Réseaux de Petri Abréviations Extensions

Pavol BARGER
SY08 A11 cours 11

Plan

- Abréviations
  - RdP généralisés
    - Matrice d'incidence
  - RdP à capacités
  - RdP à arc inhibiteur
  - RdP colorés
- Extensions
  - RdP non autonomes
  - Synchronisés
  - Temporisés

Abréviations et extensions

- RdP permettent de modéliser un certain nombre de phénomènes
- D'autres ne peuvent pas être faits
  - test d'absence de marquage
  - durée de séjour d'un jeton dans une place
  - limites de capacité de places

Abréviations

- Un abréviation d'un RdP est une représentation simplifiée mais auquel on peut toujours faire correspondre un RdP ordinaire.
- Les propriétés restent conservées
  - RdP généralisé
  - RdP à capacité
  - RdP colorés

Extensions

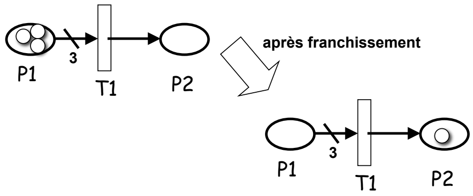
- Un RdP avec des règles modifiées et ajoutées.
- Ne peuvent pas forcément être traduits en RdP ordinaires.
- Les propriétés pas toujours conservées.
  - RdP colorés
  - RdP à arcs inhibiteurs
  - RdP à priorités
  - RdP non autonomes (dont temporisés)

RdP généralisé

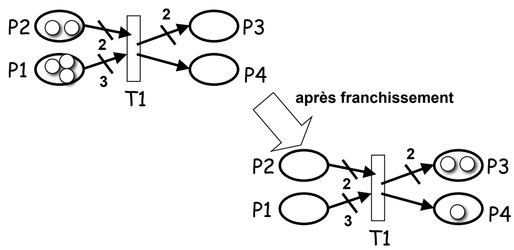
- Un RdP avec un poids associé aux arcs
- Le poids est un entier strictement positif
- Le poids par défaut vaut 1

- Règle de franchissement :
- Une transition est franchissable si chaque place en entrée de la transition contient au moins le nombre de jetons équivalent au poids de l'arc correspondant.
- Le franchissement enlève le nombre de jetons du poids de chaque place d'entrée et rajoute le nombre de jetons correspondant aux poids des arcs de sortie dans chaque place de sortie.

RdP généralisé exemple

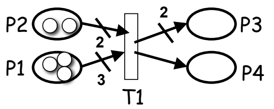


RdP généralisé exemple



RdP généralisé matrice d'incidence

- Composée des entiers strictement positifs ou nuls



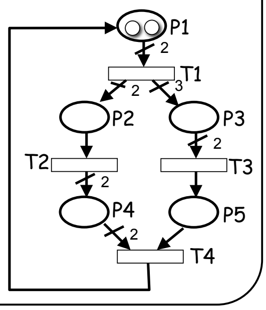
$$W = \begin{vmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

RdP généralisé

- L'équation fondamentale reste inchangée
- Les composantes conservatives et répétitives aussi
- La majorité de propriétés peut être adaptée
- Permet de simplifier le RdP
- Abréviation !

RdP généralisé

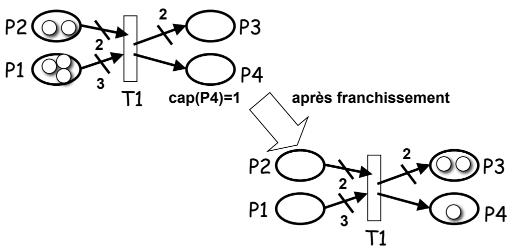
- Exemple
  - Matrice d'incidence
  - Composantes conservatives
  - Composantes répétitives
  - Graphe de marquage



RdP à capacités

- Une capacité = nombre strictement positif est associée à chaque place
- Capacité infinie par défaut
- Le franchissement est possible ssi il ne produit pas un dépassement de capacité dans ses places de sortie
- Abréviation !

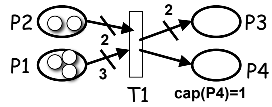
RdP à capacités



Aucun autre franchissement possible !

