

Recueil d'exercices de médians correspondant au programme de révision du médian du semestre A_2002 de l'UV SY14

6 novembre 2002

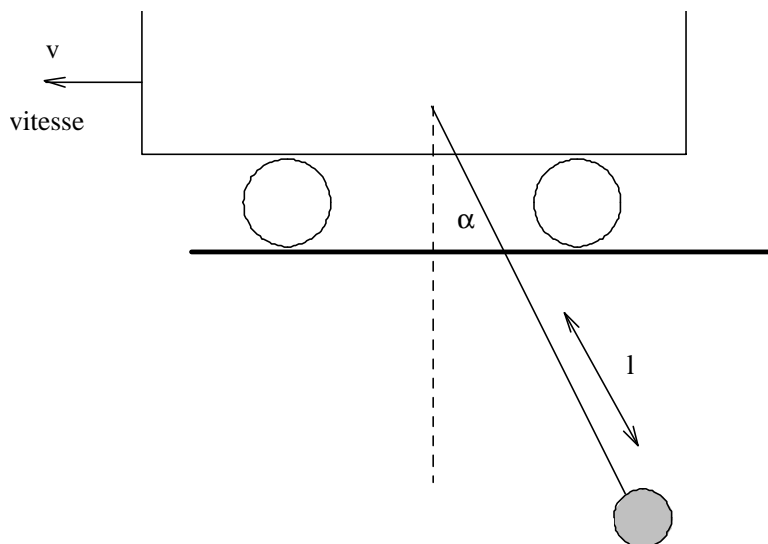
Table des matières

1	Median A-94	3
1.1	Modélisation	3
1.2	analyse de la rapidité des systèmes	3
1.3	analyse des systèmes	4
1.4	Synthèse de correcteur	5
2	Median 95	6
2.1	Reconnaissance de comportements dynamiques	6
2.2	modélisation et contrôle d'une enceinte thermique	7
3	Median 96	9
3.1	Synthèse d'un correcteur	9
4	Median 97	10
4.1	Comportement des systèmes élémentaires	10
4.2	Calcul de régime stationnaire	10
4.3	Système du 1 ^{er} ordre	11
4.4	Question 5 : Calcul opérationnel	12
4.4.1	Synthèse d'asservissement	12
4.4.2	QUESTION INDEPENDANTE : bonus de 2	
	points	12
4.5	reconnaissance de modèles	13
5	Median 98	13
5.0.1	Analyse des systèmes	13
5.0.2	Analyse des systèmes	13
5.0.3	Analyse des systèmes	15

6	Median 2000	16
6.0.4	Commande en boucle ouverte de type bang_bang	16
6.0.5	Synthèse d'asservissement	17
6.0.6	Reconnaissance de réponses temporelles	19
7	Median 2001	21
7.0.7	Représentation d'état	24
7.0.8	Synthèse d'asservissement	26
7.0.9	Analyse des systèmes	28
7.0.10	Analyse des systèmes	28
8	Median 2002	30

1 Median A-94

1.1 Modélisation



Soit le système donné par

$$\dot{v} = l\ddot{\alpha} + g\alpha \quad (1)$$

avec : $l = 9.8m$ et $g = 9.8m/s/s$

Le chariot est tracté par un moteur à courant continu d'équation différentielle

$$1.8u = \dot{v} + 18v \quad (2)$$

u en volts (tension) et v en m/s

Donner la fonction de transfert $\frac{\alpha(t)}{u(t)}$

1.2 analyse de la rapidité des systèmes

Classer les systèmes suivants en fonction de leur "rapidité" en justifiant votre réponse :

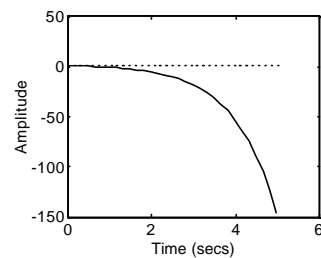
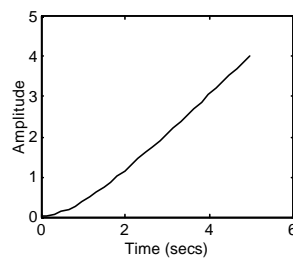
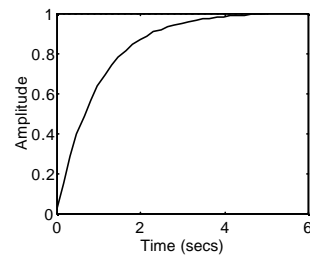
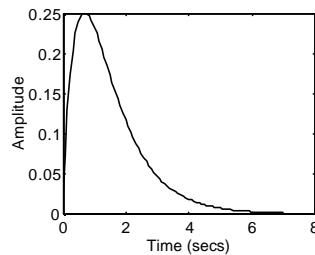
a) $H_a(p) = \frac{3}{p+1}$
 c) $H_c(p) = \frac{2}{p-1}$

b) $H_b(p) = \frac{1}{1+5p}$
 d) $H_d(p) = \frac{10000}{p^2+50p+10000}$

1.3 analyse des systèmes

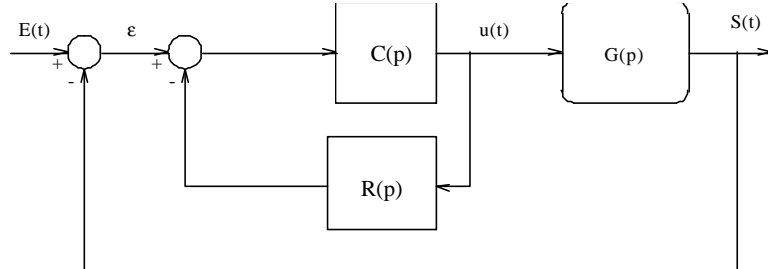
Entourer les bonnes réponses :

- La fonction de transfert d'un processus suffit pour connaître sa sortie quand l'entrée est connue et que les conditions initiales sont nulles :
a) **oui** b) **non** c) **qlq. fois** d) **aucun rapport.**
- Un système est stable si :
a) **aucun pôle ou zéro dans le demi plan droit**
b) **aucun pôle dans le demi plan droit**
c) **aucun pôle dans le demi plan gauche**
- Il y a dépassement de la valeur finale, pour un second ordre, quand ζ est
a) > 1 b) < 0 c) $> \frac{\sqrt{3}}{2}$ d) < 1 e) < 0.7 f) > 0.7
- Les zéros d'une fonction de transfert influent sur la stabilité :
a) **oui** b) **un peu** c) **oui** d) **qlq. fois**
- Le dépassement du premier pic d'un second ordre, lorsque ζ augmente
a) **augmente** b) **diminue** c) **ne bouge pas**
- Donner l'allure des réponses temporelles de $G(p)$ pour l'entrée $u(t)$:
a) $u(t \geq 0) = 1$ $G(p) = \frac{1}{p(p+1)}$: (1) (2) (3) (4)
b) $u(t \geq 0) = 1$ $G(p) = \frac{1}{(p+1)}$: (1) (2) (3) (4)
c) $u(0 \leq t \leq 1) = 1$ $G(p) = \frac{1}{(p+2)(p+1)}$: (1) (2) (3) (4)
d) $u(t) = t$ $G(p) = \frac{1}{(p+1)}$: (1) (2) (3) (4)



