

Группа P3220 К работе допущен _____
Студенты Касьяненко В., Кремпольская Е. Работа выполнена _____
Преподаватель Иванов В.Ю. Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.02

Скольжение тележки по наклонной плоскости

1. Цель работы:

Изучить скольжение тележки по наклонной плоскости.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

1. Получить данные измерений (построить экспериментальную выборку);
2. Экспериментально проверить равноускоренность движения тележки;
3. Определить величину ускорения свободного падения;
4. Сравнить полученную величину со значением константы.

3. Объект исследования:

Тележка, скользящая по наклонной плоскости с воздушной подушкой.

4. Метод экспериментального исследования:

Многократные совместные измерения времени прохода тележки через оптические ворота и проверка теории скользящего по наклонной поверхности тела.

5. Рабочие формулы и исходные данные:

Второй закон Ньютона, описывающий движение тележки: $m\bar{a} = m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}_{\text{тр}}$

$$\begin{cases} 0y: & 0 = N - mg \cos \alpha \\ 0x: & mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \end{cases}$$

Выражение для ускорения с учетом малых значений угла и коэффициента трения: $a = g(\sin \alpha - \mu)$

Ускорение тележки по методу наим.квдратов и СКО:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2}; \quad \sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - aZ_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N Z_i^2}}$$

Абсолютная погрешность с учетом погрешности приборов: $\Delta x = \sqrt{(\overline{\Delta x})^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2}$

Погрешность косвенного значения: $\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2}; \quad z = f(x_1, x_2)$

Δ_{ux} – погрешность прибора, $\overline{\Delta x}$ – случайная погрешность (доверительный интервал)

Относительная погрешность: $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$

Значение угла наклона рельса к горизонту: $\sin \alpha = \frac{(h_0 - h) - (h'_0 - h')}{x' - x}$

Значение ускорения и его погрешность: $\bar{a} = \frac{2(x_2 - x_1)}{(\bar{t}_2)^2 - (\bar{t}_1)^2}$

$$\Delta a = \bar{a} \cdot \sqrt{\frac{(\Delta x_{u2})^2 + (\Delta x_{u1})^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\bar{t}_2 \Delta t_2)^2 + (\bar{t}_1 \Delta t_1)^2}{((\bar{t}_2)^2 - (\bar{t}_1)^2)^2}}$$

$$\text{Коэффициенты } B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2}; \quad A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)$$

СКО для ускорения свободного падения: $\sigma_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}}$, где $d_i = a_i - (A + B \sin \alpha_i)$

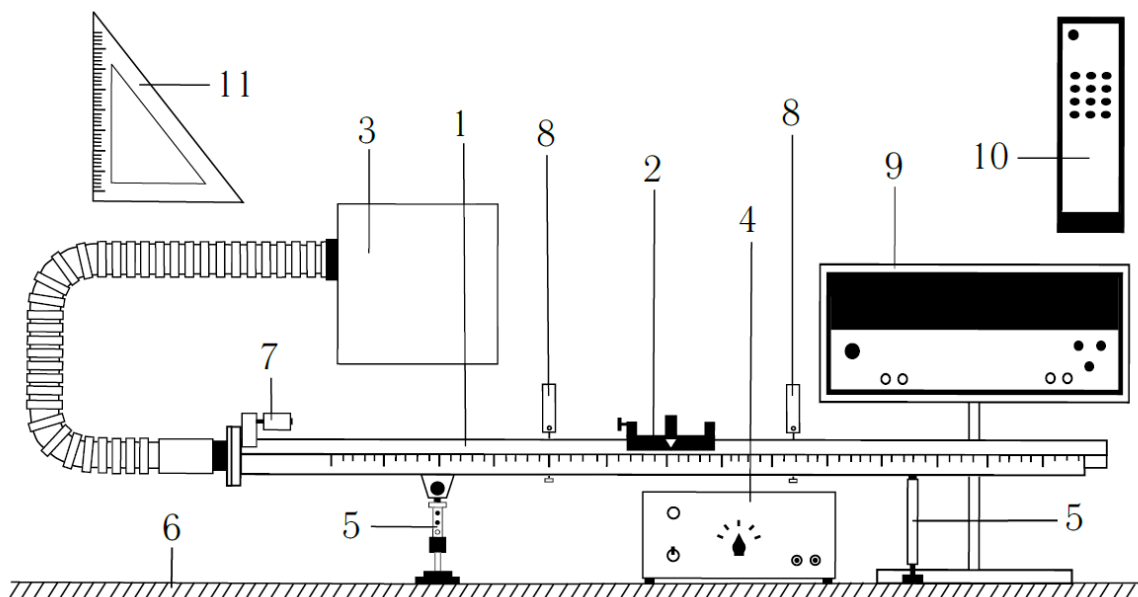
$$D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2$$

