Лекция 6

Сила тока и плотность тока в проводнике. Закон сохранения заряда. Сторонние силы. Электродвижущая сила. Закон Ома для однородного участка цепи. Последовательное и параллельное соединение проводников. Закон Ома для замкнутой цепи. Зарядка и разрядка конденсатора. Правила Кирхгофа. Закон Джоуля-Ленца. Классическая теория металлов.

Сила тока и плотность тока в проводнике

Всякое упорядоченное движение заряженных частиц называется электрическим током. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов. В проводниках часть электронов не связана с определенными атомами и может свободно перемещаться по всему объему вещества. В отсутствие приложенного к проводнику электрического поля такие свободные электроны (электроны проводимости) движутся хаотично, часто сталкиваясь с неподвижными атомами и изменяя при этом направление своего движения. Через любое сечение проводника в одну сторону проходит столько же электронов, сколько и в противоположную. Поэтому результирующего переноса электронов через такое сечение нет, и электрический ток равен нулю. Если же к концам проводника приложить разность потенциалов, то под действием сил электрического поля свободные заряды в проводнике начнут двигаться из области большего потенциала в область меньшего (подразумевается движение положительных зарядов). Различают несколько видов электрического тока. Предположим, что имеется макроскопическое заряженное тело (например, шар), которое перемещается в пространстве. Так как вместе с телом будут перемещаться заряды, возникает направленное движение зарядов, т. е. электрический ток. Такой ток, связанный с движением макроскопических тел, называется конвекиионным (переносным) током. Если внутри какого-то тела упорядоченно перемещается некоторое число заряженных частиц вследствие того, что в нем создается электрическое поле, то такой ток называется током проводимости. Электрический ток характеризуется силой тока I.
Сила тока - это заряд, проходящий через поперечное сечение проводника в единицу времени

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Если за любые равные промежутки времени через любое сечение проводника проходят одинаковые заряды, то такой ток называется постоянным, и тогда заряд, протекший за время t, может быть найден как

$$q = It.$$

Величину j, равную заряду, проходящему через единицу площади поперечного сечения проводника за единиц времени, называют плотностью тока. С учетом определения силы тока плотность тока через данное сечение ΔS может быть выражена через силу тока ΔI, протекающего через это сечение:

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S}$$

При равномерном распределении потока зарядов по всей площади сечения проводника плотность тока равна

$$j = \frac{I}{S} = \frac{\Delta q}{S\Delta t}$$

В СИ силу тока измеряют в амперах (А), это одна из основных единиц. Уравнение связывает единицы измерения силы тока и заряда: 1 Кл = 1 А · 1 с. Единицей плотности тока служит 1 А/м^2. Это очень большая величина, на практике обычно имеют дело с более мелкими единицами, например 1 А/мм^2.

Плотность тока можно выразить через объемную плотность зарядов ρ_e и скорость их движения $\vec{v}$ (рисунок). Полный заряд, проходящий за время dt через некоторую поверхность S, перпендикулярную вектору скорости $\vec{v}$, равен:

$$dq = \rho_e v dt S.$$

Так как $dq/(Sdt)$ есть плотность тока j, можно записать:

$$j = \rho_e v.$$

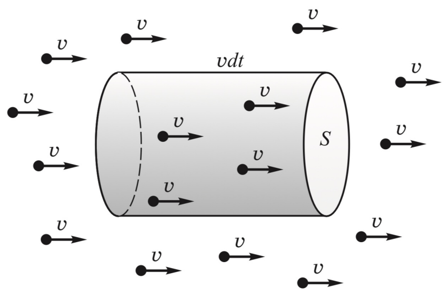

Рисунок 1: Связь плотности тока $\vec{j}$ с дрейфовой скоростью $\vec{v}$ носителей заряда. За время dt через площадку S пройдут все заряды из объема $dV = S \cdot vdt$.

Поскольку скорость $\vec{v}$ есть векторная величина, плотность тока также должна быть вектором (в отличие от силы тока I, являющейся скаляром). Кроме того, удобно выразить плотность заряда ρ_e через концентрацию заряда n - число носителей заряда в единице объема: $\rho_e = en$. В итоге получим

$$\vec{j} = en\vec{v}.$$

Следует подчеркнуть, что плотность тока - более фундаментальная величина, нежели сила тока. Зная плотность тока, мы знаем распределение течения заряда по проводнику. Силу тока всегда можно вычислить по его плотности. Если взять бесконечно малый элемент площади $d\vec{S} = \vec{n}dS$, то сила тока через него определится как $dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$. Соответственно, силу тока через любую поверхность S можно найти интегрированием:

$$I = \int\limits_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Что же понимать под скоростью заряда $\vec{v}$, если таких зарядов - множество и они заведомо не движутся все одинаково? В отсутствие внешнего электрического поля скорости носителей тока $\vec{v}_i, i = 1, 2, \ldots, N$ распределены хаотично, подчиняясь общим закономерностям статистической физики. При наложении поля возникает некоторая дрейфовая скорость $\vec{v} = \langle \vec{v}_i \rangle$ (средняя скорость направленного движения зарядов под действием поля), которая будет отлична от нуля. Приведем аналогию. Когда вода вырывается из шланга и мы интересуемся, какое ее количество поступает в единицу времени на клумбу, нам надо знать скорость струи и поперечное сечение шланга. И нас совершенно не волнуют скорости отдельных молекул, хотя они и очень велики, намного больше скорости струи, как мы убедились в предыдущей части курса. Если в веществе возможно движение зарядов разного знака, то полная плотность тока определяется векторной суммой плотностей токов зарядов каждого знака. Важно подчеркнуть, что дрейфовые скорости положительных и отрицательных зарядов противоположны по направлению: положительные заряды движутся вдоль электрического поля, отрицательные - в противоположном направлении. Но их плотности токов имеют одно направление, поскольку знаки зарядов e и $-e$ также различны.

Как уже указывалось, в отсутствие электрического поля движение зарядов происходит хаотично и не создает результирующего тока. Если электронам, прилагая электрическое поле, сообщить даже малую скорость дрейфа, то из-за наличия в проводниках огромного количества свободных электронов возникает значительный ток. Поскольку дрейфовая скорость носителей тока создается электрическим полем, имеет место пропорциональность $\vec{v} \propto \vec{E}$, так что и плотность тока будет пропорциональна вектору напряженности:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}.$$

Коэффициент пропорциональности σ называют удельной проводимостью (электропроводностью) вещества. Проводимость связывает напряженность поля в данной точке с установившейся скоростью «течения» носителей заряда. Она может зависеть от локальных свойств проводника вблизи этой точки (т.е. от строения вещества), но не зависит от формы и размеров проводника в целом. Полученное соотношение носит название закона Ома для плотности тока в проводнике (его называют также законом Ома в дифференциальной форме или локальным законом Ома).

Чтобы понять порядки величин, оценим дрейфовую скорость носителей заряда в одном из наиболее распространенных материалов - меди. Возьмем для примера силу тока $I = 1$ А и пусть площадь

поперечного сечения провода составляет 1 мм$^2 = 10^{-6}$ м^2. Тогда плотность тока равна $j = 10^6$А/м^2 и $v = j/(ne)$. Носителями зарядов являются электроны ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$Кл), и нам осталось оценить их концентрацию n.
В таблице Менделеева медь помещается в первой группе элементов, у нее один валентный электрон, который может быть отдан в зону проводимости. Поэтому число свободных электронов примерно совпадает с числом атомов. Берем из справочника плотность меди $\rho_{\text{Cu}} = 8,9 \cdot 10^3$ кг/ м^3. Молярную массу меди найдем из таблицы Менделеева: $\mu_{\text{Cu}} = 63,5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Отношение $\rho_{\text{Cu}}/\mu_{\text{Cu}}$– число молей в 1 м^3. Умножая на число Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$, получаем число атомов в единице объема, т. е. концентрацию электронов

$$n = N_A \frac{\rho_{\text{Cu}}}{\mu_{\text{Cu}}} = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{8,9 \cdot 10^3}{63,5 \cdot 10^{-3}} = 8,4 \cdot 10^{28} \text{м}^{-3}.$$

Теперь находим искомую оценку дрейфовой скорости электронов:

$$v = \frac{j}{ne} = \frac{10^6}{8,4 \cdot 10^{28} \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,4 \cdot 10^{-5} \text{м/с} \approx 27 \text{ см/ч}.$$

Для сравнения: тепловые скорости электронов при 20°C составляют

$$v_T \sim \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}} = \sqrt{\frac{3 \times 1,38 \cdot 10^{-23} \times 293}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,15 \cdot 10^5 \text{м/с} = 115 \text{ км/с}.$$

Закон сохранения заряда

Возьмем произвольную воображаемую замкнутую поверхность S, которую в разных направлениях пересекают движущиеся заряды. Мы видели, что полный ток через поверхность выражается как

$$I = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \frac{dq}{dt},$$

где dq - заряд, пересекающий поверхность за время dt. Обозначим через q' заряд, находящийся внутри поверхности. Его можно выразить через плотность заряда ρ_e, проинтегрированную по всему объему V, ограниченному этой поверхностью:

$$q' = \int_V \rho_e dV, \text{ откуда } \frac{dq'}{dt} = \int_V \frac{\partial \rho_e}{\partial t} dV.$$

Из фундаментального закона природы - закона сохранения заряда - следует, что заряд dq, вышедший через поверхность за время dt, уменьшит заряд q' внутри поверхности на эту же величину, т. е. $dq' = -dq$ или

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{dq'}{dt}$$

Подставляя сюда выписанные выражения для скорости изменения зарядов, получаем математическое соотношение, выражающее закон сохранения заряда в интегральной форме:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\int_V \frac{\partial \rho_e}{\partial t} dV.$$

Напомним, что интегрирования ведутся по произвольной поверхности S и ограниченному ею объему V.

