

LES ARBRES

LES ARBRES

Sommaire

1. Introduction	2
2. Calcul statique des arbres	
2.1 Modélisation	3
2.2 Evaluation des actions aux appuis	3
2.3 Evaluation des sollicitations de l'arbre	4
3. Contraintes dans un arbre	
3.1 Arbre sans accident de forme	5
3.2 Concentration de contraintes	7
3.3 Contraintes variables - fatigue	9
4. Dimensionnement d'un arbre	
4.1 Facteur de sécurité	11
4.2 Dimensionnement par rapport à la résistance	11
4.3 Dimensionnement par rapport à la déformation	12
5. Vibrations	
5.1 Vibration: de torsion	13
5.2 Vibrations latérales ou de flexion	14

1- INTRODUCTION

Un arbre est une pièce rotative ou fixe, généralement de section circulaire, qui supporte des organes de transmission de puissance tels que : engrenages, poulies, pignons de chaîne, manivelles...

Un arbre qui ne transmet pas de couple est dénommé axe.

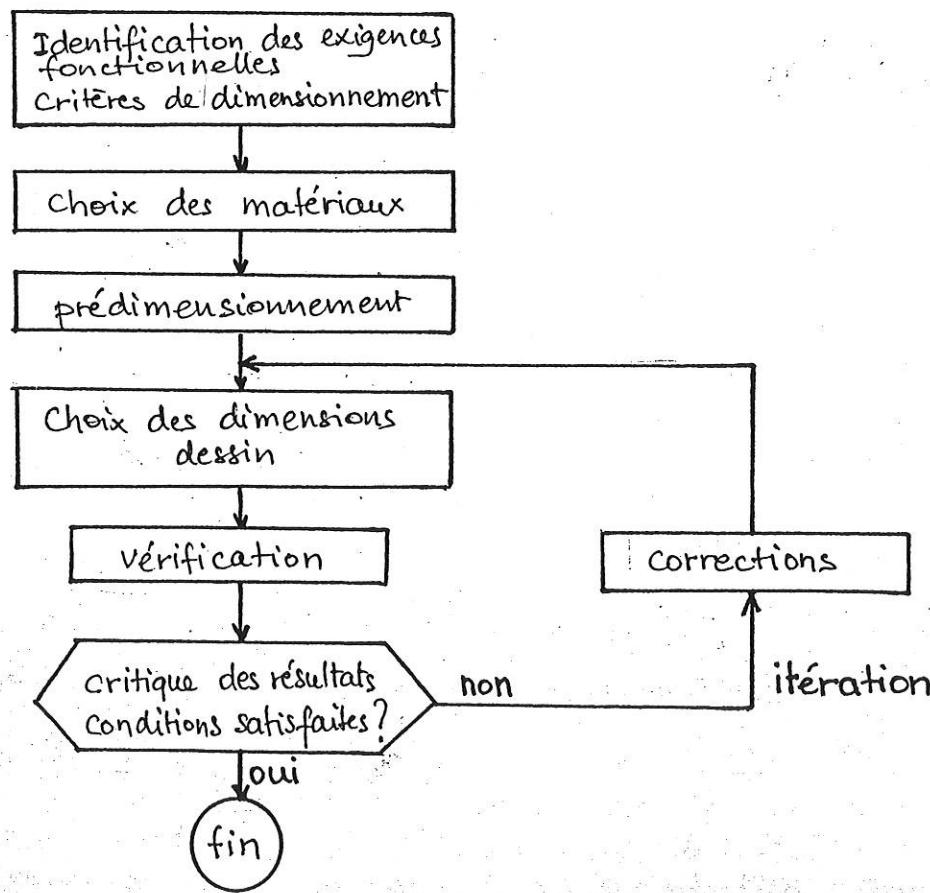
Les charges appliquées aux arbres génèrent des contraintes, des déformations et des vibrations qu'il faut limiter pour avoir un fonctionnement satisfaisant durant toute la vie de l'arbre.