1.4 Synthèse de correcteur

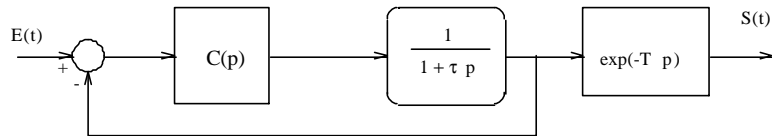
Prédicteur de Smith :



On considère une correction basée sur le prédicteur de Smith qui a la structure suivante :

avec : $G(p) = \frac{e^{-Tp}}{1+\tau p}$ et $R(p) = \frac{1-e^{-Tp}}{1+\tau p}$

- Montrer que le transfert $\frac{S(t)}{E(t)}$ peut se mettre sous la forme :

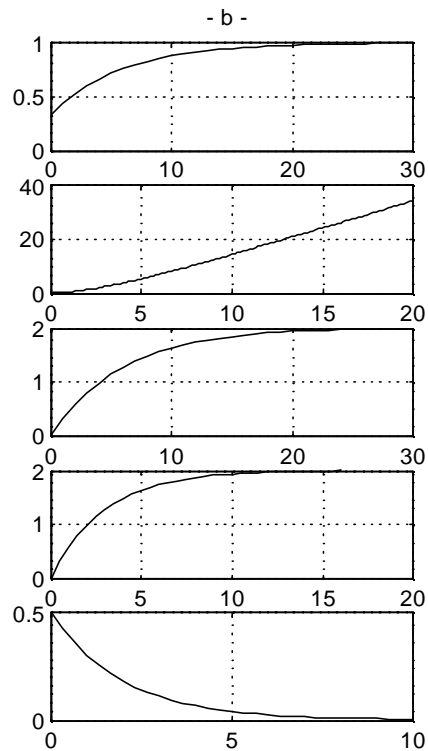
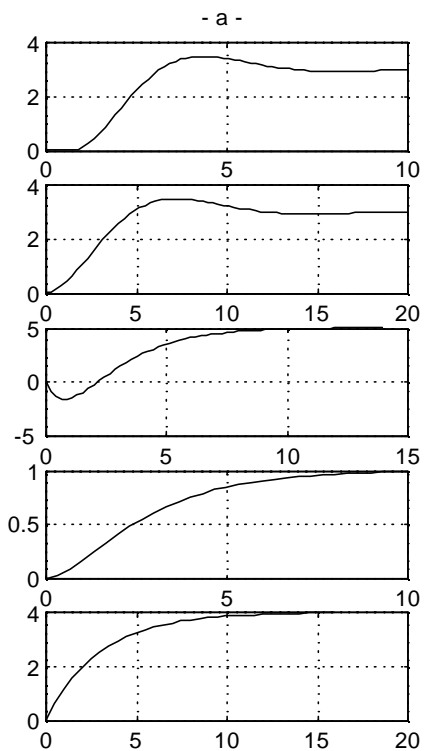


- On utilise $C(p) = k \frac{1+T_i p}{T_i p}$; avec compensation pôle - zéro ($T_i = \tau$).
 1. Y-a-t-il des contraintes sur k quant à la stabilité ? Si oui lesquelles ?
 2. Déterminer k pour que le temps de réponse à 5% du transfert $\frac{S(t)}{E(t)}$ soit égal à $T + \frac{\tau}{6}$.

2 Median 95

2.1 Reconnaissance de comportements dynamiques

fonction de transfert	réponse	fonction de transfert	réponse
$G_1(p) = \frac{2}{1+6p}$		$G_2(p) = \frac{2}{p(1+3p)}$	
$G_3(p) = \frac{1+2p}{1+6p}$		$G_4(p) = \frac{4}{2+6p}$	
$G_5(p) = \frac{6e^{-5p}}{2+2p+2p^2}$		$G_6(p) = \frac{3}{1+2p+4p^2}$	
$G_7(p) = \frac{5(1-2p)}{(1+p)(1+2p)}$		$G_8(p) = \frac{4}{1+3p}$	
$G_9(p) = \frac{1}{(1+p)(1+2p)}$		$G_{10}(p) = \frac{4p}{4+8p}$	



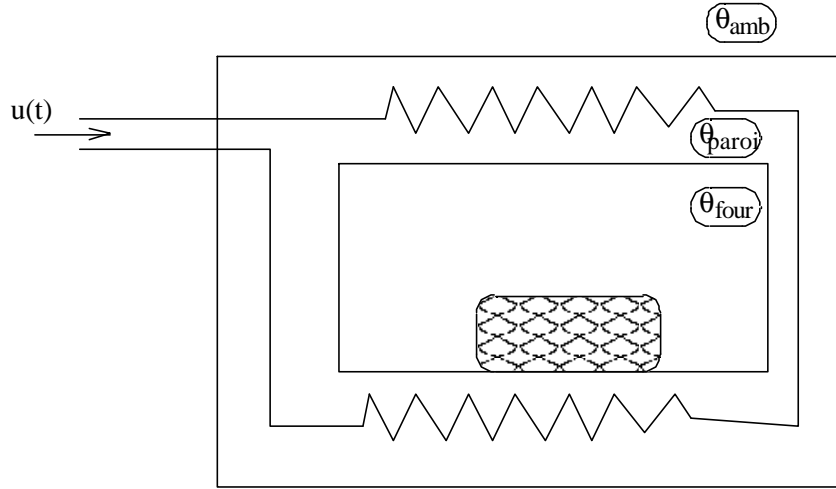


FIG. 1 – Une enceinte thermique à double paroi

2.2 modélisation et contrôle d'une enceinte thermique

Un four est constitué d'une cavité dont la paroi est chauffée (cf fig. 1). On note :

- $u(t)$ la puissance fournie,
- θ_{four} la température à l'intérieur du four (celle qu'on souhaite contrôler),
- θ_{paroi} la température dans la paroi,
- θ_{amb} la température extérieure,
- C_f la capacité calorifique du four et du produit qu'il contient,
- C_p la capacité calorifique de la paroi.

