

# Réseaux de Petri Propriétés

Pavol BARGER  
SY08 A11 cours 9

## Plan

- Propriétés
- Conflits
- Graphe des marquages
- Arbre de couverture
- Structures particulières
- Réductions

2

## Propriétés

- RdP pur
  - RdP qui ne contient pas de boucles entre une place  $P_i$  et une transition  $T_j$
  - peut être représenté par une matrice d'incidence
  - un RdP non pur ne peut pas être représenté par une matrice d'incidence
    - besoin d'une matrice d'incidence avant et d'une arrière
  - tout RdP non pur peut être transformé en RdP pur

3

## Propriétés

- Place bornée
  - Une place est bornée pour un marquage initial  $M_0$  si pour tout marquage accessible à partir de  $M_0$  le nombre de marques dans la place est fini.
- RdP bornée
  - si pour un marquage initial  $M_0$  toutes les places sont bornées.
- RdP sauf (ou binaire)
  - si pour un marquage initial et tout marquage accessible, chaque place contient au maximum un jeton.

4

## Propriétés

- Vivacité
  - Une transition  $T_j$  est vivante pour un marquage initial  $M_0$  si pour tout marquage  $M_i$  accessible à partir de  $M_0$ , il existe une séquence de franchissements  $S$  qui contient la transition qui contient  $T_j$ , à partir de  $M_i$ .
  - Autrement, quelle que soit l'évolution, pour pourra toujours franchir  $T_j$ .

5

## Propriétés

- Vivacité
  - Un RdP est vivant pour un marquage initial  $M_0$  si toutes ses transitions sont vivantes pour  $M_0$ .
- Conforme
  - Conforme = vivant + sauf

6

## Propriétés

- Quasi-vivant
  - Une transition  $T_j$  est quasi-vivante pour un marquage initial  $M_0$ , s'il existe une séquence de franchissement qui contient  $T_j$ , à partir de  $M_0$ .
  - Un RdP est quasi-vivant pour un marquage initial  $M_0$  si toutes ses transitions sont quasi-vivantes pour  $M_0$ .
- Application en SdF logiciel
  - tests de couvertures
  - lignes de codes inutiles

7

## Propriétés

- Blocage
  - Un marquage tel qu'aucune transition n'est validée.
  - RdP est sans blocage pour un marquage initial  $M_0$  si aucun marquage  $M_i$  accessible à partir de  $M_0$  n'est un blocage.

8

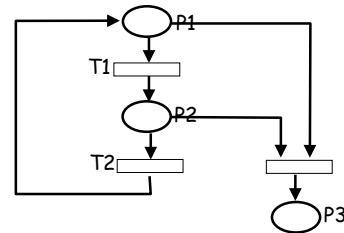
## Propriétés

- Vivacité & Blocage
  - Si une transition  $T_j$  est quasi vivante pour un marquage initial  $M_0$ , elle est quasi vivante pour  $M_0' \geq M_0$ .
  - Si  $T_j$  est vivante pour  $M_0$ , elle n'est pas nécessairement vivante pour  $M_0' \geq M_0$ .
  - Si un RdP est sans blocage pour  $M_0$ , il ne l'est pas forcément pour  $M_0' \geq M_0$ .

9

## Propriétés

- Exemple



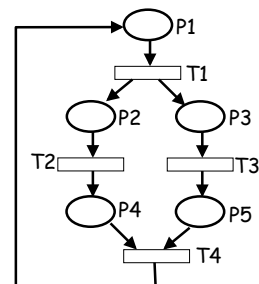
10

## Propriétés

- Un RdP a un état d'accueil  $M_a$  pour un marquage initial  $M_0$  si pour tout marquage  $M_i$  accessible à partir de  $M_0$ , il existe un chemin  $S_i$  tel que  $M_i(S_i \rightarrow M_a)$ .
- Un RdP est réinitialisable pour un marquage initial  $M_0$  si  $M_0$  est un état d'accueil.

11

## Réseau de Petri



12

## Conflits

- Un conflit effectif est l'existence d'un conflit structurel K, et d'un marquage M, tel que le nombre de jetons dans  $P_i$  est inférieur au nombre de transitions de sortie de  $P_i$  qui sont validées par M.

13

## Persistence

- Un Rdp est persistant pour un marquage initial  $M_0$  si pour tout marquage  $M_i$  accessible de  $M_0$ , on a la propriété suivante : Si  $T_j$  et  $T_k$  sont validées par le marquage  $M_i$ , alors  $T_j T_k$  est une séquence de franchissement à partir de  $M_i$ .
  - (par symétrie  $T_k T_j$  est aussi une séquence)

14

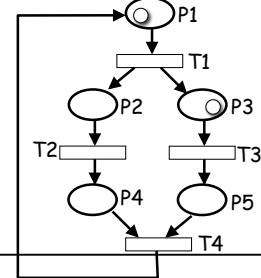
## Recherche des propriétés

- Algèbre linéaire
- Graphe des marquages
  - arbre de couverture pour les RdP non bornés
- Réductions

15

## Graphe des marquages

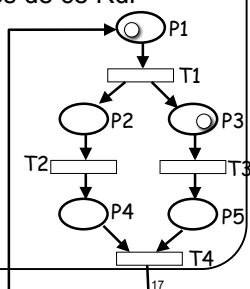
- Quels sont les marquages accessibles?