Le calcul d'un arbre se fait :

- à partir d'un calcul classique de R.D.M.
 à la résistance, à la déformation,
- à partir de la théorie de la fatigue,
- à partir d'un calcul de vibrations.

Suivant la destination de l'arbre, tous les critères de calcul ne seront pas nécessairement utilisés.

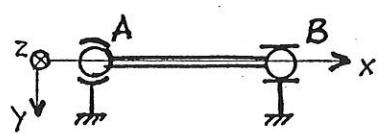
Algorithme général de dimensionnement d'une pièce du point de vue de sa résistance.



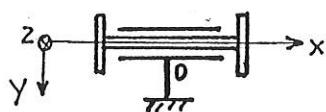
2- CALCUL STATIQUE DES ARBRES

2.1 - Modélisation

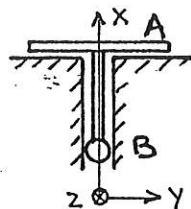
- Isoler l'arbre
- Faire une représentation épurée de l'arbre et de son environnement immédiat
- Choix d'un référentiel direct
 - par convention axe des x selon l'axe de l'arbre
- Inventaire des efforts extérieurs appliqués à l'arbre
 - efforts dus aux organes de transmission de puissance
 - effets d'inertie dus aux masses excentrées : $F = m \omega^2 r$
- Définition de la liaison pivot entre l'arbre et son support
 - liaison isostatique en 1^{re} approche



$$\begin{array}{l} \text{en A} \left\{ \begin{array}{l} X_A \vec{x} + Y_A \vec{y} + Z_A \vec{z} \\ 0 \end{array} \right\} \\ \text{en B} \left\{ \begin{array}{l} Y_B \vec{y} + Z_B \vec{z} \\ 0 \end{array} \right\} \end{array}$$



- paliers lisses $\left\{ \begin{array}{l} X_0 \vec{x} + Y_0 \vec{y} + Z_0 \vec{z} \\ M_0 \vec{y} + N_0 \vec{z} \end{array} \right\}$



$$\begin{array}{l} \text{en A} \left\{ \begin{array}{l} X_A \vec{x} \\ M_A \vec{y} + N_A \vec{z} \end{array} \right\} \\ \text{en B} \left\{ \begin{array}{l} Y_B \vec{y} + Z_B \vec{z} \\ 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

2.2 - Evaluation des actions aux appuis

Système isostatique : forces coplanaires

→ 3 équations d'équilibre

forces quelconques

→ 6 équations d'équilibre

Système hyperstatique :

→ 6 équations d'équilibre

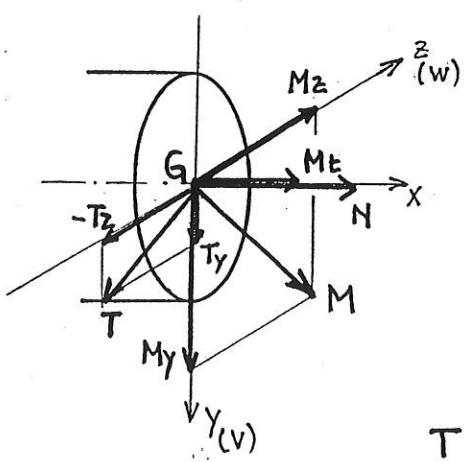
+ équations de compatibilité des déformations (tolérances, rigidité...)

2.3 - Evaluation des sollicitations en toute section de l'arbre

- prise en compte d'une section mobile le long de l'axe de l'arbre
- bilan des actions extérieures sur le tronçon gauche ou droit de l'arbre
- réduction de leur torseur au centre de gravité de la section
- application du principe d'équivalence

$$-\{T_{F_i}\}_G = \{T_{F_i}\}_G$$

⇒ éléments de réduction du torseur des forces intérieures ou de cohésion



\vec{R}	N_x = effort normal
T_y	T_z } efforts tranchants

\vec{M}	$M_x = M_t$ = moment de torsion
M_y	M_z } moments fléchissants

$$T = \sqrt{T_y^2 + T_z^2} = \text{effort tranchant résultant}$$

$$M_f = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \text{moment fléchissant résultant}$$

Moment de torsion idéal

ou moment des forces de cohésion au point G

$$M_{ti} = \sqrt{M_t^2 + M_f^2} = M_{GF_i}$$

- Tracé des diagrammes

- les diagrammes de M_t , M_y , M_z sont plans
- les diagrammes de M_f et M_{ti} sont des représentations planes de courbes réelles gauches.
- Ces diagrammes sont utilisés pour la recherche des sections dangereuses de l'arbre.

