

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение высшего образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Лабораторная работа № 1 по дисциплине

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

на тему

«Экономико-математические методы и модели
решения задачи управления запасами в АСУ предприятия»

Вариант 8

Выполнили
ст. гр. 820601
Букшта П.А.
Осененько Н.Ю.
Шведов А.Р.

Проверил преп. каф. ИТАС
Ломако А.В.

Минск 2021

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение теоретических сведений об использовании экономико-математических методов и моделей при решении задач в функциональных подсистемах АСУ предприятия на примере задачи управления запасами.

Приобретение практических навыков постановки и решения вероятностной задачи управления запасами в составе АСУ предприятия.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Решить задачу управления запасом определенного продукта. Потребность в продукте считать случайной величиной, распределенной по Гауссовскому закону, с математическим ожиданием V и стандартным отклонением σ . Модель пополнения запаса – уровневая. Определить размер партии заказа, точку заказа, вероятность дефицита. В ходе решения задачи для вычисления вероятностей использовать табличный процессор *Excel*.

Согласно варианту задания, исходные данные имеют значения, представленные в табл. 1.

Таблица 1 – Исходные данные

V , шт./день	σ , шт./день	C , ден.ед.	K , ден.ед.	S , ден.ед./год	d , ден.ед./год	θ , дней
70	5	4	40	0,3	0,8	8

3 ХАРАКТЕРИСТИКА ЗАДАЧИ: КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧИ, ИСКОМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Данная задача является **вероятностной**, так как один из параметров задачи – потребность в продукте – является случайной величиной. Данная задача является **однопродуктовой**. Задача является **статической**, так как параметры предполагаются одинаковыми для любого планового периода (например, для любого дня или любого года). В данной задаче не используется скидка на размер заказа: цена одной детали составляет 4 ден.ед., независимо от количества закупаемых деталей.

Согласно постановке задачи, для ее решения требуется использовать **уровневую модель**, т.е. заказывать очередную партию продукта при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня.

План управления запасом продукта необходимо составить таким образом, чтобы минимизировать общие затраты, связанные с запасом продукта. Эти затраты включают:

- затраты на приобретение продукта. Расход продукта составляет в среднем 70 шт/день, или $365 \cdot 70 = 28800$ шт/год. Таким образом, затраты на их приобретение составят $4 \cdot 70 = 280$ ден.ед./день, или $365 \cdot 280 = 102\,200$ ден.ед./год;
- затраты, связанные с партиями продукта. Затраты на получение одной партии, независимо от ее размера, составляют 40 ден.ед.;
- затраты на хранение продукта. Чем крупнее размер партии закупаемого продукта, тем больше продукта потребуется хранить на складах предприятия и тем большую величину составят затраты на их хранение;
- потери от дефицита продукта. Чем больше продукта будет закупать предприятие, тем меньше будет вероятность их дефицита и тем меньше – потери, связанные с дефицитом. Однако в этом случае будут возрастать затраты на приобретение продукта, затраты на их хранение, а также затраты, связанные с партиями продукта.

Составление плана управления запасами в данном случае состоит в определении следующих величин:

- размер заказа q ;
- точка заказа r .

4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРА ПАРТИИ

Размер партии (заказа) определяется по следующей формуле:

$$q = \sqrt{\frac{2KV}{s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 25\,550}{0,3}} = 2610 \text{ шт.}$$

Таким образом, размер партии продукта, заказываемой предприятием, будет составлять 2610 шт.

5 АНАЛИЗ ПОТРЕБНОСТИ В ПРОДУКТЕ В ТЕЧЕНИЕ ПЕРИОДА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАКАЗА

Заказ выполняется за $\theta = 8$ дней. Так как потребность в продукте в течение одного дня представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону со средним значением (математическим ожиданием) $V=70$ шт., то потребность в продукте в течение восьми дней также можно считать случайной величиной, распределенной по гауссовскому закону, со средним значением $V_{\theta} = 8 \cdot 70 = 560$ шт.

Стандартное отклонение потребности в продукте за один день составляет $\sigma=5$ шт.

Дисперсия $D = \sigma^2 = 25$ шт².

Дисперсию потребности в деталях за период θ : $D_\theta = \theta \cdot D = 8 \cdot 25 = 200$ шт².

Стандартное отклонение потребности в деталях за период θ составляет $\sigma_\theta = \sqrt{D_\theta} = \sqrt{200} = 14,1$ шт.

Таким образом, точка заказа должна быть не меньше средней потребности в деталях за срок выполнения заказа, т.е. 560 шт.

Проанализируем возможные значения потребности в деталях за срок выполнения заказа (т.е. за $\theta=8$ дней), превышающие среднюю потребность.

Рассмотрим возможные значения потребности в деталях, превышающие среднюю потребность, с шагом 10 шт.

