

# Seminar 7

## Введение в классическую механику

Victor Ivanov Yu.\*

### Аннотация

Physics and Mathematics

## Содержание

<b>1</b>	<b>Специальная теория относительности</b>	<b>1</b>
1.1	Постулаты . . . . .	1
1.2	Фундаментальные эффекты . . . . .	1
1.3	Преобразования Лоренца . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Упражнения</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Homework</b>	<b>4</b>

## 1 Специальная теория относительности

### 1.1 Постулаты

1. Скорость света имеет одно и то же значение в любой инерциальной системе отсчета.
2. Все инерциальные системы отсчета "эквивалентны".

### 1.2 Фундаментальные эффекты

1. Потеря одновременности.
2. Сокращение длины (*The Lorentz – FitzGerald contraction*).
3. Замедление времени.

---

\*VI

### 1.3 Преобразования Лоренца

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$$

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' + v\Delta x'/c^2)$$

Или для штрихованной системы координат

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

В матричном виде

$$\begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\beta \equiv v/c$$

## 2 Упражнения

**Задача 2.1. (Потеря одновременности):** Двое часов расположены на концах поезда длиной  $L$  (измеренной в его собственной системе отсчета). Они синхронизированы в системе отсчета поезда. Поезд проезжает мимо вас со скоростью  $v$ . Оказывается, если вы наблюдаете за часами в одно и то же время в вашей системе отсчета, вы увидите (узнаете), что задние часы показывают более высокие показания, чем передние. На сколько?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.2. (Замедление времени):** Двойник  $A$  остается на Земле, а двойник  $B$  быстро летит к далекой звезде и обратно. Покажите, что  $B$  моложе  $A$ , когда они встретятся снова.

Решение. Elementary ■

**Задача 2.3. (Замедление времени):** Элементарные частицы, называемые мюонами (которые идентичны электронам, за исключением того, что они примерно в 200 раз массивнее) создаются в верхних слоях атмосферы, когда космические лучи сталкиваются с молекулами воздуха. Мюоны имеют среднее время жизни около  $2 \cdot 10^{-6}$  секунд (затем они распадаются на электроны и нейтрино) и движутся почти со скоростью света. Предположим для простоты, что некий мюон рождается на высоте 50 км, движется прямо вниз, имеет скорость  $v = 0.99998c$ , распадается ровно за  $T = 2 \cdot 10^{-6}$  секунд и ни с чем не сталкивается на пути вниз. Достигнет ли мюон Земли до того, как он (мюон!) распадется?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.4. (Сокращение длины):** Два поезда  $A$  и  $B$  имеют длину  $L$  и движутся в одном направлении. Скорость  $A$  равна  $4c/5$ , а скорость  $B$  равна  $3c/5$ .  $A$  начинается позади  $B$ . Сколько времени, с точки зрения человека  $C$ , стоящего на земле, понадобится  $A$ , чтобы обогнать  $B$ ? Под этим мы подразумеваем время между тем как передняя часть поезда  $A$  проходит заднюю часть поезда  $B$ , а задняя часть поезда  $A$  проходит переднюю часть поезда  $B$ .

Решение. Elementary ■

**Задача 2.5. (Преобразования Лоренца):** Поезд правильной длины  $L$  движется со скоростью  $5c/13$  относительно земли. Мяч бросают из задней части поезда в переднюю. Скорость мяча относительно поезда равна  $c/3$ . С точки зрения человека, находящегося на земле, сколько времени мяч находится в воздухе и какое расстояние он пролетает?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.6.** С какой скоростью двигались в  $K$ -системе отсчета часы, если за время  $t = 5$  с (в  $K$ -системе) они отстали от часов этой системы на  $\Delta t = 0.1$  с?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.7.** Палка длины  $L$  движется мимо вас со скоростью  $v$ . Между совпадающим с вами передним концом и совпадающим с вами задним концом существует промежуток времени. Каков этот интервал времени в

1. вашей системе отсчета (Рассчитайте это, работая в вашей системе отсчета.)
2. вашей системе отсчета (Работая в системе отсчета связанной с палочкой.)
3. системе отсчета палки (Работая в вашей системе отсчета)
4. системе отсчета палки (Работая в системе отсчета связанной с палкой)

Решение. Elementary ■

**Задача 2.8.** Мимо вас со скоростью  $v$  пролетает квадрат со стороной  $L$  в направлении, параллельном двум его сторонам. Вы стоите в плоскости квадрата. Когда вы увидите квадрат в ближайшей к вам точке, покажите, что он кажется вам повернутым, а не сжатым. (Предположим, что  $L$  мало по сравнению с расстоянием между вами и квадратом.)

Решение. Elementary ■

**Задача 2.9.** Поезд и туннель имеют правильную длину  $L$ . Поезд движется к туннелю со скоростью  $v$ . В передней части поезда находится бомба. Бомба рассчитана на взрыв, когда передняя часть поезда пересекает дальний конец туннеля. Датчик деактивации расположен в задней части поезда. Когда задняя часть поезда проезжает ближний конец туннеля, датчик сообщает бомбе об обезвреживании. Взорвется ли бомба?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.10.** Тесто для печенья лежит на конвейерной ленте, которая движется со скоростью  $v$ . Круглый штамп вырезает печенье, когда тесто проносится под ним. Когда вы покупаете это печенье в магазине, какой оно формы? То есть они сплюснены в направлении ленты, растянуты в этом направлении или круглые?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.11.** Представьте себе три последовательные точки:  $A, B, C$ .  $A$  и  $B$  движутся со скоростью  $4c/5$  и  $3c/5$  относительно земли.  $C$  какой скоростью должен двигаться  $C$ , чтобы он увидел, что  $A$  и  $B$  приближаются к нему с одинаковой скоростью? Что это за скорость?

Решение. Elementary ■

**Задача 2.12.** В лабораторной системе отсчета объект движется со скоростью  $(u_x, u_y)$ , а вы двигаетесь со скоростью  $v$  в направлении  $x$ . Каким должно быть значение  $v$ , чтобы вы также видели, как объект движется со скоростью  $u_y$  в вашем направлении  $y$ ? Одно решение, конечно,  $v = 0$ . Найдите другое.

Решение. Elementary ■

**Задача 2.13.** Рассмотрим следующую вариацию парадокса близнецов. У  $A, B$  и  $C$  есть часы. В системе отсчета  $A$ ,  $B$  пролетает мимо  $A$  со скоростью  $v$  вправо. Когда  $B$  проходит мимо  $A$ , они оба устанавливают свои часы на ноль. Кроме того, в системе отсчета  $A$ ,  $C$  начинает двигаться далеко с правой стороны и движется влево со скоростью  $v$ . Когда  $B$  и  $C$  проходят друг мимо друга,  $C$  устанавливает свои часы так же, как и у  $B$ . Наконец, когда  $C$  проходит мимо  $A$ , они сравнивают показания своих часов. В этот момент пусть часы  $A$  показывают  $T_A$ , а часы  $C$  показывают  $T_C$ .

1. Работая в системе отсчета  $A$ , покажите, что  $T_C = T_A/\gamma$ , где  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ .
2. Работая в системе отсчета  $B$ , покажите еще раз, что  $T_C = T_A/\gamma$
3. Работая в системе отсчета  $C$ , покажите еще раз, что  $T_C = T_A/\gamma$

Решение. Elementary ■

### 3 Homework

**Задача 3.1.** — “Pick a flower on Earth and you move the farthest star”, Paul Dirac

Решение. — “Pick a flower on Earth and you move the farthest star”, Paul Dirac ■

— “Pick a flower on Earth and you move the farthest star”, Paul Dirac