6. Измерительные приборы:

№	Наименование	Предел измерения	Цена деления	Класс точности	$\Delta_{\text{изм}}$
1	Линейка на рельсе	1.3 м	1 см/дел	-	0.005 м
2	Линейка на угольнике	0.4 м	1 мм/дел	-	0.0005 м
3	ПКЦ-3 (секундомер)	100 с	0.1 с	-	0.1 с

7. Схема установки:

По рельсу на винтовых ножках "1" скользит тележка "2". Для уменьшения трения между поверхностями рельса и тележки создается воздушная подушка с помощью воздушного насоса "3". Тележка снабжена флажком с черными вертикальными рисками, которые фиксирует цифровой измерительный прибор, когда тележка проходит через оптические ворота. Угольник используется для измерения вертикальных координат точек.



8. Результаты прямых измерений и их обработки:

Таблица 2

$x, \text{ м}$	$x', \text{ м}$	$h_0, \text{ м}$	$h'_0, \text{ м}$
0.22	1	0.204	0.206

Таблица 3

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	$x_1, \text{ м}$	$x_2, \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$x_2 - x_1, \text{ м}$	$(t_2^2 - t_1^2)/2, \text{ с}^2$
1	0.15	0.40	1.2	2.3	0.2500 ± 0.0047	1.9250 ± 0.1729
2	0.15	0.50	1.2	2.5	0.3500 ± 0.0047	2.4050 ± 0.1849
3	0.15	0.70	1.3	3.1	0.5500 ± 0.0047	3.9600 ± 0.2241
4	0.15	0.90	1.2	3.4	0.7500 ± 0.0047	5.0600 ± 0.2404
5	0.15	1.10	1.3	4.0	0.9500 ± 0.0047	7.1550 ± 0.2804

Тогда ускорение посчитаем по МНК: $a = 0.138211 \approx 0.1382 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

и СКО: $\sigma_a = 0.00337781 \approx 0.0034$

Таблица 4

$N_{\text{пл}}$	$h, \text{ м}$	$h', \text{ м}$	№	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$
1	0.194	0.205	1	1.3	4.0
			2	1.4	4.1
			3	1.3	4.0
			4	1.5	4.2
			5	1.4	4.2
2	0.184	0.205	1	1.2	3.2
			2	1.1	3.1
			3	1.1	3.1
			4	1.1	3.1
			5	1.0	3.0
3	0.175	0.205	1	0.9	2.6
			2	0.9	2.6
			3	0.9	2.6
			4	0.8	2.4
			5	0.9	2.6
4	0.165	0.204	1	0.9	2.3
			2	0.9	2.3
			3	0.8	2.2

			4	0.7	2.2
			5	0.6	2.0
5	0.155	0.204	1	0.6	1.9
			2	0.6	2.0
			3	0.6	2.0
			4	0.6	2.0
			5	0.6	2.0
<p>$N_{\text{пл}}$ - количество пластин; h - высота на координате $x = 0.22$ м; h' - высота на координате $x' = 1.00$ м.</p>					