L'énergie $u(t).dt$ fournie pendant le temps dt augmente la température de la paroi de $d\theta_{paroi}$ et est en partie transmise au four et au milieu extérieur. On supposera ici que l'échange de chaleur, durant l'intervalle de temps dt , entre deux milieux est proportionnel à leur différence de température (avec des constantes α, β). On a donc :

$$\begin{aligned} C_f.d\theta_{four} &= \beta(\theta_{paroi} - \theta_{four}).dt \\ u(t).dt &= C_p.d\theta_{paroi} + \alpha(\theta_{paroi} - \theta_{amb}).dt + \beta(\theta_{paroi} - \theta_{four}).dt \quad (3) \end{aligned}$$

De façon à ce que le problème soit faisable en version (papier + crayon), c'est à dire sans ordinateur, on propose d'instancier le processus avec les valeurs numériques suivantes :

- $C_p = 0.5 J/^\circ C$,
- $C_f = 2 J/^\circ C$,
- $\alpha = 1 W/^\circ C$,
- $\beta = 2 W/^\circ C$.

De même, on pourra utiliser les notations abrégées suivantes :

- $y(t) = \theta_{four}(t)$,
- $z(t) = \theta_{paroi}(t)$,
- $w(t) = \theta_{amb}(t)$.

Le système à étudier (Eq : 3) devient donc :

$$\begin{aligned} 0 &= 2.\dot{y}(t) - 2(z(t) - y(t)) \\ u(t) &= 0.5(\dot{z}(t)) + (z(t) - w(t)) + 2(z(t) - y(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

questions : On répondra aux questions (1) et (2) dans l'ordre qu'on souhaite (1 puis 2) ou (2 puis 1).

1. Dans cette question, on construit une représentation d'état de ce procédé. On choisit $X(t)$ (eq. 5) comme état du système.

$$X(t) = \begin{bmatrix} \theta_{four}(t) \\ \theta_{paroi}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

- (a) Donner une représentation d'état de ce procédé en considérant l'entrée $u(t)$ (θ_{amb} étant supposée nulle).
- (b) Donner une représentation d'état de ce procédé en considérant l'entrée θ_{amb} ($u(t)$ étant supposée nulle).
- (c) Si maintenant on considère que le système a deux entrées $u(t)$ et θ_{amb} , comme il est linéaire, on obtient la représentation d'état globale en ajoutant les représentations d'état obtenues pour chacune des entrées considérées indépendamment.

Ecrivez donc cette représentation d'état globale du système a deux entrées.

2. Donner la relation entre la sortie $\theta_{four}(t)$ et les entrées $u(t)$ et $\theta_{amb}(t)$ (sous forme d'une somme de fonctions de transfert en p).
3. On souhaite que $\theta_{four}(t)$ reste constante au voisinage de la consigne θ^c . On considère d'abord un régulateur proportionnel :

$$u(t) = K.(\theta^c - \theta_{four}(t)) \quad (6)$$

En supposant que le système contrôlé est toujours stable, vous déterminerez l'erreur stationnaire $\varepsilon(\infty) = \theta^c - \theta_{four}(\infty)$.

Peut-elle être nulle si on ne connaît pas θ_{amb} (qui peut donc être quelconque) ?

4. On souhaite toujours que $\theta_{four}(t)$ reste constante au voisinage de la consigne θ^c . On considère maintenant un régulateur proportionnel et intégral :

$$u(t) = K.(1 + \frac{1}{\tau_i.p}).(\theta^c - \theta_{four}(t)) \quad (7)$$

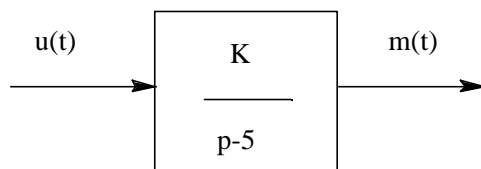
En supposant que le système contrôlé est toujours stable, vous déterminerez l'erreur stationnaire $\varepsilon(\infty) = \theta^c - \theta_{four}(\infty)$.

Peut-elle être nulle si on ne connaît ni θ^c , ni θ_{amb} ?

3 Median 96

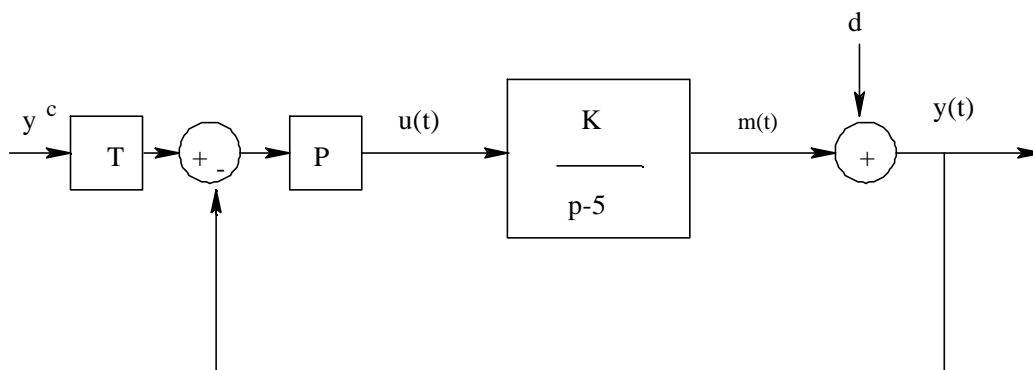
3.1 Synthèse d'un correcteur

Soit le système décrit fig. ??



Le modèle du système

1. Est-il stable ou instable ?
2. Quel est son gain statique ?
- 3.



L'asservissement

La sortie du système est décalée d'une perturbation d constante mais inconnue et malgré cela, on veut que la sortie poursuive une consigne y^c constante : on propose d'abord un correcteur proportionnel (cf fig.) dont les paramètres ajustables sont P et T .

Donner la relation qui lie les entrées $\{d, y^c\}$ et la sortie

4. Pour quelles valeurs de P l'asservissement est-il stable ?
5. Si K peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[3, 5]$, avec quelles valeurs de P stabilise-t-on *toujours* l'asservissement ?
6. Si la perturbation est nulle ($d = 0$), et que $K = 5$, quelle valeur de T permet de faire tendre $y(t)$ vers y^c en utilisant la valeur de P précédente.
7. Peut-on assurer les mêmes performances (et comment ?) lorsque d est non nul et que K est inconnu dans l'intervalle $[3, 5]$?
8. Que proposez-vous pour résoudre ce problème ?

