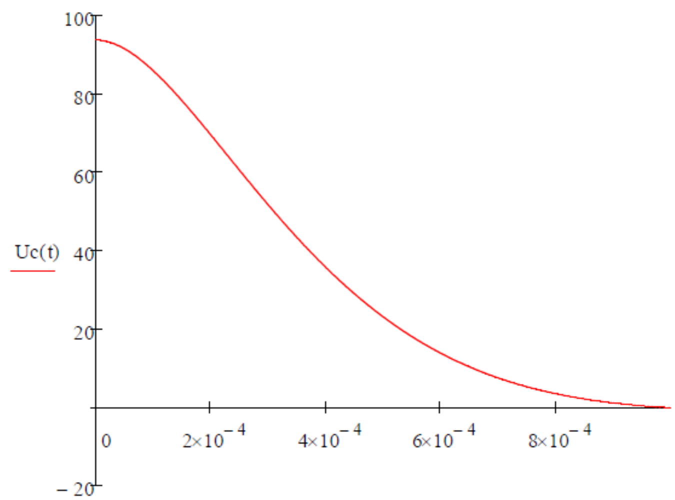

Рисунок 8