

---

# Compte Rendu de Projet

Compression d'Image JPEG

---

## Étudiants :

BEN Romain  
LECUREUR Evrard  
SAITOUT Zouhair

# Introduction

La compression d'image est un enjeu majeur du traitement du signal et du stockage de données. Parmi les formats les plus utilisés, le format **JPEG** repose sur une transformation fréquentielle basée sur la **transformée en cosinus discrète (DCT)**, suivie d'une étape de **quantification**.

Une image numérique couleur peut être représentée sous la forme d'un tableau tridimensionnel  $I \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y \times 3}$ , correspondant aux trois canaux RGB. Dans le cadre de la compression JPEG, chaque canal est traité séparément et découpé en blocs de taille  $8 \times 8$ .

L'objectif de ce projet est d'analyser expérimentalement le rôle de la matrice de quantification  $Q$ , l'influence du facteur de qualité  $\alpha$ , ainsi que les limites du format JPEG face au bruit.

## 1 Transformée en Cosinus Discrète (DCT)

### 1.1 Principe théorique

La compression JPEG repose sur la transformée en cosinus discrète (DCT), qui permet de passer d'une représentation spatiale de l'image à une représentation fréquentielle.

Chaque bloc  $8 \times 8$  d'un canal couleur est représenté par une matrice  $M = (M_{i,j})_{0 \leq i,j \leq 7}$ . Avant la transformation, les intensités sont centrées afin de se ramener à des valeurs comprises entre  $-128$  et  $127$ .

La DCT bidimensionnelle (DCT-II) est définie par :

$$D_{k,l} = \frac{1}{4} C_k C_l \sum_{i=0}^7 \sum_{j=0}^7 M_{i,j} \cos\left(\frac{(2i+1)k\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2j+1)l\pi}{16}\right),$$

où

$$C_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad C_k = 1 \text{ pour } k > 0.$$

Cette transformation correspond à un changement de base orthonormée et peut s'écrire sous forme matricielle :

$$D = PMP^T,$$

où  $P$  est une matrice orthogonale contenant les coefficients de la DCT. La transformée inverse est alors donnée par :

$$M = P^T DP.$$

avec :

$$P_{ij} = \frac{1}{2} C_j \cos\left(\frac{(2i+1)j\pi}{16}\right)$$

### 1.2 Interprétation fréquentielle

Les coefficients  $D_{k,l}$  représentent les variations d'intensité lumineuse selon les directions horizontale et verticale.

- Les basses fréquences ( $k, l$  petits) correspondent aux variations lentes et à la structure globale de l'image.
- Les hautes fréquences ( $k, l$  grands) décrivent les détails fins, les contours et le bruit.

Dans la majorité des images naturelles, l'essentiel de l'énergie est concentré dans les basses fréquences, ce qui justifie leur conservation prioritaire dans les algorithmes de compression.

## 2 Influence du facteur de qualité $\alpha$

Dans l'algorithme JPEG, la matrice de quantification  $Q$  n'est pas fixe. On introduit un multiplicateur  $\alpha$  afin d'ajuster le compromis entre qualité visuelle et taux de compression.

## 2.1 Étape de quantification

La compression JPEG repose sur une quantification terme à terme des coefficients fréquentiels. La matrice DCT  $D$  est divisée par une matrice de quantification  $Q$ , puis arrondie :

$$\widehat{D}_{k,l} = \left\lfloor \frac{D_{k,l}}{\alpha Q_{k,l}} \right\rfloor$$

avec

$$Q = \begin{pmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 13 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{pmatrix}.$$

Les grandes valeurs de  $Q_{k,l}$ , situées dans le coin inférieur droit de la matrice, entraînent l'annulation quasi systématique des hautes fréquences après quantification.

## 2.2 Cas n°1 : $\alpha = 1$ (Qualité standard)



FIGURE 1 – Comparaison entre l'image originale et l'image JPEG reconstruite avec  $\alpha = 1$ .

**Observation visuelle :** L'image reconstruite est quasiment identique à l'originale. Les contours sont nets et les dégradés sont lisses.

**Explication technique :** Les valeurs de la matrice  $Q$  sont respectées. Seules les très hautes fréquences, peu perceptibles par l'œil humain, sont supprimées. Une grande partie des coefficients DCT est conservée.

**Résultat attendu :** Taux de conservation d'environ 10 à 12%.

### 2.3 Cas n°2 : $\alpha = 5$ (Compression intermédiaire)



FIGURE 2 – Comparaison entre l'image originale et l'image JPEG reconstruite avec  $\alpha = 5$ .

**Observation visuelle :** Des défauts commencent à apparaître, notamment autour des zones de fort contraste (effet de ringing).

**Explication technique :** Multiplier  $Q$  par 5 augmente fortement les diviseurs. Après quantification, beaucoup de coefficients deviennent nuls. Le taux de conservation chute significativement.

**Résultat attendu :** Taux de conservation autour de 3 à 5%.

### 2.4 Cas n°3 : $\alpha = 20$ (Forte compression)



FIGURE 3 – Comparaison entre l'image originale et l'image JPEG reconstruite avec  $\alpha = 20$ .

**Observation visuelle :** L'effet de bloc (blocking) devient très visible. L'image apparaît comme une mosaïque de blocs  $8 \times 8$ .

**Explication technique :** Presque tous les coefficients AC sont annulés. Chaque bloc est essentiellement représenté par son coefficient DC, correspondant à la luminosité moyenne.

