# Chapter 3

苏亦凡　　计算机科学与技术学院　　200111229

> 说明：
>
> 1. $\dot{x}$表示$x$对时间的一阶导数，$\ddot{x}$表示$x$对时间的二阶导数。
> 2. 粗体字母表示矢量。

## 3-4

解：

设绳子加速度为$a$，圆盘角加速度为$\beta$，有：

$$\begin{cases} \frac{ms}{l}g - F = ma \\ Fr = \frac{1}{2}m'r^2\beta \\ r\beta = a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{mgs}{(m + \frac{1}{2}m')l}$$

## 3-5

解：

- (1)

$$mg \cdot \frac{1}{2}l\sin\theta = \frac{1}{3}ml^2\beta \Rightarrow \beta = \frac{3g\sin\theta}{2l} = 5.20\ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

- (2) 由能量守恒，有：

$$mg \cdot \frac{1}{2}l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}ml^2\omega^2$$

  解得：

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\sqrt{2}l}} = 3.22\ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

## 3-7

解：

- (1)
  由角动量守恒：

$$J_A\omega_0=(J_A+J_B)\omega_1$$

  解得：

$$\omega_1=\frac{J_A\omega_0}{J_A+J_B}=\pi\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

- (2)
  由角动量定理，有：

$$\begin{cases}H_A=J_A(\omega_1-\omega_0) & =-\ 2\pi\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}\\ H_B=J_B\omega_1-0 & =\quad 2\pi\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}\end{cases}$$

# 3-8

解：

由角动量守恒，有：

$$\frac{1}{2}m'R^2\omega_0=(\frac{1}{2}m'R^2+mu^2t^2)\omega$$

解得：

$$\omega=\frac{\omega_0}{1+\frac{2mu^2t^2}{m'R^2}}$$

得：

$$\phi=\int_0^t\omega dt=\frac{R\omega_0}{u\sqrt{\frac{2m}{m'}}}\arctan(\frac{ut}{R}\sqrt{\frac{2m}{m'}})$$

# 3-9

解：

过程中，对O点角动量守恒：

$$mv_0d = (\frac{1}{3}m'L^2 + md^2)\omega$$

由动量定理：

$$F_x \cdot \Delta t = \frac{1}{2}m'L\omega + md\omega - mv_0$$

$y$方向受力分析：

$$F_y - (m + m')g = \frac{1}{2}m'L\omega^2$$

得：

$$F_x = \frac{(\frac{1}{2}m'L + md)\frac{mdv_0}{\frac{1}{3}m'L^2 + md^2} - mv_0}{\Delta t}$$

$$F_y = (m + m')g + \frac{1}{2}m'L(\frac{mdv_0}{\frac{1}{3}m'L^2 + md^2})^2$$

# 3-11

解：

对O点角动量守恒：

$$m_2v_1l = -m_2v_2l + \frac{1}{3}m_1l^2\omega$$

细棒转动时：

$$\frac{1}{3}m_1l^2\beta = \mu m_1g\frac{l}{2}$$

得：

$$t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2m_2(v_1 + v_2)}{\mu m_1g}$$

# 3-16

解： 子弹与棒的碰撞过程，由角动量守恒：

$$mv_0l = (\frac{1}{3}m_0l^2 + ml^2)\omega$$

摆动过程，能量守恒：

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_0l^2+ml^2)\omega^2=mgl+\frac{1}{2}m_0gl$$

解得：

$$v_0=\sqrt{(\frac{m_0}{3m}+1)(\frac{m_0}{m}+2)gl}$$

# 3-18

解：

- 到B点： 设相对速度为$v_B$

$$\begin{cases}J_0\omega_0 &=(J_0+mR^2)\omega_B\\ \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 &=\frac{1}{2}(J_0+mR^2)\omega_B^2+\frac{1}{2}mv_B^2-mgR\end{cases}$$

  解得：

$$v_B=\sqrt{2gR+\frac{J_0\omega_0^2R^2}{J_0+mR^2}}$$

- 到C点： 设相对速度为$v_C$

$$\begin{cases}J_0\omega_0 &=J_0\omega_B\\ \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 &=\frac{1}{2}J_0\omega_B^2+\frac{1}{2}mv_B^2-mg2R\end{cases}$$

  解得：

$$v_C=2\sqrt{gR}$$