Don't fake it till you made it

Fake it till you become it

: ■ 目录视图

₩ 摘要视图

评论

RSS 订阅





Hillan



访问: 86684次

积分: 3028

等级: **BLOC**>5

排名: 第12170名

原创: 238篇 转载: 1篇 译文: 0篇 评论: 17条

文章搜索

%%%%跪烂神犇%%%%

Creation August MedalPlus Claris mjy0724 小余受 ZZY 现充吴 Frank_c1

文章分类

AC自动机 (2)

A* (1)

BestCoder (3)

BFS (1)

Bitset (1) BK最大团 (1)

Bluestein (1)

BSGS (1)

BSGS (1)

博弈论 & SG函数 (5)

CDQ分治&全局二分 (5)

Codeforces (3)

插头DP (3)

Dancing Links (0)

DFS (6)

点分治 (4)

DP (26)

单纯行 (2) 动态树分治 (1)

杜教筛 (5)

多项式求逆 (1)

Stirling数学习笔记

2016-12-18 15:39 430人阅读

Ⅲ 分类:

FNT DP (25) - 多项式求逆

■ 版权声明:本文为博主原创文章,未经博主允许不得转载。

劼爷上的课现在才去整理...

第一类Stirling数

s(n,m)表示n个元素组成m个圆排列

由以上定义我们可以得出递推公式:

$$s(n,m) = \sum_{i=0}^{n-1} s(n-i,m-1) * C_{n-1}^{i-1} * (i-1)!$$

以及

$$s(n,m) = s(n-1,m-1) + s(n-1,m) * (n-1)$$

那么我们可以得到

$$\prod_{i=1}^{i=n} (x+i-1) = \sum_{i=0}^{n} s(n,i) x^{i}$$

然后可以我们就可以在 $O(nlog_2n)$ 内求出一行Stirling数

假设我们已经有了

$$F(x,n) = \prod_{i=1}^{i=n} (x+i-1)$$

ДI

$$F(x,2n) = \prod_{i=1}^{i=n} (x+i-1) * \prod_{i=1}^{i=n} (x+n+i-1)$$

= $F(x,n) * G(x,n)$

其中

$$[x^i]G(x,n) = \sum_{j=i}^n C^i_j st [x^j]F[x,n] st n^{j-i}$$

然后就成了一个卷积形式

FNT即可

```
#include<cstdio>
    #include iostream
 3 #include < cstring >
 4 #include <cstring>
    using namespace std;
8 #define 11 long long
9
10
        int Mod=998244353, p=3, D=Mod-1;
11
   int Add(int a, int b)
12
13
14
        a+=b;
        if (a>=Mod) a-=Mod;
15
16
        if(a<0)a+=Mod;
17
        return a;
18
19
20
    int Mul(int a, int b)
21
        return a*111*b%Mod;
22
23
24
    int Pow(int a, int x)
```

```
二分图 (6)
                                      26
                                           {
二分图匹配 (6)
                                      27
                                               int res=1:
                                      28
分块 (3)
                                               for (; x; x>>=1, a=a*111*a%Mod)
                                      29
                                                    if (x&1) res=res*111*a%Mod:
分治 (2)
                                      30
                                               return res:
FFT (6)
                                      31
FNT (1)
                                      32
                                           int Rev[400001];
FWT (5)
                                      33
概率DP (2)
                                      34
                                           void Rader(int n)
概率与期望 (3)
                                      35
高斯消元 (3)
                                      36
                                               for (int i=0; i<(1<< n); i++) Rev[i]=Rev[i>>1]>>1 | ((i&1)<< n-1);
后缀平衡树 (2)
                                      37
后缀数组 (1)
                                      38
                                      39
后缀自动机(6)
                                           int FNT (int *a, int n, int d)
                                      40
回文自动机 (3)
                                      41
                                               Rader(n);
基环外向树 (1)
                                      42
                                               int 1en=1<<n;
计算几何 (14)
                                      43
                                               for(int i=0;i<1en;i++)if(Rev[i]>i)swap(a[Rev[i]],a[i]);
可并堆 (3)
                                      44
                                               for (int i=1; i<1en; i*=2)
KD树 (2)
                                      45
KMP (1)
                                      46
                                                    int W=(d==1?Pow(p, D/2/i):Pow(p, D-D/2/i));
KM算法 (1)
                                      47
                                                    for (int j=0; j<1en; j+=2*i)
可持久化Trie (1)
                                      48
                                                        {
可持久化可并堆 (1)
                                      49
                                                             int W0=1:
                                      50
可持久化平衡树 (fhqTreap (1)
                                                            for (int k=0; k < i; k++)
                                      51
括号序列 (1)
                                      52
                                                                 int X=a[j+k], Y=Mu1(W0, a[j+k+i]);
Link Cut Tree (6)
                                      53
                                                                 a[j+k]=Add(X, Y); a[j+k+i]=Add(X, -Y);
拉格朗日乘数法 (1)
                                      54
                                                                 WO=Mu1(WO, W);
乱搞 (14)
                                      55
Manacher (2)
                                      56
Miller Rabin & Pollard Rho (3)
                                      57
模拟退火 (1)
                                      58
                                               int In=Pow(1en, D-1);
莫比乌斯反演 (13)
                                      59
                                                if(d==-1) for(int i=0; i<1en; i++) a[i]=Mul(a[i], In);
莫队 (4)
                                      60
母函数 (1)
                                      61
                                      62
欧拉回路 (1)
                                      63
                                           void MUL(int*a, int alen, int *b, int blen, int *M, int &Ml)
偏序集 (1)
                                      64
其他 (9)
                                      65
                                               int n=1;
容斥原理 (1)
                                      66
                                               while ((1 \le n) \le alen+blen) n++;
Simpson积分 (2)
                                      67
                                               FNT(a, n, 1); FNT(b, n, 1);
Splay (7)
                                      68
                                               for (int i=0; i<(1<<n); i++)
Stirling数 (0)
                                      69
                                                    M[i]=Mul(a[i],b[i]);
StoerWagner (1)
                                      70
                                               FNT(M, n, -1);
三角剖分(2)
                                      71
                                               M1=1 << n;
                                      72
                                               while (M1&&!M[M1-1]) M1--;
搜索 (2)
                                      73
双向队列/单调栈 (1)
                                      74
                                           int Last[100001], Now[100001], L2, Last2[100001];
数据结构 (29)
                                      75
                                           int F[100001], flen, G[100001], glen;
数学 (38)
                                      76
                                           int Fact[100001], Inv[100001];
数位DP (3)
                                      77
                                           void Solve(int n)
树分块 (1)
                                      78
树链剖分 (9)
                                      79
                                                if(n==1) {Last[0]=0, Last[1]=1; return;}
树上莫队 (2)
                                      80
                                               int t=n>>1;
树套树 (4)
                                      81
                                               Solve(t);
斯特林公式 (1)
                                      82
                                               flen=t;
                                      83
                                               memset(F, 0, sizeof(F));
贪心 (3)
                                                                                                                                               关闭
                                      84
                                               memset(G, 0, sizeof(G));
图的绝对中心 (1)
                                      85
                                               memset(Last2, 0, sizeof(Last2));
拓扑排序 (1)
                                      86
                                               for(int i=0;i<=t;i++)
网络流 (10)
                                      87
                                                    F[t-i]=Mul(Last[i], Fact[i]), Last2[i]=Last[i];
仙人掌 (3)
                                      88
                                               G[0]=1;
线段树 (10)
                                      89
                                               for(int i=1;i<=t;i++)
线段树启发式合并(1)
                                      90
                                                    G[i]=Mul(Mul(G[i-1],Fact[i-1]),Mul(Inv[i],t));
线性规划 (2)
                                      91
                                               \mathtt{MUL}\left(\mathtt{F},\,\mathtt{t+1},\,\mathtt{G},\,\mathtt{t+1},\,\mathtt{Now},\,\mathtt{L2}\right);
线性基 (1)
                                      92
                                               L2--;
斜率优化 (1)
                                      93
                                               for(int i=0;i<=t;i++)
                                      94
                                                    Last[t-i]=Mul(Now[i], Inv[t-i]);
虚树 (2)
                                      95
                                                if (n&1)
悬线法 (1)
zkw费用流 (1)
```

```
杂文 (14)

折半搜索 (1)

支配树 (1)

置换群 (2)
主席树 (可持久化线段树 (11)

状压DP (3)
字符串处理 (7)
组合数学群论 (5)
最小生成树 (1)
群论 (1)
```

文章存档 2017年03月 (5) 2017年02月 (8) 2016年12月 (10) 2016年11月 (10) 2016年10月 (5)

| 関連排行 | BZOJ1143[CTSC2008]等 (1808) | | BZOJ1146: [CTSC2008] (1749) | | 情温ZJOI2016Round2滚 (1293) | | BZOJ3619: [Zjoi2014] 理 (1242) | | BZOJ4092: [Zjoi2015] 公 (1041) | | 自勉 (892) | | BZOJ1208: [HNOI2004] (885) | | 支配树(Dominator tree) 学 (874) | | BZOJ4399: 魔法少女LJJ (867) | | BZOJ3262: 陌上花开 CD (847)