**Résultat attendu :** Taux de conservation inférieur à 1.5%.

## 3 Modification de la matrice de quantification

### 3.1 Matrice standard vs matrice uniforme

La matrice de quantification standard est dite **psychovisuelle**. Elle protège les basses fréquences, auxquelles l'œil est très sensible.

Une matrice uniforme, en appliquant le même diviseur à toutes les fréquences :

- dégrade fortement les aplats,
- conserve inutilement des détails peu perceptibles,

- conduit à une compression inefficace et une mauvaise qualité visuelle.

### 3.2 Matrice $Q$ personnalisée

Une matrice  $Q$  conçue manuellement permet d'explorer l'impact de choix non optimisés :

- perte rapide de qualité,
- artefacts visuels marqués,
- efficacité de compression réduite.

## 4 Influence du bruit

### 4.1 Prétraitement de l'image

Lors de l'importation d'une image PNG, un canal Alpha (transparence) a été détecté. Ce canal étant uniforme et non traité par le standard JPEG, il a été supprimé afin d'optimiser les calculs. Le prétraitement contient aussi le rognage de l'image qui permet de s'assurer que la matrice correspondant à l'image soit de taille adéquate pour appliquer notre algorithme de compréssion.

### 4.2 Bruit “Poivre et Sel”

L'image étudiée présente un bruit de type **poivre et sel**, caractérisé par des pixels noirs et blancs isolés.

Ce bruit correspond à des variations très rapides, donc à des **hautes fréquences**.

### 4.3 JPEG comme filtre passe-bas

**Principe :** Dans l'algorithme JPEG, l'étape de quantification consiste à diviser les coefficients fréquentiels par la matrice de quantification  $Q$ , puis à arrondir le résultat. Les coefficients associés aux hautes fréquences sont fortement pénalisés et deviennent majoritairement nuls après quantification.

**Interprétation théorique :** D'un point de vue fréquentiel, la compression JPEG agit comme un **filtre passe-bas**. Après quantification, les coefficients DCT satisfont approximativement :

$$\hat{D}_{k,l} \approx 0 \quad \text{lorsque } k + l \text{ est grand.}$$

Ainsi, les variations rapides de l'image, correspondant aux hautes fréquences, sont supprimées, ce qui explique la réduction partielle du bruit de type poivre et sel lors de la compression.

### 4.4 Limites du JPEG pour le débruitage

Bien que le JPEG élimine une partie du bruit en supprimant les hautes fréquences, une compression suffisamment forte pour obtenir un débruitage efficace entraîne inévitablement une perte importante d'information.

En particulier :

- les détails fins disparaissent,
- les contours deviennent flous,
- l'effet de bloc (*blocking*) devient très visible.

Le format JPEG ne constitue donc pas une méthode de débruitage robuste en soi, mais plutôt un compromis entre compression, suppression partielle du bruit et dégradation visuelle.

## 5 Stockage CSR et Résultats de Compression

Le stockage CSR (*Compressed Sparse Row*) permet d'optimiser la mémoire en ne stockant que les coefficients non nuls. Pour que l'algorithme de compression prenne vraiment vie, il ne suffit pas de visualiser les matrices compressées ; il est impératif de matérialiser ce gain en stockant physiquement les données sur le disque.

Contrairement à des approches qui se limitent à l'affichage d'une image dégradée sans se soucier du poids final, nous avons implémenté l'exportation réelle des données au format .npz.

### 5.1 Analyse quantitative des gains de stockage

L'efficacité de notre méthode se mesure en comparant le poids du fichier compressé (contenant les trois matrices CSR pour les canaux RVB) face au stockage dense et à l'image originale. Les résultats obtenus sur notre machine sont les suivants :

- **Référence en format Dense (12000.12 Ko)** : Si l'on devait stocker la matrice complète de l'image sans format creux, le fichier pèserait près de 12 Mo.
- **Stockage CSR optimisé (217.52 Ko)** : Le fichier .npz, qui regroupe pourtant **l'intégralité des trois matrices** (Rouge, Vert, Bleu) nécessaires à la reconstruction, ne pèse que 217.52 Ko.
- **Taux de compression :**
  - Par rapport au stockage dense, la réduction est drastique avec un facteur de compression de **55.17**.
  - Par rapport à l'image originale (.png de 1.45 Mo), nous obtenons un taux réel de compression de **6.66**.

Ces chiffres démontrent que le passage au format CSR, couplé au stockage .npz, permet de diviser le poids de l'image par plus de 6 tout en conservant une qualité visuelle acceptable après reconstruction.

## 6 Comparaison image simple / image complexe

- Une image simple (zones uniformes) se compresse très bien avec peu de pertes.
- Une image complexe (textures, détails fins) nécessite plus de coefficients et se dégrade plus rapidement.

La complexité visuelle influe donc directement sur l'efficacité de la compression JPEG.

## Conclusion

Ce projet a permis d'analyser en profondeur le fonctionnement du format JPEG, en mettant en évidence le rôle fondamental de la transformée en cosinus discrète et de la quantification fréquentielle.

Le facteur de qualité  $\alpha$  contrôle directement le compromis entre taux de compression et fidélité visuelle, en augmentant la proportion de coefficients fréquentiels annulés.

Enfin, bien que le JPEG agisse comme un filtre passe-bas et puisse réduire certains bruits de haute fréquence, il ne constitue pas une méthode de débruitage robuste, les pertes de détails devenant rapidement perceptibles.