По форме закон аналогичен уравнению непрерывности для текущей жидкости. Вместо плотности заряда надо подставить плотность ρ жидкости, а роль плотности тока будет играть плотность потока массы: $\vec{j} = \rho\vec{v}$. Выберем в качестве объема V часть трубки тока, ограниченной «донышками» с площадями сечений S_1 и S_2. Скорость жидкости параллельна стенкам трубки тока и ортогональна основаниям. Поэтому в левой части уравнения останутся только интегрирования по донышкам трубки тока, так как поток через стенки равен нулю:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = j_1 S_1 - j_2 S_2.$$

Так как жидкость несжимаема, ее плотность не меняется и $j_1 = \rho v_1, j_2 = \rho v_2$, а правая часть выражения равна нулю ($\partial\rho/\partial t = 0$). Отсюда и следует та форма уравнения непрерывности $S_1 v_1 = S_2 v_2$, которая известна из гидродинамики.

Сторонние силы

Если на концах однородного проводника длиной l создана разность потенциалов $\Delta\varphi$, то она порождает внутри него электрическое поле $\vec{E}$, направленное в сторону падения потенциала. При этом в проводнике возникает электрический ток, который идет от большего потенциала φ_1 к меньшему φ_2 (рисунок). Движение (положительных) зарядов от φ_1 к φ_2 приводит к выравниванию потенциалов во всех точках. Электрическое поле в проводнике при этом исчезает, и ток прекращается. Очевидно, обязательным условием существования тока является наличие разности потенциалов (напряжения) $U = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$, а для ее поддержания необходимо иметь специальное устройство, с помощью которого будет происходить разделение зарядов на концах проводника. Такое устройство называется источником тока. Таким образом, для получения тока требуется наличие замкнутой цепи и источника тока (рисунок). Гальванические элементы, аккумуляторы, термоэлементы, электрические

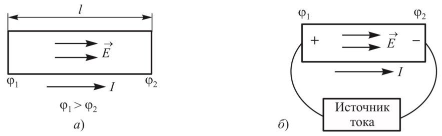

Рисунок 2: Для возникновения тока необходима разность потенциалов на концах проводника (а); чтобы ее поддерживать, нужен источник тока (6).

генераторы - примеры источников тока. Источник тока выполняет одновременно и вторую задачу - он замыкает электрическую цепь, по которой можно было бы осуществить непрерывное движение зарядов. Ток течет по внешней части (проводнику) и по внутренней (источнику тока). Источник тока имеет два полюса: положительный, с более высоким потенциалом, и отрицательный, с более низким потенциалом. При разомкнутой внешней цепи на отрицательном полюсе источника тока образуется избыток электронов, а на положительном недостаток. Разделение зарядов в источнике тока производится с помощью внешних, так называемых сторонних, сил, направленных против электрических сил, действующих на разноименные заряды внутри самого источника тока. Природа сторонних сил может быть самой различной: механической, химической, тепловой, биологической и т. д.

Электродвижущая сила

Итак, перемещение заряда по замкнутому проводнику под действием источника тока происходит за счет сил неэлектростатического происхождения - сторонних сил. Электростатические силы не могут обеспечить движение зарядов по замкнутому контуру из-за своего потенциального характера (работа по замкнутому контуру равна нулю). Электростатические силы перемещают положительный заряд в направлении более низкого потенциала. Сторонние силы действуют внутри источника тока и могут перемещать заряды в сторону более высокого потенциала. При этом они совершают работу $A_{\text{ст}}$. Эта работа складывается из электрической части $A_{\text{эл}}$, связанной с перемещением заряда от отрицательного к положительному полюсу источника тока, а также и из работы $A_{\text{сопр}}$, которая затрачивается на преодоление механических сил сопротивления среды источника:

$$A_{\text{ст}} = A_{\text{эл}} + A_{\text{сопр}} .$$

Отношение работ сторонних сил при перемещении точечного заряда вдоль всей цепи, включая и источник тока, к заряду, называется электродвижущей силой (ЭДС) источника тока:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \frac{A_{\text{эл}} + A_{\text{сопр}}}{q}.$$

Работа против сил электрического поля равна

$$A_{\text{эл}} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = qU.$$

Отсюда следует, что разность потенциалов (напряжение) между полюсами источника тока всегда меньше его ЭДС:

$$U = \mathcal{E} - \frac{A_{\text{сопр}}}{q}.$$

Если цепь разомкнута и ток не идет, то $A_{\text{сопр}} = 0$ и $U = \mathcal{E}$, т. е. ЭДС источника тока при разомкнутой внешней цепи равна напряжению между его полюсами.

Закон Ома для однородного участка цепи

Выше отмечалось, что плотность тока пропорциональна величине напряженности электрического поля: $\vec{j} = \sigma\vec{E}$. Почему же мы приняли, что в проводниках средняя скорость зарядов постоянна и пропорциональна полю, а не возрастает неограниченно? Действительно, свободные заряды вне проводника под действием однородного внешнего поля получали бы ускорение $\vec{a} = e\vec{E}/m$. Таким образом, направленная скорость зарядов вдоль поля (или против поля, если заряды отрицательные) возрастала бы со временем. Тогда и плотность тока также росла бы со временем: $\vec{j} = \rho\vec{v} = \rho\vec{a}t$. Однако внутри проводника свободные заряды испытывают столкновения с атомами проводника. За время «свободного полета» τ между двумя столкновениями заряд в проводнике приобретает скорость вдоль внешнего электрического поля: $\vec{v} = e\vec{E}\tau/m$. После очередного столкновения направленная скорость теряется. Затем, до следующего столкновения, происходит новое наращивание направленной скорости. Поэтому в среднем направленная скорость движения заряда постоянна и определяется средней скоростью, приобретаемой им между двумя последовательными столкновениями.

На участке электрической цепи длиной dl напряженность поля связана с потенциалом обычным соотношением $d\varphi = -Edl$. Следовательно, можно записать:

$$d\varphi = -\frac{jdl}{\sigma} = -\frac{jSdl}{\sigma S} = -I\frac{dl}{\sigma S}.$$

Здесь σ и S - проводимость и площадь поперечного сечения проводника в том месте, где находится выбранный нами бесконечно малый элемент dl. Потенциал изменяется вдоль проводника, а вот сила тока I будет постоянна на всей длине l проводника: при стационарном «течении» зарядов сколько их входит через одно сечение проводника, столько и выходит через другое. Это также следствие закона сохранения заряда.

Интегрируя полученное соотношение вдоль проводника от точки 1 до точки 2, мы можем тогда вынести силу тока за знак интеграла:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = -\int_1^2 d\varphi = I\int_1^2 \frac{dl}{\sigma S}.$$

Под знаком интеграла находится величина, которая не зависит от силы тока в цепи и напряжения на концах проводника, а определяется лишь его геометрическими размерами, формой и материалом. Эта величина называется сопротивлением проводника между точками 1 и 2 :

$$R = \int_1^2 \frac{dl}{\sigma S} = \int_1^2 \frac{\rho}{S}dl.$$

Величина $\rho = 1/\sigma$, обратная удельной проводимости, называется сопротивлением вещества. В случае однородного проводника постоянного сечения отношение ρ/S можно вынести из-под знака интеграла, и тогда

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

В СИ за единицу сопротивления принимают 1 Ом, т.е. сопротивление однородного (без ЭДС) участка цепи, по которому протекает ток в 1 А при напряжении на его концах в 1В : $[R] = [U]/[I] =$ 1В/1А = 1 Ом. Удельное сопротивление измеряется в СИ в единицах Ом $\cdot$ м.

Удельное сопротивление ρ вещества характеризует проводящую способность материала, оно различно для разных веществ и существенно зависит от температуры проводника. Однако ρ не зависит от формы и размеров проводника. Мы не вынесли ρ за знак интеграла, потому что встречаются цепи, отдельные участки которых составлены из различных материалов. В этом случае ρ будет зависеть от переменной интегрирования l. Значения удельного сопротивления для некоторых веществ приведены в таблице.