4 Median 97

4.1 Comportement des systèmes élémentaires

Quelle est la réponse, à partir de conditions initiales nulles, d'un système double-intégrateur (8) à une impulsion symétrique représentée fig. 2.

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{1}{p^2} \quad (8)$$

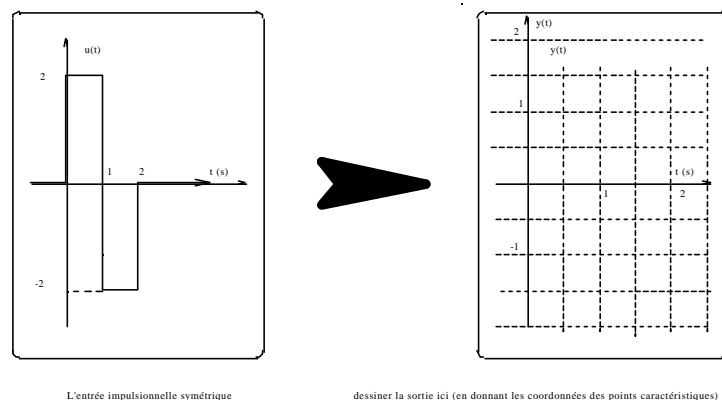
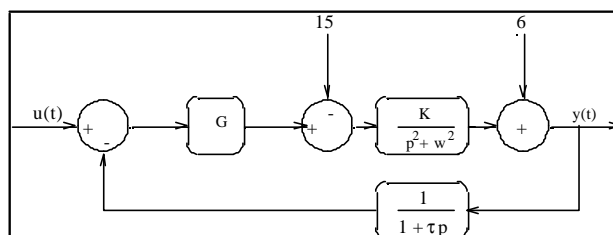


FIG. 2 –

4.2 Calcul de régime stationnaire

Calculez la sortie stationnaire y^s du système représenté ci dessous soumis à une entrée constante $u(t) \equiv u^s = 8$.



Réponse : $y^s = \dots$

4.3 Système du 1^{er} ordre

Donnez l'expression de la réponse à un échelon d'amplitude A du système du 1^{er} ordre

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{G}{1 + \tau.p}$$

1. à partir de la condition initiale $y(0) = 0$. Réponse : $y(t) = \dots$
2. à partir de la condition initiale $y(0) = 12$. Réponse : $y(t) = \dots$
3. Dans le premier cas ($y(0) = 0$),
 - (a) donnez le temps $t_{0.63}$ au bout duquel y atteint $0.63 * G * A$. Réponse : $t_{0.63} = \dots$
 - (b) Donnez le temps $t_{0.95}$ au bout duquel y atteint $0.95 * G * A$. Réponse : $t_{0.95} = \dots$

4.4 Question 5 : Calcul opérationnel

Rayez dans la liste suivante les expressions dont l'égalité suivante ne peut être déduite.

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{K}{(1+p)}$$

Liste :

1. $(1+p)(1+2p).y(t) = K(1+2p).u(t)$
2. $(1-p^2).y(t) = K.(1-p).u(t)$
3. $(4+4p)(1+2p).e^{pT}.y(t) = K(4+8p).u(t+T)$
4. $(1+p)(8p).y(t) = 8Kp.u(t)$

4.4.1 Synthèse d'asservissement

Soit :

$$G(p) = \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{1}{1+2p}$$

la fonction de transfert en **boucle ouverte** d'un procédé S. Ce procédé est commandé par un contrôleur ayant la fonction de transfert suivante :

$$C(p) = \frac{u(t)}{\varepsilon(t)} = 1 + \frac{1}{p}$$

avec $\varepsilon = y^c - y$; y^c étant la consigne désirée en boucle fermée.

1. Donnez la fonction de transfert en **boucle fermée** ($\frac{y}{y^c}$).
2. Déduire le facteur d'amortissement (ζ) et la pulsation naturelle (ω_0) du système bouclé.
3. Quel est l'effet sur la sortie $y(t)$ d'une perturbation constante d_0 qui s'ajoute à l'entrée $u(t)$?

4.4.2 QUESTION INDEPENDANTE : bonus de 2 points

Quels sont les avantages d'une commande en boucle fermée par rapport à celle en boucle ouverte ?

4.5 reconnaissance de modèles

Associez à chaque fonction de transfert sa réponse à un échelon unité.

fonction de transfert	réponse	fonction de transfert	réponse
$G_1(p) = \frac{1-p}{1+2p+p^2}$		$G_2(p) = \frac{1+p}{1+p}$	
$G_3(p) = \frac{1}{1+p^2}$		$G_4(p) = \frac{1+p}{1+2p+p^2}$	
$G_5(p) = \frac{1}{1+p+p^2}$		$G_6(p) = \frac{1}{1-p}$	
$G_7(p) = \frac{1}{p(1+p)}$		$G_8(p) = \frac{p}{1+p}$	
$G_9(p) = \frac{1}{1+3p}$		$G_{10}(p) = \frac{1}{1+2p+p^2}$	

5 Median 98

5.0.1 Analyse des systèmes

– Donner les gains statiques (régimes permanents) des systèmes suivants :

a) $H_a(p) = \frac{3}{p+1}$	$K_a =$
b) $H_b(p) = \frac{1-p}{p^2+5p+1}$	$K_b =$
c) $H_c(p) = \frac{1+p}{p^3+p^2+p}$	$K_c =$
d) $H_d(p) = \frac{5e^{-2p}}{p^2+50p+10}$	$K_d =$

5.0.2 Analyse des systèmes

– Soit la fonction de transfert suivante :

$$G(p) = \frac{p+2}{p^2+p+4}$$

- Le coefficient d'amortissement ζ est égal à :
 a) 0.5 b) 1 c) 2 d) 0.25 e) 0.125
- La pulsation naturelle ω_0 (rd/s) est égale à :
 a) 4 b) 2 c) 1 d) 16 e) 8
- La constante de temps τ_{eq} (en s) est égale à :
 a) 1 b) 0.5 c) 0.25 d) 2 e) 4

