

理解 PHANTOM 中的反椎体大小 k

朱志翔

反椎体大小 k 的公式

$$k(D_{max}, \delta) := \min \left\{ \hat{k} \in \mathbb{N} : \sum_{j=\hat{k}+1}^{\infty} e^{-2 \cdot D_{max} \cdot \lambda} \cdot \frac{(2 \cdot D_{max} \cdot \lambda)^j}{j!} < \delta \right\}$$

泊松分布的应用

适合于描述单位时间内随机事件发生的次数。

- 单位时间内, 某家店铺来访的客人数量
- 单位时间内, 电话交换机接到呼叫的次数
- 单位时间内, 机器出现的故障数
- **单位时间内, 新创建的区块数量**

泊松分布的定义

假设：

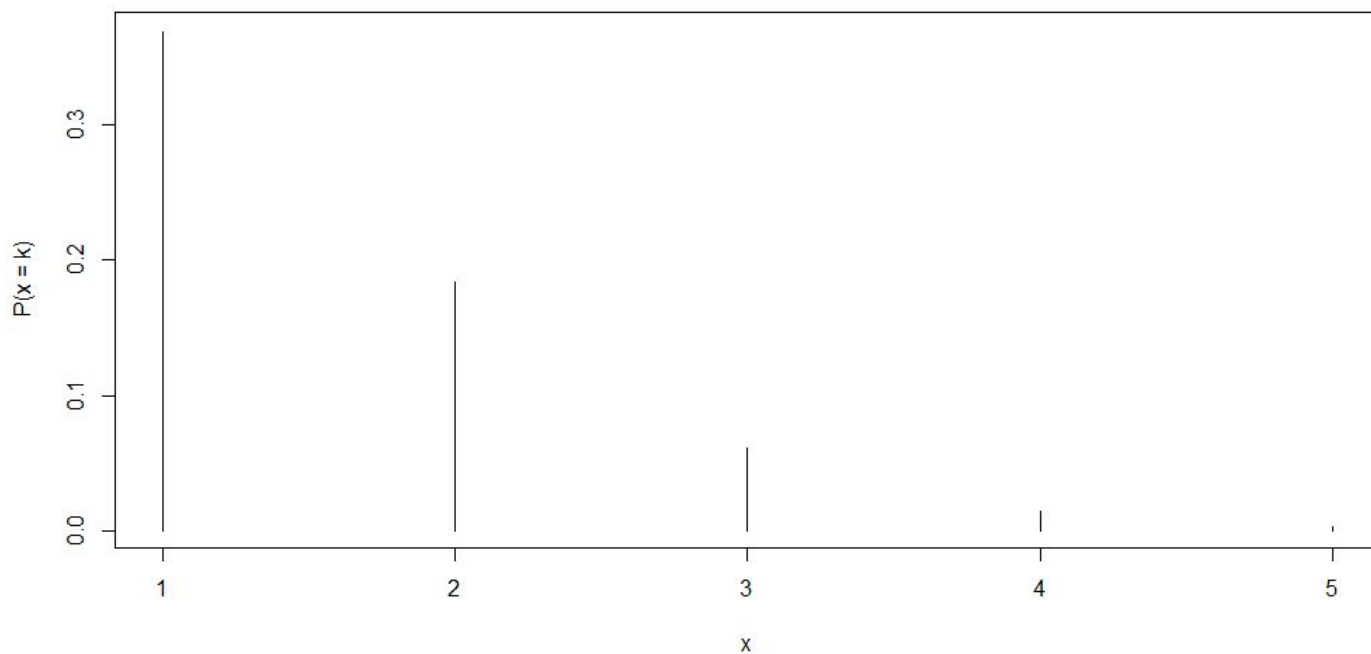
- 某个随机事件的发生次数服从泊松分布。
- 单位时间内，该事件的平均发生次数是 λ 。

那么单位时间内，该事件发生 k 次的概率为：

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^k}{k!}$$

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}(\lambda)^k}{k!}, \lambda = 1$$