Таблица 5

$N_{пл}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \text{ c}$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \text{ c}$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
1	0.0115	1.3800±0.1234	4.1000±0.1409	0.1275±0.0103
2	0.0244	1.1000±0.1102	3.1000±0.1102	0.2262±0.0196
3	0.0359	0.8800±0.0868	2.5600±0.1295	0.3286±0.0388
4	0.0474	0.7800±0.1751	2.2000±0.1661	0.4490±0.0829
5	0.0603	0.6000±0.0667	1.9800±0.0868	0.5336±0.0530
<p>$N_{пл}$ - количество пластин; $\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1,i,2,i};$</p>				

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2} = 8.56$$

$$A = \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i) = 0.025; D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i)^2 = 0.0014552$$

СКО для ускорения свободного падения: $\sigma_g = 0.331411$

10. Расчет погрешностей измерений:

Для задания 1:

Доверительная вероятность $\alpha = 0.95$, коэффициент Стьюдента $t_{\alpha, n} = 2.7764$

$$\Delta(x_2 - x_1) = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial x_1} \Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial x_2} \Delta_{x_2}\right)^2} \quad (\Delta x_i = \frac{2}{3} \Delta_{\text{и}}) \rightarrow \Delta(x_2 - x_1) = \frac{\sqrt{2}}{300} = 0.0047 \text{ м}$$

$$\Delta\left(\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}\right) = \sqrt{(t_2 \Delta_t)^2 + (t_1 \Delta_t)^2} \quad (\Delta_t = \frac{2}{3} \Delta_{\text{и}})$$

Абсолютная погрешность коэффициента a для доверительной вероятности $\alpha = 0.9$:

$$\Delta_a = 2\sigma_a = 0.0068$$

Относительная погрешность ускорения: $\varepsilon_a = \frac{\Delta_a}{a} \cdot 100\% = 4.89\%$

Для задания 2:

Доверительная вероятность $\alpha = 0.95$, коэффициент Стьюдента $t_{\alpha, n} = 2.7764$

	для t_1 , с		для t_2 , с	
$N_{пл}$	$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}}$	$\Delta_{t_1} = \sqrt{(t_{\alpha, n} S_{\bar{t}})^2 + (\frac{2}{3} \Delta_{и})^2}$	$S_{\bar{t}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}}$	$\Delta_{t_2} = \sqrt{(t_{\alpha, n} S_{\bar{t}})^2 + (\frac{2}{3} \Delta_{и})^2}$
1	0.0374	0.1234	0.0447	0.1409
2	0.0316	0.1102	0.0316	0.1102
3	0.0200	0.0868	0.0400	0.1295
4	0.0583	0.1751	0.0548	0.1661
5	0.0000	0.0667	0.0200	0.0868

Абсолютная погрешность коэффициента g для доверительной вероятности $\alpha = 0.9$:

$$\Delta_g = 2\sigma_g = 0.6628$$

Относительная погрешность g : $\varepsilon_g = \frac{\Delta_g}{g} \cdot 100\% = 7.74\%$

Абсолютное отклонение значения g : $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = 9.82 - 8.56 = 1.26 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

11. Графики:

График 1. Зависимость $Y(Z)=aZ$. Аппроксимирующая прямая и аналитически полученная зависимость.