Проводники	Al	Cu	Au	Fe	Нихром
ρ (Ом $\cdot$ м)	$2{,}7 \cdot 10^{-8}$	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$	$9{,}8 \cdot 10^{-8}$	$112 \cdot 10^{-8}$

Рисунок 3: Удельные сопротивления некоторых проводников

Обращает внимание, что в целом удельные сопротивления металлов близки друг к другу, что свидетельствует об общности механизма проводимости. Удельные же сопротивления плохих проводников и изоляторов варьируются в широких пределах. Например, для морской воды $\rho \sim 0,3$ Ом $\cdot$ м, для влажной земли $\rho \sim 10^2$ Ом $\cdot$ м, для стекла $\rho \sim 10^{11}$Ом $\cdot$ м, для янтаря $\rho \sim 10^{18}$Ом $\cdot$ м.

Обобщая полученные данные, приходим к линейной зависимости между напряжением U на однородном участке цепи и током I :

$$U = IR$$

которую называют законом Ома в интегральной форме.

Последовательное и параллельное соединение проводников

При последовательном соединении, согласно закону сохранения заряда, через сопротивления проходит одинаковый заряд за одно и то же время, поэтому токи во всех сопротивлениях одинаковы: $I_1 = I_2 = \ldots = I_n = I$. Падения напряжения на первом проводнике $U_1 = \varphi_1 - \varphi_2$, на втором $U_2 = \varphi_2 - \varphi_3$ и т. д. (рисунок).

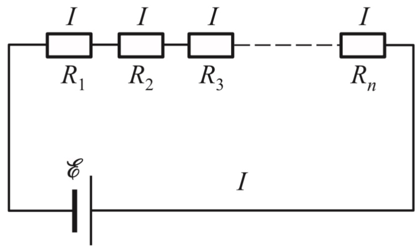

Рисунок 4: Последовательное соединение проводников

Сумма падений напряжения на всех сопротивлениях равна напряжению U на концах цепи:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + \ldots + U_n = \\ &= (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + \ldots + (\varphi_{n-1} - \varphi_n) = \varphi_1 - \varphi_n. \end{aligned}$$

По закону Ома для участка цепи запишем:

$$U_1 = IR_1, U_2 = IR_2, \ldots, U_n = IR_n.$$

Таким образом:

$$U = IR_1 + IR_2 + \ldots + IR_n = I\left(R_1 + R_2 + \ldots + R_n\right).$$

В то же время, $U = IR_{\text{посл}}$, где $R_{\text{посл}}$ - общее сопротивление цепи при последовательном соединении. Следовательно,

$$R_{\text{посл}} = \sum_{i=1}^{n} R_i.$$

Таким образом, при последовательном соединении полное сопротивление цепи равно сумме отдельных сопротивлений, а падение напряжения на отдельных сопротивлениях пропорционально этим сопротивлениям:

$$U_1 : U_2 : \ldots : U_n = R_1 : R_2 : \ldots : R_n.$$

При параллельном соединении (рисунок) напряжение U на участке AB будет одинаковым для каждого отдельного сопротивления, т. е.

$$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n.$$

Из закона сохранения заряда следует, что при разветвлении цепи часть зарядов может пойти по ее отдельным участкам, но полное количество заряда, пришедшего к точке разветвления, должно равняться сумме всех зарядов, вышедших из нее. Иными словами, ток I равен сумме токов

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \ldots + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \ldots + \frac{U}{R_n} \\ &= U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right). \end{aligned}$$

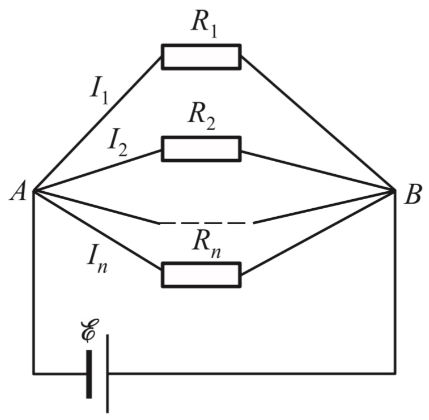

Рисунок 5: Параллельное соединение проводников

В то же время, сила тока на всем участке равна $I = U/R_{\text{пар}}$, где $R_{\text{пар}}$ - общее сопротивление цепи при параллельном соединении. Следовательно,

$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$

Токи в отдельных сопротивлениях обратно пропорциональны этим сопротивлениям:

$$I_1 : I_2 : \dots I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \dots : \frac{1}{R_n}$$

Закон Ома для замкнутой цепи

Работа против сил поля внутри источника тока при перемещении зарядов между его полюсами выражается через падение напряжения на внешнем сопротивлении $R : A_{\text{эл}} = qU$. Для замкнутой электрической цепи работа против сил сопротивления среды источника $A_{\text{сопр}}$ приводит к падению напряжения $U_{\text{сопр}}$ внутри источника, так что $A_{\text{сопр}} = qU_{\text{сопр}}$. Приписав источнику тока внутреннее сопротивление r, записываем падение напряжения на внутреннем участке цепи в соответствии с законом Ома:

$$U_{\text{внутр}} = Ir.$$

При замкнутой внешней цепи (рисунок) ЭДС источника тока $\mathcal{E}$ равна сумме падений напряжения на внутреннем сопротивлении источника и во внешней цепи:

$$\mathcal{E} = Ir + U = Ir + IR.$$

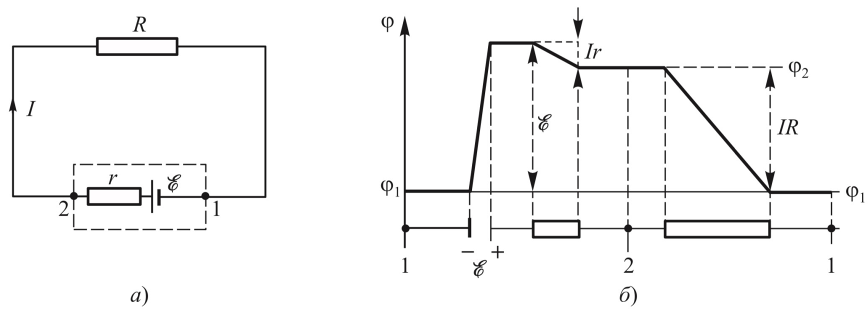

Рисунок 6: Замкнутая цепь (а), состоящая из активного сопротивления R и источника тока (показан пунктирным прямоугольником) с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r. Распределение потенциала вдоль цепи показано справа (б): сумма падений напряжения на внутреннем сопротивлении и нагрузке (внешней цепи) равна ЭДС источника тока; напряжение на зажимах источника (точки 1 и 2) равно $\varphi_2 - \varphi_1$ и меньше ЭДС на величину Ir падения напряжения на внутреннем сопротивлении.

Отсюда получаем закон Ома для замкнутой цепи

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}.$$

Видно, что внешнее и внутреннее сопротивления можно рассматривать как два сопротивления, соединенных последовательно.

Зарядка и разрядка конденсатора

Рассмотрим вопросы зарядки и разрядки конденсатора. Электрическая цепь показана на рисунке. Переключатель S позволяет подсоединять и отсоединять источник тока, внутренним сопротивлением которого пренебрегаем.

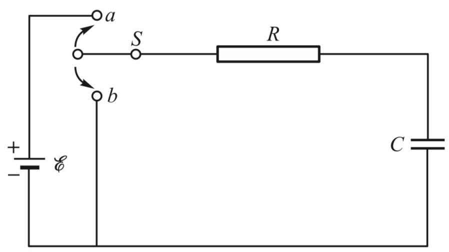

Рисунок 7: Цепь для зарядки и разрядки конденсатора

Пусть сначала конденсатор емкостью C не заряжен, и мы перебрасываем выключатель в положение a. По цепи пойдет зависящий от времени ток $i(t)$, переносящий положительный заряд на верхнюю пластину конденсатора. Обозначим заряд на этой пластине в момент t через $q(t)$. Напряжение на конденсаторе можно найти: 1) как разницу между ЭДС и падением напряжения на нагрузке $\mathcal{E}-iR$ и 2) как отношение заряда к емкости q/C. Приравнивая эти выражения, получаем первое уравнение процесса зарядки:

$$\mathcal{E}-iR=\frac{q}{C}.$$

Согласно закону сохранения заряда, изменение заряда q на обкладках конденсатора происходит только из-за наличия тока i. Поэтому второе уравнение процесса имеет вид:

$$i=\frac{dq}{dt}.$$

Подставим выражение для тока в закон Ома для замкнутой цепи:

$$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=\mathcal{E}.$$

Мы видим, что у этого уравнения имеется стационарное решение (постоянный заряд на конденсаторе): $q_{\text{стац}}=C\mathcal{E}$. При таком заряде на конденсаторе напряжение на нем равно ЭДС источника тока и ток по цепи не идет: $i_{\text{стац}}=dq_{\text{стац}}/dt=0$. Введем отклонение y заряда на конденсаторе от его стационарного значения: $y=q-C\mathcal{E}$, или $q=C\mathcal{E}+y$. Находим уравнение для функции $y(t)$:

$$R\frac{dy}{dt}+\frac{y}{C}=0.$$

Это уравнение легко интегрируется:

$$y=y_0e^{-t/(RC)},$$

где y_0 - произвольная постоянная интегрирования (значение y в начальный момент времени). Отсюда находим заряд на конденсаторе:

$$q=C\mathcal{E}+y_0e^{-t/(RC)}.$$

Нам осталось использовать начальное условие: в момент $t=0$ конденсатор был не заряжен: $q(0)=C\mathcal{E}+y_0=0$. Отсюда находим $y_0=-C\mathcal{E}$ и окончательно

$$q=C\mathcal{E}\left(1-e^{-t/(RC)}\right).$$

Дифференцируя $q(t)$ по времени, находим ток в цепи:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/(RC)}.$$

