Chapter 3

苏亦凡　　计算机科学与技术学院　　200111229

> 说明：
>
> 1. $\dot{x}$表示x对时间的一阶导数，$\ddot{x}$表示x对时间的二阶导数。
> 2. 粗体字母表示矢量。

3-4

解：

设绳子加速度为a，圆盘角加速度为β，有：

$$\begin{cases} \frac{ms}{l}g - F = ma \\ Fr = \frac{1}{2}m'r^2\beta \\ r\beta = a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{mgs}{(m + \frac{1}{2}m')l}$$

3-5

解：

- (1)

$$mg \cdot \frac{1}{2}l\sin\theta = \frac{1}{3}ml^2\beta \Rightarrow \beta = \frac{3g\sin\theta}{2l} = 5.20\ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

- (2) 由能量守恒，有：

$$mg \cdot \frac{1}{2}l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}ml^2\omega^2$$

解得：

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\sqrt{2}l}} = 3.22\ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

3-7

解：

- (1)
  由角动量守恒：

$$J_A\omega_0 = (J_A + J_B)\omega_1$$

  解得：

$$\omega_1 = \frac{J_A\omega_0}{J_A + J_B} = \pi\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

- (2)
  由角动量定理，有：

$$\begin{cases} H_A = J_A(\omega_1 - \omega_0) & = -\ \ 2\pi\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s} \\ H_B = J_B\omega_1 - 0 & = \quad 2\pi\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s} \end{cases}$$

3-8

解：

由角动量守恒，有：

$$\frac{1}{2}m'R^2\omega_0 = (\frac{1}{2}m'R^2 + mu^2t^2)\omega$$

解得：

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \frac{2mu^2t^2}{m'R^2}}$$

得：

$$\phi = \int_0^t \omega dt = \frac{R\omega_0}{u\sqrt{\frac{2m}{m'}}}\arctan(\frac{ut}{R}\sqrt{\frac{2m}{m'}})$$

3-9

解：

过程中，对O点角动量守恒：

$$mv_0d=(\frac{1}{3}m'L^2+md^2)\omega$$

由动量定理：

$$F_x\cdot\Delta t=\frac{1}{2}m'L\omega+md\omega-mv_0$$

y方向受力分析：

$$F_y-(m+m')g=\frac{1}{2}m'L\omega^2$$

得：

$$F_x=\frac{(\frac{1}{2}m'L+md)\frac{mdv_0}{\frac{1}{3}m'L^2+md^2}-mv_0}{\Delta t}$$

$$F_y=(m+m')g+\frac{1}{2}m'L(\frac{mdv_0}{\frac{1}{3}m'L^2+md^2})^2$$

3-11

解：

对O点角动量守恒：

$$m_2v_1l=-m_2v_2l+\frac{1}{3}m_1l^2\omega$$

细棒转动时：

$$\frac{1}{3}m_1l^2\beta=\mu m_1g\frac{l}{2}$$

得：

$$t=\frac{\omega}{\beta}=\frac{2m_2(v_1+v_2)}{\mu m_1g}$$

3-16

解： 子弹与棒的碰撞过程，由角动量守恒：

$$mv_0l=(\frac{1}{3}m_0l^2+ml^2)\omega$$

摆动过程，能量守恒：

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_0l^2+ml^2)\omega^2=mgl+\frac{1}{2}m_0gl$$

解得：

$$v_0=\sqrt{(\frac{m_0}{3m}+1)(\frac{m_0}{m}+2)gl}$$

3-18

解：

- 到B点：设相对速度为v_B

$$\begin{cases}J_0\omega_0 & =(J_0+mR^2)\omega_B\\ \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 & =\frac{1}{2}(J_0+mR^2)\omega_B^2+\frac{1}{2}mv_B^2-mgR\end{cases}$$

  解得：

$$v_B=\sqrt{2gR+\frac{J_0\omega_0^2R^2}{J_0+mR^2}}$$

- 到C点：设相对速度为v_C

$$\begin{cases}J_0\omega_0 & =J_0\omega_B\\ \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 & =\frac{1}{2}J_0\omega_B^2+\frac{1}{2}mv_B^2-mg2R\end{cases}$$

  解得：

$$v_C=2\sqrt{gR}$$