数据结构与算法（Python版）

优先队列和二叉堆

陈斌 北京大学 gischen@pku.edu.cn

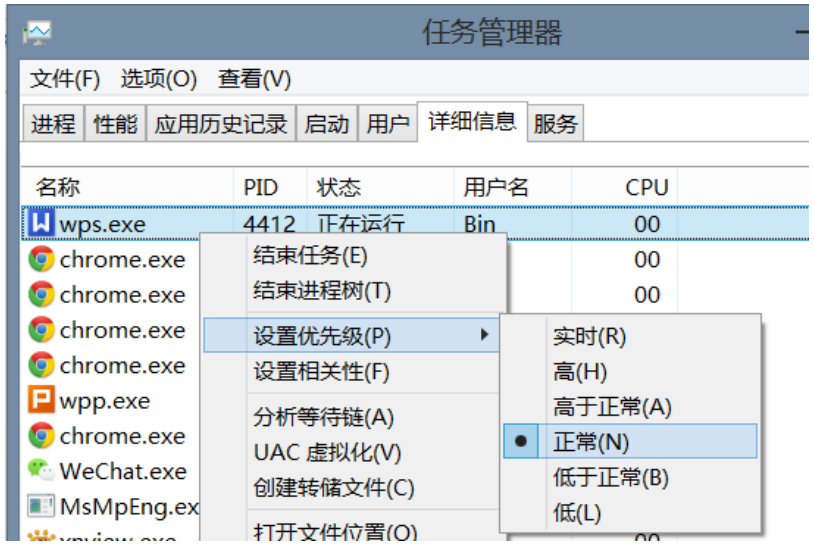
优先队列Priority Queue

- 前面我们学习了一种FIFO数据结构**队列**
- 队列有一种**变体称为“优先队列”**。

银行窗口取号排队，VIP客户可以插到队首

操作系统中执行关键任务的进程或用户特别指定

进程在调度队列中靠前



优先队列Priority Queue

- 优先队列的出队跟队列一样从队首出队；
- 但在优先队列内部，数据项的次序却是由“优先级”来确定：

  高优先级的数据项排在队首，而低优先级的数据项则排在后面。

  这样，优先队列的入队操作就比较复杂，需要将数据项根据其优先级尽量挤到队列前方。

- 思考：有什么方案可以用来实现优先队列？

  出队和入队的复杂度大概是多少？

二叉堆Binary Heap实现优先队列

- 实现优先队列的经典方案是采用**二叉堆**数据结构

  二叉堆能够将优先队列的入队和出队复杂度都保持在O(log n)

- 二叉堆的有趣之处在于，其逻辑结构上象二叉树，却是**用非嵌套的列表来实现的**！

- **最小key排在队首的称为“最小堆**min heap”

  反之，最大key排在队首的是“最大堆max heap”

二叉堆Binary Heap实现优先队列

- ADT BinaryHeap的操作定义如下：

  BinaryHeap()：创建一个空二叉堆对象；

  insert(k)：将新key加入到堆中；

  findMin()：返回堆中的最小项，最小项仍保留在堆中；

  delMin()：返回堆中的最小项，同时从堆中删除；

  isEmpty()：返回堆是否为空；

  size()：返回堆中key的个数；

  buildHeap(list)：从一个key列表创建新堆

ADT BinaryHeap的操作示例

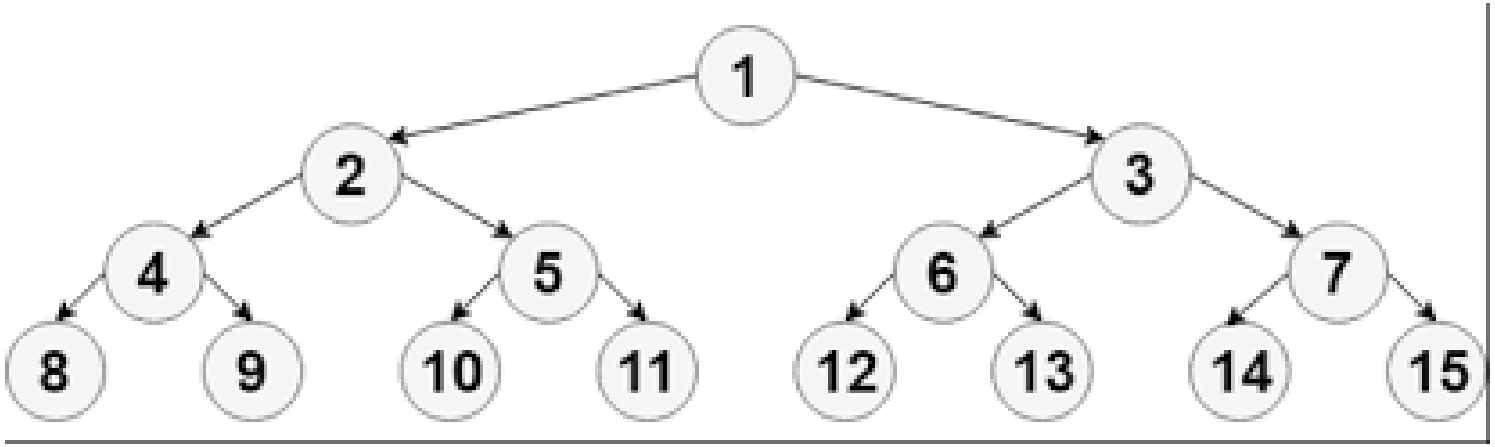

```
from pythonds.trees.binheap import BinHeap

bh = BinHeap()
bh.insert(5)
bh.insert(7)
bh.insert(3)
bh.insert(11)

print(bh.delMin())
print(bh.delMin())
print(bh.delMin())
print(bh.delMin())
```

```
>>> ========
>>>
3
5
7
11
>>>
```