Напряжение на конденсаторе $U(t) = q(t)/C$:

$$U = \mathcal{E}\left(1 - e^{-t/(RC)}\right).$$

Таким образом, по мере роста заряда и напряжения на конденсаторе ток в цепи уменьшается. При этом заряд конденсатора стремится к своему стационарному значению $C\mathcal{E}$, а напряжение - к ЭДС источника тока. Величина $\tau = RC$ имеет размерность времени и определяет характерное время процесса зарядки. За время τ ток в цепи уменьшается в $e \approx 2,72$ раза. На рисунке показана зависимость напряжения на конденсаторе и тока в цепи для конкретных значений $R = 1,5$ кОм, $C = 2$ мкФ $\mathcal{E} = 12$ В. Характерное время процесса равно при этих значениях $\tau = 3$ мс. Из рисунков видно, что уже при временах порядка $t \sim 3\tau$ конденсатор почти полностью заряжается.

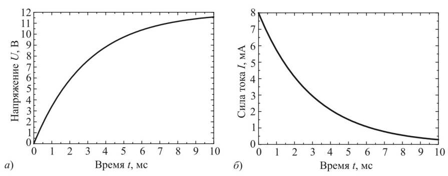

Рисунок 8: Графики зависимости напряжения на конденсаторе (а) и тока в цепи (б) при зарядке конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ через активное сопротивление $R = 1,5$ кОм от источника тока с ЭДС $= 12$ В

Рассмотрим теперь процесс разрядки конденсатора. Зарядив его до какого-то заряда q_0 (или, что то же самое, до начального напряжения $U_0 = q_0/C$), мы перебрасываем переключатель в положение b (см. рис.). Конденсатор начнет разряжаться, а по цепи пойдет ток. Мы имеем те же самые уравнения за исключением того, что в цепь не включен источник тока. Поэтому в этом случае надо положить $\mathcal{E} = 0$. Тогда решения для процесса разрядки конденсатора:

$$q = q_0 e^{-t/(RC)}, \quad U = U_0 e^{-t/(RC)}, \quad i = -\frac{U_0}{R} e^{-t/(RC)}.$$

Эти величины быстро уменьшаются с течением времени: за характерный промежуток времени $\tau = RC$ заряд конденсатора, напряжение на нем и ток в цепи падают в 2,72 раза. Отрицательный знак в выражении для тока означает, что ток при разрядке течет в направлении, обратном току при зарядке конденсатора.

Правила Кирхгофа

На практике очень часто встречаются сложные (разветвленные) электрические цепи, для расчета которых удобно использовать правила, сформулированные немецким физиком Г. Кирхгофом (1845). Первое правило Кирхгофа является следствием закона сохранения заряда и того естественного требования, чтобы при стационарных процессах ни в одной точке проводника не накапливались и не уменьшались заряды. Это правило относится к узлам, т. е. к таким точкам в разветвленной цепи, в которой сходится не менее трех проводников.
Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т. е. количество зарядов, приходящих в данную точку в единицу времени, равно количеству зарядов, уходящих из данной точки за то же время:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0.$$

При этом токи, подходящие к узлу и отходящие от него, имеют противоположные знаки.

Второе правило Кирхгофа является обобщением закона Ома и относится к любому замкнутому контуру разветвленной цепи.

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре цепи алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления соответствующих участков контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{n} \mathcal{E}_i.$$

Правила Кирхгофа позволяют определить силу и направление тока в любой части разветвленной цепи, если известны сопротивления ее участков и включенные в них ЭДС. Число уравнений, составляемых по первому и второму правилам Кирхгофа, должно равняться числу искомых величин. Используя первое правило Кирхгофа для разветвленной цепи, содержащей m узлов и n ветвей (участков), можно написать ($m-1$) независимых уравнений, а используя второе правило, $(n-m+1)$ независимых уравнений.

Приведем пример расчета токов в разветвленной цепи (рисунок). Направления действия ЭДС показаны светлыми стрелками. В этой цепи у нас имеется два узла - точки b и $d(m=2)$, и три ветви - участок bad с током i_1, участок bd с током i_2 и участок bcd с током $i_3(n=3)$. Значит, мы можем написать одно $(m-1=2-1=1$) уравнение на основе первого правила Кирхгофа и два $(n-m+1=3-2+1=2)$ уравнения на основе второго правила Кирхгофа. Как же это делается на практике?

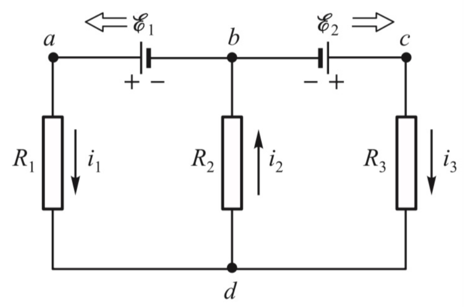

Рисунок 9: Пример разветвленной цепи

Шаг первый. Выберем направления токов, текущих в каждой из ветвей цепи. Как эти направления выбрать - совершенно неважно. Если мы угадали, в окончательном результате значение этого тока получится положительным, если нет и направление должно быть обратным - значение этого тока получится отрицательным. В нашем примере мы выбрали направления токов, как показано на рисунке. Важно подчеркнуть, что направления действия ЭДС не произвольны, они определяются способом подключения полюсов источников тока.

Шаг второй. Записываем первое правило Кирхгофа для всех узлов, кроме одного (в последнем узле, выбор которого произволен, это правило будет выполняться автоматически). В нашем случае мы можем записать уравнение для узла b, куда входит ток i_2 и выходят токи i_1 и i_3 :

$$i_2 - i_1 - i_3 = 0.$$

Шаг третий. Нам осталось написать уравнения (в нашем случае - два) для второго правила Кирхгофа. Для этого надо выбрать два независимых замкнутых пути. В рассматриваемом примере имеются три такие возможности: путь по левому контуру *badb*, путь по правому контуру *bcdb* и путь вокруг всей цепи *badcb*. Достаточно взять любые два из них, для третьего второе правило Кирхгофа будет выполнено автоматически. Направление обхода контура роли не играет, но при обходе ток будет браться со знаком плюс, если он течет в направлении обхода, и со знаком минус, если ток течет в противоположном направлении. Это же относится к знакам ЭДС.

Возьмем для начала контур *badb*. Мы выходим из точки b и движемся против часовой стрелки. На нашем пути встретятся два тока, i_1 и i_2, направления которых совпадают с выбранным направлением обхода. ЭДС $\mathcal{E}_1$ также действует в этом же направлении. Поэтому второе правило Кирхгофа для этого участка цепи записывается как

$$i_1 R_1 + i_2 R_2 = \mathcal{E}_1.$$

В качестве второго замкнутого пути для разнообразия выберем путь *badcb* вокруг всей цепи. На этом пути мы встречаем два тока i_1 и i_3, из которых первый войдет со знаком плюс, а второй - со знаком минус. Мы встретимся также с двумя ЭДС, из которых $\mathcal{E}_1$ войдет в уравнения со знаком плюс, а $\mathcal{E}_2$ - со знаком минус. Уравнение для этого замкнутого пути имеет вид:

$$i_1 R_1 - i_3 R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

Шаг четвертый. Мы нашли три уравнения для трех неизвестных токов в цепи. Решение произвольной системы линейных уравнений описывается в курсе математики. Для наших целей (цепь достаточна проста) можно просто выразить i_3 через i_1 и i_2 через i_1:

$$i_3 = i_1 \frac{R_1}{R_3} - \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_3}, \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}_1}{R_2} - i_1 \frac{R_1}{R_2}.$$

Подставим полученное выражение в уравнение первого правила Кирхгофа. Теперь оно содержит лишь неизвестное i_1, которое находится без труда:

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 (R_2 + R_3) - \mathcal{E}_2 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}.$$

Находим токи i_2, i_3 :

$$i_2 = \frac{\mathcal{E}_1 R_3 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1},$$
$$i_3 = \frac{\mathcal{E}_2 (R_1 + R_2) - \mathcal{E}_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}.$$

Шаг пятый. В найденные формулы подставляют численные значения, если они заданы. Подсчитаем для примера токи в нашей цепи при одинаковых сопротивлениях $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом, но разных ЭДС: $\mathcal{E}_1 = 12\text{В}, \mathcal{E}_2 = 1,5\text{В}$. Имеем:

$$i_1 = \frac{12 \times (10 + 10) - 1,5 \times 10}{3 \cdot 10^2} = 0,75 \text{ А},$$
$$i_2 = \frac{12 \times 10 + 1,5 \times 10}{3 \cdot 10^2} = 0,45 \text{ А},$$
$$i_3 = \frac{1,5 \times (10 + 10) - 12 \times 10}{3 \cdot 10^2} = -0,3 \text{ А}.$$

Последнее значение получилось отрицательным при данных численных характеристиках цепи. Значит, на самом деле направление тока обратно показанному на рисунке. Это естественно: мощный левый источник посылает ток 0,75 А, часть которого ($0,45\text{А}$) ответвляется в среднюю ветвь, а остаток ($-0,3\text{А}$) продолжает течь в том же направлении, чему не может воспрепятствовать маломощная правая батарея. В нашем примере мы пренебрегли внутренним сопротивлением источников тока. При их наличии они также должны включаться в уравнения второго правила Кирхгофа.