评论排行 (7) 夜底有感 (3) BZOJ4316: 小C的独立集 (2) NOI题库_微积分_NOI20 (1) bzoi4336: BJOI2015 骑士 (1) **AFO** (1) BZOJ3533: [Sdoi2014]向 (1) 堆模版 (0) 后缀数组 (0)关于凸包:grahman scal (0)

```
B新评论
自勉
Chester_King: 后排资辞,跪%dalao
自勉
Greninja_Wu: 前排资辞!
%%%dalao
AFO
qzh_1430586275: 祝文化课顺利
自勉
ruanxingzhi: 加油!
BZOJ3533: [Sdoi2014]|向量集
sjwk2017: QAQ居然上榜了。
自勉
qzh_1430586275: mdzz....傻逼领导死全家
自勉
qq_34985151: 刘天加油——wcy
BZOJ4316: 小C的独立集
```

```
97
                     for(int i=t+1;i;i--)
    98
                         Last[i]=Add(Last[i-1], Mul(n-1, Last[i]));
    99
                     Last[0]=Mul(n-1, Last[0]);
    100
   101
             MUL (Last, t+2, Last2, n-t+1, Last, L2);
   102
   103
   104
   105
         int main()
   106
   107
             int n;
   108
             scanf("%d", &n);
   109
             Fact[0]=1:
   110
             for (int i=1; i <=n; i++) Fact[i]=Mul(Fact[i-1], i);
   111
             Inv[n] = Pow(Fact[n], Mod-2);
   112
             for (int i=n-1; ~i; i--)
   113
             Inv[i]=Mul(Inv[i+1], i+1);
   114
             Solve(n);
   115
             int 1, r;
   116
             for(int i=0;i<=n;i++)
   117
              printf("%d ",Last[i]);
   118
             return 0:
   119
第二类Stirling数:
S(n,m)表示n个元素分成m个集合的方案数
那么由定义可得递推式:
S(n,m) = S(n,m-1) + S(n-1,m) * m
k^n = \sum_{m=0}^k A_k^m * S(n,m) = \sum_{m=0}^k m! * C_k^m * S(n,m)
可以用n个球放入k个篮子,允许存在空篮子的方案数
由上式 我们经过二项式反演之后可以得到
S(n,m) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{m-k} * C_m^k * (m-k)^n
S(n,m) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k * \frac{1}{k!} * \frac{1}{m-k!} * (m-k)^n
同样可以经过FFT(nlog,n)得出
        #include<cstdio>
        #include iostream
     3
        #include<cstring>
     4
        #include(cstdlib)
        #include(cmath)
     5
     6
        #include <algorithm>
     7
        using namespace std;
     8
     9
        #define 11 long long
    10
             int Mod=998244353, p=3, D=Mod-1;
    11
    12
    13
         int Add(int a, int b)
    14
    15
             a+=b:
             if (a>=Mod) a-=Mod:
    16
    17
             if (a<0) a = Mod.
    18
             return a:
    19
    20
    21
        int Mul(int a, int b)
    22
             return a*111*b%Mod;
    23
    24
    25
        int Pow(int a, int x)
    26
    27
    28
             int res=1:
             for(;x;x>>=1, a=a*111*a%Mod)
    29
```

if (x&1) res=res*111*a%Mod:

30

31

```
Hillan_: @lcrtest:恩?数据没问题
吧
BZOJ4316: 小C的独立集
Icrtest: 博主:图中任何一条边属
于且仅属于一个简单环那组数据
不合法
一场BC的台前幕后
Hillan_: 太强辣
```

```
32
    33
         int Rev[100001];
    34
    35
         void Rader(int n)
    36
    37
             for (int i=0; i<(1<< n); i++) Rev[i]=(Rev[i>>1]>>1) | ((i\&1)<< n-1);
    38
    39
    40
         void FNT(int *a, int n, int d)
    41
    42
             Rader(n):
             int 1en=1<<n, Inv=Pow(1en, Mod-2);
    43
             for(int i=0;i<1en;i++)if(Rev[i]>i)swap(a[Rev[i]],a[i]);
    44
    45
             for (int i=1; i<1en; i*=2)
    46
    47
                 int WO=(d==1?(Pow(p,D/2/i)):(Pow(p,D-D/2/i)));
    48
                 for(int j=0; j<1en; j+=2*i)
    49
    50
                          int W=1;
                          for(int k=0; k<i; k++)
    51
    52
    53
                              int X=a[k+j], Y=Mul(a[k+j+i], W);
                              a[k+j]=Add(X, Y);
    54
    55
                              a[k+i+j]=Add(X,-Y);
    56
                              W=Mu1(W, WO);
    57
    58
    59
    60
             if(d==-1)
    61
             for (int i=0; i<1en; i++) a[i] = Mul(a[i], Inv);
    62
    63
    64
         int F[100001], G[100001], Fact[100001], Inv[100001];
    65
    66
         int Ans[100001];
    67
         int main()
    68
    69
             int n;
    70
             scanf("%d", &n);
    71
             int B=1;
    72
             while ((1 << B) <= n) B++; B++;
    73
             Fact[0]=1;
    74
             for (int i=1;i<=n;i++) Fact[i]=Mul(Fact[i-1],i);
             Inv[n] = Pow(Fact[n], Mod-2);
    75
    76
             for(int i=n-1; ~i;i--) Inv[i]=Mul(Inv[i+1], i+1);
             for(int i=0;i<=n;i++)
    77
    78
    79
                 F[i]=Add(0, Mu1((i&1?-1:1), Inv[i]));
    80
                 G[i]=Mu1(Pow(i,n),Inv[i]);
    81
    82
             FNT (F, B, 1);
    83
             FNT (G, B, 1);
    84
             for (int i=0; i<(1<<B); i++)
    85
             Ans[i]=Mu1(F[i],G[i]);
    86
             FNT (Ans, B, -1);
             for (int i=0; i \le n; i++)
    87
    88
             printf("%d ", Ans[i]);
    89
             return 0;
    90
第二类Stirling数还有一个好性质:
x^n = \sum_{i=0}^n A_x^i * S(n,i)
依旧考虑x个盒子放n个不同的球,可以存在空盒子
```