Remarque : Dans un repère local (G, x, v, w) lié à une section droite de centre G et de normale x , le torseur des efforts intérieurs s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \{T_{F_i}\}_G &= \{\vec{R}_{F_i} = N\vec{x} + T_y\vec{v} + T_z\vec{w}\} \\ M_{GF_i} &= M_t\vec{x} + M_y\vec{v} + M_z\vec{w} \end{aligned}$$

3- CONTRAINTES DANS UN ARBRE

3.1 - Arbre sans accident de forme

- Contrainte normale (statique et ϕd)

$$\sigma_{\max} = \sigma_{Nx} + \sigma_{Mf}$$

$$\text{en général } \sigma_{Nx} \ll \sigma_{Mf} \Rightarrow \sigma_{\max} = \sigma_{Mf} = \frac{32 M_f}{\pi d^3}$$

- Contrainte tangentielle (statique et ϕd)

- de cisaillement $\tau_{\max} = \frac{4}{3} \frac{T}{S}$ presque toujours négligeable

- de torsion $\tau_{\max} = \frac{16 M_t}{\pi d^3}$

Pour des sollicitations uniaxiales, il suffit de situer la contrainte dans le diagramme de traction d'une éprouvette du matériau considéré (R_m et R_e connues).

Pour des sollicitations biaxiales, arbre soumis simultanément à la flexion et à la torsion, le comportement dépend du niveau des 2 contraintes principales (cercles de Mohr). On ne dispose pas de résultats de laboratoire pour ce cas, c'est pourquoi on cherche à prédire le comportement effectif en se basant sur les résultats de l'essai de traction.

La théorie de la rupture suppose qu'une rupture survient lorsque la valeur maximale d'une grandeur caractéristique de l'état de contrainte multiaxial est $>$ à la valeur de cette grandeur caractéristique en état de traction simple pour le même état limite. Cette théorie est basée sur des critères validés par l'expérience.

On exprime mathématiquement l'équivalence à l'aide d'une contrainte de comparaison ou contrainte équivalente σ_e . Il faut avoir à l'esprit que σ_e est une contrainte fictive.

- Critère de von Mises (théorie de l'énergie de distorsion maximale)
→ admet que l'état limite est atteint lorsque l'énergie de distorsion du matériau est égale à l'énergie de distorsion limite du matériau sollicité uniaxialement.

Dans le cas d'un état de contrainte plan ($\sigma_3=0$), on a :

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

$$\Rightarrow \sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\sigma_1, \sigma_2 = \text{contraintes principales}$$
$$= \frac{1}{2} (\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})$$

$$\sigma = \sigma_{tx} + \sigma_{fx}; \quad \tau = \sqrt{\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2}$$

traction flexion

Critère de Tresca (théorie du cisaillement maximal)

→ admet que l'état limite d'un matériau isotrope est atteint lorsque la plus forte contrainte de cisaillement est égale à la contrainte de cisaillement de ce matériau au même état limite en sollicitation uniaxiale.

$$\tau = \frac{\sigma_e}{2} \Rightarrow \sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