用非嵌套列表实现二叉堆

- 为了使堆操作能保持在对数水平上，就必须采用二叉树结构；
- 同样，如果要使操作**始终**保持在对数数量级上，就必须始终保持二叉树的“平衡”

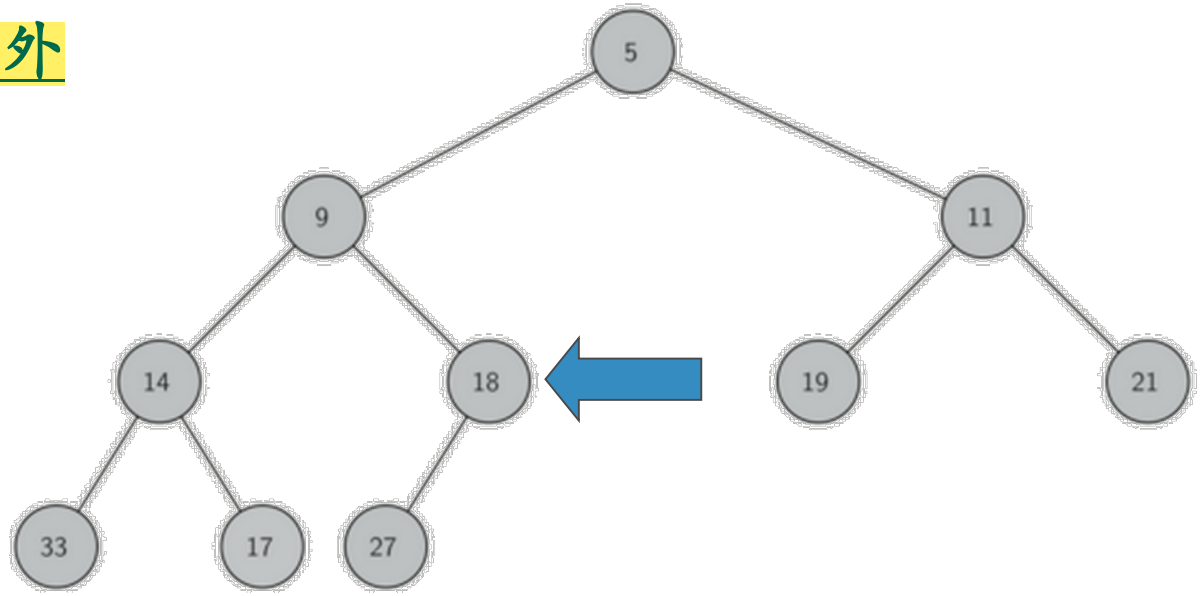
  树根左右子树拥有相同数量的节点



用非嵌套列表实现二叉堆

- 我们采用“完全二叉树”的结构来近似实现“平衡”

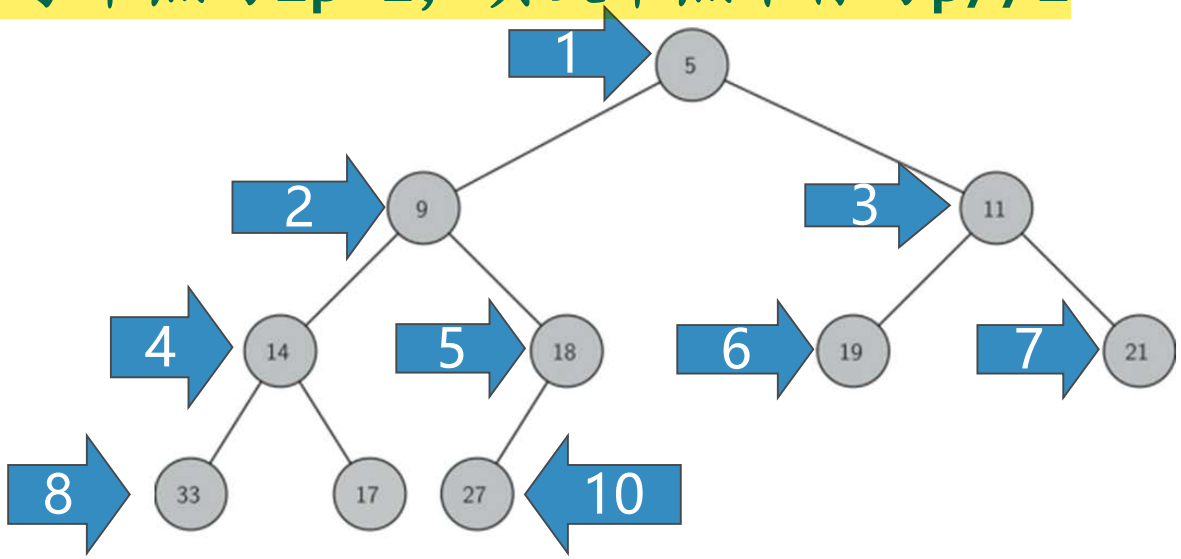
完全二叉树，叶节点最多只出现在最底层和次底层，而且最底层的叶节点都连续集中在最左边，每个内部节点都有两个子节点，最多可有1个节点例外



完全二叉树的列表实现及性质

- 完全二叉树由于其特殊性，可以用非嵌套列表，以简单的方式实现，具有很好性质

  如果节点的下标为p，那么其左子节点下标为2p，右子节点为2p+1，其父节点下标为p//2



0	5	9	11	14	18	19	21	33	17	27	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

堆次序Heap Order

- 任何一个节点x，其父节点p中的key均小于x中的key

这样，符合“堆”性质的二叉树，其中任何一条路径，均是一个已排序数列，根节点的key最小