16

## Graphe des marquages

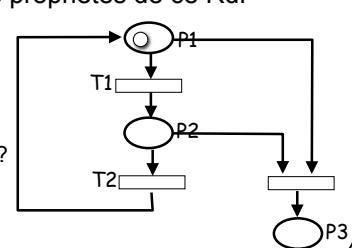
- Quels sont les propriétés de ce RdP
  - borné ?
  - quasi-vivant ?
  - vivant ?
  - bloquant ?
  - réinitialisable ?



17

## Graphe des marquages

- Quels sont les propriétés de ce RdP
  - borné ?
  - quasi-vivant ?
  - vivant ?
  - bloquant ?
  - réinitialisable ?

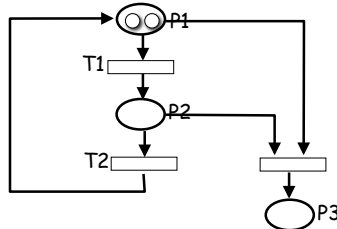


18

## Graphe des marquages

### • Quels sont les propriétés de ce RdP

- borné ?
- quasi-vivant ?
- vivant ?
- bloquant ?
- réinitialisable ?



19

## Structures particulières RdP

### • Graphe d'état

- Toute transition a exactement une place d'entrée et une place de sortie
- (voir automates)
- Si M0 contient un seul jeton, le comportement est équivalent à celui d'un automate.
- Impossible de représenter une synchronisation.

20

## Structures particulières RdP

### • Graphe d'événement

- Toute place a exactement une transition d'entrée et une transition de sortie
- Dualité au graphe d'état
- Adaptés pour la synchronisation car une transition peut avoir plusieurs places en entrée.

21

## Structures particulières RdP

### • D'autres structures

- Sans conflit
- A choix libre
  - conflit avec restriction
  - transitions en conflit dépendent d'une seule place
- Pur
- Sans boucle

22

## Recherche des propriétés

- Algèbre linéaire
- Graphe des marquages
  - arbre de couverture pour les RdP non bornés
- Réductions

23

## Réductions

- Pour la vérification de vivacité et de bornitude de grands RdP
- On réduit le réseau jusqu'à qu'on puisse décider si la propriété est respectée ou pas.
- 4 règles de réduction

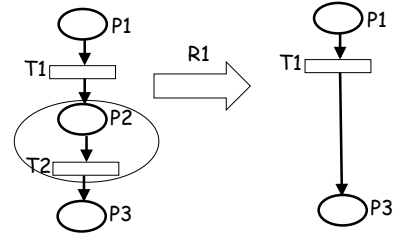
24

### Réduction R1 : Substitution

- Une place  $P_i$  peut être substituée si elle remplit les 3 conditions :
  1. Les transitions de sortie de  $P_i$  n'ont pas d'autres places d'entrée que  $P_i$
  2. Il n'existe pas de  $T_j$  qui soit à la fois transition en amont et en aval de  $P_i$
  3. Au moins une transition de sortie de  $P_i$  n'est pas une transition puits

25

### Réduction R1 : Substitution



26

### Réduction R1 : Substitution

- Propriétés préservées par cette substitution :
  - borné, sauf, vivant, quasi-vivant, sans blocage, état d'accueil, conservatif
- Valables si et seulement si le RdP original l'est

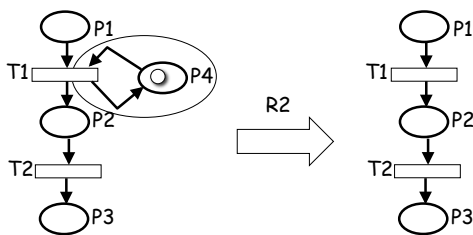
27

### Réduction R2: place implicite

- Une place  $P_i$  est implicite si :
  1. Le marquage de cette place n'est jamais un obstacle au franchissement de ses transitions de sortie
  2. Son marquage peut se déduire du marquage des autres places.
- On peut alors la supprimer avec ses arcs

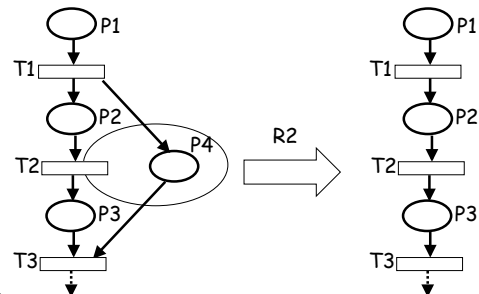
28

### Réduction R2: place implicite



29

### Réduction R2: place implicite



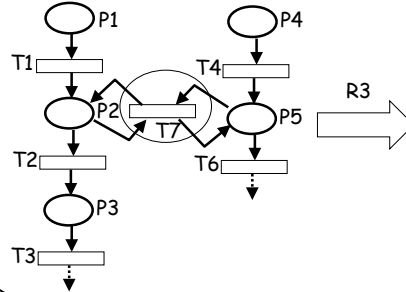
30

### Réduction R3: transition neutre

- Une transition  $T_j$  est neutre si et seulement si l'ensemble de ses places d'entrées est identique à l'ensemble de ses places de sorties.