$$x^{n} = \sum_{i=0}^{n} A_{\pi}^{i} * S(n, i)$$

则左式可以看做枚举非空盒子个数 然后按顺序取出i个盒子放入球 根据这个性质我们可以很方便的处理一类代价为n次方的问题

HDU4625 JZPTREE

```
给出一棵n个节点边权为1的树,对每一个节点i,输出
\sum_{i=1}^{n} dist(i,j)^{m}
n \le 5 \times 10^4, m \le 500
注意到此题m较小,可以用上述方法求解
唯一的问题就是如何从A_x^i得出A_{x+1}^i
对于A_{x+1}^i我们有递推公式
A_{x+1}^i = A_x^i + i * A_x^{i-1}
然后树形{
m DP}处理出每一个点u的A^i_x和,最后乘上相应的{
m Stirling}数即可得到答案
时间复杂度:O(n*m)
     1 #include(cstdio)
     2 #include iostream
     3 | #include<cstring>
     4 #include <algorithm>
     5
     6 char c;
        inline void read(int&a)
     7
     8
    9
            a=0;do c=getchar();while(c<'0'||c>'9');
    10
            while (c \le 9' \&\&c \ge 0') = (a << 3) + (a << 1) + c - 0', c = getchar();
    11
    12
    13
            int Mod=10007;
        int S[501][603];
    14
        int Low[60001][603];
    15
    16 int High[60001][603];
    17 int n, m:
    18 struct Chain
    19
    20
            Chain*next;
    21
           int u;
    22 }*Head[50002];
    23 | Chain R[100001];
    25 inline void Add(int a, int b)
       {Chain*tp=R+A;A++;tp->next=Head[a];Head[a]=tp;tp->u=b;}
    26
       int F[60001];
    27
    28
        inline int Up(int u, int i)
    29
    30
    31
    32
            return ((i)=1?i*111*(Low[u][i-1]):0)+(i)=0?Low[u][i]:0))%Mod;
    33
    34
    35
        inline int add(int a, int b)
    36
    37
    38
            a+=b;
            if (a>=Mod) a-=Mod;
    39
            if (a<0) a+=Mod;
    40
    41
            return a;
    42
    43
    44 inline int mul(int a, int b)
    45
    46
    47
            a=a*b;
    48
            a\%=Mod;
    49
            return a;
    50 }
    51
       void DFS (int u, int f)
    52
    53
            F[u]=f;
    54
    55
            for (Chain*tp=Head[u];tp;tp=tp->next)
    56
            if(tp->u!=f)
    57
```

```
59
                                                                                            DFS (tp->u, u);
     60
                                                                                            for (int i=0; i \le m; i++)
     61
                                                                                                                Low[u][i+1]=add(Low[u][i+1], Up(tp->u, i+1));
     62
                                                                                            Low[u][0]=add(Low[u][0], Low[tp->u][0]);
     63
     64
     65
                                                  Low[u][0] = add(1, Low[u][0]);
     66
     67
     68
                            void DFS2(int u, int f)
     69
     70
                                                  for (Chain*tp=Head[u];tp;tp=tp->next)
     71
                                                  if(tp->u!=f)
     72
     73
                                                                                            for(int i=0;i<=m;i++)
     74
                                                                                                                 High[tp->u][i]
     75
                                                                                                                  =\! \operatorname{add}\left(\operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Up}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i-1] -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i-1] -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}[u][i], -\operatorname{Hig}\left(\operatorname{tp} \to u, i\right)\right)\right), \, \operatorname{mul}\left(i, i\right) =\! 1? \\ \operatorname{add}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High}\left(\operatorname{High
     76
                                                                                            DFS2(tp->u,u);
     77
     78
     79
     80
     81
     82
     83
                            int Calc(int u)
     84
     85
                                                  int res=0, f=F[u];
     86
                                                  if (u==1)
     87
     88
                                                                       for(int i=1;i<=m;i++)
     89
     90
                                                                                            res=add(res, mul(S[m][i], Low[u][i]));
     91
     92
                                                                      return res;
     93
     94
                                                  for(int i=1;i<=m;i++)
     95
     96
                                                                      res=
     97
                                                                      add (res,
     98
                                                                                            mu1(S[m][i],
     99
                                                                                                                 High[u][i]
  100
                                                                                           ));
  101
  102
                                                  return res;
 103
 104
 105
 106
 107
                            int main()
  108
  109
                            freopen("self.in", "r", stdin);
  110
                            freopen("self.out", "w", stdout);
111
                                                  S[0][0]=1;
112
                                                  for(int i=1;i<=500;i++)
                                                                       for(int j=1; j<=500; j++)
113
114
                                                                                           S[i][j]=(S[i-1][j-1]+S[i-1][j]*j)%Mod;
115
                                                  int T;
                                                read(T);
116
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        关闭
117
                                                  while(T--)
118
119
