

## Лекция №17.

Цель лекции №17:

Ознакомившись с лекцией №16 по теории электрических цепей студент должен знать:

1. Определение нелинейных элементов и нелинейных цепей.
2. Основные нелинейные элементы.
3. Основные способы задания вольт – амперных характеристик нелинейных элементов.
4. Определение статического и дифференциального сопротивлений НЭ.
5. Назначение применения НЭ.
6. Основные методы расчета нелинейных цепей постоянного тока.

### 17.1 НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 17.1.1 Нелинейные элементы, их характеристики и параметры

*Нелинейные* – это такие элементы, параметры которых существенно зависят от тока и напряжения. Физические характеристики таких элементов не могут быть описаны уравнением прямой линии. Нелинейные элементы (в дальнейшем НЭ) не обладают определенным значением параметра сопротивления  $R$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$ . На электрических схемах НЭ обозначаются следующим образом (рис. 17.1):

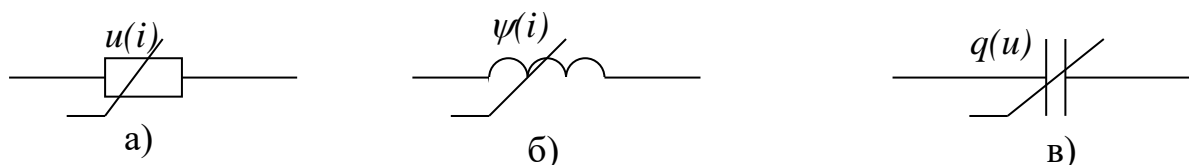


Рисунок 17.1 Обозначение нелинейного резистора, нелинейной индуктивности и емкости.

При расчете электрических цепей нелинейные элементы описываются их физическими характеристиками в исследуемом диапазоне значений физических параметров. Различают следующие названия характеристик: а) для нелинейного резистора  $u=f(i)$  или  $i=f(u)$  – вольт-амперная характеристика или сокращенно ВАХ; б) для нелинейной катушки  $\psi=f(i)$  или  $i=f(\psi)$  – вебер-амперная характеристика или сокращенно ВАХ; в) для нелинейного

конденсатора  $q=f(u)$  или  $u=f(q)$  – кулон-вольтная характеристика или сокращенно КВХ.

Физические характеристики нелинейных элементов задаются тремя способами:

1) графической диаграммой функции  $y=f(x)$ , например, для нелинейного резистора ВАХ  $u=f(i)$  показана на рисунке 17.2;

2) таблицей координат точек функции  $y=f(x)$  в исследуемом диапазоне значений физических величин, например, для нелинейного резистора ВАХ  $u=f(i)$  задана табл. 17.1;

3) в виде нелинейного математического уравнения  $y=f(x)$ , которое приближенно описывает функцию в исследуемом диапазоне значений физических величин, например, для нелинейного резистора ВАХ  $u=f(i)$  задана уравнением  $u=100i^2$ .