RdP à capacités

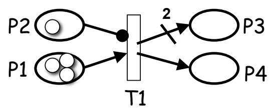
- Transformation en RdP ordinaire par l'ajout d'une place complémentaire dont le marquage initial est égal à la capacité.



RdP à arcs inhibiteurs

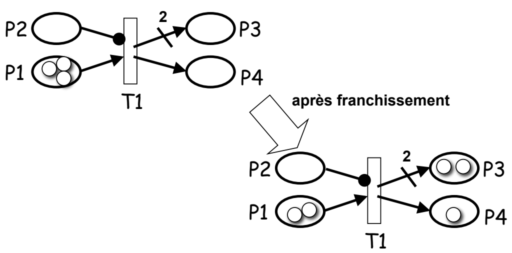
- Un arc inhibiteur est placé en amont de la transition.
- La règle de franchissement est modifiée. La transition peut être franchie ssi la place de l'arc inhibiteur ne contient pas de jetons et les autres places d'entrée contiennent suffisamment de jetons.

RdP à arcs inhibiteurs



- Le franchissement n'est pas possible

RdP à arcs inhibiteurs



Encore 2 franchissements possibles !

RdP à arc inhibiteurs

- Utile pour tester l'absence de marques
  - ex : buffer vide
- Dans le cas général, un RdP à arcs inihibiteurs ne peut pas être transformé en RdP ordinaire
- Si un RdP à arcs inhibiteurs est borné il peut être transformé en un RdP ordinaire
- Pas de matrice d'incidence

Réseaux de Petri Extensions

Pavol BARGER

SY08 A10 cours 11

RdP non autonomes

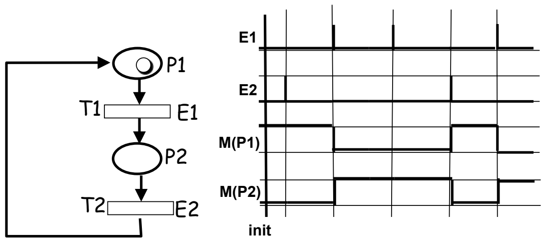
Catégories

- Synchronisés à un événement
  - RdP interprétés
- Temporisés
  - P-temporisés
  - T-temporisés

RdP synchronisés

- Le même principe d'association de l'occurrence d'un événement au franchissement d'une transition comme les automates non autonomes
- Le franchissement a lieu si la transition est validée et que l'événements associé se produit.

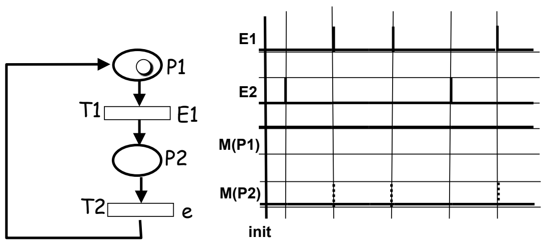
RdP synchronisés



RdP synchronisés

- L'événement par défaut est l'événement toujours occurrent (e)
- Possibilité d'un marquage instable

RdP synchronisés



Définitions

Soit Σ= {E1;E2; …;Er} un ensemble d'événements, chacun provenant d'un environnement associé à un RdP ordinaire.

Hypothèses :

- plusieurs événements ne peuvent avoir lieu simultanément,
- un intervalle de temps non nul sépare toujours deux occurrences successives d'événements.

L'écoulement du temps est représenté par une séquence d'occurrence d'événements externes au RdP ordinaire.

Définitions

On supposera qu'une correspondance Synchro : Σ –> T est donnée, telle que :

- chaque événement externe de Σ est associé à au moins une transition de T
- plusieurs transitions peuvent être associées à un même événement externe
- certaines transitions ne sont associées à aucun événement externe.

