Актуальные школьные материалы для темы «Ряды»

I) Приведение выражения к общему знаменателю (частный случай)

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+cb}{bd}$, обратное действие – *почленное деление*:

$$\frac{ad+cb}{bd}=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{bd}=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$$

Аналогично для вычитания: $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-cb}{bd}$

II) Степени

Степень – это свёрнутая запись произведения: $x^k=\underbrace{x\cdot x\cdot\ldots\cdot x}_{k\ \text{раз}}$, при этом x называют *основанием* степени, а k – *показателем* степени. Например:

$2^4=\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{4\ \text{раза}}$, $4^2=\underbrace{4\cdot 4}_{2\ \text{раза}}$, $10^{12}=\underbrace{10\cdot 10\cdot\ldots\cdot 10}_{12\ \text{раз}}$

Так как два «минуса» дают «плюс», то отрицательное число в **чётной** степени – положительно:

$(-4)^2=(-4)\cdot(-4)=16,\qquad (-1)^4=(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)=1$,

а отрицательное число в **нечётной** степени – отрицательно:

$\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8},\qquad (-1)^5=(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)=-1$

НЕ ПУТАТЬ с записями $-1^4, -1^5$!!!

Здесь знак «минус» к основанию степени не относится:

$-1^4=-1\cdot 1\cdot 1\cdot 1=-1$

$-1^5=-1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1=-1$

Основные правила действий со степенями:

$\frac{1}{x^a}=x^{-a}$

$x^a\cdot x^b=x^{a+b}$, в частности: $\frac{x^a}{x^b}=x^a\cdot x^{-b}=x^{a-b}$

$(x^a)^b=x^{a\cdot b}$

Радикал можно представить в виде $\sqrt[b]{x^a}=x^{\frac{a}{b}}$, разумеется, все правила применимы и справа налево.

И ещё одна важная штука: $\sqrt{x^2}=|x|$ (информация о модуле чуть ниже).

III) Упрощение многоэтажных дробей

1) Дробь $\frac{a}{b}$ делится на число c. $\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b\cdot c}$	2) Число a делится на дробь $\frac{b}{c}$. $\frac{a}{\frac{b}{c}}=\frac{a\cdot c}{b}$
3) Дробь $\frac{a}{b}$ делится на дробь $\frac{c}{d}$. $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$	Все три правила применимы и справа налево, то есть из двухэтажной дроби можно искусственно сделать трёх- или четырёхэтажную дробь

IV) Решение квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$

Сначала нужно найти дискриминант: $D=b^2-4ac$

Если $D>0$, то уравнение имеет два различных действительных корня:

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a},\quad x_2=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$$

Если $D=0$, то уравнение имеет два совпавших (кратных) корня:

$$x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$$

Квадратный трёхчлен раскладывается на множители следующим образом:

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

V) Модуль (абсолютное значение)

Грубо говоря, модуль «уничтожает» возможный знак «минус»:

$|4|=4,\quad |-4|=4,\quad |0|=0,\quad \left|\frac{10}{3}\right|=\frac{10}{3},\quad |-2{,}5|=2{,}5$ и т.д.

Таким образом, модуль произвольного числа x всегда неотрицателен: $|x|\geq 0$.

Уравнение $|x|=\alpha$ имеет два корня: $x_1=-\alpha,\quad x_2=\alpha$ (если $\alpha=0$, то корень один).

Неравенство $|x|<\alpha$ раскрывается через двойное неравенство $-\alpha<x<\alpha$.

Неравенство $|x|>\alpha$ раскрывается через *совокупность* неравенств $\left[\begin{array}{l} x<-\alpha \\ x>\alpha \end{array}\right.$, то есть «икс» **либо** меньше $-\alpha$, **либо** больше α.

Аналогичные выкладки справедливы и для нестрогих неравенств $|x|\leq\alpha,\quad |x|\geq\alpha$.