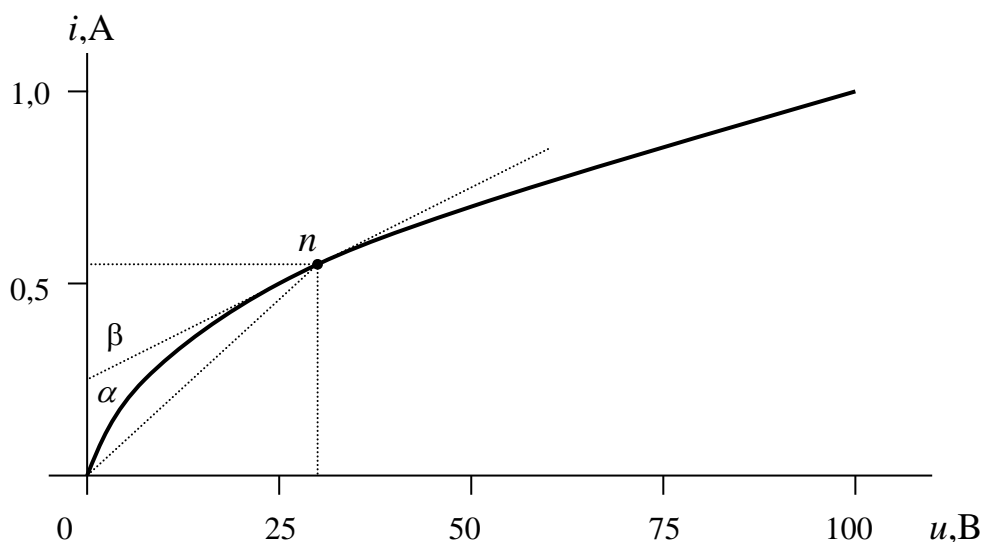


Рисунок 17.1 Пример вольтамперной характеристики нелинейного резистора

Таблица 17.1

$i, A$	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
$u, B$	9	25	49	64	81	100	121

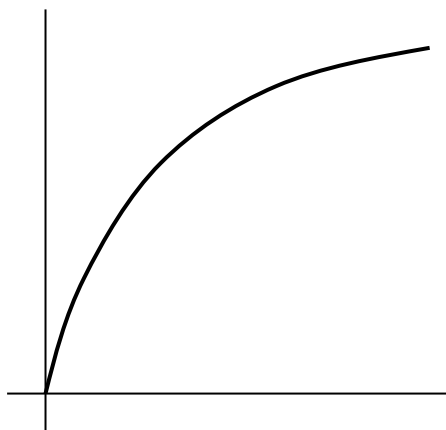
Для нелинейного элемента определяют *статические* и *дифференциальные* параметры. Для нелинейного резистора рисунка 17.1 в каждой точке характеристики  $u=f(i)$  могут быть определены статическое и дифференциальное сопротивления:

$$R_{cm} = \frac{u}{i} = \frac{m_u}{m_i} \operatorname{tg} \alpha, \quad R_d = \frac{du}{di} = \frac{m_u}{m_i} \operatorname{tg} \beta$$

Оба сопротивления зависят от параметров режима ( $u$ ,  $i$ ), т.е. от положения точки на ВАХ. Как следует из графической диаграммы рисунка 17.1 для рассматриваемой точки  $n$   $\alpha \neq \beta$  и, следовательно,  $R_{cm} \neq R_d$ . Статическое сопротивление нелинейного резистора  $R_{cm}$  во всех точках ВАХ всегда положительно ( $R_{cm} > 0$ ), а дифференциальное сопротивление на некоторых участках ВАХ может быть отрицательным.

Ниже приводятся графические диаграммы ВАХ некоторых нелинейных элементов, наиболее часто встречающихся в электрических цепях (рис. 17.2 а, б, в, г).

На рис. 17.2,а представлена графическая диаграмма ВАХ  $i=f(u)$  для лампы накаливания. Характерная особенность ВАХ: увеличение  $R_{cm}$  с ростом тока, что объясняется зависимостью сопротивления металлов от температуры. Для ламп накаливания  $R_{гор} / R_{хол} \approx 10$ .



а)



б)

Рисунок 17.2 Вольтамперные характеристики а) лампы накаливания;  
б)

На рисунке 17.2,б представлена ВАХ  $i=f(u)$  полупроводникового диода. ВАХ имеет ярко выраженную несимметричную форму в положительной и отрицательной областях, при этом  $R_{\text{п}} \ll R_{\text{о}}$ . Элементы такого типа применяются для преобразования переменного тока в постоянный.

### 17.1.2 Нелинейные цепи и их свойства

Электрическая цепь называется *нелинейной*, если она содержит хотя бы один нелинейный элемент.

Состояние нелинейной цепи постоянного тока в установившемся режиме можно описать системой нелинейных алгебраических уравнений, составленных для схемы цепи по законам Кирхгофа. В математике не существует стандартных методов решения систем нелинейных алгебраических уравнений, и, как следствие, на практике не существует общих методов расчета нелинейных цепей постоянного тока, таких, как метод контурных токов и метод узловых потенциалов для линейных цепей.

