数据结构与算法（Python版）

什么是递归

陈斌 北京大学 gischen@pku.edu.cn

什么是递归Recursion?

- 递归是一种解决问题的方法，其精髓在于

  将问题分解为规模更小的相同问题，

  持续分解，直到问题规模小到可以用非常简单直接的方式来解决。

  递归的问题分解方式非常独特，其算法方面的明显特征就是：在算法流程中调用自身。

- 递归为我们提供了一种对复杂问题的优雅解决方案，精妙的递归算法常会出奇简单，令人赞叹。

初识递归：数列求和

- 问题：给定一个列表，返回所有数的和

  列表中数的个数不定，需要一个循环和一个累加变量来迭代求和

- 程序很简单，但假如没有循环语句？

  既不能用for，也不能用while

  还能对不确定长度的列表求和么？

```
def listsum(numList):
    theSum = 0
    for i in numList:
        theSum = theSum + i
    return theSum

print(listsum([1,3,5,7,9]))
```

初识递归：数列求和

- 我们认识到求和实际上最终是由一次次的加法实现的，而加法恰有2个操作数，这个是确定的。
- 看看怎么想办法，将问题规模较大的列表求和，分解为规模较小而且固定的2个数求和（加法）？

  同样是求和问题，但规模发生了变化，符合递归解决问题的特征！

初识递归：数列求和

- 换个方式来表达数列求和：全括号表达式
  (1+(3+(5+(7+9))))

- 上面这个式子，最内层的括号(7+9)，这是无需循环即可计算的，实际上整个求和的过程是这样：

$$
\begin{aligned}
total &= (1+(3+(5+(7+9)))) \\
total &= (1+(3+(5+16))) \\
total &= (1+(3+21)) \\
total &= (1+24) \\
total &= 25
\end{aligned}
$$

初识递归：数列求和

- 观察上述过程中所包含的**重复模式**，可以把求和问题归纳成这样：

  数列的和=“首个数”+“余下数列”的和

- 如果数列**包含的数少到只有1个的话，它的和就是这个数了**

  这是规模小到可以做最简单的处理

$$listSum(numList) = first(numList) + listSum(rest(numList))$$

问题　　分解　　相同问题，规模更小

初识递归：数列求和

❖ 上面的递归算法变成程序

```
def listsum(numList):
    if len(numList) == 1:
        return numList[0]
    else:
        return numList[0] + listsum(numList[1:])

print(listsum([1,3,5,7,9]))
```

最小规模

减小规模

调用自身

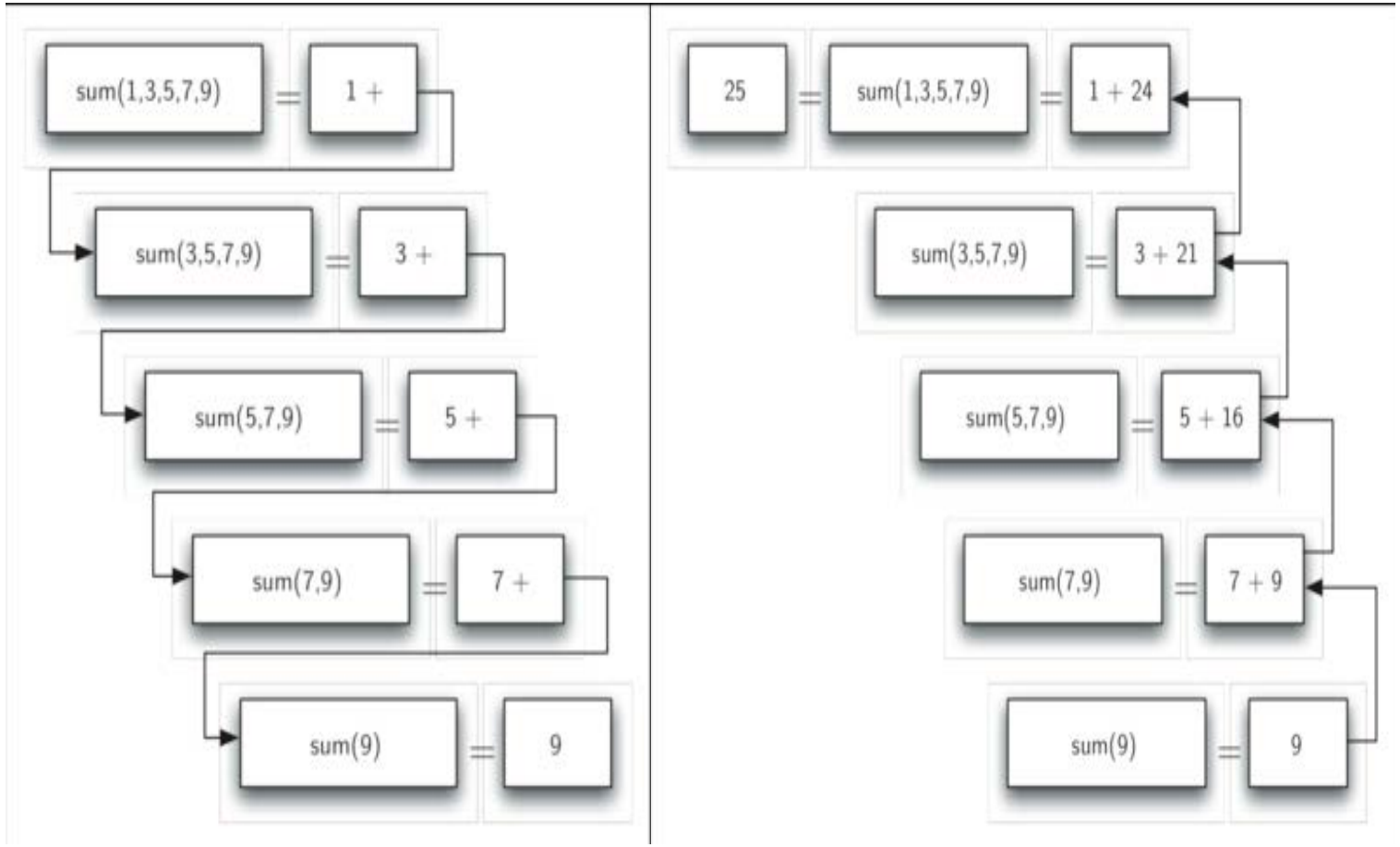
❖ 上面程序的要点：

1，问题分解为更小规模的相同问题，并表现为“调用自身”

2，对“最小规模”问题的解决：简单直接

递归程序如何被执行?

❖ 递归函数调用和返回过程的链条



递归“三定律”

- 为了向阿西莫夫的“机器人三定律”致敬，递归算法也总结出“三定律”

1，递归算法必须有一个基本结束条件（最小规模问题的直接解决）

2，递归算法必须能改变状态向基本结束条件演进（减小问题规模）

3，递归算法必须调用自身（解决减小了规模的相同问题）

递归“三定律”：数列求和问题

- 数列求和问题首先具备了**基本结束条件**：当列表长度为1的时候，直接输出所包含的唯一数
- 数列求和处理的数据对象是一个列表，而基本结束条件是长度为1的列表，那递归算法就要改变列表并向长度为1的状态**演进**

  我们看到其具体做法是将列表长度减少1。
- **调用自身**是递归算法中最难理解的部分，实际上我们理解为“**问题分解成了规模更小的相同问题**”就可以了

  在数列求和算法中就是“更短数列的求和问题”