Chapter 3

苏亦凡 计算机科学与技术学院 200111229

说明:

- 1. \dot{x} 表示x对时间的一阶导数, \ddot{x} 表示x对时间的二阶导数。
- 2. 粗体字母表示矢量。

3-4

解:

设绳子加速度为a, 圆盘角加速度为 β , 有:

$$egin{cases} rac{ms}{l}g-F=ma\ Fr=rac{1}{2}m'r^2eta &\Rightarrow a=rac{mgs}{(m+rac{1}{2}m')l}\ reta=a \end{cases}$$

3-5

解:

• (1)

$$mg \cdot rac{1}{2} l \sin heta = rac{1}{3} m l^2 eta \Rightarrow eta = rac{3g \sin heta}{2l} = 5.20 ext{ rad} \cdot ext{s}^{-2}$$

• (2) 由能量守恒,有:

$$mg\cdotrac{1}{2}l\cdotrac{\sqrt{2}}{2}=rac{1}{2}\cdotrac{1}{3}ml^2\omega^2$$

解得:

$$\omega = \sqrt{rac{3g}{\sqrt{2}l}} = 3.22~{
m rad\cdot s}^{-1}$$

解:

• (1) 由角动量守恒:

$$J_A\omega_0=(J_A+J_B)\omega_1$$

解得:

$$\omega_1 = rac{J_A \omega_0}{J_A + J_B} = \pi \; \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

• (2) 由角动量定理,有:

$$egin{cases} H_A = J_A(\omega_1 - \omega_0) &= - \ 2\pi \ ext{N} \cdot ext{m} \cdot ext{s} \ H_B = J_B \omega_1 - 0 &= 2\pi \ ext{N} \cdot ext{m} \cdot ext{s} \end{cases}$$

3-8

解:

由角动量守恒,有:

$$rac{1}{2}m'R^2\omega_0=(rac{1}{2}m'R^2+mu^2t^2)\omega$$

解得:

$$\omega=rac{\omega_0}{1+rac{2mu^2t^2}{m'R^2}}$$

得:

$$\phi = \int_0^t \omega dt = rac{R\omega_0}{u\sqrt{rac{2m}{m'}}}rctan(rac{ut}{R}\sqrt{rac{2m}{m'}})$$

3-9

解:

过程中,对O点角动量守恒:

$$mv_0d=(rac{1}{3}m'L^2+md^2)\omega$$

由动量定理:

$$F_x \cdot \Delta t = rac{1}{2} m' L \omega + m d \omega - m v_0$$

y方向受力分析:

$$F_y-(m+m')g=rac{1}{2}m'L\omega^2$$

得:

$$F_x = rac{(rac{1}{2}m'L + md)rac{mdv_0}{rac{1}{3}m'L^2 + md^2} - mv_0}{\Delta t} \ F_y = (m+m')g + rac{1}{2}m'L(rac{mdv_0}{rac{1}{3}m'L^2 + md^2})^2$$

3-11

解:

对O点角动量守恒:

$$m_2 v_1 l = - m_2 v_2 l + rac{1}{3} m_1 l^2 \omega$$

细棒转动时:

$$rac{1}{3}m_1l^2eta=\mu m_1grac{l}{2}$$

得:

$$t=rac{\omega}{eta}=rac{2m_2(v_1+v_2)}{\mu m_1 g}$$

3-16

解: 子弹与棒的碰撞过程, 由角动量守恒:

$$mv_0l=(rac{1}{3}m_0l^2+ml^2)\omega$$

摆动过程,能量守恒:

$$rac{1}{2}(rac{1}{3}m_0l^2+ml^2)\omega^2=mgl+rac{1}{2}m_0gl$$

解得:

$$v_0 = \sqrt{(rac{m_0}{3m} + 1)(rac{m_0}{m} + 2)gl}$$

3-18

解:

• 到B点: 设相对速度为 v_B

$$egin{cases} J_0 \omega_0 &= (J_0 + mR^2) \omega_B \ rac{1}{2} J_0 \omega_0^2 &= rac{1}{2} (J_0 + mR^2) \omega_B^2 + rac{1}{2} m v_B^2 - mgR \end{cases}$$

解得:

$$v_B=\sqrt{2gR+rac{J_0\omega_0^2R^2}{J_0+mR^2}}$$

• 到C点: 设相对速度为 v_C

$$egin{cases} J_0 \omega_0 &= J_0 \omega_B \ rac{1}{2} J_0 \omega_0^2 &= rac{1}{2} J_0 \omega_B^2 + rac{1}{2} m v_B^2 - m g 2 R \end{cases}$$

解得:

$$v_C=2\sqrt{gR}$$