R语言: `dpois(x, 1)`



时间段 t 内事件发生 k 次的概率

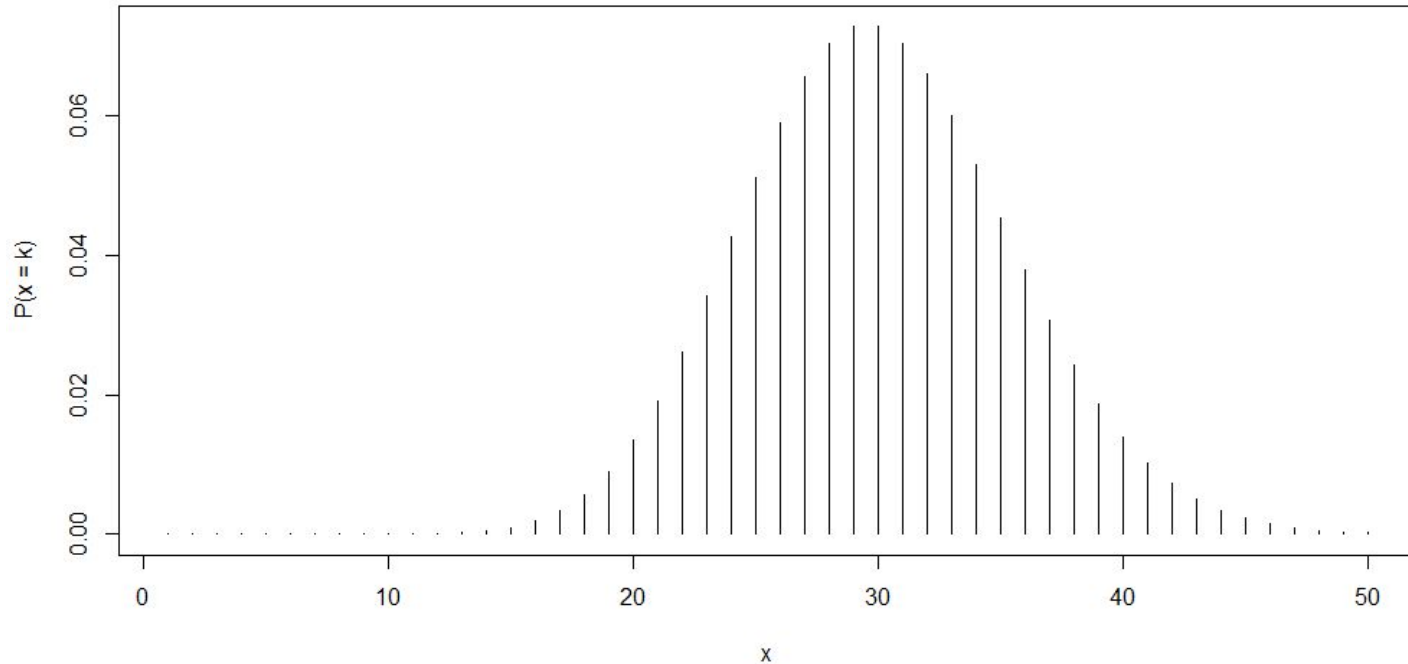
这也是时间段 t 内, k 个新区块被创建的概率。

$$P(X = k) = \frac{e^{-t\lambda} (t\lambda)^k}{k!}$$

时间段 $2 \cdot D_{max}$ 内 k 个新区块被创建的概率

$$P(X = k) = e^{-2 \cdot D_{max} \cdot \lambda} \cdot \frac{(2 \cdot D_{max} \cdot \lambda)^k}{k!}$$

$$P(X = k) = e^{-2 \cdot D_{max} \cdot \lambda} \cdot \frac{(2 \cdot D_{max} \cdot \lambda)^k}{k!}, \quad D_{max} = 15 \text{ (s)}, \lambda = 1$$