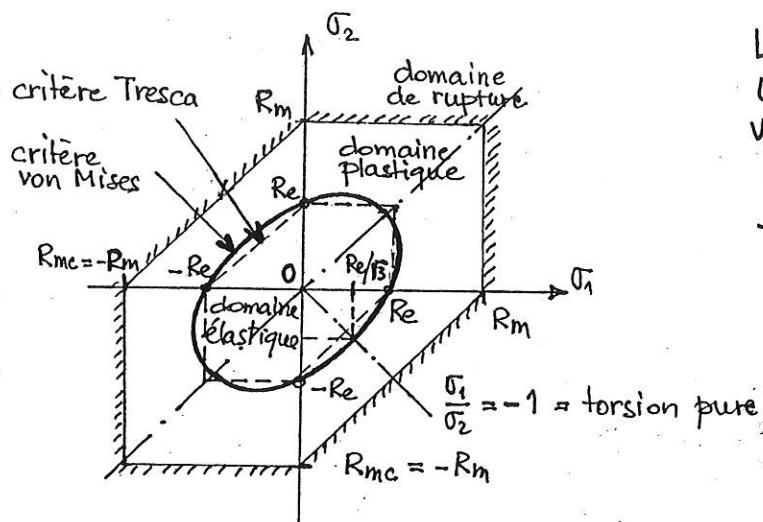
Comportement statique d'un matériau ductile

Le domaine de déformation prévisible d'un matériau ductile se détermine en situant la contrainte de compression σ_e sur la courbe de traction de ce matériau.

$\sigma_e \leq R_{p_0,2}$ sollicitation dans le domaine élastique

$R_{p_0,2} < \sigma_e \leq R_m$ état de déformation plastique

$\sigma_e \geq R_m$ rupture



L'ellipse de rupture de l'équilibre élastique selon von Mises est obtenue si :

$$\sigma_e = R_e$$

$$\rightarrow \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = R_e^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \frac{1}{\sqrt{3}} R_e$$

selon critère von Mises

$$\sigma_1 = \sigma_{max} = \frac{1}{2} R_e$$

selon critère Tresca

Domaines caractéristiques d'un matériau ductile en état de contrainte biaxial.

(R_e = limite apparente d'élasticité)

($R_{p_0,2}$ = limite conventionnelle d'élasticité)

Remarque: Le critère de von Mises est bien vérifié par l'expérience pour les aciers mi-durs et alliés ($R_g \sim R_e/\sqrt{3}$)

Le critère de Tresca est généralement retenu pour les aciers doux et alliages légers.

Pour un matériau fragile (fonte) → critère de Rankine
 $\sigma_e = 0,15 (\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2})$ ($R_g \sim R_e$)

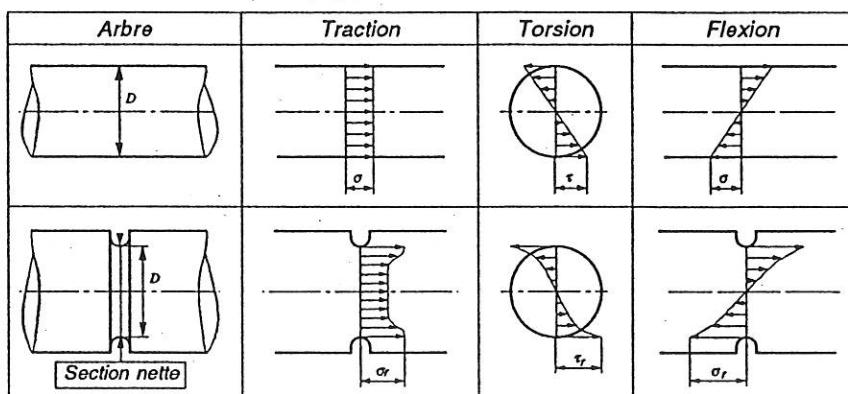
3.2- Concentrations de contraintes

Les perturbations de la géométrie régulière idéale créent des concentrations locales de contraintes.

La contrainte réelle, au droit d'une section perturbée, est alors beaucoup plus importante que la contrainte nominale calculée à partir de la R.D.M.