Un RdPS marqué est définit par,

RdP S =< P; T; C⁻; C+; M; Synchro : Σ –> T>

Validation des transitions d'un RdPS

La condition de validation d'une transition par un marquage M est inchangée :

$$\mathrm{M}\left(\mathrm{t_k} \geq \Leftrightarrow M \geq C^{-}\left(*, t_k\right)\right.$$

Comme avec les RdP ordinaires, un marquage M d'un RdPS peut valider plusieurs transitions :

$$ETV(M) = \left\{t_j \in T : M \geq C^{-}\left(*, t_k\right)\right.$$

- transitions validées par M associées à des événements externes – ETV (M/ Σ)
- transitions validées par M non associées à des événements externes – ETV (M/e)

=> quelle transition doit être franchie ?

Franchissement des transitions cas d'un marquage instable

Lorsque le marquage considéré est instable, seules les transitions validées et qui ne sont associées à aucun événement externe sont déclarées franchissables !

cas n°1 : |ETV (M=e)| = 1, une seule transition est validée, elle est immédiatement franchie : dès que le marquage considéré est déclaré instable, la transition en question est franchie. Le nouveau marquage qui en résulte est calculé comme dans les RdP ordinaires. Si ce nouveau marquage est encore instable, la règle n°1 lui est immédiatement appliquée.

cas n°2 : |ETV (M=e)| = p > 1, cet ensemble contient au moins deux transitions. Pour les RdP ordinaires, une seule parmi ces p transitions peut être franchie.

Le problème posé consiste à décider de la possibilité de franchir "simultanément" ces p transitions ???

Séquence de Simulation Complète

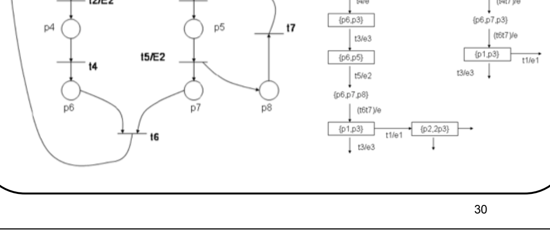
Procédure unique pour calculer le marquage résultant du franchissement simultané de plusieurs transitions ?

Pour cela, le modèle RdPS procède de la manière suivante, soit p = 2 et ti, tk les 2 transitions concernées. Pour que le franchissement "simultané" de ces transitions soit possible, il faut vérifier que :

- la séquence $\{t_i, t_k\}$ est une séquence de franchissement telle que $M\{t_i, t_k\} \geq M_1$
- la séquence $\{t_k, t_i\}$ est une séquence de franchissement telle que $M\{t_k, t_i\} \geq M_1$

Si ces deux conditions sont satisfaites, alors un **comportement déterministe** du RdPS est garanti.

Principe de construction de l'arbre d'accessibilité



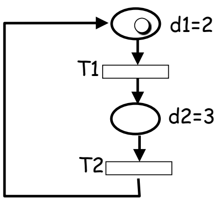
RdP temporisés

- Déterministes
  - P-temporisés
  - T-temporisés

RdP P-temporisés

- Un RdP P-temporisé est un doublet <R, Tempo> tel que : R est un RdP marqué et Tempo est une application de l'ensemble P des places dans l'ensemble des nombres rationnels positifs ou nuls.
- Tempo (Pi)=di temporisation à la place Pi.

RdP P-temporisé



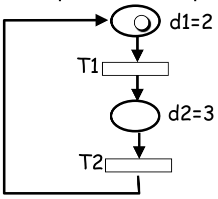
A l'arrivée dans une place temporisée, le jeton est indisponible. Il devient disponible après le délai imposé.

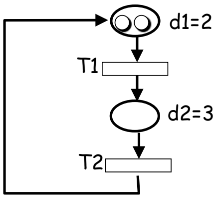
RdP P-temprorisé

- A l'instant initial, tous les jetons sont disponibles.
- La temporisation par défaut vaut 0.
- Le graphe de marquage contient aussi bien des jetons disponibles que indisponibles.

