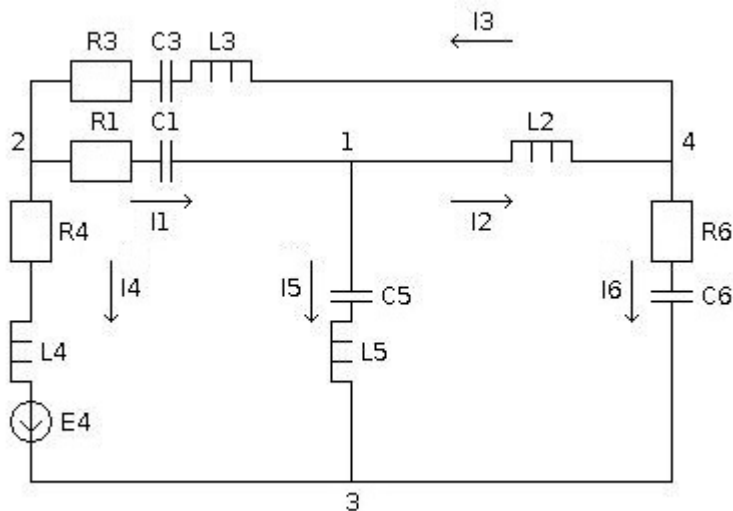


Исходные данные



$$R_1 = 32 \text{ Ом} \quad R_3 = 64 \text{ Ом} \quad R_4 = 97 \text{ Ом} \quad R_6 = 28 \text{ Ом}$$

$$L_2 = 33 \text{ Ом} \quad L_3 = 14 \text{ Ом} \quad L_4 = 13 \text{ Ом} \quad L_5 = 58 \text{ Ом}$$

$$C_1 = 22 \text{ Ом} \quad C_3 = 51 \text{ Ом} \quad C_5 = 47 \text{ Ом} \quad C_6 = 54 \text{ Ом}$$

$$E_4 = 21 * e^{j17^\circ} \text{ В}$$

Комплексные сопротивления ветвей:

$$Z_1 = R_1 - jX_{C1} = 32 - 22*j = 32 - 22*j \text{ Ом}$$

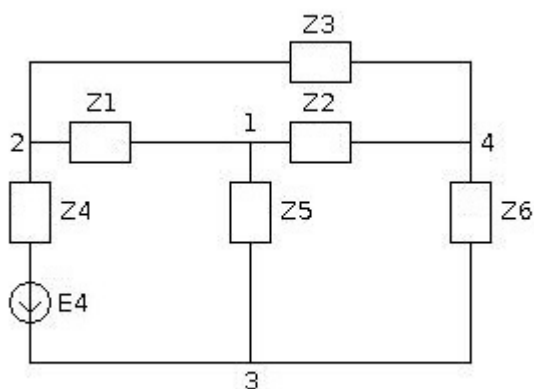
$$Z_2 = jX_{L2} = 33*j \text{ Ом}$$

$$Z_3 = R_3 + jX_{L3} - jX_{C3} = 64 + 14*j - 51*j = 64 - 37*j \text{ Ом}$$

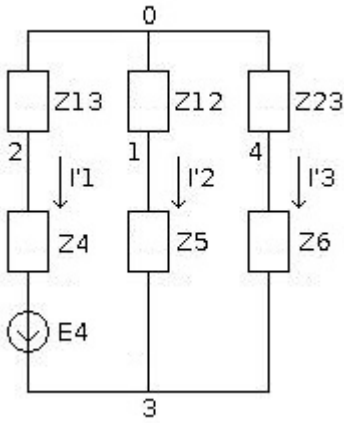
$$Z_4 = R_4 + jX_{L4} = 97 + 13*j = 97 + 13*j \text{ Ом}$$

$$Z_5 = jX_{L5} - jX_{C5} = 58*j - 47*j = 11*j \text{ Ом}$$

$$Z_6 = R_6 - jX_{C6} = 28 - 54*j = 28 - 54*j \text{ Ом}$$



Преобразуем треугольник 2-1-4 в звезду:

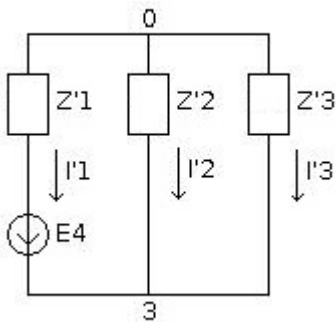


$$Z_{13} = \frac{Z_1 * Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{(32-22*j) * (64-37*j)}{32-22*j + 33*j + 64-37*j} = 18.789-21.911*j \text{ Ом}$$

$$Z_{12} = \frac{Z_1 * Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{(32-22*j) * 33*j}{32-22*j + 33*j + 64-37*j} = 4.27+12.156*j \text{ Ом}$$

$$Z_{23} = \frac{Z_2 * Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{33*j * (64-37*j)}{32-22*j + 33*j + 64-37*j} = 6.298+23.706*j \text{ Ом}$$

Объединим сопротивления:



$$Z'_1 = Z_{13} + Z_4 = 18.789-21.911*j + 97+13*j = 115.789-8.911*j = 116.131 * e^{-j4.401^\circ} \text{ Ом}$$

$$Z'_2 = Z_{12} + Z_5 = 4.27+12.156*j + 11*j = 4.27+23.156*j = 23.547 * e^{j79.552^\circ} \text{ Ом}$$

$$Z'_3 = Z_{23} + Z_6 = 6.298+23.706*j + 28-54*j = 34.298-30.294*j = 45.762 * e^{-j41.453^\circ} \text{ Ом}$$

Сопротивления Z'_2 и Z'_3 соединены параллельно, и последовательно с Z'_1 :

$$Z_{\text{общ}} = Z'_1 + \frac{Z'_2 * Z'_3}{Z'_2 + Z'_3} = 115.789-8.911*j + \frac{(4.27+23.156*j) * (34.298-30.294*j)}{4.27+23.156*j + 34.298-30.294*j} = 133.962+11.69*j =$$

$$134.471 * e^{j4.987^\circ} \text{ Ом}$$

$$I'_1 = I_4 = \frac{E_4}{Z_{\text{общ}}} = \frac{21 * e^{j17^\circ}}{134.471 * e^{j4.987^\circ}} = 0.156 * e^{j12.013^\circ} = 0.153+0.033*j \text{ А}$$

$$U_{03} = Z'_1 * I'_1 - E_4 = 116.131 * e^{-j4.401^\circ} * 0.156 * e^{j12.013^\circ} - 21 * e^{j17^\circ} = 4.29 * e^{-j119.403^\circ} = -2.106 - 3.738 * j \text{ В}$$

$$I'_2 = I'_5 = \frac{U_{03}}{Z'_2} = \frac{4.29 * e^{-j119.403^\circ}}{23.547 * e^{j79.552^\circ}} = 0.182 * e^{j161.045^\circ} = -0.172 + 0.059 * j \text{ А}$$

$$I'_3 = I'_6 = \frac{U_{03}}{Z'_3} = \frac{4.29 * e^{-j119.403^\circ}}{45.762 * e^{j41.453^\circ}} = 0.094 * e^{-j77.951^\circ} = 0.02 - 0.092 * j \text{ А}$$

Определим напряжение между узлами 2,1,4:

$$U_{21} = -Z_{13} * I_4 + Z_{12} * I_5 = - (18.789 - 21.911 * j) * (0.153 + 0.033 * j) + (4.27 + 12.156 * j) * (-0.172 + 0.059 * j) = -5.037 + 0.894 * j \text{ В}$$

$$U_{41} = -Z_{12} * I_5 + Z_{23} * I_6 = - (4.27 + 12.156 * j) * (-0.172 + 0.059 * j) + (6.298 + 23.706 * j) * (0.02 - 0.092 * j) = 3.752 + 1.729 * j \text{ В}$$

$$U_{42} = -Z_{23} * I_6 + Z_{13} * I_4 = - (6.298 + 23.706 * j) * (0.02 - 0.092 * j) + (18.789 - 21.911 * j) * (0.153 + 0.033 * j) = 1.285 - 2.623 * j \text{ В}$$