On définit le facteur de concentration de contrainte théorique :

$$k_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} = \frac{\text{contrainte réelle } (\sigma_r)}{\text{contrainte nominale}} = \frac{Z_{\max}}{Z_0}$$



Les valeurs du k_t se calcule à l'aide de la théorie de l'élasticité ou par éléments finis en supposant que le comportement du matériau soit parfaitement élastique.

k_t ne dépend que de la géométrie et du mode de sollicitation, il est indépendant du matériau (si isotrope).

k_t est le plus souvent donné par des diagrammes → annexe 1

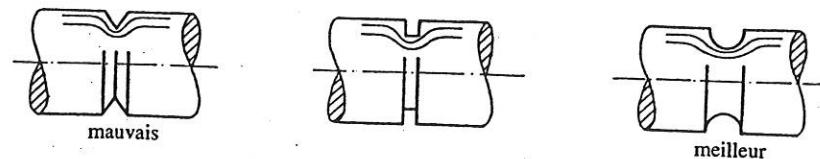
La contrainte équivalente selon le critère de von Mises devient :

$$\sigma_e = \sqrt{(k_t \cdot \sigma)^2 + 3(k_{ts} \cdot \tau)^2}$$

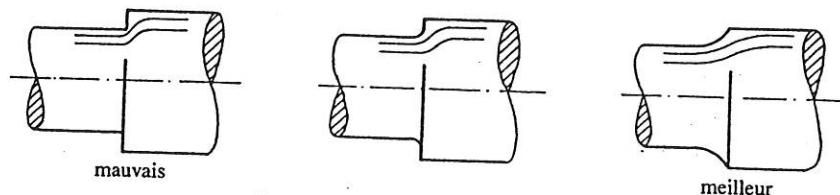
k_t = facteur de c.c. en flexion
 k_{ts} = " " en torsion

Pour diminuer les concentrations de contraintes, il faut agir au niveau du dessin des pièces. Les règles à observer sont :

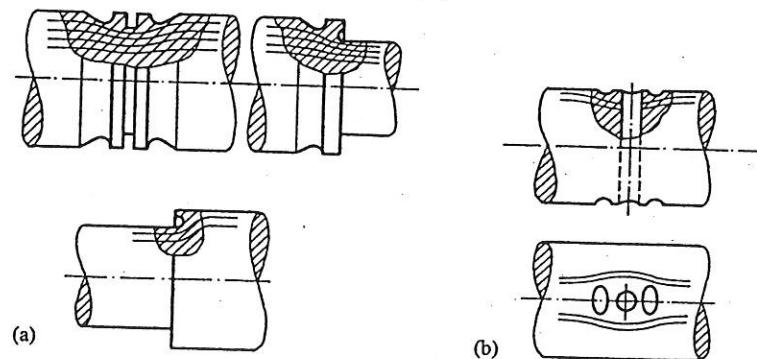
- éviter les entailles vives,
- arrondir le fond des entailles, utiliser de grands rayons,
- opérer les changements de section très progressivement,
- créer des entailles de décharge,
- adapter la déformation de pièces adjacentes,
- égaliser la pression de contact .



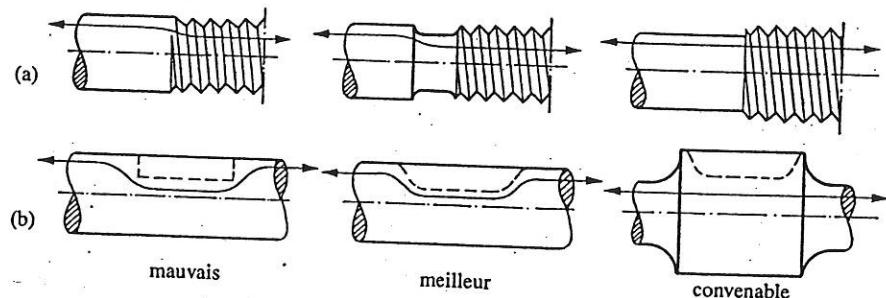
Entailles vives ou arrondies.



Changement de section.



Entailles de décharge: (a) changement de section; (b) trou débouchant à la surface.



Situation de concentrateurs dans le champ de contrainte : (a) filetage; (b) rainure de clavette.

3.3 - Contraintes variables - Fatigue

Les arbres de part leur rotation subissent une variation cyclique des contraintes qui leur sont appliquées.