                                                                      A=0;
 120
                                                                      memset(F, 0, sizeof(F));
 121
                                                                      memset(Low, 0, sizeof(Low));
 122
                                                                      memset(High, 0, sizeof(High));
 123
                                                                       memset(Head, 0, sizeof(Head));
 124
                                                                      read(n), read(m);
 125
                                                                       for (int i=1; i \le n; i++)
 126
 127
                                                                                            int a,b;
 128
                                                                                            read(a), read(b);
 129
                                                                                           Add(a,b), Add(b,a);
```

```
130
     131
                      DFS (1, 1);
     132
                      for(int i=0;i<=m;i++)High[1][i]=Low[1][i];
     133
                      DFS2(1, 1);
     134
                     for(int i=1;i<=n;i++)
     135
                          printf("%d\n", Calc(i));
     136
     137
     138
 Hackerrank Costly Graphs
 题目大意:
 求所有节点为n的图的权值和
 这里图G的权值和定义为\sum_{u \in G} D(u)^m
 D(u)为节点u的度
 m为给定常数
 1 \le n \le 10^9
 1 \le m \le 2 \cdot 10^5
 显然每个节点对于答案贡献独立且相等 我们考虑其中任意节点 u的贡献
则有贡献 W(u) = 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{i=0}^{n-1} i^m * C_{n-1}^i
W(u) = 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{i=0}^{n-1} C_{n-1}^i * \sum_{t=0}^m A_i^t * S(m,t)
W(u) = 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(n-1-i)!} * \sum_{t=0}^{min(m,i)} \frac{1}{(i-t)!} * S(m,t)
W(u) = (n-1)! * 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{t=0}^m S(m,t) * \sum_{i=t}^{n-1} \frac{1}{(n-1-i)!*(i-t)!}
W(u) = (n-1)! * 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{t=0}^m S(m,t) * \sum_{i=0}^{n-1-t} \frac{1}{(n-1-t-i)!*(i)!}
W(u) = (n-1)! * 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{t=0}^m S(m,t) * \frac{1}{(n-1-t)!} * 2^{n-1-t}
 则有贡献
 W(u) = 2^{C_{n-1}^2} * \sum_{t=0}^{m} S(m, t) * A_{n-1}^t * 2^{n-1-t}
 答案就是n*W(u)
 注意幂次的取模需要费马小定理...
        1 #include<cstdio>
        2 #include iostream
        3 #include<cstring>
        4 #include < cmath >
        5 #include <algorithm>
        6 #include<cstdlib>
        7 using namespace std;
       9 const
              int Mod=1005060097, p=7;
      10
      11
      12 char c;
      13 inline void read(int&a) {a=0;do c=getchar(); while(c<'0'||c>'9'); while(c<='9' &&c>='0') a=(a<<
      14
      15 int Pow(int a, int x)
      16 {
      17
                 int res=1;
                for (;x;x>>=1, a=a*111*a%Mod)
      18
                 if (x&1) res=res*111*a%Mod;
      19
                                                                                                                                      关闭
      20
                 return res;
      21 }
      22 int mul(int a, int b) {return a*111*b%Mod;}
      23 int mul(int a, int b, int Mod) {return a*111*b%Mod;}
      24 int add(int a, int b)
      25
      26
                 a=a+b;
      27
                 if (a>=Mod) a-=Mod;
      28
                 if (a<0) a+=Mod;
      29
                 return a:
      30
      31
      32 | int Rev[1000001];
```

```
33
     inline void Rader(int n)
34
35
          for (int i=0; i<(1<< n); i++) Rev[i]=(Rev[i>>1]>>1) | ((i&1)<< n-1);
36
37
38
     void FNT(int *a, int n, int 1)
39
40
          int len=1<<n, I=Pow(len, Mod-2);
41
          Rader(n);
          for (int i=0; i<1en; i++)
42
              if(Rev[i]>i)swap(a[Rev[i]],a[i]);
43
          for(int i=1;i<1en;i*=2)
44
45
46
              int W=Pow(p, 1==1?(Mod-1)/2/i:(Mod-1-(Mod-1)/2/i));
 47
              for(int j=0; j<1en; j+=2*i)
 48
 49
                   int W0=1;
50
                   for (int k=0; k \le i; k++)
51
                       int x=a[j+k], y=mul(a[j+k+i], W0);
52
53
                       a[j+k]=add(x, y);
54
                       a[j+k+i]=add(x,-y);
                       WO=mu1 (WO, W);
55
56
57
58
59
          if (1==-1)
60
              for(int i=0;i<1en;i++)a[i]=mul(a[i],I);
61
62
     int Fact[1000001], Inv[1000001];
63
     int F[1000001], G[1000001], S[1000001];
64
65
     int C2(int n)
66
67
68
          if (n\&1) return mul(n, n-1>>1, Mod-1);
69
              return mul(n)>1, n-1, Mod-1);
70
71
72
73
     int main()
74
75
          int T;
          Fact[0]=1;
76
          for (int i=1; i \le 200000; i++) Fact [i] = mul (Fact [i-1], i);
77
          Inv[200000] = Pow (Fact[200000], Mod-2);
78
 79
          for(int i=199999; ~i;i--)Inv[i]=mul(Inv[i+1],i+1);
80
          read(T);
81
          while(T--)
82
83
              int n, m;
84
              read(n), read(m);
85
              for(int i=0;i<=m;i++)
                  F[i]=add(0, (i&1?-1:1)*Inv[i]);
86
              for(int i=0;i<=m;i++)
87
                  G[i]=mu1(Pow(i, m), Inv[i]);
88
89
              int B=1:
90
              while ((1 << B) <= m+m+1)B++;
                                                                                                            关闭
91
              FNT (F, B, 1); FNT (G, B, 1);
92
              for (int i=0; i<(1<<B); i++)
93
              S[i]=mu1(F[i],G[i]);
94
              FNT(S, B, -1);
95
              int ans=0, A=1, To=Pow(2, n-1), I=(Mod>>1)+1;
96
              for (int i=0; i \le m; To=mu1 (To, I), A=mu1 (A, (n-1-(i++))))
97
              ans=add(ans, mul(A, mul(To, S[i])));
              ans=mul(ans, mul(Pow(2, C2(n-1)), n));
98
99
              printf("%d\n", ans);
100
              \label{eq:formula} \mbox{for(int $i$=0;i$<(1<<B);i++)$F[i]=G[i]=S[i]=0;}
101
102
          return 0:
103
```

```
同时Stirling数可以应用于幂级数..
```