$$I_1 = \frac{U_{21}}{Z_1} = \frac{5.116 * e^{j169.934^\circ}}{38.833 * e^{-j34.509^\circ}} = 0.132 * e^{-j155.557^\circ} = -0.12 - 0.055 * j \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{U_{14}}{Z_2} = \frac{4.131 * e^{j24.735^\circ}}{33 * e^{j90^\circ}} = 0.125 * e^{-j65.265^\circ} = 0.052 - 0.114 * j \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{U_{42}}{Z_3} = \frac{2.921 * e^{-j63.892^\circ}}{73.926 * e^{j30.033^\circ}} = 0.04 * e^{-j33.859^\circ} = 0.033 - 0.022 * j \text{ А}$$

$$I_1 = 0.132 * e^{-j155.557^\circ} \text{ А}$$

$$I_2 = 0.125 * e^{-j65.265^\circ} \text{ А}$$

$$I_3 = 0.04 * e^{-j33.859^\circ} \text{ А}$$

$$I_4 = 0.156 * e^{j12.013^\circ} \text{ А}$$

$$I_5 = 0.182 * e^{j161.045^\circ} \text{ А}$$

$$I_6 = 0.094 * e^{-j77.951^\circ} \text{ А}$$

По найденным комплексам действующих значений токов запишем их мгновенные значения:

$$i_1 = \sqrt{2} * 0.132 \sin(\omega t - 155.557^\circ) \text{ А}$$

$$i_2 = \sqrt{2} * 0.125 \sin(\omega t - 65.265^\circ) \text{ А}$$

$$i_3 = \sqrt{2} * 0.04 \sin(\omega t - 33.859^\circ) \text{ А}$$

$$i_4 = \sqrt{2} * 0.156 \sin(\omega t + 12.013^\circ) \text{ А}$$

$$i_5 = \sqrt{2} * 0.182 \sin(\omega t + 161.045^\circ) \text{ А}$$

$$i_6 = \sqrt{2} * 0.094 \sin(\omega t - 77.951^\circ) \text{ А}$$

Определим комплексную мощность, отдаваемую источником ЭДС:

$$\check{S} = \check{E} * I_4^* = 21 * e^{j17^\circ} * 0.156 * e^{-j12.013^\circ} = 3.267 + 0.285 * j \text{ Вт}$$

Активная мощность:

$$P_E = 3.267 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность:

$$Q_E = 0.285 \text{ вар}$$

Активная мощность рассеиваемая на активных сопротивлениях:

$$P_{\text{потр}} = I_1^2 * R_1 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_6^2 * R_6 = 0.132^2 * 32 + 0.04^2 * 64 + 0.156^2 * 97 + 0.094^2 * 28 = 3.267 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность нагрузки:

$$\begin{aligned} Q_{\text{пр}} &= I_1^2 * (-X_{C1}) + I_2^2 * X_{L2} + I_3^2 * (X_{L3} - X_{C3}) + I_4^2 * X_{L4} + I_5^2 * (X_{L5} - X_{C5}) + I_6^2 * (-X_{C6}) = \\ &= 0.132^2 * (-22) + 0.125^2 * 33 + 0.04^2 * (14 - 51) + 0.156^2 * 13 + 0.182^2 * (58 - 47) + 0.094^2 * (-54) = \\ &= 0.285 \text{ вар} \end{aligned}$$

Комплексные значения токов в алгебраической форме:

$$\dot{I}_1 = -0.12 - 0.055 * j \text{ А}$$

$$\dot{I}_2 = 0.052 - 0.114 * j \text{ А}$$

$$\dot{I}_3 = 0.033 - 0.022 * j \text{ А}$$

$$\dot{I}_4 = 0.153 + 0.033 * j \text{ А}$$

$$\dot{I}_5 = -0.172 + 0.059 * j \text{ А}$$

$$\dot{I}_6 = 0.02 - 0.092 * j \text{ А}$$

Потенциалы:

$$\varphi_2 = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 - Z_1 * \dot{I}_1 = 0 - (32 - 22 * j) * (-0.12 - 0.055 * j) = 5.037 - 0.894 * j \text{ В}$$

$$\varphi_4 = \varphi_1 - Z_2 * \dot{I}_2 = 5.037 - 0.894 * j - (33 * j) * (0.052 - 0.114 * j) = 1.285 - 2.623 * j \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_4 - Z_6 * \dot{I}_6 = 1.285 - 2.623 * j - (28 - 54 * j) * (0.02 - 0.092 * j) = 5.688 + 1.001 * j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = 0 - (5.037 - 0.894 * j) = -5.037 + 0.894 * j \text{ В}$$

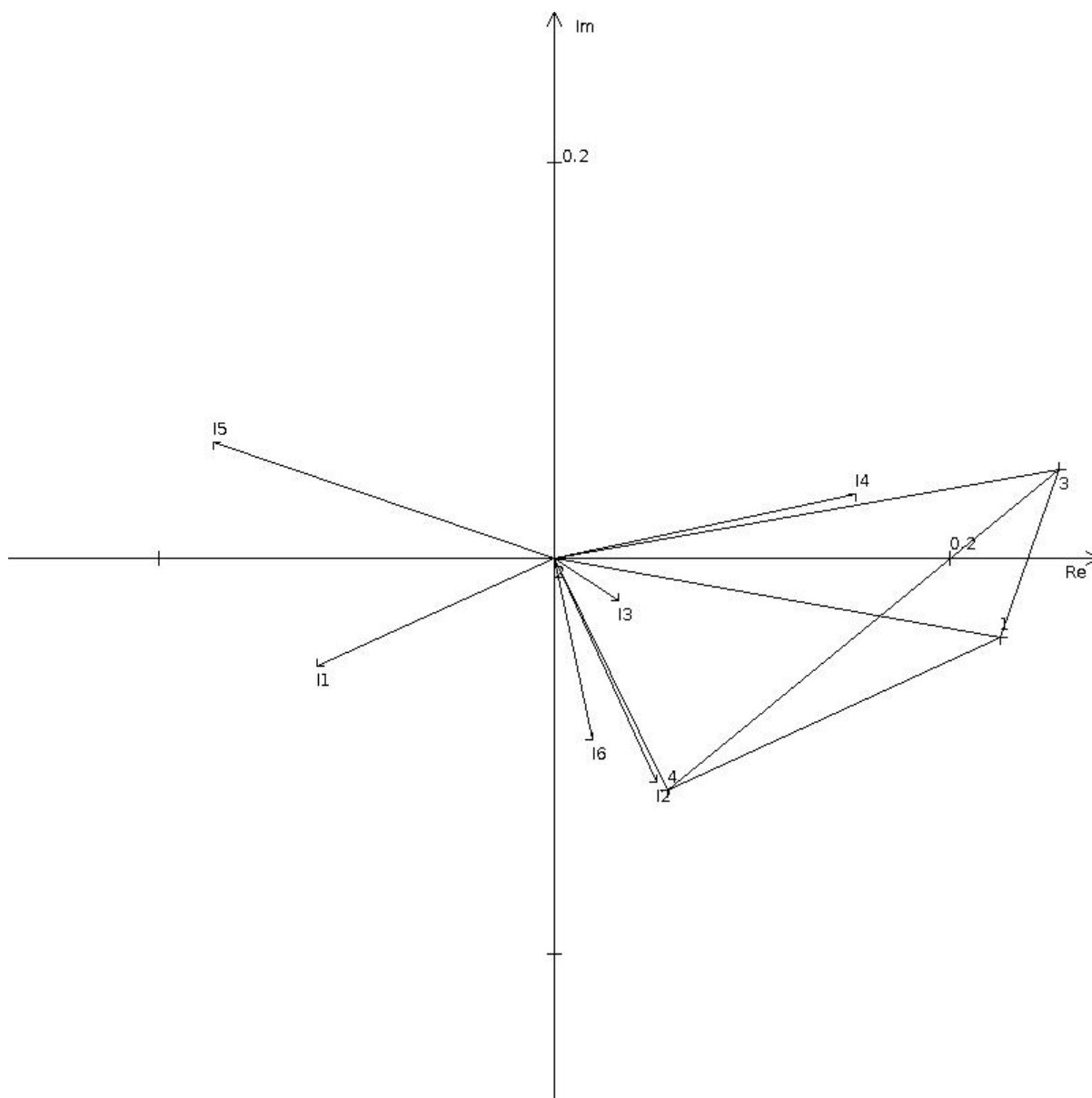
$$\dot{U}_{14} = \varphi_1 - \varphi_4 = 5.037 - 0.894 * j - (1.285 - 2.623 * j) = 3.752 + 1.729 * j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{42} = \varphi_4 - \varphi_2 = 1.285 - 2.623 * j - 0 = 1.285 - 2.623 * j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{23} = \varphi_2 - \varphi_3 = 0 - (5.688 + 1.001 * j) = -5.688 - 1.001 * j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{13} = \varphi_1 - \varphi_3 = 5.037 - 0.894 * j - (5.688 + 1.001 * j) = -0.651 - 1.896 * j \text{ В}$$