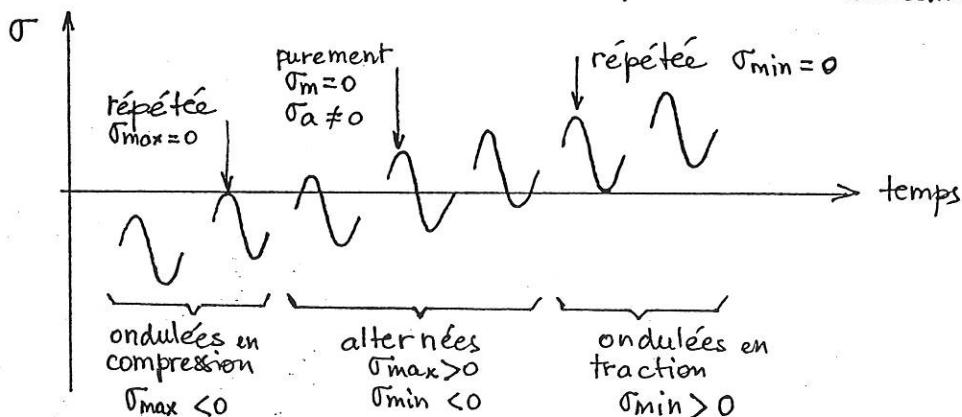
Pour des pièces ainsi sollicitées, on constate que la rupture se produit au bout d'un nombre de cycles N pour une amplitude de contrainte inférieure à la contrainte de rupture statique R_m , c'est le phénomène de fatigue.

On modélise ces fluctuations de contraintes de manière sinusoïdale :

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin \omega t = \text{contrainte nominale à un instant } t$$

$$\sigma_m = \text{contrainte moyenne} = 0,5(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$$

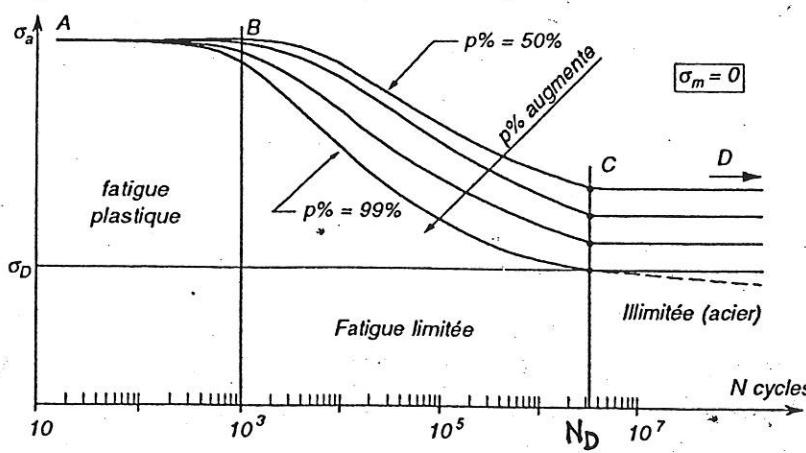
$$\sigma_a = \text{amplitude de la contrainte} = 0,5(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$$



Endurance d'une pièce

la résistance limite à des contraintes alternées se détermine à partir du diagramme de Wöhler en fonction de la longévité voulue. Les courbes du diagramme sont issues d'essais sur éprouvettes sollicitées en flexion rotative.

La longévité de fatigue conventionnelle est habituellement $N_D = 2 \cdot 10^6$



$p\%$ = probabilité de survie

on note la limite de fatigue

σ_D lorsque $\sigma_m = 0$

$\sigma_{D'}$ lorsque $\sigma_m \neq 0$

$$\sigma_D = 0,4 R_m$$

pour les aciers en flexion rotative, $p = 75\%$ (annexe 2)

De nombreux essais sur éprouvettes en flexion rotative (CETIM) donnent pour les aciers un rapport d'endurance $R_F = 0,4 = \sigma_D/R_m$

Contraintes de comparaison

La rupture de fatigue dépend de la contrainte moyenne σ_m et de la composante alternée σ_a .