Одна из главных особенностей нелинейных цепей состоит в том, что к ним неприменим принцип наложения. Докажем это положение на примере расчета схемы рисунка 17.3, в которой включены последовательно два источника ЭДС ( $E_1, E_2$ ) и нелинейный резистор с заданной ВАХ  $I = kU^2$ .

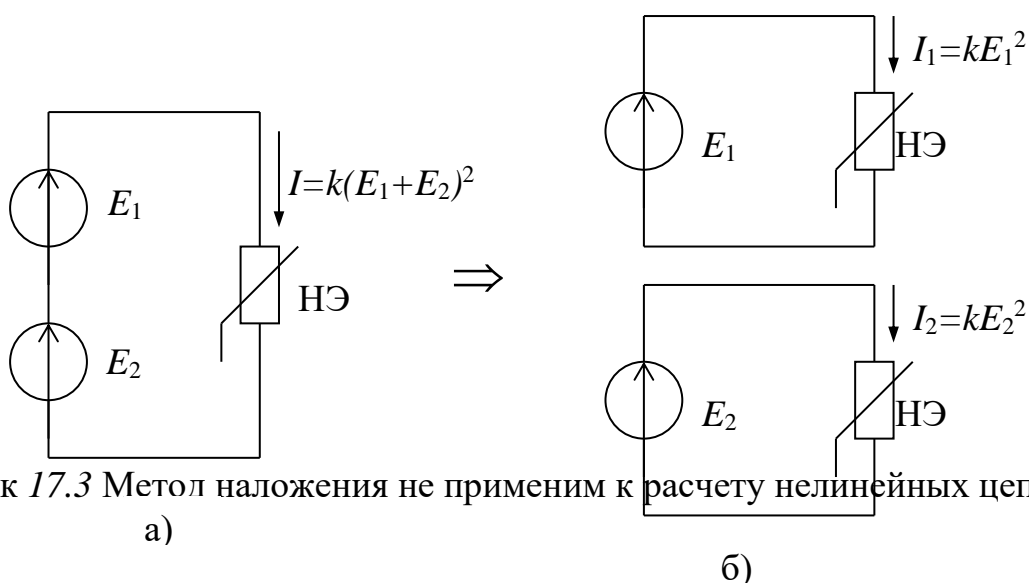


Рисунок 17.3 Метод наложения не применим к расчету нелинейных цепей.

Действительный ток в исходной схеме рисунка 17.3,а определится по заданному уравнению ВАХ:

$$I = kU^2 = k(E_1 + E_2)^2 = k(E_1^2 + 2E_1E_2 + E_2^2).$$

Ток, рассчитанный по методу наложения (рис. 3б):

$$I_p = I_1 + I_2 = kE_1^2 + kE_2^2 = k(E_1^2 + E_2^2).$$

Сравнение правых частей равенств показывает, что  $I \neq I_p$ .

В нелинейных цепях могут возникать особые процессы, которые в принципе невозможны в линейных цепях. Многообразием таких процессов объясняется широкое применение устройств на нелинейных элементах в различных областях современной техники. Современные средства связи, радиоэлектроника, компьютерная техника основаны на использовании нелинейных свойств элементов электрических цепей.

Нелинейные цепи могут использоваться для:

- 1) преобразования переменного тока в постоянный или выпрямление;
- 2) преобразование постоянного тока в переменный произвольной частоты или инвертирование;
- 3) преобразование переменного тока одной частоты в переменный ток другой частоты;
- 4) стабилизация режимных параметров (напряжения или тока) на некоторых участках цепи при изменении этих параметров на других участках;
- 5) трансформация постоянного тока и напряжения;
- 6) усиление сигналов по напряжению, по току или по мощности;
- 7) возможность существования нескольких установившихся режимов цепи при одних и тех же параметрах источников энергии;
- 8) скачкообразные изменения режима цепи; и т.д.