$$\dot{U}_{43} = \varphi_4 - \varphi_3 = 1.285 - 2.623 * j - (5.688 + 1.001 * j) = -4.403 - 3.624 * j \text{ В}$$



Пологая, что существует индуктивная связь между индуктивностями L_2 и L_3 , запишем уравнения по законам Киргофа:

$$i_1 + i_4 = i_3$$

$$i_2 + i_5 = i_1$$

$$i_6 + i_3 = i_2$$

$$R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt - R_4 i_4 - L_4 \frac{di_4}{dt} + L_5 \frac{di_5}{dt} + \frac{1}{C_5} \int i_5 dt = -e_4$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + R_6 i_6 + \frac{1}{C_6} \int i_6 dt - L_5 \frac{di_5}{dt} - \frac{1}{C_5} \int i_5 dt + M \frac{di_3}{dt} = 0$$

$$R_1 i_1 + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} + R_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + M \frac{di_3}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = 0$$

Запишем эти же уравнения в комплексной форме:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_4 = \dot{I}_3$$

$$\dot{I}_2 + \dot{I}_5 = \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_3 + \dot{I}_6 = \dot{I}_2$$

$$R_1 \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \dot{I}_1 - R_4 \dot{I}_4 - j\omega L_4 \dot{I}_4 + j\omega L_5 \dot{I}_5 + \frac{1}{j\omega C_5} \dot{I}_5 = -\dot{E}_4$$

$$j\omega L_2 \dot{I}_2 + R_6 \dot{I}_6 + \frac{1}{j\omega C_6} \dot{I}_6 - j\omega L_5 \dot{I}_5 - \frac{1}{j\omega C_5} \dot{I}_5 + j\omega M \dot{I}_3 = -\dot{E}_5$$

$$R_1 \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + R_3 \dot{I}_3 + j\omega L_3 \dot{I}_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \dot{I}_3 + j\omega M \dot{I}_3 - j\omega M \dot{I}_2 = \dot{E}_2$$

6. Определим токи в ветвях с помощью законов Киргофа:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_4 = \dot{I}_3 \\ \dot{I}_2 + \dot{I}_5 = \dot{I}_1 \\ \dot{I}_3 + \dot{I}_6 = \dot{I}_2 \\ R_1 \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \dot{I}_1 - R_4 \dot{I}_4 - j\omega L_4 \dot{I}_4 + j\omega L_5 \dot{I}_5 + \frac{1}{j\omega C_5} \dot{I}_5 = -\dot{E}_4 \\ j\omega L_2 \dot{I}_2 + R_6 \dot{I}_6 + \frac{1}{j\omega C_6} \dot{I}_6 - j\omega L_5 \dot{I}_5 - \frac{1}{j\omega C_5} \dot{I}_5 = -\dot{E}_5 \\ R_1 \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + R_3 \dot{I}_3 + j\omega L_3 \dot{I}_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \dot{I}_3 = \dot{E}_2 \end{cases}$$

$$\dot{I}_1 = 0.132 * e^{-j155.557^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 0.125 * e^{-j65.265^\circ} \text{ A}$$