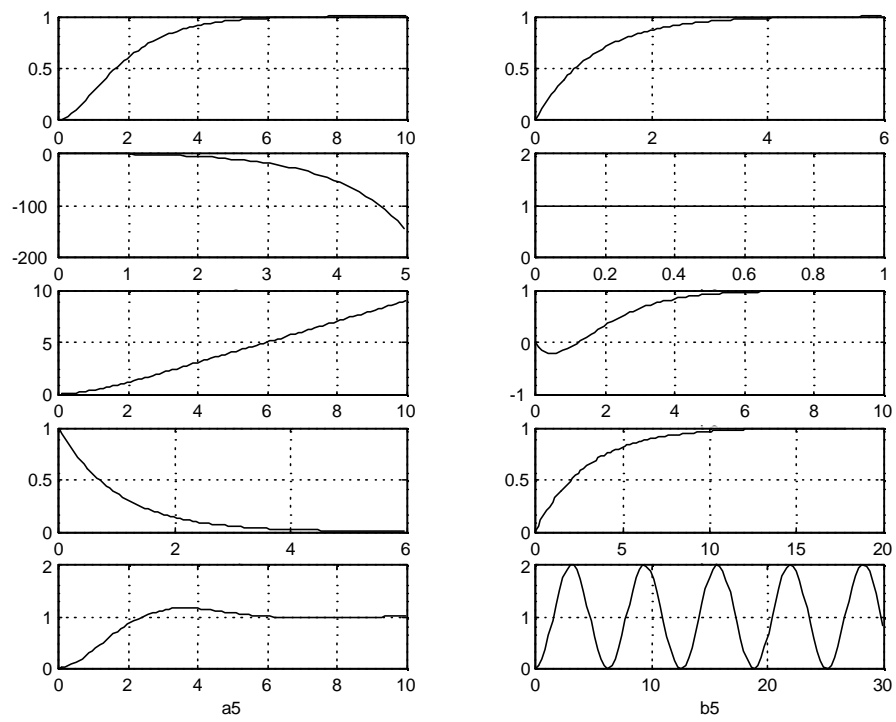


FIG. 3 –

4. Le temps de réponse à 95% ($T_{5\%}$ en s)) est égal à :
- a) 3 b) 1.5 c) 0.75 d) 1 e) 6

5.0.3 Analyse des systèmes

Soient les trois fonctions de transfert suivantes :

$$- G_1(p) = \frac{1-p}{(1-p)(1+p)} \quad G_2(p) = \frac{1+p}{(1+p)(1+p)} \quad G_3(p) = \frac{p^2-1}{(p+1)(p-1)(p+4)}$$

Pouvez-vous simplifier ces expressions ? Justifier votre réponse :

- $G_1(p) =$
- $G_2(p) =$
- $G_3(p) =$

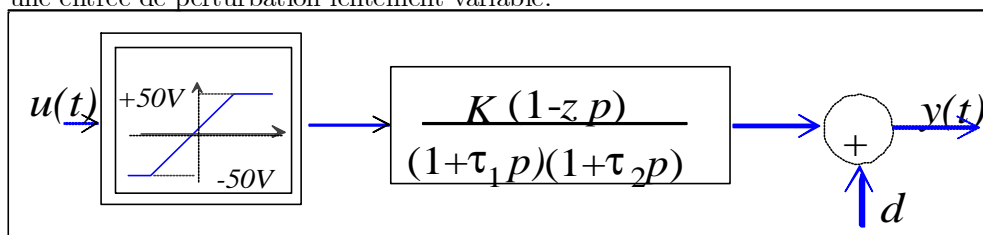
Entourer les bonnes réponses (une absence de réponse est une mauvaise réponse)

- Les saturations de commande :
 - ne modifient pas la réponse du système
 - existent uniquement en théorie
 - peuvent rendre non linéaire le comportement du processus contrôlé
 - peuvent rendre le système instable
 - n'influent pas sur la stabilité du système
 - dans un régulateur PID, on peut limiter leur effet en gelant :
 - a) le dérivateur b) le proportionnel c) l'intégrateur

6 Median 2000

6.0.4 Commande en boucle ouverte de type bang_bang

On considère le processus décrit par le schéma bloc ci-dessous. L'entrée $u(t)$ est une tension de commande (en Volts), la sortie $y(t)$ est une température (en °C) définie par rapport à une température extérieure $d(t)$ qui apparaît comme une entrée de perturbation lentement variable.



Pour les applications numériques, on prendra

$$K = 12^{\circ}\text{C}/\text{V}$$

$$\tau_1 = 1 \text{ mn}$$

$$\tau_2 = 2 \text{ mn}$$

$$z = 3 \text{ mn}$$

Q1.1 analyse qualitative (2 points, ne pas répondre est une mauvaise réponse) :

Soit $H(p)$ la fonction de transfert de la partie dynamique du processus :

$$H(p) = \frac{K(1-zp)}{(1+\tau_1p)(1+\tau_2p)}.$$

1. $H(p)$ est-il stable ?
2. $H(p)$ est-il d'inverse stable (à déphasage minimal) ?
3. quel est son ordre ?
4. quel est son degré relatif ?

Q1.2 Décomposition modale (1 point) :

Représenter la fonction de transfert $H(p)$ comme la mise en parallèle de deux systèmes du 1^{er} ordre

Q1.3 Représentation d'état modale (1 point) : Donner une équation d'état correspondante à cette décomposition

Q1.4 Réponse temporelle (3 points) :

Donnez l'expression analytique de la réponse à un échelon d'amplitude $A = 50 \text{ V}$

Dessinez l'allure de cette réponse. Pour ce faire, vous donnerez

1. la valeur numérique de l'asymptote $y(+\infty)$ (en n'oubliant pas les unités!)
2. la valeur numérique de la pente de la tangente à l'origine $\dot{y}(0)$ (en n'oubliant pas les unités!)
3. et vous donnerez un ordre de grandeur du temps de réponse sur l'axe des abscisses.

Q1.4 Commande en boucle ouverte par tout ou rien (2 points) :

On veut faire évoluer rapidement la sortie de $y(0) = d = 50^\circ\text{C}$ à la valeur $y(T_f) = 400^\circ\text{C}$ sans que $y(t)$ sorte de l'intervalle $[y(0), y(T_f)] = [50^\circ\text{C}, 400^\circ\text{C}]$.

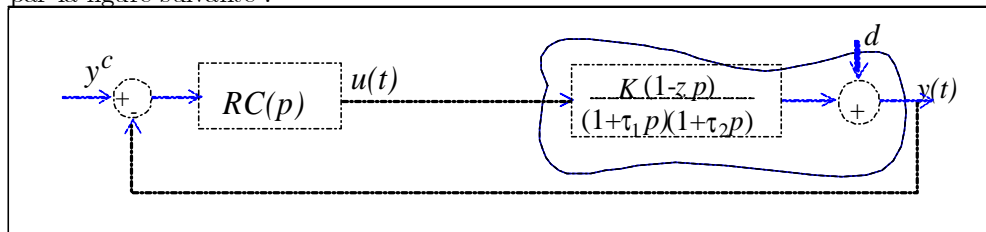
Pour ce faire, on applique une commande en boucle ouverte constante par morceaux :

$$u(t) = \begin{cases} -50 \text{ V} & \text{pour } t \in [0, T_d[\\ +50 \text{ V} & \text{pour } t \in [T_d, T_f[\end{cases}.$$

Dessinez l'allure des évolutions conjointes de $u(t)$ et de $y(t)$ que vous espérez en expliquant comment vous pourriez régler T_d et T_f avec SIMULINK.