再来看看小火车在今年NOI十连测上的一道题:

一张无向图的权值为联通块个数的加次方,问所有1个点的带标号的无向图的权值和。

答案对998244353取模。

 $T \le 1000, n \le 30000, m \le 15$.

构造一个多项式 $L = \sum_{i=1}^{n} x_i$

其中 x_i 表示连通块i是否存在

则 L^m 为该图的权值

由扩展二项式定理可得

项 $\prod x_{a_i}^{t_i}$ 的系数为 $\frac{m!}{\prod t_i!}$, 其中 $\sum ti = m$

考虑所有由 x_{a_1} 至 x_{a_k} 组成的项的系数和

对于任意 $\sum_{i=1}^k ti = m$ 我们有 $\sum rac{m!}{\prod t!} = \sum S(m,k)*k!$

则对于某k个联通块,如果它们在图中同时出现,那么贡献为

 $S(m,k) \times k!$

设 f_i 为i个点的连通图数目

$$f_i = 2^{C_i^2} - \sum_{j=1}^{i-1} C_{i-1}^{j-1} * f_j * 2^{C_{i-j}^2}$$

我们可以使用多项式求逆的方法求出 ƒ

设 $g_{i,j}$ 为i个点j个块的无向图个数

有
$$g_{i,j} = \sum_{k=1}^i C_i^k * f_k * g_{i-k,j-1}$$

可以用卷积算出

答案即为 $\sum_{j=1}^m j!*S(m,j)\sum_{i=1}^n C_n^i*g_{i,j}*2^{C_{n-i}^2}$

可以把 $\sum_{i=1}^{n} C_n^i * g_{i,j} * 2^{C_{n-}^2}$ 看成T(j,n)