Примечание. Правила Кирхгофа позволяют в принципе рассчитать сколь угодно сложные цепи. Но вычисления могут быть довольно громоздкими. Поэтому рекомендуется сначала поискать возможную симметрию цепи. Иногда из соображений симметрии более или менее очевидно, что какие-то токи равны между собой или какие-то напряжения равны нулю (и тогда данный участок цепи можно исключить из рассмотрения). Если такое возможно, вычисления существенно упрощаются.

Закон Джоуля-Ленца

Предположим, что на концах участка проводника имеется разность потенциалов $U = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$. Перемещаясь из точки 2 с большим потенциалом в точку 1 , где потенциал меньше, положительный заряд Δq теряет энергию $\Delta W = \Delta q U$. По определению для постоянного тока $I = \Delta q / \Delta t$, тогда $\Delta q = I \Delta t$ и теряемая энергия (или работа сил электрического поля) равна $\Delta W = I U \Delta t$. Куда же девается эта энергия? Она не переходит в кинетическую энергию заряда, так как при постоянном токе дрейфовая скорость зарядов неизменна. Вспомним, что заряд не ускоряется из-за столкновений с атомами кристаллической решетки проводника. Значит, если в проводнике течет ток и проводник неподвижен, то работа сил электрического поля расходуется на нагревание проводника. Сталкиваясь с частицами проводника, носитель заряда передает им свою энергию, которую получает от поля. Поэтому работа поля над зарядами переходит, в конечном счете, в энергию теплового (хаотического) движения атомов проводника, т.е. происходит нагревание проводника.

Таким образом, работа ΔW, произведенная за время Δt, выделяется в проводнике в виде теплоты ΔQ :

$$\Delta Q = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t.$$

Данная формула носит название закона Джоуля-Ленца. Закон установлен Дж. Джоулем (1841) и независимо от него русским физиком Э. Х. Ленцем (1842). В СИ работа и теплота измеряются в джоулях:

$$[Q] = [I][U][t] = 1\text{А} \cdot 1\text{В} \cdot 1\text{с} = 1 \text{ Дж}.$$

Теплота выделяется по всему объему проводника. Найдем теперь плотность тепловой мощности, т. е. мощность, выделяемую в единице объема. Представим себе линейный проводник с постоянным сечением S и длиной l. Тогда напряжение на концах проводника можно выразить через напряженность электрического поля в нем: $U = El$. С другой стороны, сопротивление проводника равно $R = \rho l/S = l/(\sigma S)$ (σ - проводимость данного вещества, обратная его удельному сопротивлению ρ). Отсюда находим

$$P = \frac{U^2}{R} = E^2 l^2 \frac{\sigma S}{l} = (Sl)\sigma E^2 = V\sigma E^2.$$

Таким образом, плотность тепловой мощности равна

$$w = \frac{P}{V} = \sigma E^2 = \vec{j} \cdot \vec{E},$$

где $\vec{j}$ - плотность тока. Мы вывели эту формулу для линейного проводника, но она верна и в общем случае тоже. Для проводников сложной формы или составленных из разных материалов выделяемую в единицу времени теплоту можно подсчитать, интегрируя плотность тепловой мощности по всему объему проводника:

$$W = \int_V w dV = \int_V (\vec{j} \cdot \vec{E}) dV = \int_V \sigma E^2 dV.$$

Классическая теория металлов

В начале столетия был экспериментально доказан тот факт, что носителями тока в металлах являются свободные электроны. Исходя из этих представлений, немецкий физик П. Друде создал (1900) классическую электронную теорию проводимости металлов, усовершенствованную затем другими физиками. Внутренняя структура металлов характеризуется кристаллической решеткой (рисунок). В узлах решетки расположены положительные ионы, представляющие собой атомы металла, лишенные одного или нескольких валентных электронов и поэтому заряженные положительно. Эти положительные ионы способны совершать лишь небольшие тепловые колебания около своих положений равновесия в узлах кристаллической решетки. В пространстве между ионами практически свободно движутся оторвавшиеся от атомов и «обобществленные» кристаллом валентные электроны, образуя так называемый электронный газ. Согласно теории Друде, электроны в кристаллической решетке ведут себя во многом подобно идеальному газу, поэтому можно использовать для описания их поведения известные формулы кинетической теории газов. В отсутствие внешнего поля любые направления скорости электронов, находящихся в хаотическом тепловом движении, равновероятны, следовательно, средняя плотность тока равна нулю, и можно сказать, что электронный газ в целом покоится по отношению к положительным ионам решетки. Согласно классической термодинамике, средняя энергия поступательного теплового движения молекул любого газа зависит лишь от температуры T, но не от химической природы и молекулярной массы газа и равна

$$\frac{mv_T^2}{2} = \frac{3}{2}k_B T.$$

Отсюда находим среднеквадратичную скорость хаотического движения частиц:

$$v_T = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}.$$

Мы видели, что для комнатных температур $v_T \sim 10^5$м/с. При наличии внешнего электрического поля электроны в металле будут обладать также некоторой средней (дрейфовой) скоростью $\vec{v}$ направленного движения против внешнего поля $\vec{E}$. Согласно приведенным в ранее оценкам, скорость v на много порядков меньше скорости v_T.

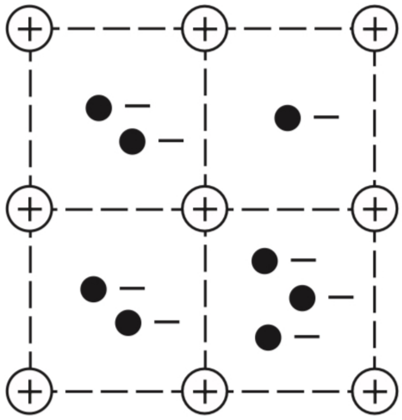

Рисунок 10: Кристаллическая решетка металла

Если рассматривать электронный газ в металле как идеальный газ, то тепловое движение электронов в кристаллической решетке можно охарактеризовать средней длиной свободного пробега λ, т. е. средним расстоянием, которое проходят свободные электроны в металле между двумя последовательными столкновениями с ионами решетки. Среднее время между двумя столкновениями $\tau = \lambda / v_T$. Так как $v \ll v_T$, можно считать, что ни τ, ни λ не меняются при наложении электрического поля E.

Подготовка к контрольной работе №1

ЗАДАЧА 1

Проводник из меди имеет форму усеченного конуса с радиусами оснований r_1 и r_2. Длина проводника L. Найти его сопротивление.
$r_1 = 1$ мм, $r_2 = 2$ мм, $L = 10$ см, $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, $R-?$

ЗАДАЧА 2

Два источника тока с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r соединяются в батарею. Возможны два варианта соединения - последовательное (1) и параллельное (2). При каком соединении - (1) или (2) - ток в нагрузке R будет больше? Найдите отношение I_1/I_2.
$\mathcal{E} = 10$ В, $r = 5$ Ом, $R = 10$ Ом, $I_1/I_2-?$

ЗАДАЧА 3

Пусть конденсатор емкостью C, заряженный до разности потенциалов U, разряжается через сопротивление R. Найти полное количество теплоты Q, выделившееся на нагрузке. Какая доля этого тепла выделится на нагрузке в процессе того, как конденсатор потеряет половину своего первоначального заряда?
$C = 2$ мкФ, $U = 12$ В, $R = 1,5$ кОм, $Q-?$, $Q_{1/2}/Q-?$