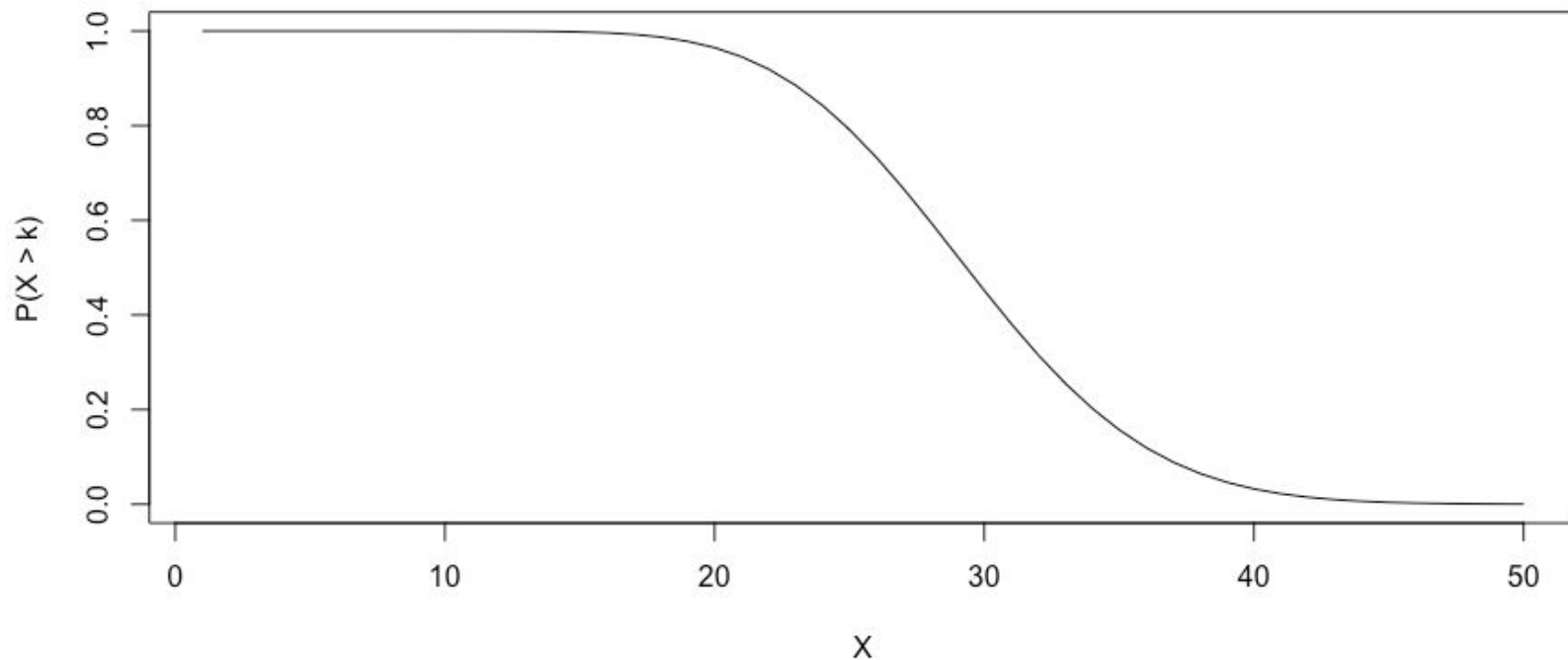


时间段 $2 * D_{max}$ 内多于 k 个新区块被创建的概率

$$P(X > k) = \sum_{j=k+1}^{\infty} e^{-2D_{max}\lambda} \frac{(2D_{max}\lambda)^j}{j!}$$

$$P(X > k) = \sum_{j=k+1}^{\infty} e^{-2D_{max}\lambda} \frac{(2D_{max}\lambda)^j}{j!}, D_{max} = 15 \text{ (s)}, \lambda = 1$$