## **17.2 МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА.**

### **17.2.1 Графический метод расчета простых нелинейных цепей**

Сущность графического метода расчета состоит в том, что решение нелинейных уравнений, составленных для схемы по законам Кирхгофа, выполняется графически путем графического сложения соответствующих ВАХ элементов.

Пусть нелинейная цепь состоит из двух нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2, включенных последовательно с источником Э.Д.С. (рис. 17.4,а). ВАХ нелинейных элементов заданы графически (рис. 17.4,б).

Уравнения Кирхгофа для схемы:

$$U_1 + U_2 = E$$

$$I_1 = I_2 = I$$

В соответствии с уравнениями производится сложение ВАХ отдельных элементов  $U_1(I)$  и  $U_2(I)$  по оси напряжений (последовательно), в результате чего получается ВАХ для всей схемы  $U(I)$ . На этой характеристике для значения  $U=E$  определяется положение рабочей точки  $n$ . Последовательность графического решения показана на рис. 17.4,б стрелками.

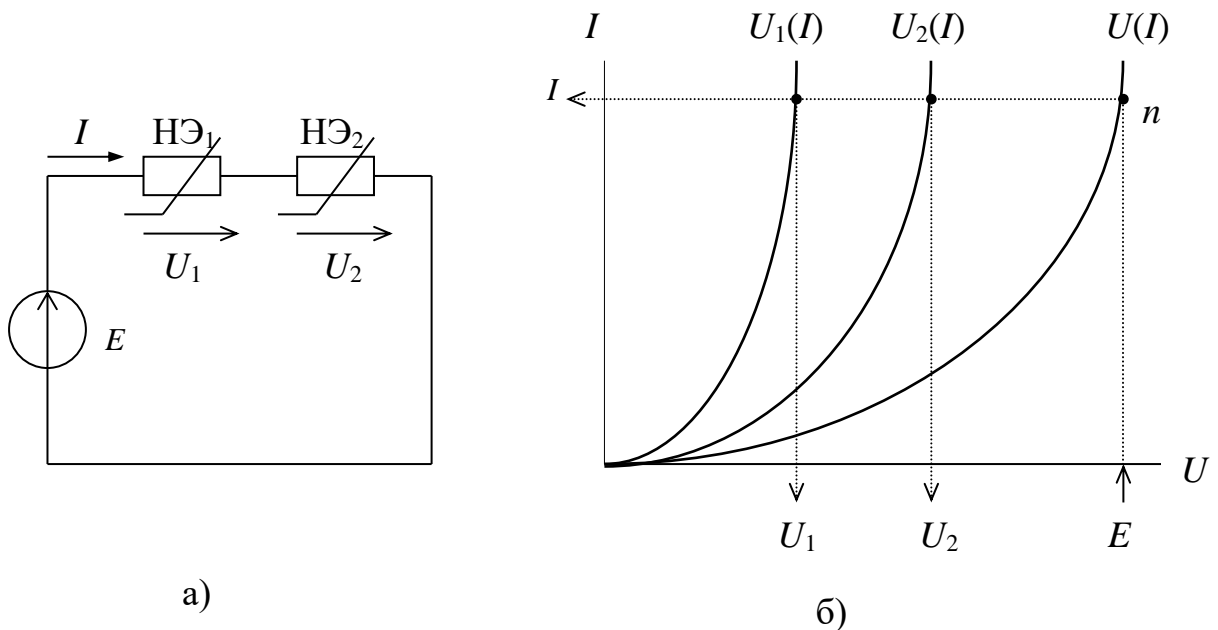


Рисунок 17.4 Применение 1-го закона Кирхгофа в графическом методе анализа нелинейной цепи.

Пусть нелинейная цепь состоит из двух нелинейных элементов НЭ<sub>1</sub> и НЭ<sub>2</sub>, включенных параллельно с источником Э.Д.С  $E$  (рис. 17.5,а). ВАХ нелинейных элементов заданы графически (рис. 17.5,б).