ДОПОЛНЕНИЕ

Химические источники тока

Химическими источниками тока принято называть устройства, вырабатывающие электрический ток за счет энергии окислительно-восстановительных реакций химических реагентов. Они подразделяются на первичные, вторичные и резервные, а также электрохимические генераторы. Первичные источники (гальванические элементы и батареи) допускают, как правило, однократное использование энергии химических реагентов. Некоторые гальванические элементы и батареи допускают кратковременное повторное использование после электрической подзарядки. Положительный (катод) и отрицательный (анод) электроды, разделенные электролитом в жид- ком или пастообразном состоянии или же пористой мембраной-сепаратором с поглощенным в ней электролитом, гальванически связаны в течение всего срока службы. В быту первичные химические источники тока часто называют «батарейками». Среди батареек наиболее распространены солевые, щелочные (они же алкалиновые) и литиевые. Вторичные источники (аккумуляторы и аккумуляторные батареи) допускают многократное (сотни и тысячи заряд-разрядных циклов) использование энергии составляющих химических реагентов. Электроды и электролит весь срок службы аккумуляторов находятся в электрическом контакте друг с другом. Для увеличения ресурса используют сухозаряженное хранение аккумуляторов. Такие аккумуляторы перед включением предварительно заливают электролитом. Наиболее распространены литий-ионные ($Li-ion$), литий-полимерные ($Li-pol$), литиевые, никель-металлгидридные ($Ni-MH$), никель-кадмиевые ($Ni-Cd$) и свинцово-кислотные аккумуляторы. Резервные источники допускают только однократное использование энергии химических реагентов. В отличие от гальванических элементов и аккумуляторов, электролит хранится отдельно в жидком состоянии (в отдельных емкостях) либо в твердом (но неэлектропроводящем) состоянии в межэлектродных зазорах. Срок хранения таких резервных источников превышает 10–15 лет. Электрохимические генераторы способны длительное время непрерывно генерировать электрический ток в результате преобразования энергии хи- мических реагентов (газообразных или жидких), поступающих в генератор извне. К 1970 г. в СССР и США были созданы промышленные образцы электрохимических генераторов. В настоящее время ведутся интенсивные работы по созданию электрохимических генераторов для космических аппара- тов, электромобилей, стационарных установок и т. д. Наиболее перспективны генераторы, непосредственно преобразующие энергию природного топлива в электрическую. Первый химический источник тока был изобретен итальянским ученым А. Вольта в 1800 г. Это был элемент Вольта — сосуд с соленой водой и опущенными в него цинковой и медной пластинками, соединенными проволокой. Затем ученый собрал батарею из этих элементов, укладывая друг на друга поочередно вертикально медный и цинковый диски, разделенные картонными или суконными кружками, смоченными водой или раствором едкого кали. Эта батарея впоследствии была названа «вольтовым столбом». В 1802 г. русский ученый В. Петров сконструировал вольтов столб из 2100 элементов для получения электрической дуги. В 1836 г. английский химик Д. Даниэль усовершенствовал элемент Вольта, поместив цинковый и медный электроды в раствор серной кислоты. Эта конструкция стала называться «элементом Даниэля» и стала прообразом современного химического источника. Первый свинцово-кислотный аккумулятор, который применяется широко в настоящее время, изобрел в 1859 г. французский физик Г. Плантэ. А уже в 1865 г. французский химик Ж. Лекланше предложил свой гальванический элемент (элемент Лекланше), состоявший из цинкового стаканчика, заполненного водным раствором хлористого аммония или другой хлористой соли, в который был помещен агломерат из оксида марганца с угольным токоотводом.

Гальванический элемент Даниэля

В гальваническом элементе (названном в честь итальянского физиолога и физика, одного из основателей электрофизиологии и учения об электричестве Л. Гальвани) химическая энергия преобразуется в электрическую. Простейший гальванический элемент (элемент Даниэля) представляет собой два объема с растворами $CuSO_4$ и $ZnSO_4$, в которые погружены, соответственно, медная и цинковая пластинки (рисунок). Чтобы предохранить растворы от быстрого смешивания, они разделены пористой перегородкой из необожженной глины. Такая система называется медно-цинковым гальваническим элементом.

На аноде протекает процесс окисления цинка: $\mathrm{Zn} - 2\mathrm{e}^- = \mathrm{Zn}^{2+}$. В результате этого атомы цинка превращаются в ионы, которые переходят в раствор. Цинковый анод растворяется, и его масса уменьшается. Анод в гальваническом элементе, как отмечалось ранее, является отрицательным электродом (за счет электронов, полученных от атомов цинка). Электроны от атомов цинка по внешней электрической цепи (например, металлическому проводнику) движутся к катоду, где протекает процесс восстановления ионов меди из раствора ее соли: $\mathrm{Cu}^{2+} + 2\mathrm{e}^- = \mathrm{Cu}$. В результате этого образуются атомы меди, которые осаждаются на поверхности катода, и его масса увеличивается. Катодом в гальваническом элементе является положительно заряженный электрод.

Фактически протекает реакция замещения меди цинком в ее соли. Важно подчеркнуть, что процессы отдачи (окисление) и присоединения (восстановление) электронов происходят не при непосредственном контакте атома Zn с ионом Cu^{2+}, а в разных местах системы: на аноде и на катоде, которые соединены металлическим проводником. Цинк (отдает электроны) является восстановите-

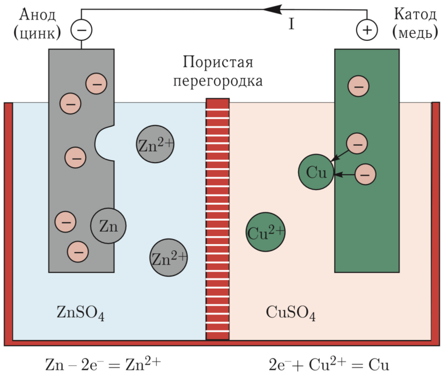

Рисунок 11: Гальванический элемент Даниэля

лем, а медь (присоединяет электроны) окислителем. Если исходить из определения: окислитель - это вещество, которое в ходе реакции принимает электроны, т.е. восстанавливается; восстановитель отдает электроны, т.е. окисляется, то в рассмотренной реакции цинк является восстановителем, а медь - окислителем.

При таком способе проведения этой реакции электроны перемещаются от анода к катоду по внешней цепи, в которой и выделяется большая часть химической энергии, которая превращается в электрическую энергию (энергию движущихся зарядов). Ионы Zn^{2+} и SO_4^{2-} движутся через пористую перегородку в разных направлениях по электролиту.

Эту же реакцию можно осуществить и иным способом - просто погрузить цинковую пластинку в раствор $CuSO_4$. При этом образуются те же самые продукты - медь и ионы цинка. Процессы отдачи (окисление) и присоединения (восстановление) электронов происходят в одном месте при непосредственном контакте атома Zn с ионом Cu^{2+}. Выделяемая в этом простом процессе энергия будет расходоваться на нагревание электролита.

Замечание. В химических источниках тока анод является отрицательным электродом, на нем происходят процессы окисления. Катод в них положителен - на нем протекают процессы восстановления. В электролитических ваннах (электролизерах) процесс окисления происходит по-прежнему на аноде, однако он имеет положительный потенциал, а катод, на котором протекают процессы восстановления, - отрицательный потенциал.

Элемент Вольта

В элементе Вольта медная и цинковая пластины погружены в водный раствор серной кислоты H_2SO_4, в котором молекула кислоты распадается на отрицательный ион кислотного остатка SO_4^{2-} и положительный ион водорода H_2^{2+}. В результате химической реакции между цинком и серной кислотой положительные ионы цинка притягиваются к отрицательным ионам кислотного остатка. Поэтому между отрицательно заряженной цинковой пластиной и электролитом возникает разность потенциалов, или электрохимический потенциал $\Delta\varphi_{\text{окисл}} = -0,5\text{В}$, которая будет препятствовать дальнейшему переходу ионов цинка в электролит. Если бы второй электрод был бы также цинковым, то между электродами разность потенциалов была бы равна нулю. В случае же медного электрода на нем будут осаждаться положительные ионы H_2^{2+}, в результате чего между ним и электролитом образуется положительная разность потенциалов (электрохимический потенциал) $\Delta\varphi_{\text{восст}} = +0,6$ В.

Если теперь соединить электроды элемента Вольта проводником, то по нему начнут двигаться электроны в направлении от цинковой к медной пластине. Так как они уходят с цинкового электрода, то его отрицательный потенциал начнет уменьшаться по абсолютной величине, и электрическое поле между ним и раствором ослабевает. Это вызовет переход ионов цинка в раствор, поэтому электрохимический потенциал цинковой пластины останется неизменным.

Положительные ионы цинка, переходящие все время в электролит, притягивают к себе отрицательные ионы кислотного остатка, которые движутся в электролите в направлении от медной пластины к цинковой. Положительные ионы водорода движутся в противоположном направлении. Достигая медной пластины, они отнимают у нее электроны, превращаясь в нейтральные атомы.

Негативным эффектом является то, что медная пластина постепенно покрывается слоем водорода. Между этим слоем и электролитом возникает разность потенциалов, действующая навстречу основной разности потенциалов, имеющейся между электродами. Это явление называется поляризацией элемента. Для устранения поляризации в элемент вводят вещества, способные поглощать водород и называемые деполяризаторами. Поглощая водород, деполяризатор постепенно приходит в негодность. Но обычно раньше этого портится электролит, и под действием электролита разъедается цинк. Электрическая энергия получается в элементе за счет расхода цинка, электролита и деполяризатора. Поэтому каждый элемент обладает определенным запасом энергии и может работать лишь ограниченное время.