m次卷积预处理之后O(m)累加即可

时间复杂度 $O(Tm + mnlog_2n)$

多项式求逆的话具体看2015年集训队鏼爷论文

自己的代码常数巨大

```
#include<cstdio>
2 | #include iostream>
3 | #include < cmath >
4 #include<cstring>
5 using namespace std;
       int Mod=998244353, p=3, D=Mod-1;
10 int Pow(int a, int x)
11 | {
       int res=1;
      for (;x;x)>=1, a=a*111*a\%Mod)
14
          if(x&1)res=res*111*a%Mod;
15
       return res;
16 | }
17 | inline
18 int Mul(int a, int b)
19 {return a*111*b%Mod;}
20 inline int Add(int a, int b)
21
22
23
       if (a>=Mod) a-=Mod;
24
        if (a<0) a+=Mod;
25
        return a;
26 }
27
28 int Rev[2000001];
29 | int Rader(int n)
```

```
30
         for (int i=0; i<1<< n; i++) Rev[i]=(Rev[i>>1]>>1) | ((i\&1)<< n-1);
31
32
33
34
     int FNT (int *a, int n, int f)
35
36
         int len=1<<n, I=Pow(len, D-1);
37
         Rader(n):
38
         for(int i=0;i<len;i++)if(Rev[i]>i)swap(a[Rev[i]],a[i]);
39
         for(int i=1;i<1en;i*=2)
40
41
              int W=Pow(p, f==1?D/2/i:(D-D/2/i));
42
              for(int j=0; j<1en; j+=i*2)
43
44
                  int WO=1;
45
                  for (int k=0; k<i; k++)
46
47
                       int x=a[j+k], y=Mu1(W0, a[i+j+k]);
                      a[j+k]=Add(x, y), a[i+j+k]=Add(x, -y);
48
                      WO=Mu1(WO, W);
49
50
51
52
53
         if (f==-1)
54
         for (int i=0; i<1en; i++) a[i]=Mul(a[i], I);
55
56
57
     int T[200001], A[200001];
58
     int Fact[100001], Inv[100001];
59
60
     int C(int x)
61
62
         return (x*111*(x-1)>>1)%D;
63
64
     int B[200001], Ca[200001];
65
66
67
     void Find(int Len)
68
69
         if(Len==1)
70
              {B[0]=1;return;}
71
         int t=1;
72
         Find (Len>>1);
73
         memset(Ca, 0, sizeof(Ca));
74
         memset(A, 0, sizeof(A));
         while ((1 << t) <= 3*Len) t++;
75
76
         for(int i=0;i<Len;i++)</pre>
77
         A[i]=T[i];
78
         FNT (A, t, 1);
79
         FNT(B, t, 1);
80
         for(int i=0;i<1<<t;i++)
81
             Ca[i] = Add(Mul(2, B[i]), -Mul(B[i], Mul(B[i], A[i])));
82
         FNT(A, t, -1);
83
         FNT (Ca, t, −1);
         FNT(B, t, -1);
84
         memset(B, 0, sizeof(B));
85
86
         for (int i=0; i < Len; i++)
87
             B[i]=Ca[i];
                                                                                                         关闭
88
89
90
    int S[101][101];
91
92
     int G[2][100001];
93
94 int F[100001];
95
    int ANS[101][100001];
96
     int BIT[100001];
97
     int main()
98
99
         freopen("self.in", "r", stdin);
         freopen("self.out", "w", stdout);
100
```

```
101
102
          int N=16384*2-1;
103
          Fact[0]=1;
          int P=116195171;
104
105
          for(int i=1;i<=N;i++)Fact[i]=Mul(i,Fact[i-1]);</pre>
106
          Inv[N] = Pow(Fact[N], D-1);
107
          for (int i=N-1; ~i; i--) Inv[i]=Mul(i+1, Inv[i+1]);
108
          for(int i=1;i<=N;i++)
109
              T[i]=Mu1(Pow(2,C(i)),Inv[i]);
          T[0]=1;
110
          Find(N+1);
111
          int TTT=16;
112
          FNT (B, TTT, 1);
113
114
          memset(T, 0, sizeof(T));
115
          for(int i=1;i<=N;i++)
116
              T[i]=Mul(Inv[i-1], Pow(2, C(i)));
117
          FNT (T, TTT, 1);
118
          for(int i=0;i<1<<TTT;i++)
119
              F[i]=Mul(T[i], B[i]);
120
          FNT(F, TTT, -1);
121
          B[0]=0;
122
          int cas;
123
          S[1][1]=1;
          for (int i=2; i \le 100; i++)
124
125
          for (int j=1; j<=100; j++)
126
          S[i][j]=Add(S[i-1][j-1], Mul(j, S[i-1][j]));
127
128
129
          N=1;
130
          int n=16384*2, m=15, now=1, next=0;
131
          G[now][1]=1;
132
          while ((1 << N) < n) N++;
133
          \mathbb{N}^{++};
134
135
          for (int i=1; i <=n; i++)
136
              G[now][i]=Mul(F[i], Fact[i-1]);
137
          memset(T, 0, sizeof(T));
          for(int i=1;i<=n;i++)
138
139
              T[i]=F[i];
140
          T[0]=0;
141
          FNT (T, N, 1);
142
          for(int i=1;i<n;i++)</pre>
143
              BIT[i]=Mul(Inv[i], Pow(2, C(i)));
144
          BIT[0]=1;
          FNT(BIT, N, 1);
145
          for(int j=1; j<=m; j++, next^=1, now^=1)
146
147
148
              for(int i=1;i<=n;i++)
149
                  G[now][i]=Mul(G[now][i], Inv[i]);
150
              FNT(G[now], N, 1);
151
              for(int i=0;i<1<<N;i++)
152
                   ANS[j][i]=Mul(BIT[i],G[now][i]);
153
              FNT(ANS[j], N, -1);
              memset(G[next], 0, sizeof(G[next]));
154
              for(int i=0;i<1<<N;i++)
155
                   G[next][i]=Mul(G[now][i],T[i]);
156
157
              FNT(G[next], N, -1);
158
              for (int i=n+1; i<1<<N; i++)
                                                                                                           关闭
159
                   G[next][i]=0;
160
              for(int i=1;i<=n;i++)
161
                   G[next][i]=Mul(G[next][i], Fact[i-1]);
162
              G[next][0]=0;
163
164
165
          scanf("%d", &cas);
166
          while(cas--)
167
168
169
              int ans=0;
170
              int n.m:
              memset(G, 0, sizeof(G)); scanf("%d%d", &n, &m);
171
```

```
172
               for (int j=1; j \le m; j++)
                  ans=Add(ans, Mu1(S[m][j], Mu1(Fact[n], Mu1(Fact[j], ANS[j][n])));
   173
   174
              printf("%d\n", ans);
   175
   176
           return 0;
   177 }
还有利用反演的:
f_i = \sum_{j=0}^i S(i,j)g_i
g_i = \sum_{j=0}^{i} (-1)^{i-j} s(i,j) f_j
的充要条件
然后容斥的这里就埋个坑...什么时候会做了再说吧
关于容斥:
满足任意两行或者任意两列都不相同的 n × m 的数字矩阵有多少个,
每一个格子内的数必须是 [1, C] 内的整数。对一个大质数(10^9 + 7)取模。
n, m, C \le 4000
首先考虑如何容斥...
f_i表示列上最多有i个等价类每行不重复的方案数
g_i表示列上刚好有i个等价类每行不重复的方案数
则有f_i = S(m,i)*A^n_{m^i} = \sum_{i=1}^i rac{g_j}{S(m,j)}*S(m,i)
然后就可以O(m^2)暴力啦
    1 #include(cstdio)
    2 | #include<cstring>
    3 | #include<cstdlib>
    4 | #include < cmath >
    6 using namespace std;
    7 const
    8
           int Mod=1000000007;
    9 #define 11 long long
   10 inline int Mul(int a, int b)
   11
   12
           return a*111*b%Mod;
   13
   14
   15 | inline int Add(int a, int b)
   16
   17
           if (a>=Mod) a-=Mod;
   18
   19
           if (a<0) a+=Mod;
   20
           return a;
   21 | }
   23 inline int Pow(int a, int x)
   24 | {
   25
           int res=1;
           for(;x;x>>=1,a=a*111*a%Mod)
   26
           if (x&1) res=res*111*a%Mod;
   27
           return res;
   28
   29 }
   30
   31 int F[10001], G[10001];
   32 int S[4001][4001];
   33
       class CountTables{
   34
           public:
   35
       int howMany(int n, int m, int C)
   36
           S[1][1]=1;
   37
           for(int i=2;i<=4000;i++)
   38
           for(int j=1; j<=4000; j++)S[i][j]=Add(S[i-1][j-1], Mul(j, S[i-1][j]));
   39
           int INV=1;
   40
           INV=Pow(INV, Mod-2);
```

```
42
         int D=C, P=1;
43
         for(int i=1;i<=m;i++)
44
45
                 int V=1;
46
                 for (int j=0; j \le n; j++)
47
                      V=Mu1(V, Add(D, -j));
48
                 F[i]=V;
49
                 D=Mu1(D,C);
50
                 P=Mu1(P, i);
51
         for(int i=1;i<=m;i++)
52
53
                 G[i]=F[i];
54
55
                 for (int j=1; j < i; j++)
                      G[i]=Add(G[i],-Mul(G[j],S[i][j]));
56
57
58
         return Mul(G[m], 1);
59
         return Mul(G[m], Pow(INV, Mod-2));
60
    } } Gh;
61
62
63
    int main()
64
    {
65
         int n, m, C;
66
         scanf ("%d%d%d", &n, &m, &C);
67
         printf("%d\n", Gh. howMany(n, m, C));
68
```