σ_m se traite comme une contrainte statique,

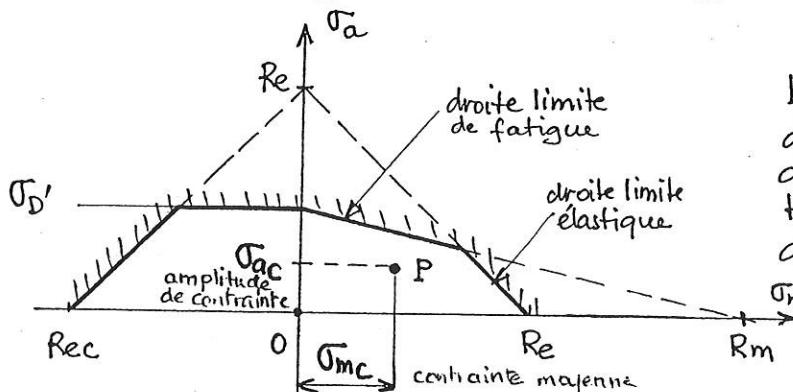
σ_a s'analyse avec les lois de comportement en fatigue.

→ σ_m est affectée par $k_{t(s)}$ statique

σ_a est affectée par un facteur d'entaille $k_{f(s)}$

Les contraintes de comparaison se calculent d'après le critère de Von Mises.

La résistance du matériau d'une pièce à une sollicitation ondulée quelconque est représentée par un polygone dans le diagramme de Haigh.



Le point figuratif P des contraintes effectives d'une pièce doit se trouver à l'intérieur du polygone limite.
En l'absence de flexion

$$\sigma_D = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_D'$$

contrainte dynamique calculée

$$\sigma_{mc} = \sigma_{me} \quad (\sigma_{mc} = k_t \sigma_m \text{ si contrainte uniaxiale})$$

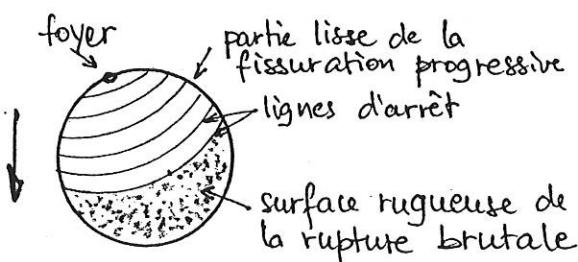
$$\sigma_{ae} = \sigma_{ae} \cdot \frac{1}{k_e k_s} \quad (\sigma_{ae} = \frac{k_f}{k_e k_s k_p} \cdot \sigma_a \text{ si contrainte uniaxiale})$$

avec: $\sigma_{me} = \sqrt{(k_t \sigma_m)^2 + 3(k_{ts} \sigma_m)^2}$ = contrainte moyenne équivalente

$$\sigma_{ae} = \sqrt{(k_f \sigma_a)^2 + 3(k_{fs} \sigma_a)^2} = \text{contrainte alternée équivalente}$$

facteur de sécurité / limite d'endurance $s = \frac{\sigma_D}{\frac{\sigma_D}{R_m} \cdot \sigma_{mc} + \sigma_{ae}}$

Aspect typique d'une rupture de fatigue



Une rupture de fatigue se déroule en 3 stades :

1- germination ou initiation de microfissures

2- propagation de fissure.
Les microfissures se réunissent pour former une seule fissure plus profonde → effet d'entaille

3- rupture
la fissure atteint une taille critique

4.- DIMENSIONNEMENT D'UN ARBRE

4.1. Facteur de sécurité

Le facteur de sécurité est par définition le rapport de la charge limite à la charge effective :

$$s = \frac{Q_{lim}}{Q}$$

Le facteur de sécurité structurale, aussi appelé coefficient de sécurité, vaut :

$$s = \frac{R_{lim}}{\sigma_e}$$

R_{lim} = résistance limite du matériau

σ_e = contrainte de comparaison

Facteurs de sécurité usuels

Pour servir la réalité au plus près, on soumet des pièces ou des sous-ensembles à des essais de résistance à la rupture. Cette démarche permet d'apprécier l'importance des imprévus, de vérifier les méthodes de calcul et d'améliorer la qualité de fabrication.

