

MRI

CSDN参考资料

Bilibili参考资料

一、量子力学对角动量和磁动量的描述

(一) 赛曼分裂

定义：

- 赛曼效应描述的是在外加磁场 B_0 下，质子的能级分裂为量子化的离散状态。

能级表达式：

- 能量由以下公式给出：
- $E_m = -m\gamma\hbar B_0$
- 其中：
 - m ：磁量子数，为整数或半整数，取值范围为 $-j, -(j-1), \dots, j-1, j$ （共 $2j+1$ 个）
 - γ ：旋磁比，表示质子响应外磁场的特性；
 - \hbar ：普朗克常数除以 2π 。
- 对于自旋量子数 $j=1/2$ 的粒子（如氢原子核），能级分裂为两个状态：
 - 对于其他原子，分裂成 $2I+1$ 个能级
- $E_1 = -\frac{1}{2}\gamma\hbar B_0, \quad E_2 = \frac{1}{2}\gamma\hbar B_0$

能量状态：

- 自旋向上（ \uparrow ）：能量较低（基态），更容易被占据；
- 自旋向下（ \downarrow ）：能量较高（激发态）。

能量差：

- 两个状态之间的能量差为： $\Delta E = E_2 - E_1 = \gamma\hbar B_0$
- 这一能量差与外磁场 B_0 成正比。

吸收与跃迁：

- 自旋向上的质子可通过吸收频率与能量差匹配的光子跃迁到自旋向下状态。
- 光子的能量为： $E = \Delta E = \gamma\hbar B_0$

玻尔兹曼分布

$$\frac{N_i}{N_j} = \exp \left(-\frac{E_i - E_j}{kT} \right)$$

玻尔兹曼分布描述的是在热平衡状态下，粒子在不同能级上的分布概率。

- N_i 和 N_j 分别是能级 i 和 j 上的粒子数，
- E_i 和 E_j 分别是能级 i 和 j 的能量，
- k 是玻尔兹曼常数，
- T 是温度。

自旋情况分析（质子/中子）

- 偶偶核：无自旋，自旋量子数 $I=0$
- 奇偶核： $I=1/2, 3/2, 5/2$ 等半整数
- 奇奇核： $I=1, 2, 3$ 等整数

磁矩

$\mu = \gamma I \hbar$ （磁旋比 \times 自旋角动量）

（二）拉莫尔频率

定义：

- 拉莫尔频率是质子在外磁场 B_0 下进动的角频率，定义为： $\omega_{RF} = \gamma B_0$
- 其中：
 - ω_{RF} ：拉莫尔角频率；
 - γ ：旋磁比；
 - B_0 ：外加磁场的强度。

物理意义：

- 拉莫尔频率描述了质子围绕磁场 B_0 方向的进动速度。
- 等价于质子吸收与能量差相匹配的射频波的频率。

特定条件下的数值：

- 氢原子的旋磁比 γ 为 42.6 MHz。
- 在 $B_0=1T$ 的外磁场下，拉莫尔频率约为 42.6 MHz。
- 在 $B_0=1.5 T$ 时，拉莫尔频率为 63.85 MHz。

射频波（RF）：

- 质子吸收拉莫尔频率范围的射频波实现共振。
- 由于人体中氢原子较多（如水分和脂肪），MRI通过检测氢原子的共振信号生成图像。

二、MR信号

（一）宏观净磁矢量

定义：

- 在外加磁场 B_0 的作用下，每个体素（voxel）中的大量质子处于动态平衡状态。
- 动态平衡时，质子分布在两个能级中：
 - 自旋向上状态：磁矩方向与 B_0 同向，磁矩 $\mu_z(t) > 0$ 。
 - 自旋向下状态：磁矩方向与 B_0 反向，磁矩 $\mu_z(t) < 0$ 。