R语言: `ppois(x, 30, FALSE)`

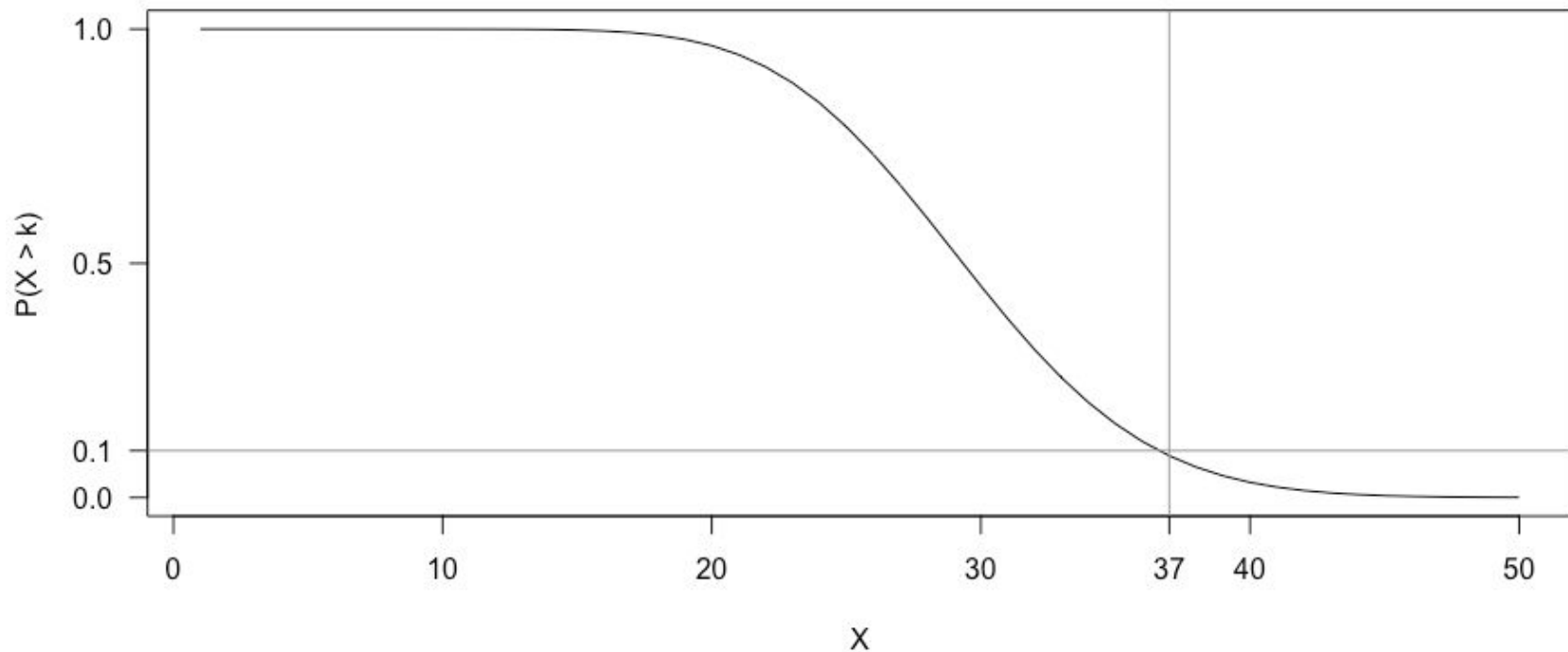


我们希望多于 k 个新区块被创建的概率小于 δ

$$P(X > k) = \sum_{j=k+1}^{\infty} e^{-2D_{max}\lambda} \frac{(2D_{max}\lambda)^j}{j!} < \delta$$

$$P(X > k) = \sum_{j=k+1}^{\infty} e^{-2D_{max}\lambda} \frac{(2D_{max}\lambda)^j}{j!} < \delta, \quad D_{max} = 15 \text{ (s)}, \lambda = 1, \delta = 0.1$$

R语言: `qpois(0.1, 30, FALSE)`, 结果: 37



反椎体大小 k 的公式

$$k(D_{max}, \delta) := \min \left\{ \hat{k} \in \mathbb{N} : \sum_{j=\hat{k}+1}^{\infty} e^{-2 \cdot D_{max} \cdot \lambda} \cdot \frac{(2 \cdot D_{max} \cdot \lambda)^j}{j!} < \delta \right\}$$

R语言: `qpois(delta, 2 * Dmax * lambda, FALSE)`

建议

- 采用支持泊松分布的统计函数库实现反锥体大小 k 的计算。
- Go 语言
 - 寻找 Go 语言的统计学库
 - gostats: <https://github.com/r0fls/gostats>
 - Go 调用其它语言

完

谢 谢