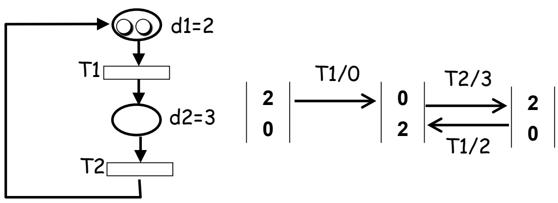
Vitesse maximale

- La transition est franchie dès l'instant où elle devient franchissable.
- Graphes de marquages

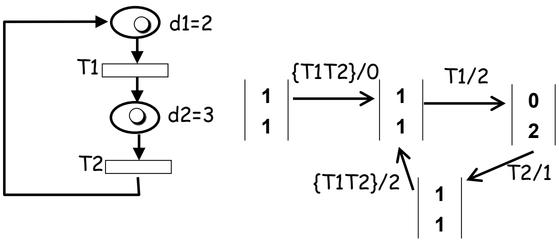




Graphe de marquage



Graphe de marquage

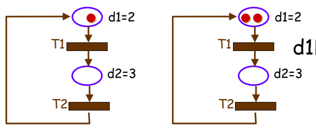


Vitesse propre

- Un RdP P-temporisé fonctionne en vitesse propre si toute marque ne reste dans une place que pendant sa durée d'indisponibilité.
- C-à-d fonctionnement à vitesse maximale tel qu'aucune marque ne reste disponible.

Fréquence de franchissement

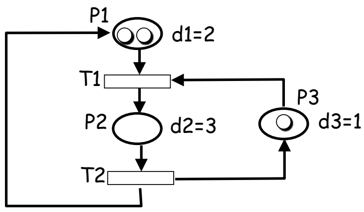
- La fréquence de franchissement, Fj, d'une transition Tj, est le nombre de franchissements de Tj par unité de temps, lorsque le régime stationnaire est établi.



d1F2+d2F1=M0(P1)+M0(P2)

ici : F1 = F2

Exemple complet



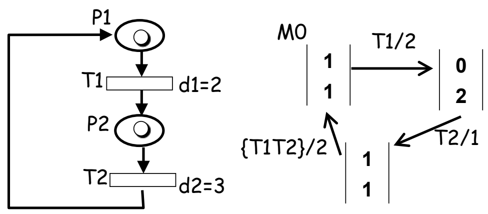
RdP T-temporisés

- Un RdP T-temporisé est un doublet <R, Tempo> tel que : R est un RdP marqué et Tempo est une application de l'ensemble T des transitions dans l'ensemble des nombres rationnels positifs ou nuls.
- Tempo (Ti)=di= temporisation à la transition Ti.

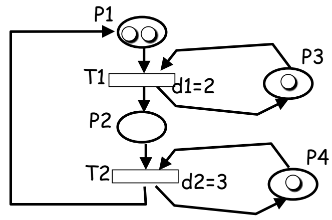
Principe du fonctionnement

- Jeton peut être réservé ou non réservé.
- Un jeton réservé reste dans sa place Pi originale.
- Après l'écoulement de la durée Tj, le jeton passe en Pk et devient non réservé.
- Le franchissement est indivisible.

Graphe de marquage



Exemple



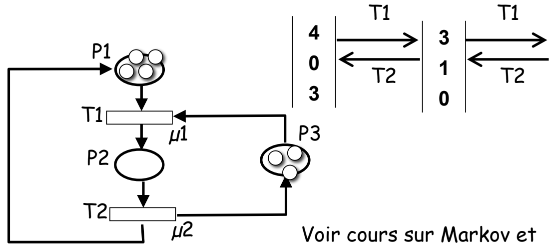
Équivalence des RdP P-temporisés et T-temporisés

- Chaque RdP P-temporisé peut être transformé en un RdP T-temporisé et réciproquement.

RdP stochastiques

- Utilisés quand le temps devient incertain
- A chaque transition est associée une expression temporelle stochastique :
  - durée moyenne
  - taux (1/durée moyenne)

Exemple

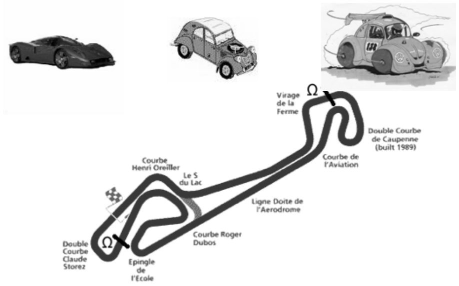


Voir cours sur Markov et les files d'attente

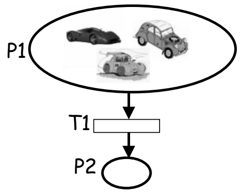
Réseaux de Petri Colorés

Pavol BARGER
SY08 A11 cours 12

RdP colorés



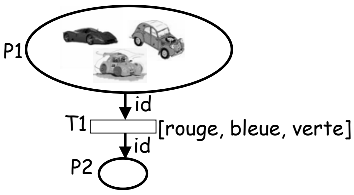
RdP colorés



- Pas si simple

RdP colorés

- RdP + jetons différenciés + sémantique



couleur voiture = [rouge, bleue, verte]

