数据结构与算法（Python版）

图的应用：词梯问题

陈斌 北京大学 gischen@pku.edu.cn

词梯Word Ladder问题

- 由“爱丽丝漫游奇境”的作者Lewis Carroll在1878年所发明的单词游戏
- 从一个单词演变到另一个单词，其中的过程可以经过多个中间单词

  要求是相邻两个单词之间差异只能是1个字母，

  如FOOL变SAGE：

  FOOL >> POOL >> POLL >> POLE >> PALE >> SALE >> SAGE

词梯Word Ladder问题

- 我们的目标是找到**最短**的单词变换序列
- 采用图来解决这个问题的步骤如下：

  将可能的单词之间的演变关系表达为图

  采用“广度优先搜索 BFS”，来搜寻从开始单词到结束单词之间的所有有效路径

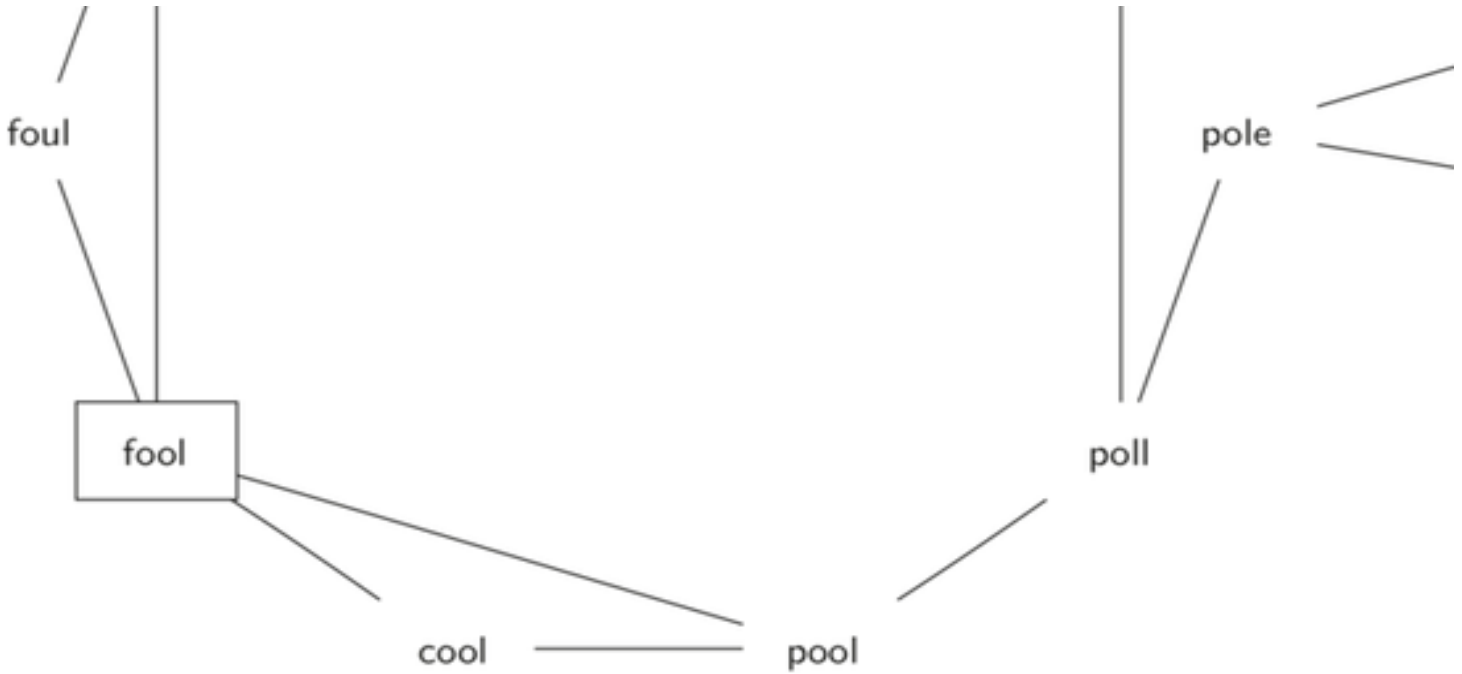
  选择其中最快到达目标单词的路径

词梯问题：构建单词关系图

- 首先是如何将大量的单词集放到图中

  将单词作为顶点的标识Key

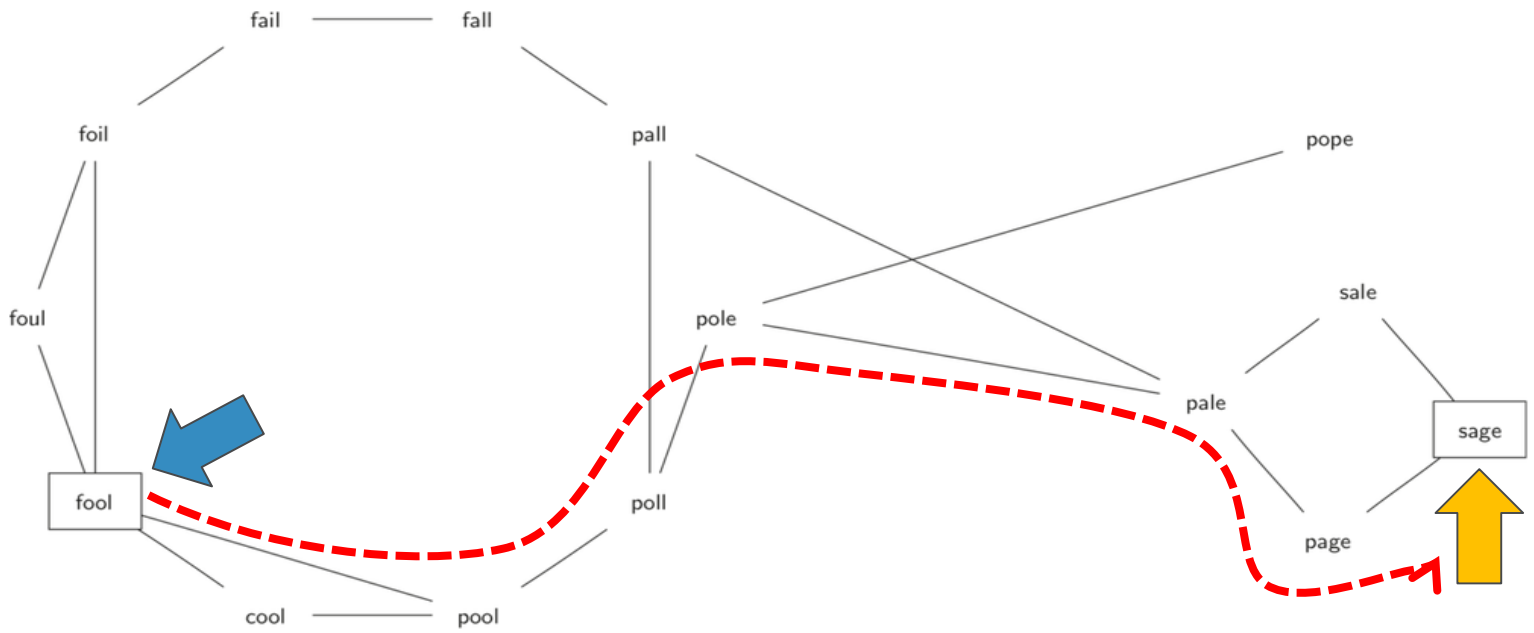
  如果两个单词之间仅相差1个字母，就在它们之间设一条边



词梯问题：构建单词关系图

- 下图是从FOOL到SAGE的词梯解，所用的图是无向图，边没有权重

  FOOL到SAGE的每条路径都是一个解



词梯问题：构建单词关系图

- 单词关系图可以通过不同的算法来构建（以4个字母的单词表为例）

  首先是将所有单词作为顶点加入图中，再设法建立顶点之间的边

- 建立边的最直接算法，是对每个顶点（单词），与其它所有单词进行比较，如果相差仅1个字母，则建立一条边

  时间复杂度是O(n^2)，对于所有4个字母的5110个单词，需要超过2600万次比较

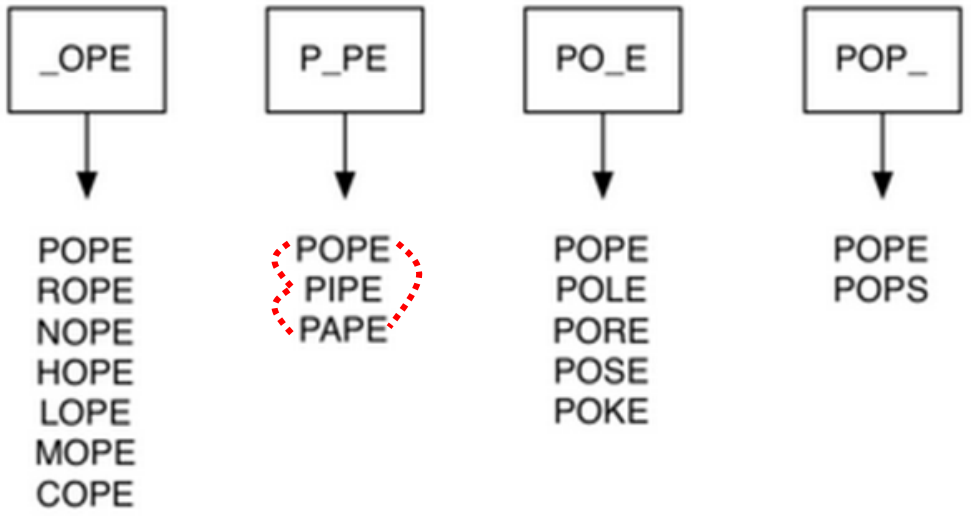
词梯问题：构建单词关系图

- 改进的算法是创建大量的桶，每个桶可以存放若干单词

  桶标记是去掉1个字母，通配符“_”占空的单词

- 所有匹配标记的单词都放到这个桶里

  所有单词就位后，再在同一个桶的单词之间建立边即可



词梯问题：采用字典建立桶


```
def buildGraph(wordFile):
    d = {}
    g = Graph()
    wfile = open(wordFile,'r')
    # create buckets of words that differ by one letter
    for line in wfile:
        word = line[:-1]
        for i in range(len(word)):
            bucket = word[:i] + '_' + word[i+1:]
            if bucket in d:
                d[bucket].append(word)
            else:
                d[bucket] = [word]
    # add vertices and edges for words in the same bucket
    for bucket in d.keys():
        for word1 in d[bucket]:
            for word2 in d[bucket]:
                if word1 != word2:
                    g.addEdge(word1,word2)
    return g
```

4字母单词
可属于4个桶

同一个桶单词
之间建立边

词梯问题：构建单词关系图

- 样例数据文件包含了5,110个4字母单词
  可从课程网站下载
- 如果采用邻接矩阵表示这个单词关系图，则需要2,600万个矩阵单元
  5,110*5,110= 26,112,100
  而单词关系图总计有53,286条边，仅仅达到矩阵单元数量的0.2%
- 单词关系图是一个非常稀疏的图