统计表现：

- 由于量子统计力学，大量质子的宏观表现为净磁化矢量 M_0 ，描述为：
$$M_0 = \sum_{i=1}^{n_s} \mu_i$$
 - μ_i ：单个质子的磁矩；
 - n_s ：体素内质子总数。

$$M_0 \propto N \cdot B_0 \cdot \gamma^2 / T$$

（二）射频磁场RF

- 射频磁场 B_1 是沿着x、y轴的两个通有交流电的线圈激发的，频率为拉莫尔频率（才能与自旋质子共振）。
- 当射频磁场的频率与拉莫尔频率匹配时，会使质子从自旋向上状态跃迁至自旋向下状态，改变净磁化矢量的分布。

数学描述：

- 射频磁场的作用使磁化矢量 M 绕 B_1 的方向进动，其**旋进角频率**为： $\omega_1 = \gamma B_1$

翻转角 α ：

- 射频脉冲施加的时间 t 与 B_1 的强度决定翻转角：
$$\alpha = \int_0^t \gamma B_1 d\tau = \gamma B_1 t = \omega_1 t$$
- 常见的翻转角：
 - $\alpha=90^\circ$ ：净磁化矢量翻转至横向平面；
 - $\alpha=180^\circ$ ：净磁化矢量翻转至反方向。

（三）弛豫

射频脉冲结束后，系统回到动态平衡状态的过程。

纵向弛豫 (T1弛豫)：

- 定义：磁化矢量的纵向分量（平行于 B0）恢复至平衡状态（能量释放）的过程。
- 时间常数 T1：描述恢复速度。

横向弛豫 (T2弛豫)：

- 定义：磁化矢量的横向分量（垂直于 B0）因**相位失相干**而衰减的过程。
- 时间常数 T2：描述衰减速度。

1、Bloch 方程

$$dM/dt = M \times \gamma B - (M_z - M_0)/T_1 - (M_x i + M_y j)/T_2$$

(1) 纵向弛豫：自旋-晶格作用

- 定义：
磁化矢量的纵向分量 M_z （平行于外磁场 B0）因能量向晶格传递（自旋-晶格相互作用）逐渐恢复至平衡值 M_0 的过程。
- 时间常数 T1：
描述纵向磁化强度恢复至 $(1 - 1/e) \approx 63\%$ 平衡状态所需时间。
- 数学表达式 (Bloch 方程)： $M_z(t) = M_z(t=0) \cos \alpha e^{-t/T_1} + M_0(1 - e^{-t/T_1})$
 - α ：翻转角（例如 $\pi/2$ 表示 90° 翻转）；
 - M_0 ：平衡磁化强度。
- 特点：
 - T1 值随组织类型不同而变化（脂肪的 T1 短，水的 T1 长）。
 - 决定 T1 加权成像的对比。

(2) 横向弛豫：自旋-自旋作用

- 定义：
磁化矢量的横向分量 M_{xy} （垂直于外磁场 B0）因自旋间的相互作用（自旋-自旋相互作用）逐渐失相干而衰减的过程。
- 时间常数 T2：
描述横向磁化强度衰减至 $1/e \approx 37\%$ 的时间。
- 数学表达式 (Bloch 方程)： $M_{xy}(t) = M_{xy}(t=0)e^{-t/T_2}$
- 特点：
 - T2 值通常比 T1 短（如水的 T2 较长，而脂肪的 T2 较短）。

- 决定 T2 加权成像的对比。

(3) 特殊计算

- 翻转角 $\alpha=\pi/2$:**
射频脉冲将纵向磁化矢量完全翻转至横向平面（产生最大信号）。
- Inversion Recovery（反转恢复）:**
 - 通过施加 π 脉冲将磁化矢量反转，再等待一段时间（称为 **TI**，反转时间），实现纵向恢复。
 - 应用于组织对比增强，如脂肪抑制。
- 重复时间 TR 的多次激发:**
多次重复时间后，纵向磁化达到稳态状态： $M_z(\text{稳态}) = M_0(1 - e^{-TR/T_1})$

2、信号测量与加权

受到90度RF激励后，净磁化矢量的横向分量以进动频率沿顺时针方向开始旋转，在xy平面上的线圈内感应出交流电（Faraday）：

$$s_x(t)=M_0e^{-(t/T_2)}\cos\omega_0t$$

$$s_y(t)=M_0e^{-(t/T_2)}\sin\omega_0t$$

$$s(t) = s_x(t) + i s_y(t) = M_0 e^{-(t/T_2)} e^{i\omega_0t} \text{（旋转坐标系解调后得到} s(t)=M_0 e^{-(t/T_2)})$$

