数据结构与算法（Python版）

表达式转换（上）

陈斌 北京大学 gischen@pku.edu.cn

中缀表达式

- 我们通常看到的表达式象这样：B*C，很容易知道这是B乘以C
- 这种操作符（operator）介于操作数（operand）中间的表示法，称为“中缀”表示法
- 但有时候中缀表示法会引起混淆，如“A+B*C”

  是A+B然后再乘以C

  还是B*C然后再去加A?

中缀表达式中的优先级

- 人们引入了操作符“优先级”的概念来消除混淆
  - 规定高优先级的操作符先计算
  - 相同优先级的操作符从左到右依次计算
  - 这样A+B*C就没有疑义是A加上B与C的乘积
- 同时引入了括号来表示强制优先级，括号的优先级最高，而且在嵌套的括号中，内层的优先级更高
  - 这样(A+B)*C就是A与B的和再乘以C

全括号中缀表达式

- 虽然人们已经习惯了这种表示法，但计算机处理最好是能明确规定所有的计算顺序，这样无需处理复杂的优先规则
- 引入**全括号表达式**：在所有的表达式项两边都加上括号

  A+B*C+D，应表示为((A+(B*C))+D)

- 可否将表达式中操作符的位置稍**移动**一下？

前缀和后缀表达式

- 例如中缀表达式A+B

  将操作符移到前面，变为“+AB”

  或者将操作符移到最后，变为“AB+”

- 我们就得到了表达式的另外两种表示法：

  “前缀”和“后缀”表示法

  以操作符相对于操作数的位置来定义

前缀和后缀表达式

- 这样A+B*C将变为前缀的“+A*BC”，后缀的“ABC*+”

  为了帮助理解，子表达式加了下划线

中缀表达式	前缀表达式	后缀表达式
A + B	+ A B	A B +
A + B * C	+ A * B C	A B C * +

前缀、中缀和后缀表达式

- 再来看中缀表达式“(A+B)*C”，按照转换的规则，前缀表达式是“*+ABC”，而后缀表达式是“AB+C*”
- 神奇的事情发生了，在中缀表达式里必须的括号，在前缀和后缀表达式中消失了?
- **在前缀和后缀表达式中，操作符的次序完全决定了运算的次序，不再有混淆**

  所以在很多情况下，表达式的计算机表示都避免用复杂的中缀形式

前缀、中缀和后缀表达式

❖ 下面看更多的例子

中缀表达式	前缀表达式	后缀表达式
A + B * C + D	+ + A * B C D	A B C * + D +
(A + B) * (C + D)	* + A B + C D	A B + C D + *
A * B + C * D	+ * A B * C D	A B * C D * +
A + B + C + D	+ + + A B C D	A B + C + D +

中缀表达式转换为前缀和后缀形式

- 目前为止我们仅手工转换了几个中缀表达式到前缀和后缀的形式

  一定得有个算法来转换任意复杂的表达式

- 为了分解算法的复杂度，我们从“全括号”中缀表达式入手

  我们看A+B*C，如果写成全括号形式：

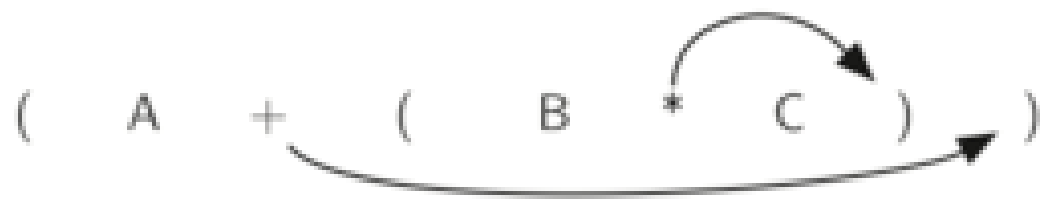
  (A+(B*C))，显式表达了计算次序

  我们注意到每一对括号，都包含了一组完整的操作符和操作数

中缀表达式转换为前缀和后缀形式

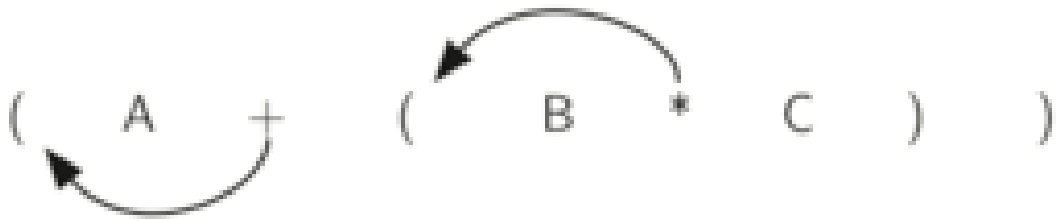
- 看子表达式(B*C)的**右括号**，如果把操作符*移到右括号的位置，替代它，再删去左括号，得到BC*，这个正好把子表达式转换为**后缀**形式

  进一步再把更多的操作符移动到相应的右括号处替代之，再删去左括号，那么整个表达式就完成了到后缀表达式的转换



中缀表达式转换为前缀和后缀形式

- 同样的，如果我们把操作符移动到左括号的位置替代之，然后删掉所有的右括号，也就得到了前缀表达式



中缀表达式转换为前缀和后缀形式

- 所以说，无论表达式多复杂，需要转换成前缀或者后缀，只需要两个步骤

  将中缀表达式转换为全括号形式

  将所有的操作符移动到子表达式所在的左括号（前缀）或者右括号（后缀）处，替代之，再删除所有的括号