RdP colorés : Définition

- Un RdP coloré est un sextuplet <P, T, Pré, Post, M0, C> où
  - P est l'ensemble des places
  - T est l'ensemble des transitions
  - C est l'ensemble des couleurs
  - Pré et Post sont des fonctions relatives aux couleurs de franchissement
  - M0 est le marquage initial

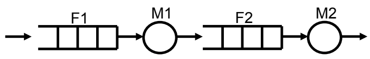
Évolution du marquage

- Le franchissement d'une transition est indivisible et d'une durée nulle
- Au franchissement on enlève de chaque place en amont de la transition l'équivalent du marquage donné par la fonction Pré correspondante
- Après le franchissement on ajoute dans chaque place en aval de la transition l'équivalent du marquage donné par la fonction Post correspondante

Évolution du marquage

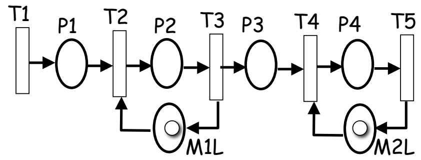
- L'équation fondamentale reste inchangée
- Marquage reste un vecteur. Ses composants sont des couleurs
- La matrice d'incidence devient symbolique

Exemple I



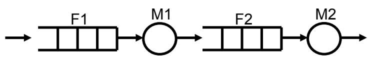
- Le système traite les pièces
- Chaque serveur peut servir une seule pièce en même temps
- Donnez le modèle en RdP

Exemple I : Solution



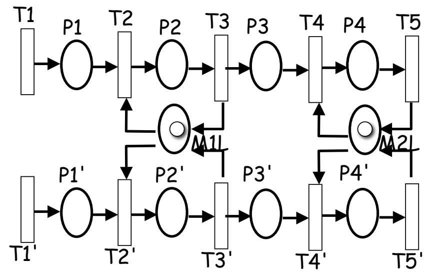
- T1 – arrivé d'un client en F1
- T2 – début de service de la machine M1
- T3 – fin de service de la machine M1
- T4 – début de service de la machine M2
- T5 – fin de service de la machine M2

Exemple II

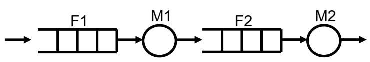


- Le système traite 2 types de pièces (A, B)
- La machine sert d'abord une seule pièce à la fois, sans préférence de l'ordre
- Donnez le modèle en RdP

Exemple II : Solution

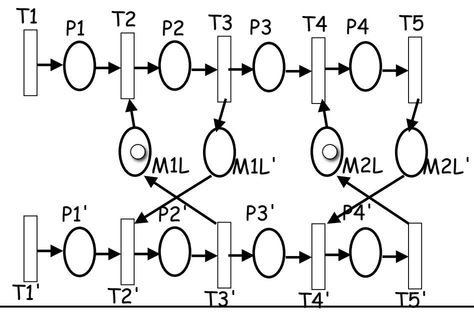


Exemple III

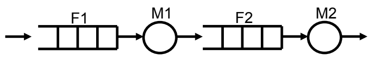


- Le système traite 2 types de pièces (A, B)
- La machine sert d'abord une seule pièce à la fois, dans l'ordre ABABABABA…
- Donnez le modèle en RdP