6.0.5 Synthèse d'asservissement

Pour l'étude qui suit, on ne considérera pas la saturation. Pour compenser la connaissance imparfaite du modèle, on associe à la commande précédente une commande en boucle fermée par réseau correcteur dont le schéma bloc est donné par la figure suivante :



Q2.1 Action proportionnelle (2.5 points) :

Dans cette question, $RC(p) = G$.

1. Etablir la relation qui existe entre les entrées $\{d, y^c\}$ et la sortie $y(t)$.
2. Pour quelles valeurs de G l'asservissement est-il stable?
3. Quelle est la solution stationnaire y^s pour des entrées $\{d, y^c\}$ constantes.

Q2.2 Action proportionnelle et intégrale (2.5 points) :

Dans cette question, $RC(p) = G.(1 + \frac{1}{\tau_i p})$

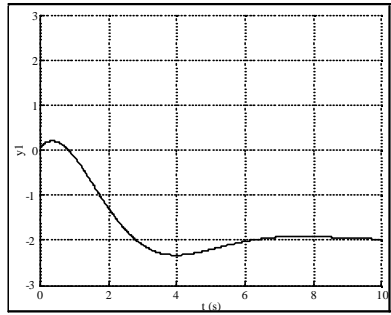
1. Etablir la relation qui existe entre les entrées $\{d, y^c\}$ et la sortie $y(t)$.

2. Quelle est la solution stationnaire y^s pour des entrées $\{d, y^c\}$ constantes ?
3. Pour stabiliser le processus, on règle les paramètres (G, τ_i) de sorte que tous les pôles aient une même valeur $(-1/\tau_d)$ où τ_d est une constante de temps désirée. Explicitez l'algorithme de calcul de (G, τ_i) .
4. Est-il possible de choisir arbitrairement τ_d ?

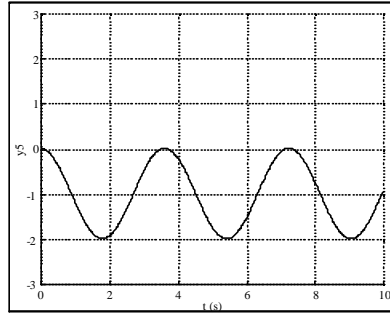
6.0.6 Reconnaissance de réponses temporelles

Les figures suivantes donnent les réponses de systèmes linéaires à un échelon unitaire. On suppose que les valeurs initiales de tous les intégrateurs constituant ces processus sont nulles.

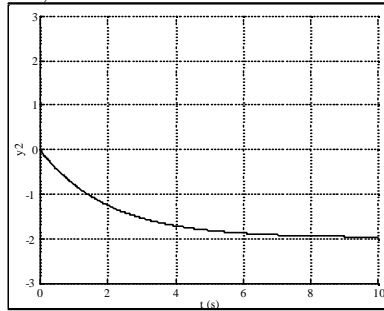
Conseil : pour chacune des fonctions, prenez le temps de voir si elle ne se simplifie pas.



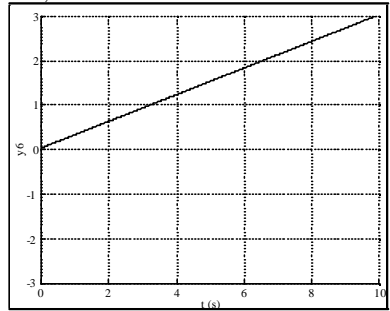
C1,1



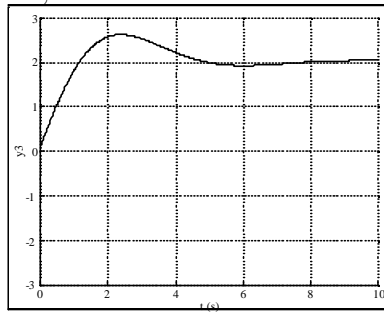
C1,2



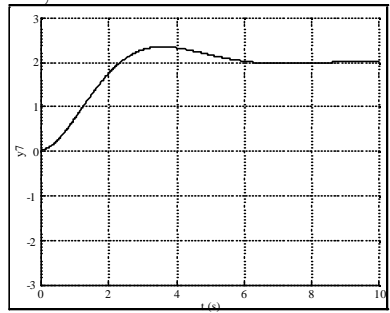
C2,1



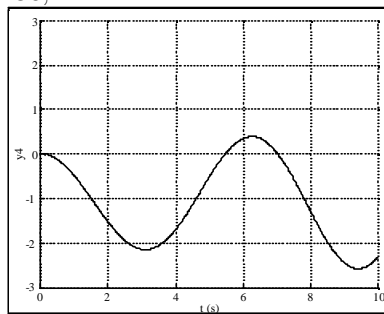
C2,2



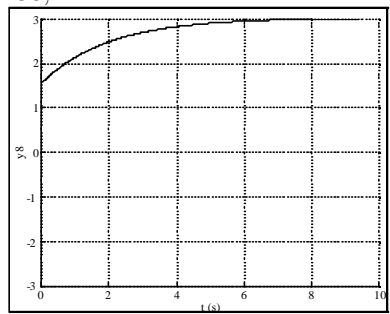
C3,1



C3,2



C4,1



C4,2

Associez une réponse temporelle à chaque fonction de transfert de la liste suivante (répondre sur la page 5).

fonction de transfert : réponse (sous la forme Ci,x)

$$\frac{-3}{p^2 + 3} : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{2}{p^2 + p + 1} : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{p - 2}{p^2 + p + 1} : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{2p + 2}{p^2 + p + 1} : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{0.3p + 0.3}{p^2 + p} : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{-1}{p^2 - 0,1p + 1} : \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{3p + 3}{2p + 1} : \underline{\hspace{10cm}}$$

7 Median 2001

Nom : Prénom : inscrit en :

Analyse des systèmes

Voila 4 processus :

$$\mathcal{P}_1 : \frac{y(t)}{u(t)} = 4 \left(\frac{p + 2}{(p^2 + 3p + 2)(1 + 2p)} \right),$$

$$\mathcal{P}_2 : \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{1}{p^3},$$

$$\mathcal{P}_3 : \frac{y(t)}{u(t)} = \frac{-200}{p^2 + 300},$$

$$\mathcal{P}_4 : \begin{cases} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}.$$