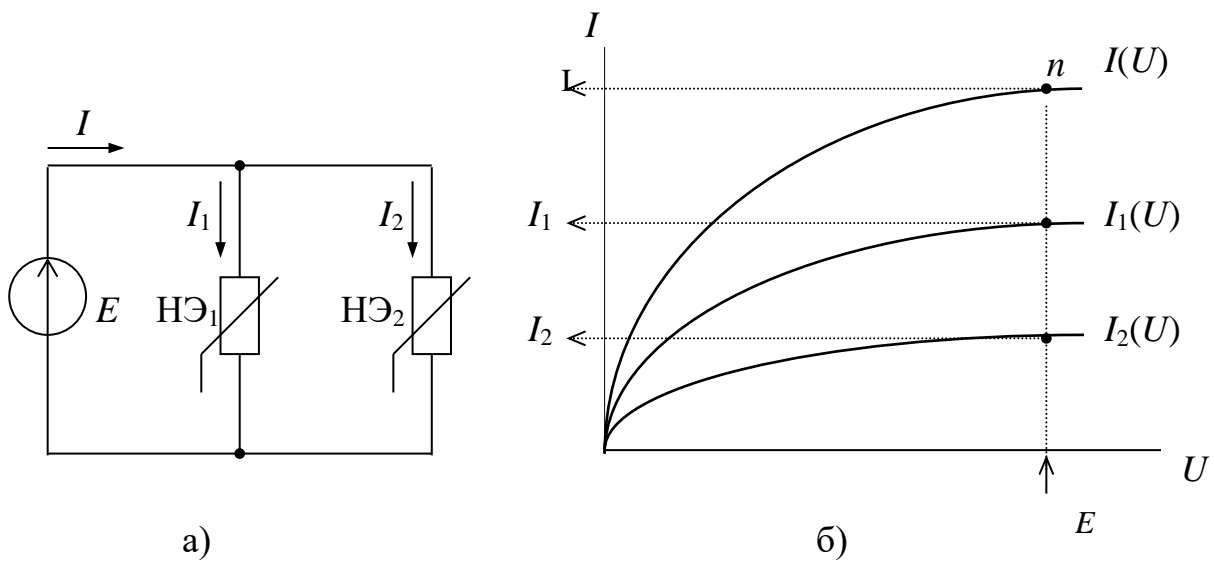


Рисунок 17.5 Применение 2-го закона Кирхгофа в графическом методе анализа нелинейной цепи.

Уравнения Кирхгофа для схемы:

$$I_1 + I_2 = I$$

$$U_1 = U_2 = E$$

В соответствии с уравнениями производится сложение ВАХ отдельных элементов  $I_1(U)$  и  $I_2(U)$  по оси токов (параллельно), в результате чего получается ВАХ для всей схемы  $I(U)$ . На этой характеристике для заданного значения  $U=E$  определяется положение рабочей точки  $n$ . Последовательность графического решения показано на рис. 17.5,б стрелками.

Пусть нелинейная цепь состоит из двух нелинейных элементов НЭ1 и НЭ2 и линейного резистора  $R_3$ , включенных по смешанной схеме (рис. 17.6,а). ВАХ нелинейных элементов заданы графически (рис. 17.6,б), а резистор – своим сопротивлением  $R_3$ . Диаграмма ВАХ для линейного резистора строится в той же системе координат согласно уравнению закона Ома  $U_3 = I_3 \cdot R_3$ :