Электродвижущая сила

При соприкосновении металла и раствора соли этого металла возникает двойной электрический слой (ДЭС). Этот слой является результатом упорядоченного распределения противоположно заряженных частиц на границе раздела фаз: на поверхности металла появляются заряды одного знака, а на примыкающей к нему поверхности электролита - противоположного.

Образование ДЭС приводит к скачку потенциала, равного $\Delta\varphi$, который в условиях равновесия называется гальвани-потенциалом. Система «металлводный раствор соли металла» называется электродом, а для $\Delta\varphi$ вводится термин «электродный потенциал».

Таким образом, гальвани-потенциал $\Delta\varphi$ - это равновесная разность потенциалов между металлом и раствором соли, содержащим ионы этого металла. Величина $\Delta\varphi$ численно равна работе, которая совершается в результате химической реакции по переносу иона единичного заряда из одной фазы в другую, т. е. из металла в электролит.

Принято считать, что электродный потенциал $\Delta\varphi_{\text{восст}} > 0$, если на электроде (катоде) протекает реакция восстановления, и $\Delta\varphi_{\text{окисл}} < 0$, если на электроде (аноде) протекает реакция окисления. Тогда ЭДС гальванического элемента определяется как

$$\mathcal{E} = \Delta\varphi_{\text{восст}} - \Delta\varphi_{\text{окисл}} .$$

Исходя из определения потенциала, можно сказать, что ЭДС численно равна работе, которую совершают электрохимические силы по переносу единичного положительно заряда (положительного иона) по электролиту от отрицательного анода к положительному катоду.

На рисунке изображен гальванический элемент (a), показано распределение потенциала в нем при разомкнутых электродах (б) и дано схематическое изображение источника (в). Величина $\mathcal{E}$ равна разности потенциалов между положительным и отрицательным электродами элемента. Она

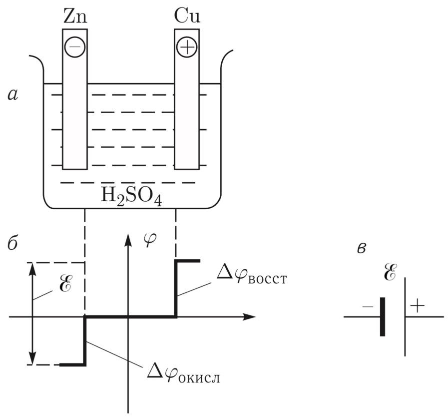

Рисунок 12: Схематическое изображение гальванического элемента

зависит от свойств материалов, концентрации электролита, температуры электродов и электролита и не зависит от размеров и формы электродов и количества электролита.

В наиболее распространенных марганцево-цинковых элементах (элементах Лекланше) окислителем является двуокись марганца MnO_2, представляющая собой пасту, смешанную с графитом, а восстановителем цинк Zn.

Первые элементы заполнялись жидким электролитом (солевым (NH_4Cl и др.) или щелочным (KOH

В дальнейшем электролит стали загущать с помощью крахмалистых веществ. В этих элементах, называемых сухими, предотвращено вытекание электролита. На рисунке показано устройство такого элемента. Окислитель, находящийся в контакте с угольным стержнем, и сухой электролит, обволакивающий окислитель, находятся в цинковом стакане, который помещается в металлический корпус. Выходными электродами являются центральный стержень и дно цинкового стакана. Для марганцево-цинковых элементов $\mathcal{E} = 1,5 - 1,8$ В, удельная энергия $10 - 100$ Вт $\cdot$ ч/кг. Ртутно-цинковые элементы (окислитель - HgO) со щелочным электролитом имеют $\mathcal{E} = 1,35$В, удельную энергию до 400 Вт·ч/л. Их изготавливают в виде малогабаритных («пуговичных») герметичных устройств и применяют для питания радиоприемников, портативных электронных устройств, кино- и фотоаппаратуры и т. п.

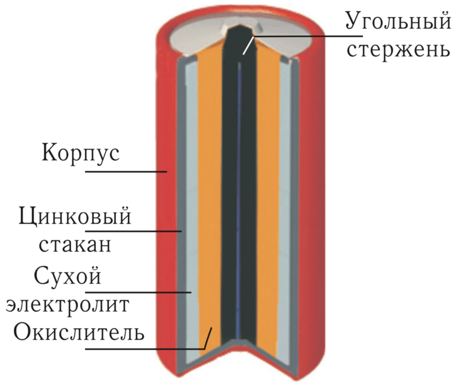

Рисунок 13: Гальванический элемент Даниэля

В литиевых элементах восстановителем служит тонкий лист Li, напрессованный на пластину или сетку из Ni или Cu. Окислители - главным образом твердые MnO_2 или фторированный графит. Благодаря высокому отрицательному потенциалу Li и его малому расходу литиевые элементы имеют высокие ЭДС ($2,5 - 3,5$ В) и удельную энергию (250-600 Вт $\cdot$ ч/кг). Литиевые элементы применяют преимущественно для питания кардиостимуляторов, микрокалькуляторов и других миниустройств.

Побочные химические или электрохимические реакции приводят к саморазряду гальванических элементов, ограничивающему длительность их хранения, которая для лучших образцов может достигать 10 лет. Поэтому в резервных гальванических элементах электролит разобщен с электродами или находится в твердом непроводящем состоянии. Непосредственно перед их использованием электроды приводят в контакт с электролитом или расплавляют электролит.

Например, в водоактивируемых элементах, используемых широко в спасательных плавсредствах, безводная щелочь или соль находится в мешочках в межэлектродном пространстве. Перед эксплуатацией в элемент заливают воду, образуется электролит требуемой концентрации, и гальванический элемент готов к работе.

Резисторы

Резистор (от лат. «resisto» - сопротивляюсь) - пассивный элемент электрической цепи, обладающий омическим сопротивлением R. Эквивалентным для резистора является старый термин «сопротивление R »

Реальные резисторы (сопротивления) в той или иной степени обладают также паразитными емкостью и индуктивностью, а также нелинейной зависимостью падения напряжения на них от величины протекающего тока (нелинейной вольт-амперной характеристикой). Это прежде всего варисторы, сопротивление которых зависит от приложенного напряжения.

Сопротивление может также зависеть от температуры (терморезисторы), от освещенности (фоторезисторы), от механических напряжений (тензорезисторы) и от величины внешнего магнитного поля (магниторезисторы).

Резисторы либо изготавливаются как дискретные элементы, либо могут являться частями микросхем. Для достижения нужного омического сопротивления учитывается, что сопротивление R фрагмента проводника длины l с площадью сечения S, равно

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S},$$

поэтому для увеличения сопротивления используются материалы с высоким удельным сопротивлением. Существует множество разнообразных технологий изготовления резисторов.

В проволочных резисторах кусок проволоки с высоким удельным сопротивлением наматывается на каркас. Это позволяет использовать проволоки с большой длиной l и малым поперечным сечением S. Поскольку при этом образуется катушка, то такой резистор может иметь заметную паразитную индуктивность. На рисунке показан потенциометр, представляющий собой проволочный резистор со скользящим контактом. При перемещении контакта вдоль резистора изменяется рабочая длина проволоки и, тем самым, сопротивление.

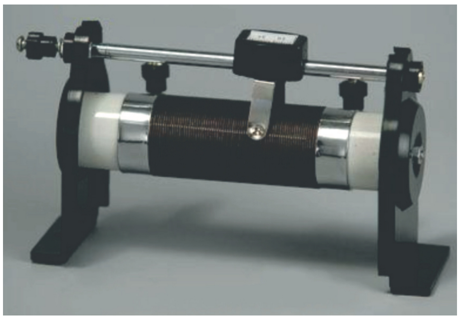

Рисунок 14: Потенциометр

Наиболее распространены пленочные металлические резисторы (рисунок), в которых на керамический сердечник напыляют тонкую пленку металла с большим удельным сопротивлением. На концы сердечника надеваются металлические колпачки с проволочными выводами.

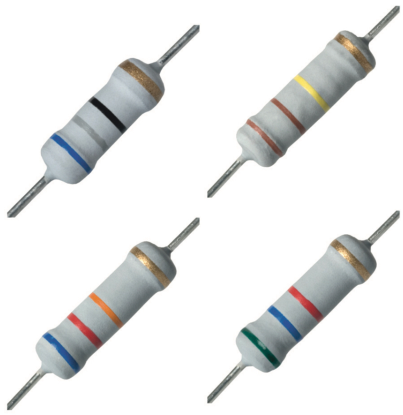

Рисунок 15: Пленочные металлические резисторы

Применяются также угольные резисторы (объемные и пленочные), поскольку уголь, хотя и проводит ток, но обладает высоким удельным сопротивлением.

В интегральных схемах для создания резисторов путем напыления используются слаболегированные полупроводники.