31

### Réduction R3: transition neutre



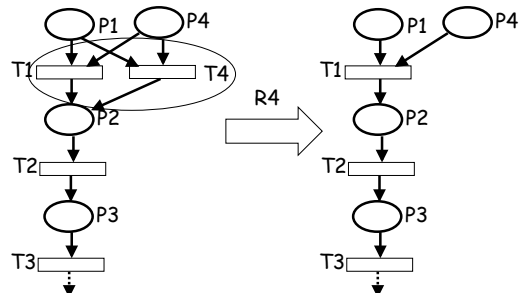
32

### Réduction R4: transitions identiques

- Deux transitions  $T_j$  et  $T_k$  sont identiques si elles ont le même ensemble de places d'entrées et le même ensemble de places de sorties.

33

### Réduction R4: transitions identiques



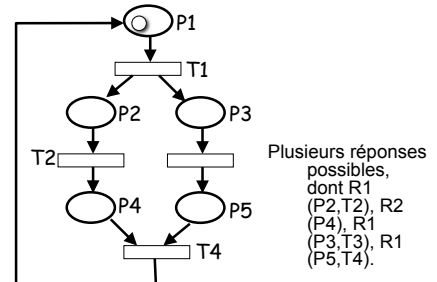
34

### Tableau récapitulatif

	R1	R2	R3	R4
borné	X	X	X	X
sauf	X	non	X	X
vivant	X	X	X	X
quasi-vivant	X	X	X	X
sans blocage	X	X	X	X
état d'accueil	X	X	X	X
conservatif	X	X	X	X

35

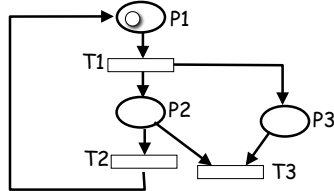
### Exemple : Réduction



### Graphe de couverture

● Quels sont les propriétés de ce RdP

- borné ?
- quasi-vivant ?
- vivant ?
- bloquant ?
- réinitialisable ?



37

### Arbre de couverture

- Arbre = graphe sans boucle
- Permet de représenter le graphe de marquages pour des systèmes non bornés.
- Le résultat ne renseigne pas sur toutes les propriétés
  - (voire TD : blocage cachée)

38

### Algorithme arbre de couverture

1. A partir de  $M_0$  on indique toutes les transitions validées et les marquages successeurs correspondants. Si un de ces marquage est strictement supérieur à  $M_0$ , on met  $\omega$  pour chacune des composantes supérieures aux composantes correspondantes de  $M_0$ .

39

### Algorithme arbre de couverture

2. Pour chaque nouveau marquage  $M_i$  de l'arbre, on fait soit le 2.1 soit le 2.2
  - 2.1 S'il existe sur le chemin de  $M_0$  à  $M_i$  (ce dernier exclu) un marquage  $M_j = M_i$ , alors  $M_i$  n'a pas de successeur.
  - 2.2 S'il n'existe pas de marquage  $M_j = M_i$  sur le chemin de  $M_0$  à  $M_i$ , alors on prolonge l'arbre en ajoutant tous les successeurs de  $M_i$ .

40

### Algorithme arbre de couverture

2.2 continuation

Pour chaque successeur  $M_k$  de  $M_i$  :

- a.) une composante  $\omega$  de  $M_i$  reste une composante  $\omega$  de  $M_k$ ;
- b.) s'il existe un marquage  $M_j$  sur le chemin de  $M_0$  à  $M_k$  tel que  $M_k > M_j$ , alors on met  $\omega$  pour chacune des composantes supérieures aux composantes de  $M_j$ .

41

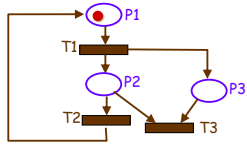
### Graphe de couverture

- Obtenu à partir de l'arbre de couverture en fusionnant les marquages 'identiques'
- Il peut contenir des boucles.

42

### Résultats obtenus

- P1 et P2 sont bornées, P3 ne l'est pas
- Infinité de blocages
- RdP est quasi-vivant.



43

### La semaine prochaine

- Abréviations
- Extensions
- RdP généralisés
  - Matrice d'incidence
- RdP à capacités
- RdP à arc inhibiteur
- RdP non autonomes

44