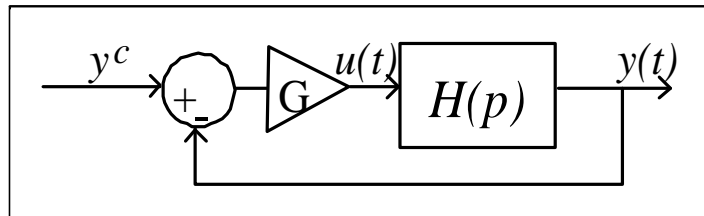
Pour chacun des processus $\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \mathcal{P}_3, \mathcal{P}_4$, vous préciserez

1. l'ordre,
2. le degré relatif,
3. la sortie stationnaire y^s correspondant à l'entrée stationnaire $u^s \equiv 3$,
4. les pôles,
5. les zéros, s'il y en a,
6. la stabilité du processus,
7. la stabilité de l'inverse du processus,
8. si le processus est stable, un ordre de grandeur de son temps de réponse.

Vous répondrez dans le tableau ci-dessous :

	\mathcal{P}_1	\mathcal{P}_2	\mathcal{P}_3	\mathcal{P}_4
ordre				
degré relatif				
y^s pour $u^s \equiv 3$				
pôles				
zéros				
stabilité				
stabilité de l'inverse				
temps de réponse				

Question 2) 3 points



On considère l'asservissement d'un processus par action proportionnelle représenté ci-dessus.

La fonction de transfert du processus est

$$H(p) = \frac{3}{p - 4}$$

1. Ce processus est-il stable en boucle ouverte ?
réponse :

2. Exprimez la fonction de transfert $y(t)/y^c$
réponse :

$$\frac{y(t)}{y^c} =$$

3. En boucle fermée, quelles sont les valeurs de G qui stabilisent l'asservissement ?
réponse :

4. On adopte $G = 2$, quel est le temps de réponse de l'asservissement ? (préciser les unités !)
réponse :

Nom :

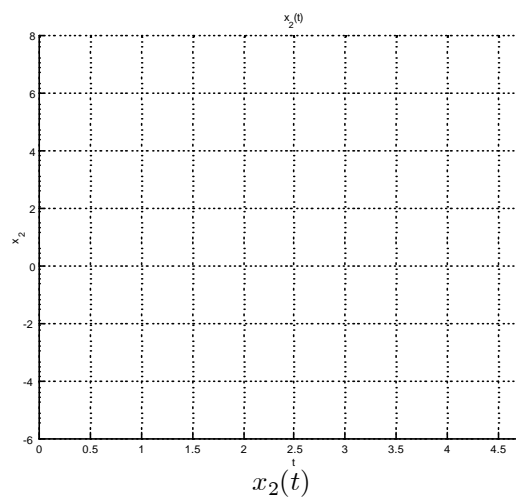
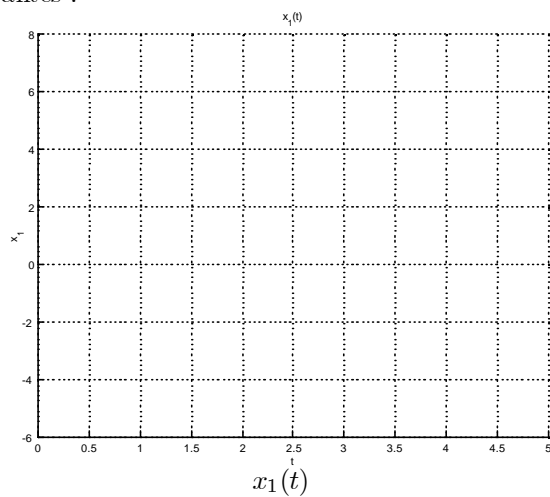
7.0.7 Représentation d'état

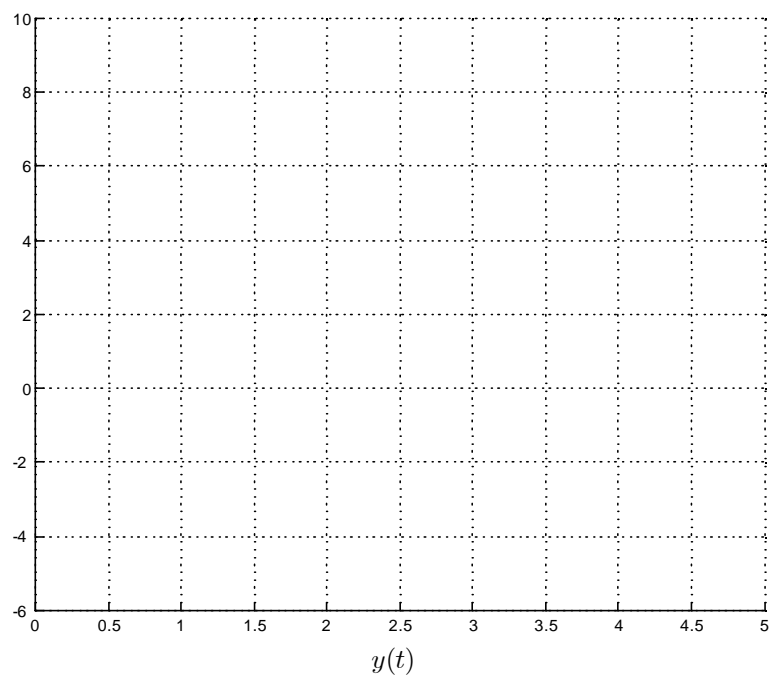
On considère l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

En appliquant une entrée constante $u(t) \equiv 2$ à partir de la condition initiale $x(0) = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$.

1. Dessiner l'évolution de $x_1(t)$, $x_2(t)$, $y(t)$ pour $t \in [0, 5]$ sur les figures suivantes :





2. Dessiner un schéma bloc représentant cette équation d'état.

3. Quelle est la fonction de transfert $\frac{y(t)}{u(t)}$?
réponse :

$$\frac{y(t)}{u(t)} =$$

7.0.8 Synthèse d'asservissement

On considère le problème suivant d'ACC¹. Ce dispositif d'aide à la conduite automobile contrôle l'accélérateur lorsque le conducteur et les conditions de conduite le permettent. Il permet de suivre le véhicule précédent avec un espacement donné. Vu du dispositif, son principe est le suivant :

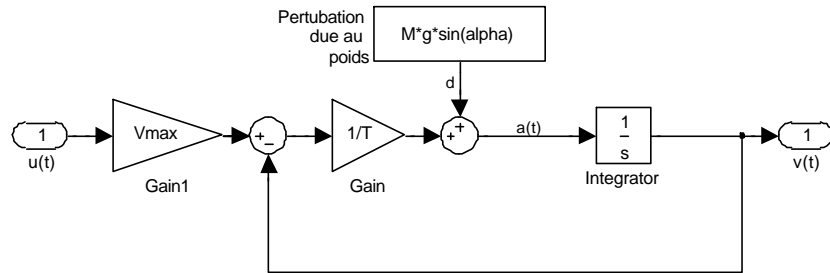
je mesure la distance $z(t)$ de mon pare-choc avant à l'arrière du véhicule qui me précède. Je souhaite réguler cet écart autour d'une valeur z^c (qui dépend de l'estimation de la vitesse du véhicule suivi mais ce n'est pas l'objet du problème).