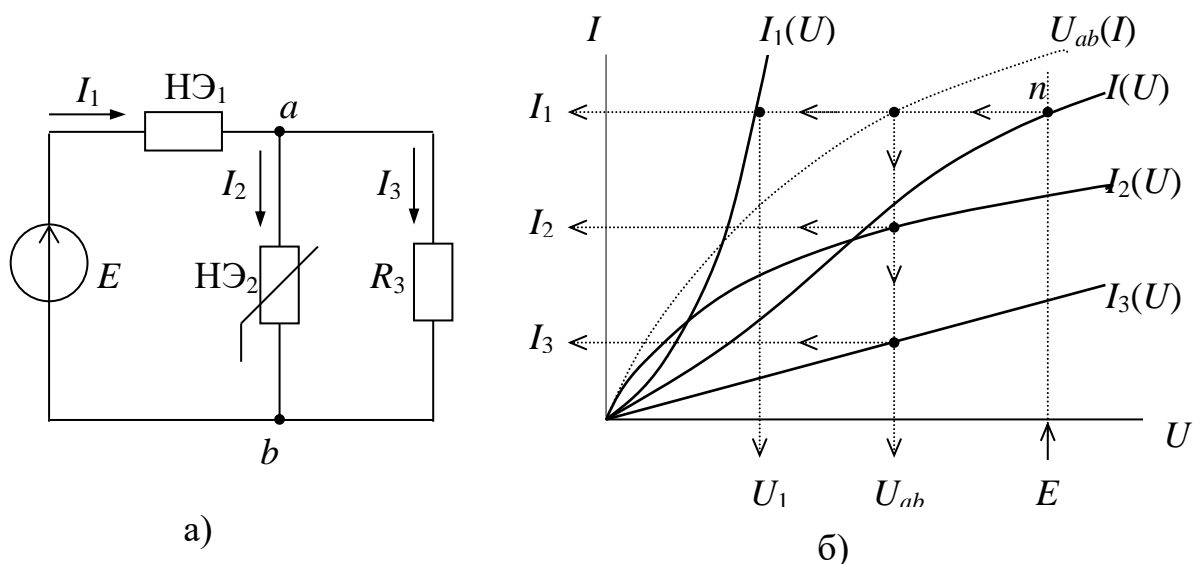


Рис. 42

Рисунок 17.6 Применение законов Кирхгофа в графическом методе анализа нелинейной цепи при смешанном соединении.

Уравнения Кирхгофа для схемы:

$$I_2 + I_3 = I_1 \quad (1)$$

$$U_1 + U_{23} = E \quad (2)$$

$$U_2 = U_3 = U_{23} \quad (3)$$

Порядок графического решения задачи следующий:

1. Складываем ВАХ  $I_2(U_2)$  и  $I_3(U_3)$  по оси токов (параллельно), в результате этого сложения получается ВАХ для параллельного участка схемы  $U_{23}(I_1)$ .
2. Складываем ВАХ  $U_1(I_1)$  и  $U_{23}(I_1)$  по оси напряжений (последовательно), в результате чего получается ВАХ для всей схемы  $I(U)$ .
3. На этой характеристике для  $U=E$  определяется положение рабочей точки  $n$ . Дальнейшая последовательность графического решения показана на рис. 17.6,б стрелками.

### 17.2.2 Комбинированный графоаналитический метод расчета нелинейной цепи с одним или двумя нелинейными элементами

Если схема нелинейной цепи содержит только один нелинейный элемент НЭ с заданной ВАХ, то расчет токов и напряжений в такой схеме может быть выполнен комбинированным методом в три этапа.

1. Выделяется ветвь с нелинейным элементом НЭ, а оставшаяся часть схемы заменяется эквивалентным генератором (рис. 17.7,а). Параметры эквивалентного генератора  $E$ , и  $R_0$  могут быть определены аналитически любым из методов расчета линейных цепей, так как в оставшейся части схемы не содержатся более нелинейные элементы.
2. Выполняется графический расчет эквивалентной схемы рис. 17.7,а, как правило, методом встречного построения диаграмм. Из уравнения 2-го закона Кирхгофа для схемы рис. 17.7,а, следует, что  $U(I) = E - IR_0$ . Для графического решения данного уравнения проводится прямая линия по уравнению  $U = E - IR_0$  в той же системе координат, где задана диаграмма ВАХ  $U(I)$  нелинейного элемента. Положение рабочей точки  $n$  соответствует точке пересечения прямой с заданной диаграммой ВАХ  $U(I)$ . Достоинство данного метода состоит в том, что не требуется графическое сложение диаграмм



ВАХ отдельных элементов. В результате графического расчета определяется напряжение  $U$  и ток  $I$  нелинейного элемента.