Выпускаемые промышленностью резисторы характеризуются номинальным значением сопротивления, разброс которого у лучших стабильных образцов не превышает $0,01\%$. Второй характеристикой является максимальная рассеиваемая мощность, при которой резистор не повреждается. Например, в СССР, согласно ГОСТ, выпускались резисторы следующих номиналов мощностей (в ваттах): 0,01, 0,025, 0,05, 0,062, 0,125, 0,5, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 16, $25, 40, 63, 100, 160, 250, 500$.

Резисторы, в особенности малой мощности, весьма миниатюрны: их длина составляет всего несколько миллиметров, а диаметр в несколько раз меньше. Поскольку прочитать на такой детали значение номинала невозможно, то применяют маркировку в виде цветных полос.

Производство стабильных резисторов дорого, и поэтому они используются в высокоточной аппаратуре. В резисторах общего назначения сопротивление может изменяться в пределах 10% вследствие зависимости удельного сопротивления ρ от температуры t.

Феноменологически установлено, что эта зависимость (в ограниченном интервале температур) является линейной:

$$\rho(t) = \rho_0 \left[1 + \alpha \left(t - t_0\right)\right],$$

где α-температурный коэффициент сопротивления, ρ_0 - удельное сопротивление при температуре t_0 (например, комнатной температуре).

Для большинства металлов температурный коэффициент сопротивления положителен: их сопротивление растет с ростом температуры вследствие рассеяния электронов на фононах (тепловых колебаниях кристаллической решетки).

Для них характерное значение $\alpha\left(10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}\right) = 0,05$ (константан, $\mathrm{Ni - Cu + Mn}$); $0,1(\mathrm{Ni})$; $0,25$ (никелин, $\mathrm{Cu + Ni}$); $1,0(\mathrm{Hg})$; $3,7$ (Pb); 4,0 (Sn); $4,1(\mathrm{Ag})$; $4,2(\mathrm{Al})$; $4,3(\mathrm{Cu})$; $5,0(\ \mathrm{W})$; $6,0(\mathrm{Fe})$.

Поскольку при протекании тока резистор нагревается, то его сопротивление будет увеличиваться. У углерода, наоборот, коэффициент α отрицателен, и сопротивление угольного резистора по мере его нагревания будет уменьшаться.

На практике для достижения нужного сопротивления участка цепи используют сразу два или более резисторов, подключая их последовательно или параллельно. Возможна также смешанная схема подключения.

Контрольные вопросы

1. Что называется электрическим током?
2. Назовите условия, необходимые для появления и существования электрического тока в проводящей среде.
3. Что такое дрейфовая скорость носителей заряда?
4. Объясните разницу между плотностью тока и силой тока.
5. Что такое проводимость вещества?
6. Подводящие провода толще, чем спирали нагревательных приборов. Почему?
7. Подумайте, почему при малой дрейфовой скорости носителей тока лампочка вспыхивает сразу же, как только щелкает выключатель. Оцените, через какое время после замыкания рубильника в Москве вспыхнет лампочка во Владивостоке.
8. Что такое сторонние силы в источниках тока? Приведите примеры.
9. Дайте определение ЭДС источника тока.
10. Объясните разницу между сопротивлением проводника и его удельным сопротивлением.
11. Сформулируйте закон Ома в дифференциальной и интегральной формах. Какой из них носит более общий характер и почему?
12. Сформулируйте закон Ома для замкнутой цепи. Объясните, что такое внутреннее сопротивление источника тока.
13. Нарисуйте графики зависимости напряжения на конденсаторе и силы тока в цепи при его разрядке.
14. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца.
15. Выведите выражение для КПД источника тока.
16. Источник тока с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R. Выведите выражение для мощности, выделяемой на сопротивлении R, и покажите, что она достигает максимального значения при $R = r$.
17. Пусть имеется неограниченное количество одинаковых источников тока. Можно ли, соединяя их последовательно, получить сколь угодно большую силу тока в цепи?
18. Два одинаковых источника тока соединены в батарею. В каком случае внутреннее сопротивление всей батареи больше, когда источники соединены последовательно или параллельно?
19. Сформулируйте основные положения классической теории электропроводности металлов.

Рабочие формулы

Сила тока есть скалярная величина, численно равная количеству электричества, переносимого через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}.$$

В СИ силу тока измеряют в амперах (А). Это одна из основных единиц; производные единицы $1\text{К} = 1$ А$\cdot$ с и 1 В $= 1$ Дж $/(\text{А}\cdot\text{с}) = = 1\kappa\cdot\text{m}^2/\left(\text{А}\cdot\text{c}^3\right)$.

Заряд, прошедший за время t через поперечное сечение проводника, может быть найден интегрированием силы тока по времени:

$$Q = \int_0^t I(t)\mathrm{d}t.$$

Для постоянного тока $I(t) = I$ и $Q = It$. Плотность электрического тока есть векторная величина:

$$\vec{j} = en\vec{u}$$

где e - заряд носителя электрического тока (в металлах - электрона); n - число носителей тока в единице объема (т. е. их концентрация); $\vec{u}$ - скорость упорядоченного движения носителей тока (дрейфовая скорость).

Численно плотность тока равна заряду, проходящему в единицу времени через единицу площади поперечного сечения проводника. Размерность плотности тока $[j] = \text{К}/\left(\text{m}^2\cdot\text{c}\right) = \text{А}/\text{м}^2$.

Сила тока через любую поверхность S

$$I = \int_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \int_S \vec{j}\cdot\vec{n}\,\mathrm{d}S,$$

где $\vec{n}$ - вектор единичной нормали к поверхности в данной точке.

Закон Ома для плотности тока (закон Ома в дифференциальной форме) в проводнике

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где σ - удельная проводимость (обратная величина $\rho = 1/\sigma$ называется удельным сопротивлением вещества проводника); $\vec{E}$ - напряженность электрического поля в проводнике. Размерность удельной проводимости $[\sigma] = A/(\text{м} \cdot \text{В})$. Отношение 1 В/1 А называется омом [Ом], так что $[\sigma] = 1/(\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ и $[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$. Размерность сопротивления $[R] = \text{Ом} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 / \left(\text{А}^2 \cdot \text{с}^3\right)$.

Сопротивление R проводника между точками 1 и 2 находится интегрированием вдоль проводника между этими точками:

$$R = \int_1^2 \frac{\rho}{S}\, \mathrm{d}l.$$

Для однородного проводника с постоянными значениями удельного сопротивления ρ и площади поперечного сечения S отсюда следует:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где l - длина проводника.

Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho\left[1 + \alpha\left(t - t_0\right)\right],$$

где ρ, ρ_0 - удельные сопротивления при температурах t, t_0 соответственно. Обратим внимание, что в этой формуле стоит разность температур, так что совершенно все равно, какую температурную шкалу использовать - Кельвина или Цельсия. Размерность температурного коэффициента сопротивления α есть $[\alpha] = {}^\circ\text{C}^{-1}\left(\text{ K}^{-1}\right)$. В качестве начальной точки обычно выбирается $t_0 = 20^\circ\text{C}$.

Закон Ома для участка цепи

$$U = IR,$$

где U и I - напряжение и ток на участке цепи; R - сопротивление этого участка. - Закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где $\mathcal{E}$ - ЭДС всех источников тока в цепи; R - внешнее сопротивление цепи; r - внутреннее сопротивление источников тока; эти сопротивления можно считать соединенными последовательно.

Сопротивление проводников:

- последовательное соединение

$$R_{\text{посл}} = \sum_{i=1}^{n} R_i,$$

- параллельное соединение

$$\frac{1}{R_{\text{пар}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i},$$

где R_i - сопротивление i-го проводника; n - количество сопротивлений.

Правила Кирхгофа:

- первое правило является следствием закона сохранения заряда: алгебраческая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0,$$

где n - число токов, сходящихся в узле.

При этом токи, подходящие к узлу и выходящие из него, имеют противоположные знаки;

- второе правило обобщает закон Ома: в любом замкнутом контуре цепи алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления соответствующих участков контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{m} \mathcal{E}_i,$$

где n - число элементов контура; m - число источников тока в нем. При этом токи считаются положительными, если их направление совпадает с направлением обхода контура; аналогичным образом определяются знаки ЭДС. - Работа, совершаемая электрическим полем и сторонними силами в участке цепи постоянного тока за время $\mathrm{d}t$:

$$\mathrm{d}A = IUdt.$$

- Закон Джоуля-Ленца

$$\mathrm{d}Q = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}\,\mathrm{d}t,$$

где $\mathrm{d}Q$ - количество теплоты, выделяющейся в участке цепи за время $\mathrm{d}t$. Закон Джоуля-Ленца справедлив при условии, что участок цепи неподвижен и в нем не совершаются химические превращения. Замечание: не путать количество теплоты с электрическим зарядом, традиционно обозначаемым той же буквой Q. - Мощность тока

$$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \vec{j}\vec{E} = \sigma E^2,$$

где w-объемная плотность мощности.