To Be continued



上一篇 Hackerrank XOR Subsequences

下一篇 HDU5766 Filling

相关文章推荐

- [组合数学] 第一类,第二类Stirling数,Bell数
- 【免费】搜狗机器翻译技术分享
- 第一类Stirling数和第二类Stirling
- 深度学习在推荐领域的应用和实践--吴岸城
- 斯特林数
- Git和Github快速上手指南
- [组合数学] 第一类,第二类Stirling数,Bell数
- JFinal专题之模板引擎知识集锦

- boj 1336 简单的问题 不过自己没想到 别人解释的...
- Spring Cloud 微服务实战
- AVR学习笔记三、定时记数器0实验
- JDK9新特性解答
- Stirling 数
- 【Fibonacci 序列+第一类Stirling数+二项式定理】...
- 山东省第五届ACM大学生程序设计竞赛 Hearthsto...
- [组合数学]

关闭

查看评论

暂无评论

*以上用户言论只代表其个人观点,不代表CSDN网站的观点或立场

公司简介 | 招贤纳士 | 广告服务 | 联系方式 | 版权声明 | 法律顾问 | 问题报告 | 合作伙伴 | 论坛反馈

网站客服 杂志客服 微博客服 webmaster@csdn.net 400-660-0108 | 北京创新乐知信息技术有限公司 版权所有 | 江苏知之为计算机有限公司 |

江苏乐知网络技术有限公司

京 ICP 证 09002463 号 | Copyright © 1999-2017, CSDN.NET, All Rights Reserved