Exemple III : Solution

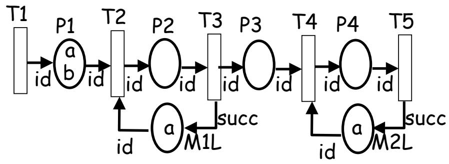


Exemple IV



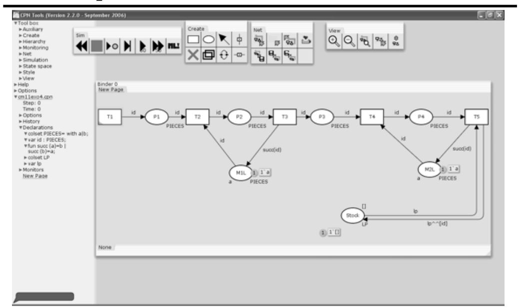
- Le système traite 2 types de pièces (A, B)
- La machine sert d'abord une seule pièce à la fois, dans l'ordre ABABABABA…
- Donnez le modèle en RdP coloré

Exemple IV : Solution



couleur pièces = [A, B]
function succ(a)=b
function succ(b)=a

Exemple IV : Solution

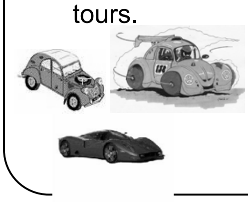


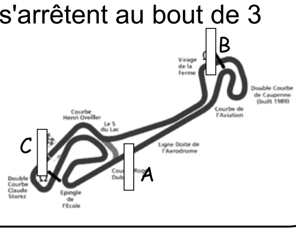
Fonctions de base

- identité
  - id(ci)=ci
- décoloration
  - déc(ci)= ○
- successeur
  - succ(ci)=ci+1
- prédécesseur
  - pré(ci)=ci-1

Un autre exemple

- 3 voitures font la course et doivent passer les portails A puis B puis C en chaque tour. Ils s'arrêtent au bout de 3 tours.





Couleurs complexes

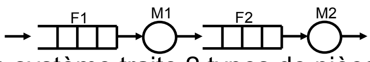
- Les couleurs peuvent elles-mêmes être composées d'autres couleurs.
- Elles forment ensemble un produit cartésien.
- exemple : un homme aux cheveux noirs et aux yeux verts
  - coleur homme = product cheveux x yeux

Fonctions sur couleurs complexes

- successeur
  - succ1(ci,cj)=ci+1, cj
  - succ2(ci,cj)=ci, cj+1
- projections
  - proj1(ci,cj)=cj
  - proj2(ci,cj)=ci

67

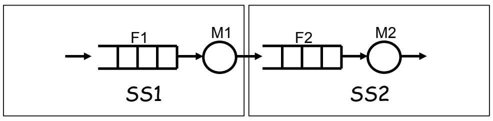
Exemple V : Couleurs composées



- Le système traite 2 types de pièces (A, B)
- Chaque machine traite les 2 types alternativement (d'abord type A, puis type B, puis de nouveau type A, etc)
- Donnez le modèle en RdP coloré

68

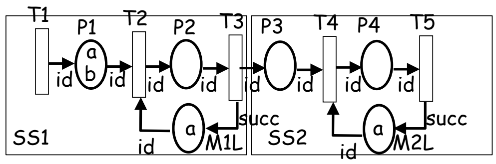
Exemple V : Couleurs composées



- Le système traite 2 types de pièces (A, B)
- Chaque machine traite les 2 types alternativement (d'abord type A, puis type B, puis de nouveau type A, etc)
- Donnez le modèle en RdP coloré

69

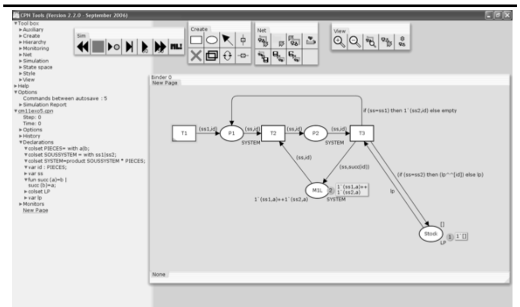
Exemple V : Couleurs composées



couleur pièces = [A, B]
function succ(a)=b
function succ(b)=a

70

Exemple V : Couleurs composées : Solution



71

Propriétés RdP colorés

- Borné
- Vivacité, blocage
- Conflits
- Invariants
  - de marquage
  - de franchissement
- Vérification

72