Найдем, например, вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период θ (будем обозначать эту величину как X) составит от 560 до 570 шт.

$$P(560 < X < 570) = P(X < 570) - P(X < 560) = 0,76 - 0,5 = 0,26.$$

Аналогично найдем вероятности того, что потребность в продукте будет принимать значения из других диапазонов. Эти величины сведены в табл. 2.

Таблица 2 – Вероятности попадания в диапазоны

Диапазон значений потребности в продукте X , $(a; b)$	(560; 570)	(570; 580)	(580; 590)	(590; 600)	(600; 610)	(610; 620)
Вероятность, $P(a < X < b)$	0,26	0,16	0,06	0,01	0,0002	0,0001

Вероятность того, что потребность в продукте превысит 620 шт., близка к нулю.

Для упрощения расчетов вместо интервалов значений потребности в деталях будем рассматривать средние значения этих интервалов. Будем считать, что потребность в продукте может принимать значение 650 шт. с вероятностью 0,42197, значение 670 – с вероятностью 0,07575, и т.д. Эти значения приведены в табл. 3.

Таблица 3 – Вероятности потребности в деталях

Потребность в деталях (X), шт.	565	575	585	595	605	615
Вероятность	0,26	0,16	0,06	0,01	0,0002	0,0001

6 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧКИ ЗАКАЗА

Рассмотрим возможные значения точки заказа r . Как показано выше, она должна составлять не менее 560 шт.

Предположим, что точка заказа $r=565$. Заказ будет выполнен за время $\Theta=8$ дней. Дефицит возникнет, если потребность в продукте за этот период составит свыше 565 шт. При выполнении расчетов будем предполагать, что потребность в продукте, превышающая 595 шт., может составлять $X=595$, 605 или 615 шт. Вероятности этих значений указаны в табл. 3. Дефицит определяется как $X-r = X-560$ шт. Таким образом, будем считать, что дефицит может принимать значения 10 (с вероятностью 0,16), 20 (с вероятностью 0,06) или 30 шт. (с вероятностью 0,01).

Средний дефицит (математическое ожидание дефицита) при каждой поставке партии деталей:

$$y_1 = 10 \cdot 0,16 + 20 \cdot 0,06 + 30 \cdot 0,01 = 3,1 \text{ шт.}$$

Так как годовая потребность в продукте составляет в среднем $V=25\,550$ шт., а размер партии – $q=2610$ шт., в течение года потребуется в среднем $N = V/q = 25\,550/2610=9,8$ поставок. Значит, средний дефицит за год составит $y=N \cdot y_1=9,8 \cdot 1,76=17,25$ шт.

Найдем составляющие средних годовых затрат, связанных с запасом продукта:

- затраты на приобретение продукта:

$$Z_{\text{приобр}} = C \cdot V = 4 \cdot 25\,550 = 102\,200 \text{ ден.ед./год;}$$

- затраты, связанные с партиями продукта:

$$Z_{\text{парт}} = K \frac{V}{q} = 40 \cdot \frac{25\,550}{2610} = 391,57 \text{ ден.ед/год;}$$

- затраты на хранение продукта:

$$Z_{\text{хран}} = S \left(\frac{q}{2} + r - V_{\theta} \right) = 0,3 \left(\frac{2610}{2} + 565 - 560 \right) = 393 \text{ ден.ед/год;}$$

- потери от дефицита продукта:

$$P_{\text{деф}} = d \cdot y = 0,8 \cdot 17,25 = 13,8 \text{ ден.ед/год.}$$

Таким образом, средние годовые затраты, связанные с запасом продукта, составят:

$$Z = Z_{\text{приобр}} + Z_{\text{парт}} + Z_{\text{хран}} + P_{\text{деф}} = 102994 \text{ ден.ед./год.}$$

Аналогично выполним расчеты для других возможных значений точки заказа. Результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4 – Значения средних годовых затрат

Точка заказа (r), шт.	565	575	585	595	605	615
Средние годовые затраты (Z), ден.ед./год	103011	103001	102994	102996	102999	103002

Таким образом, затраты, связанные с запасом, принимают минимальное значение при точке заказа $r=585$ шт.

7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕФИЦИТА

Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа ($\theta = 8$ дней) превысит 585 шт. Эта потребность представляет собой гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием 560 и стандартным отклонением 14,1. Найдем вероятность того, что эта величина не превысит 585.

$$P(X < 670) = 0,933.$$

Следовательно, вероятность дефицита составит $1 - 0,933 = 0,067$.

8 РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И ВЫВОДЫ

В результате решения задачи были получены следующие величины: размер партии продукта $q = 2610$ шт., точка заказа $r = 585$ шт. Значит, требуется заказывать партию продукта в количестве 2610 шт., когда запас деталей на предприятии снижается до 670 шт. Средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят 102 994,1 ден.ед./год. При этом вероятность дефицита составляет 0,67 %.