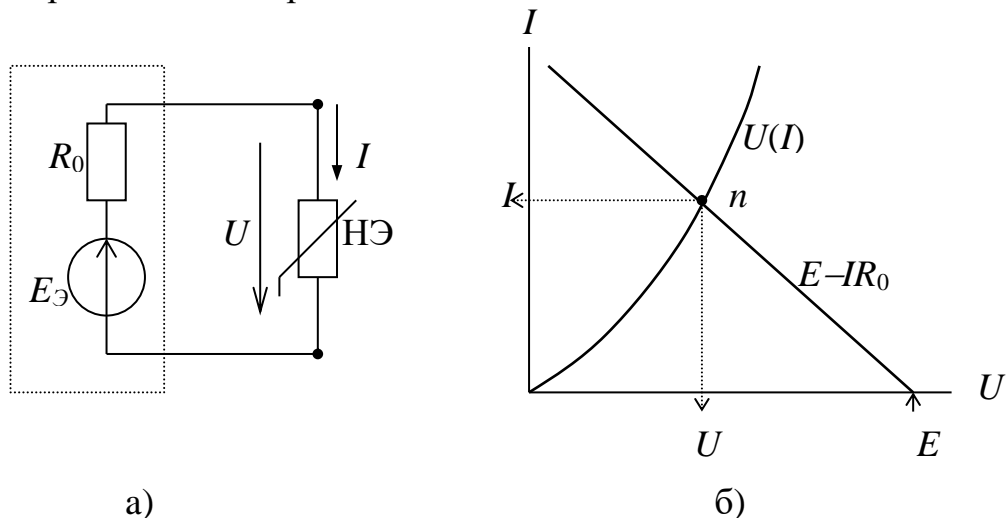


Рисунок 17.7 Применение метода эквивалентного генератора и графического метода (комбинированный метод) к анализу нелинейных цепей.

3. Нелинейный элемент НЭ в исходной схеме в соответствии с теоремой о компенсации заменяется идеальным источником ЭДС с  $E=U$ , направленной навстречу току  $I$ . Такая замена позволяет превратить исходную схему из нелинейной в линейную. Расчет схемы после такой замены выполняется одним из методов расчета сложных линейных цепей, в результате чего определяются все токи и напряжения в исходной схеме.

### 17.2.3 Аналитические методы расчета нелинейных цепей

Установившейся режим нелинейной цепи постоянного тока можно описать системой нелинейных алгебраических уравнений Кирхгофа, в которых связь между напряжением и током на нелинейных элементах выражена в виде нелинейного уравнения аппроксимации.

В самых простых случаях возможно выполнить непосредственное решение нелинейного уравнения. Рассмотрим пример:

Электрическая цепь состоит из последовательно включенных источника Э.Д.С.  $E$ , линейного резистора  $R_1$  и нелинейного резистора НЭ<sub>2</sub> (рис. 17.8), ВАХ которого задана уравнением:  $U_2(I) = aI + bI^2$ .

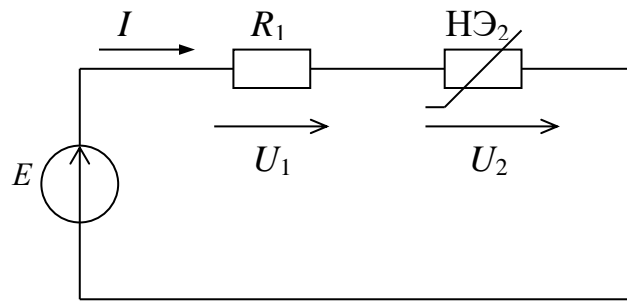


Рисунок 17.8 Схема электрической цепи

По второму закону Кирхгофа получим уравнение:  $E = U_1 + U_2$ .

После подстановки  $U_2(I)$  получаем:

$$E = U_1 + U_2 = IR_1 + aI + bI^2 = (R_1 + a)I + bI^2$$

Решение задачи сводится к решению квадратного уравнения с неизвестным током  $I$ .