On agit sur la commande d'injection notée $u(t)$ définie dans l'intervalle $[0, 100\%]$.

L'effet de $u(t)$ sur la vitesse $v(t)$ tient compte de la résistance de l'air. Sur terrain plat, il peut être décrit par une fonction de transfert

$$\frac{v(t)}{u(t)} = \frac{v_{\max}}{1 + Tp}$$

Si on rajoute maintenant l'effet d du poids de la voiture lorsque le terrain n'est pas plat, le modèle de ma voiture est représenté sur le schéma **SIMULINK** suivant :



Modèle SIMULINK des liens entre $\{u(t), p\}$ et $v(t)$

On suppose que le véhicule précédent roule à vitesse constante v^f , l'écart entre mon véhicule et le véhicule précédent est donc :

$$\dot{z}(t) = p.z(t) = v^f - v(t)$$

1. Donner sous forme algébrique (en utilisant des fonctions de transfert) les liens entre $\{u(t), d\}$ et $v(t)$ qu'on vous a donné sous forme de schéma-bloc. réponse :

¹ACC : Autonomous Cruise Control

2. Donner sous forme algébrique (en utilisant des fonctions de transfert) les liens entre $\{u(t), v^f, d\}$ et $z(t)$.

réponse :

On propose une simple commande proportionnelle (z_{sec} est la distance de sécurité désirée) :

$$u(t) = K. (z_{\text{sec}} - z(t)).$$

Avec cette commande,

3. quelle est la solution stationnaire z^s lorsque z_{sec}, v^f et d sont constants ?

réponse :

4. avec $T = 20s$, comment faut-il régler K pour que les pôles soient confondus ?

Quel est alors le temps de réponse de l'ACC à un freinage brusque du véhicule précédent² ?

réponse :

²Un freinage brusque se modélise par un échelon (négatif) sur v^f .

Nom :

7.0.9 Analyse des systèmes

Classer les processus suivants en fonction de leur rapidité en justifiant votre réponse :

le plus rapide est codé 1, le code 0 correspond à un processus inclassable.

Processus	Classement	justification
$\frac{0.0003}{2p+8}$		

$\frac{2500(1-p)}{p^2+100p+250000}$		
-------------------------------------	--	--

réponse :

$\frac{3}{p^2}$		
-----------------	--	--

$\frac{3}{2p^2+3p+1}$		
-----------------------	--	--

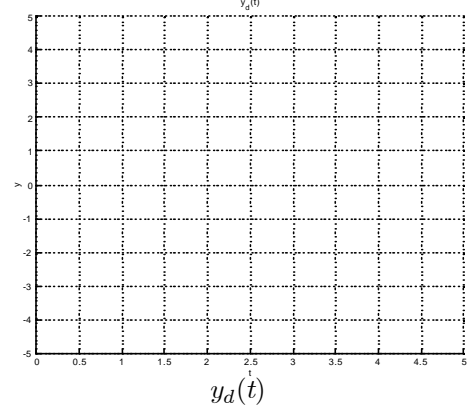
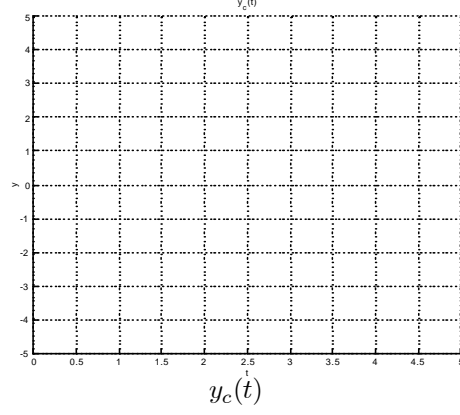
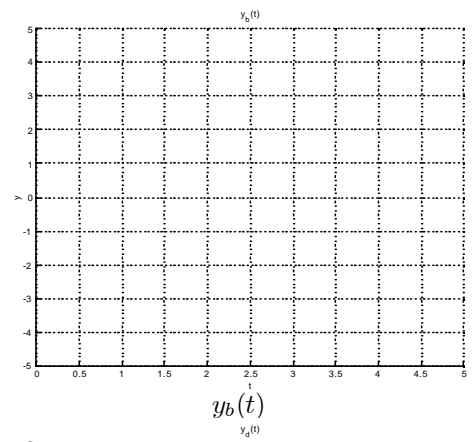
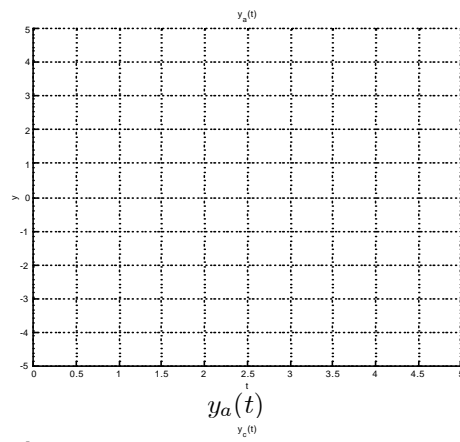
7.0.10 Analyse des systèmes

Donner l'allure de la réponse temporelle de chacun des systèmes suivants pour une entrée échelon d'amplitude 1.

Vous préciserez en particulier sa valeur finale $y(\infty)$ lorsque c'est possible, sa dérivée initiale $\dot{y}(0)$ et une valeur approximative de son temps de réponse T_{rep} .

réponse :

	$y(\infty)$	$\dot{y}(0)$	T_{rep}
$\frac{y_a(t)}{u(t)} = \frac{p+1}{p^2+3p+1}$			
$\frac{y_b(t)}{u(t)} = \frac{1-p}{p^2+2p+1}$			
$\frac{y_c(t)}{u(t)} = \frac{5}{0.25p^2+0.5p+1}$			
$\frac{y_d(t)}{u(t)} = \frac{1}{p-1}$			



8 Median 2002

C'est une blague !