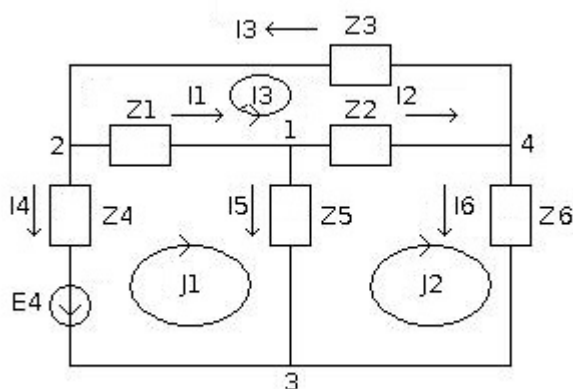
$$\dot{I}_3 = 0.04 * e^{-j33.859^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_4 = 0.156 * e^{j12.013^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_5 = 0.182 * e^{j161.045^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_6 = 0.094 * e^{-j77.951^\circ} \text{ A}$$

7. Определим токи в ветвях методом контурных токов:



Получим систему из трёх уравнений и найдём контурные токи:

$$\begin{cases} J_1(Z_1+Z_4+Z_5)-J_2*Z_5+J_3*Z_1=-E_4 \\ -J_1*Z_5+J_2(Z_2+Z_5+Z_6)+J_3*Z_2=0 \\ J_1*Z_1+J_2*Z_2+J_3(Z_1+Z_2+Z_3)=0 \end{cases}$$

$$I_1=J_1+J_3$$

$$I_2=J_2+J_3$$

$$I_3=J_3$$

$$I_4=-J_1$$

$$I_5=J_1-J_2$$

$$I_6=J_2$$

8. Расчет схемы методом узловых потенциалов:

$$\begin{cases} I_{1y}=+\varphi_1 * g_{11}-\varphi_2 * g_{12}-\varphi_4 * g_{14} \\ I_{2y}=-\varphi_1 * g_{21}+\varphi_2 * g_{22}-\varphi_4 * g_{24} \\ I_{4y}=-\varphi_1 * g_{41}-\varphi_2 * g_{42}+\varphi_4 * g_{44} \end{cases}$$

$$g_{11}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_5}$$

$$g_{12}=g_{21}=\frac{1}{Z_1}$$

$$g_{14}=g_{41}=\frac{1}{Z_2}$$

$$g_{22}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4}$$

$$g_{24}=g_{42}=\frac{1}{Z_3}$$

$$g_{44}=\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_6}$$

$$I_{1y}=0$$

$$I_{2y}=+\frac{E_4}{Z_4}$$

$$I_{4y}=0$$

Решая полученную систему найдем потенциалы.

По закону Ома вычислим токи:

$$I_1=\frac{\varphi_2-\varphi_1}{Z_1}$$

$$I_2=\frac{\varphi_1-\varphi_4}{Z_2}$$

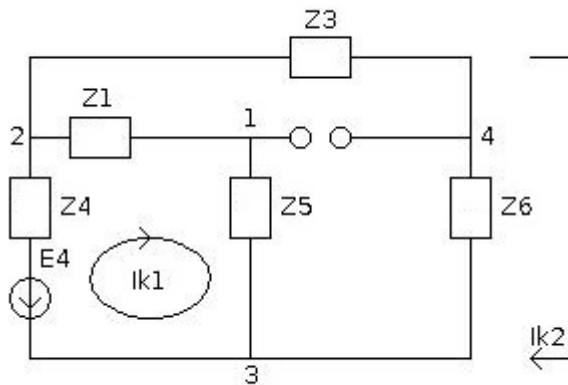
$$I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{Z_3}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_4}{Z_4}$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{Z_5}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{Z_6}$$

9. Определим ток в 2 ветви Методом Эквивалентного Генератора Напряжения:



Определим токи в ветвях схемы методом контурных токов:

$$\begin{cases} I_{k1}(Z_1 + Z_4 + Z_5) + I_{k2}Z_4 = -E_4 \\ I_{k1}Z_4 + I_{k2}(Z_3 + Z_4 + Z_6) = -E_4 \end{cases}$$

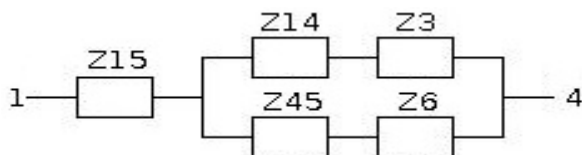
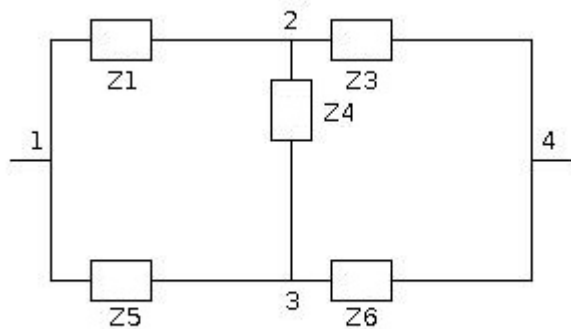
$$\begin{cases} I_{k1} * 129 + 2 * j + I_{k2} * 97 + 13 * j = -20.082 - 6.14 * j \\ I_{k1} * 97 + 13 * j + I_{k2} * 189 - 78 * j = -20.082 - 6.14 * j \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_{k1} = -0.136 - 0.026 * j \\ I_{k2} = -0.029 - 0.022 * j \end{cases}$$

Определим значение напряжения холостого хода:

$$U_{4xx} = I_{k1} * Z_5 - I_{k2} * Z_6 = 2.274 - 2.467 * j \text{ В}$$

Закоротив источники ЭДС, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов 1 - 4:



$$Z_{15} = \frac{Z_1 * Z_5}{Z_1 + Z_4 + Z_5} = \frac{(32-22*j) * 11*j}{32-22*j + 97+13*j + 11*j} = 1.918+2.699*j \text{ Ом}$$

$$Z_{14} = \frac{Z_1 * Z_4}{Z_1 + Z_4 + Z_5} = \frac{(32-22*j) * (97+13*j)}{32-22*j + 97+13*j + 11*j} = 26.066-13.722*j \text{ Ом}$$

$$Z_{45} = \frac{Z_4 * Z_5}{Z_1 + Z_4 + Z_5} = \frac{(97+13*j) * 11*j}{32-22*j + 97+13*j + 11*j} = -0.98+8.287*j \text{ Ом}$$

$$Z_r = Z_{15} + \frac{(Z_{14} + Z_3) * (Z_{45} + Z_6)}{Z_{14} + Z_3 + Z_{45} + Z_6} =$$

$$= 1.918+2.699*j + \frac{(26.066-13.722*j + 64-37*j) * (-0.98+8.287*j + 28-54*j)}{26.066-13.722*j + 64-37*j + -0.98+8.287*j + 28-54*j} = 25.503-24.745*j \text{ Ом}$$

$$I_2 = \frac{U_{14xx}}{Z_r + Z_2} = \frac{2.274-2.467*j}{25.503-24.745*j + 33*j} = 0.052-0.114*j \text{ А}$$

Ответы

	Re	Im	Модуль	φ, град
\dot{I}_1	-0.12	-0.055	0.132	-155.557
\dot{I}_2	0.052	-0.114	0.125	-65.265
\dot{I}_3	0.033	-0.022	0.04	-33.859
\dot{I}_4	0.153	0.033	0.156	12.013
\dot{I}_5	-0.172	0.059	0.182	161.045
\dot{I}_6	0.02	-0.092	0.094	-77.951
Мощность $S_{ист}$	3.267	0.285	3.28	4.987
Мощность $S_{потр}$	3.267	0.285	3.28	4.987
U_{xx}	2.274	-2.467	3.356	-47.329
$Z_{ген}$	25.503	-24.745	35.535	-44.136