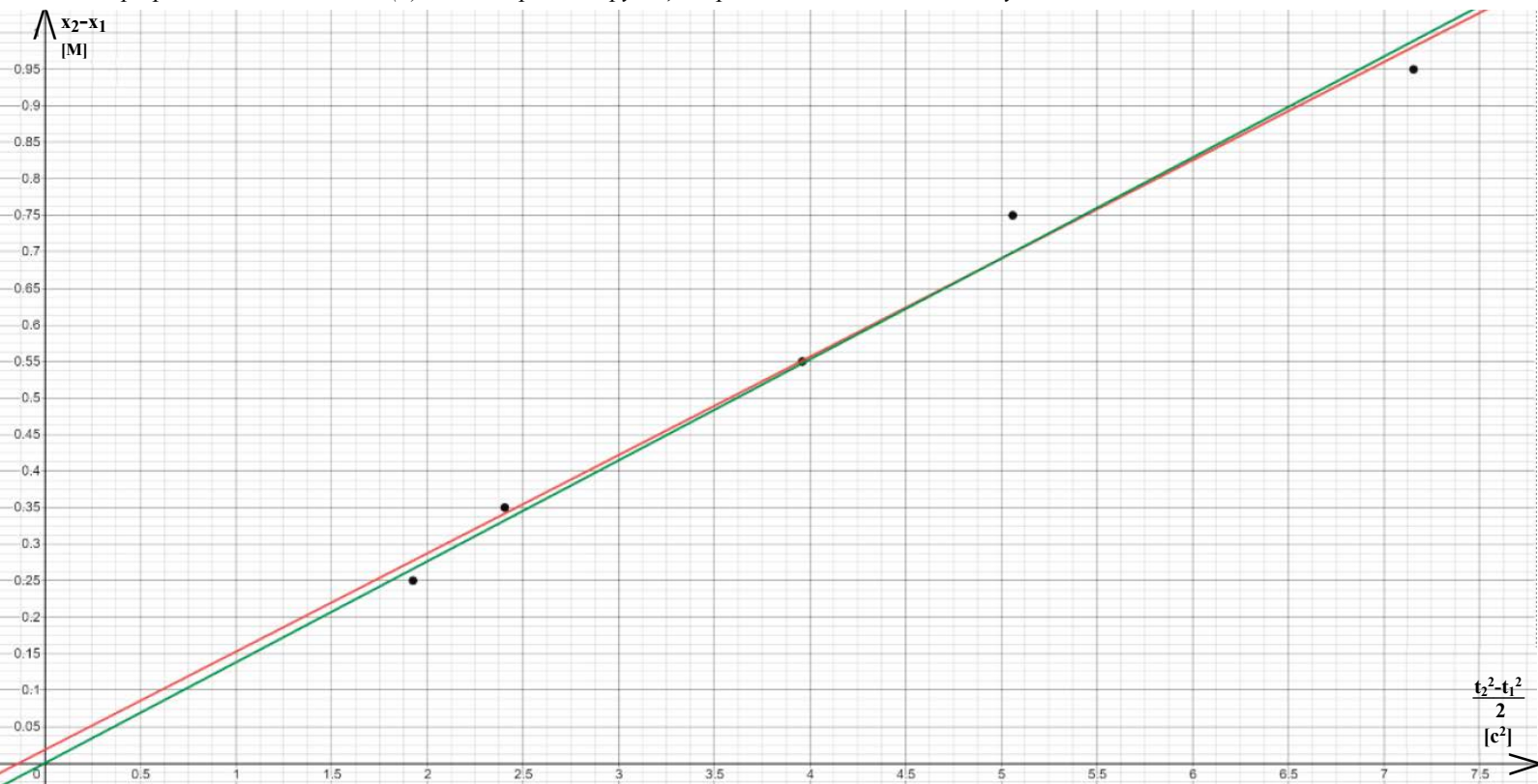
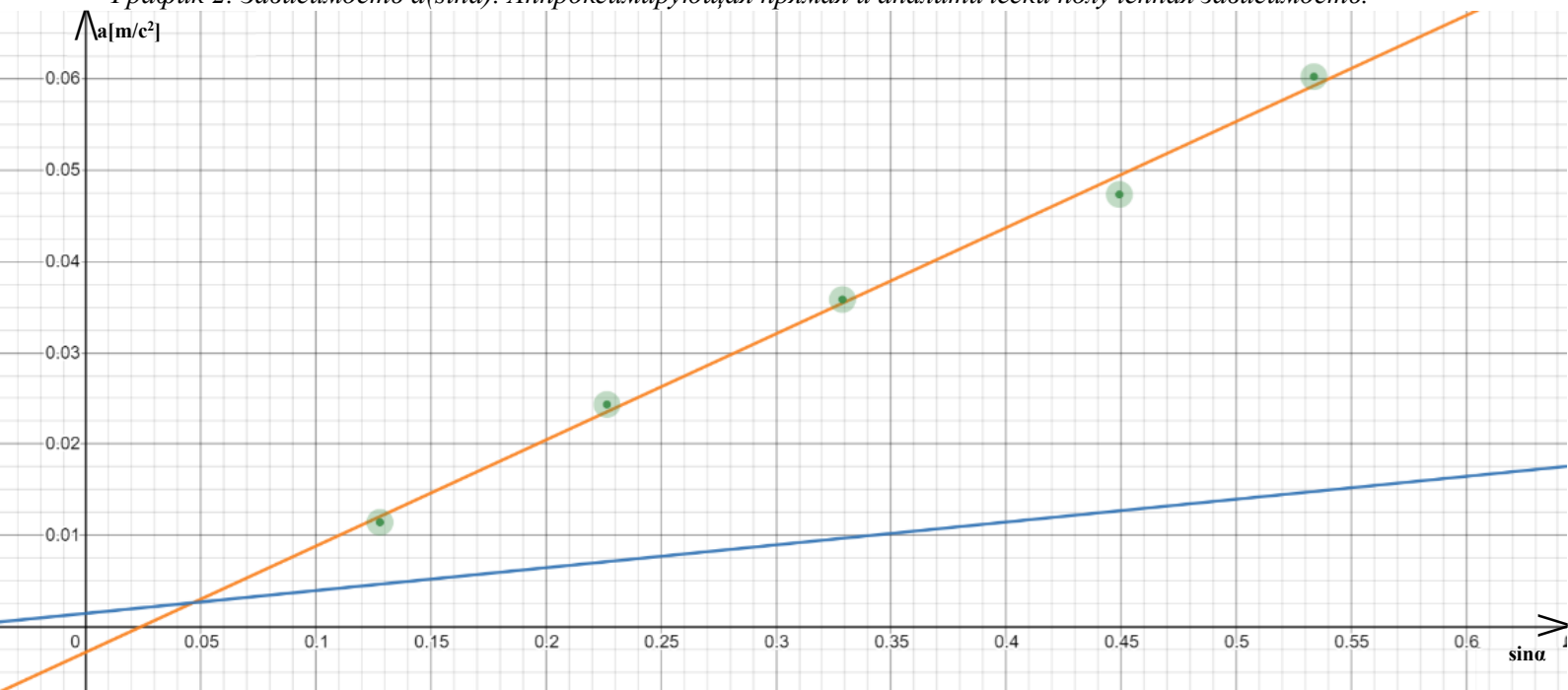


График 2. Зависимость $a(\sin\alpha)$. Аппроксимирующая прямая и аналитически полученная зависимость.



12. Окончательные результаты:

Доверительный интервал для значения ускорения при одной пластине:

$$a = (0,1382 \pm 0.0068) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_a = 4.89\% \quad \alpha = 0.9$$

Доверительный интервал значения ускорения свободного падения:

$$g = (8.56 \pm 0.066) \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad \varepsilon_g = 7.74\% \quad \alpha = 0.9$$

13. Выводы и анализ результатов работы:

По собранным данным (с одной пластиной) была построена аппроксимирующая прямая. Угловым коэффициент был получен по методу наименьших квадратов и с погрешностью составляет $a = (0,1382 \pm 0.0068) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. При построении зависимости с таким угловым коэффициентом отмечалось сходство экспериментально и аналитически построенных графиков соответственно, таким образом гипотеза о равноускоренности движения тележки подтверждается в рамках эксперимента. Относительная погрешность полученного значения составляет 4.89%, что является показателем в пределах нормы.

Экспериментально полученные данные позволили рассчитать значения ускорения свободного падения $g = (8.56 \pm 0.066) \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$