

Chapter 7

苏亦凡 计算机科学与技术学院 200111229

7-1

解：

规定垂直纸面向外为正。

经分析，CA段与BD段对O点磁场贡献为0，设导线线电阻率为 λ ，得：

$$B_o = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1 l_1}{R^2} - \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2 l_2}{R^2}$$
$$\lambda l_1 i_1 = \lambda l_2 i_2$$

解得：

$$B_o = 0$$

7-5

解：

球面电势为 U ，得：

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$
$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

取 θ 处 $d\theta$ 的圆环，由毕奥萨伐尔定律：

$$dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sigma R d\theta \cdot \omega R \sin \theta \cdot 2\pi R \sin \theta}{R^2} \sin \theta$$

解得：

$$dB_z = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 \omega U \sin^3 \theta d\theta$$

$$\Rightarrow B_z = \frac{1}{2c_0^2} \omega U \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$$

解得：

$$B_z = \frac{2}{3c_0^2} \omega U$$

其中 c_0 表示真空中的光速。

7-6

解：

在半球面的底部加上一圆平面组成闭合曲面 S , 设半球面为 S_1 , 圆平面为 S_2 。由 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, 有：

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

即：

$$\iint_{S_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

故：

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= - \iint_{S_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= -\pi R^2 c \end{aligned}$$

7-8

解：

由安培环路定理：

$$\oint_L \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 N I$$

得：

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$\begin{aligned}\Phi &= \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr \\ &= \frac{\mu_0 NI h}{2\pi r} \ln \frac{R_2}{R_1}\end{aligned}$$

7-9

解：

先求解距离O点 $r(r \in [a, a+b])$ 处电流强度：

$$i = \frac{\omega \lambda dr}{2\pi}$$

• (1)

r 处电流对O点磁感应强度贡献为：

$$d\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0}{2} \frac{i}{r} (-\mathbf{k})$$

得：

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_0 &= -\frac{\omega \lambda \mu_0}{4\pi} \mathbf{k} \int_a^{a+b} \frac{dr}{r} \\ &= -\frac{\omega \lambda \mu_0}{4\pi} \ln \frac{a+b}{a} \mathbf{k}\end{aligned}$$

• (2)

r 处电流的磁矩贡献为：

$$d\mathbf{m} = \pi r^2 i (-\mathbf{k})$$

得：

$$\begin{aligned}\mathbf{m} &= -\frac{\omega \lambda}{2} \mathbf{k} \int_a^{a+b} r^2 dr \\ &= -\frac{1}{6} \omega \lambda [(a+b)^3 - a^3] \mathbf{k}\end{aligned}$$

• (3)

若 $a \gg b$, 有：

$$\mathbf{B}_0 = -\frac{\omega\lambda\mu_0 b}{4\pi a}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{m} = -\frac{1}{2}\omega\lambda a^2 b\mathbf{k}$$

7-10

解：

由安培环路：

$$B \cdot 2\pi \cdot 3r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{6\pi r}, \text{方向垂直纸面向外}$$

电子所受磁场力：

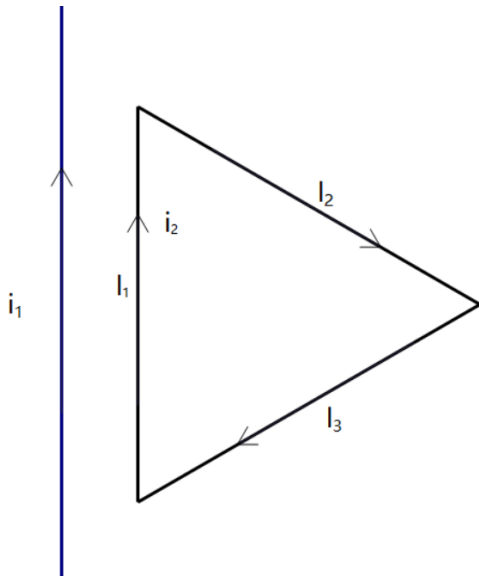
$$\mathbf{F} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

即：

$$F = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I e v}{6\pi r}, \text{方向垂直} OO_1 \text{向左}$$

7-11

解：



由对称性，合力垂直于 I_1 。

对 l_1 ：

$$F_{1x} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi d}$$

对 l_2 :

$$F_{2x} = \int_{l_2} I_2 dy \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d + \sqrt{3}y)} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\sqrt{3}\pi} \ln \frac{2d + \sqrt{3}a}{2d}$$

同理, 对 l_3 :

$$F_{3x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\sqrt{3}\pi} \ln \frac{2d + \sqrt{3}a}{2d}$$

得:

$$F = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{2d + \sqrt{3}a}{2d} - \frac{a}{d} \right)$$

7-14

解:

由受力平衡得:

$$f = mg \sin \theta$$

由力矩平衡得:

$$fr = NBI \cdot 2rl \cdot \sin \theta$$

联立得:

$$I = \frac{mg}{2NBl}$$

7-15

解:

以柱的中轴线为z轴, 向上为正方向建立柱坐标系。

由安培环路定理, 得:

- $r \in [0, R]$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2} \Rightarrow \boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R^2} r \boldsymbol{e}_\theta$$

$$\bullet \quad r \in (R, \infty)$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \boldsymbol{e}_\theta$$

综上：

$$\boldsymbol{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R^2} r \boldsymbol{e}_\theta, & r \in [0, R] \\ \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r} \boldsymbol{e}_\theta, & r \in (R, \infty) \end{cases}$$

7-17

由力矩平衡：

$$2\rho S L g L \sin \alpha = B I L^2 \cos \alpha$$

联立得：

$$B = \frac{2\rho S g \tan \alpha}{I} = 9.3 \times 10^{-3} \text{ T}$$