TR时间后重新进行实验，净磁化矢量的纵向矢量恢复到 $M_l(TR)=M_0(1-e^{-(TR/T_1)})$

对于SE序列， $s(TR+TE)=M_{xy}=M_0(1-e^{-(TR/T_1)})e^{-(TE/T_2)}$

每隔一个TE的时间采集一次信号（在这之前要在 $t=TE/2$ 时，施加一个 180° 重聚脉冲），每隔一个TR的时间重新发送一次90度RF激励

特性	自旋回波（SE）	梯度回波（GE）
RF 脉冲	90° 脉冲 + 180° 重聚脉冲	小角度脉冲（通常 < 90°）
信号衰减	由 T2 决定	由 T2* 决定
磁场不均匀性	通过 180° 脉冲消除	无法消除
成像速度	较慢（TR 较长）	较快（TR 较短）
信号强度公式	$s(TR,TE)=M_0(1-e^{-TR/T_1})e^{-TE/T_2}$	$s(TR,TE)=M_0(1-e^{-TR/T_1})e^{-$

- 为什么不能测量 z 方向的磁场得到信号？
- 由法拉第电磁感应定律，z 方向的磁场没有切割 xy 平面的线圈。

(1) PD-W

质子密度加权, $TR \gg T1$, $TE \ll T2$

(2) T1-W

T1加权, $TR \sim T1$, $TE \ll T2$

因为T2非常短, 横向弛豫还未充分开始

(3) T2-W

T2加权, $TR \gg T1$, $TE \sim T2$

由于T2很长, 质子群在纵向上已经完全弛豫

(四) 自由感应衰减与化学位移

1、PID

$$F(w) = T2 / (1 + T2^2 w^2)$$

2、化学位移

化学位移是由周围电子对质子屏蔽效应引起的拉莫尔频率微小差异, 单位为 ppm。

$$B_{eff} = B_0(1 - \sigma)$$

由于有效磁场的减少, 共振频率也发生位移: $\omega_{eff} = \omega_0(1 - \sigma)$

- ω_0 : 原始拉莫尔频率;
- ω_{eff} : 屏蔽后拉莫尔频率。

化学位移的频率差 (Δf_{cs}):
$$\Delta f_{cs} = \frac{\gamma}{2\pi} B_0 \Delta \delta \times 10^{-6}$$

- $\Delta \delta$: 化学位移的差值 (ppm, 单位无关);
- B_0 : 磁场强度 (单位: T);
- γ : 质子的旋磁比, 约为 42.58 MHz/T。

$$\text{化学位移} = \frac{\Delta f}{f_0} \times 10^6 \text{ ppm}$$

【例】已知化学位移在 3T 磁场下的频率差为 450 Hz, 要求通过公式逆推化学位移值 (ppm)。

γ 为氢的旋磁比, 约为 42.58 MHz;

$B_0 = 3 \text{ T}$, 所以参考频率 $\nu_s = 42.58 \times 3 = 127.74 \text{ MHz} = 127740000 \text{ Hz}$

带入公式计算:

$$\delta = \frac{\Delta \nu}{\nu_s} \times 10^6$$

计算结果：

$$\delta \approx 3.52 \text{ ppm}$$

【例】 给定 $B_0=1.5 \text{ T}$ 和 $\Delta\delta=3.5 \text{ ppm}$ ，求水和脂肪信号的频率差。

$$\Delta f_{\text{CS}} = 42.58 \times 1.5 \times 3.5 \times 10^{-6} \text{ Hz} = 225 \text{ Hz}$$

三、MR图像

（一）z轴层面选择

（二）xy位置编码

1、y轴相位编码

2、x轴频率编码

K空间

（三）自旋回波序列

（四）梯度回波序列

四、图像质量

特斯拉和高斯单位换算（居里与贝克） 用于梯度磁场的计算