Lorsqu'on ne dispose pas de moyens d'essai on retient :

$s = 1,5 \text{ à } 3$ vis à vis des ruptures de fatigue

$s = 1,2 \text{ à } 2$ vis à vis de la limite élastique

$s = 2 \text{ à } 4$ vis à vis de la rupture statique

$s = 3 \text{ à } 5$ vis à vis du flambage ou du voilement

Facteurs de sécurité réglementaires

Pour certains types de construction la valeur du facteur de sécurité et les méthodes de calcul sont fixés par des règlements ou des normes

4.2. Dimensionnement par rapport à la résistance

Ce critère consiste à vérifier qu'en tout point de l'arbre, la contrainte équivalente de calcul σ_e ne dépasse pas l'une des limites choisies, admissible par le matériau R_{lim} pour un coefficient de sécurité donné s .

Les 2 possibilités :

1- Calcul précis \Rightarrow prise en compte de la fatigue du matériau (diagramme de Haigh) avec essais éventuels si série de pièces envisagée.

2 - Calcul simpliste \Rightarrow comparaison de la contrainte équivalente σ_e à une résistance pratique dite de fatigue R_{pf} .

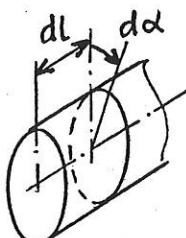
$$\sigma_e \leq R_{pf} = \frac{0,4 R_m}{s} \quad \begin{array}{l} \text{si contrainte alternée} \\ (\text{on peut admettre } R_{pf} = \frac{0,7 R_m}{s} \text{ si contrainte répétée}) \end{array}$$

Conduite du calcul :

- pré-détermination d'une section de l'arbre
- tracé du profil de l'arbre en appliquant le principe de similitude mécanique : $d_i = (M_f^2 + M_t^2)^{1/2}$
- vérification de toutes les sections contenant un accident de forme et où règne une pointe de sollicitation.

4.3 Dimensionnement par rapport à la déformation

• Déformation en torsion



$$\text{déformation angulaire unitaire } \theta = \frac{d\alpha}{dl} \leq \theta_{adm}$$

$$M_x = M_t = G \Theta I_o$$

G = module d'élasticité transversale

I_o = moment d'inertie polaire

$$\theta_{adm} = \frac{2}{3} \% / m \quad \text{si arbre court } l/d \leq 5, \text{ couple régulier}$$

$$\theta_{adm} = \frac{1}{4} \% / m \quad \text{si arbre long } l/d \geq 7, \text{ couple irrégulier}$$

Pour un arbre à inertie variable

$$\theta = \frac{M_t}{G L} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{I_{oi}} \leq \theta_{adm} \quad \text{avec } L = \sum_{i=1}^n l_i$$

• Déformation en flexion

- 2 critères :
 - limitation de la pente au niveau des paliers
 - limitation de la flèche maximale.

flexion simple et section constante

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = -\frac{M_z}{EI_z} \rightarrow \begin{array}{l} \text{1ère intégration} \rightarrow y' \rightarrow \text{pente} \\ \text{de la tangente en 1 point de la déformée} \end{array}$$

$\begin{array}{l} \text{2ème intégration} \rightarrow y \rightarrow \text{équation} \\ \text{de la ligne élastique} \end{array}$

flexion deviée et section constante

M_y et $M_z \neq 0$ simultanément

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{M_y}{EI_y} = Z''(x) \rightarrow Z'(x) \rightarrow Z(x) \\ -\frac{M_z}{EI_z} = Y''(x) \rightarrow Y'(x) \rightarrow Y(x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} f' = \sqrt{Y'^2(x) + Z'^2(x)} \\ f = \sqrt{Y^2(x) + Z^2(x)} \end{array}$$

valeurs admissibles

flèche maximale : $f < \frac{L}{2000}$ si $N < 500 \text{ tr/min}$

$f < \frac{L}{3000}$ si $N > 500 \text{ tr/min}$

engrenement : $f' < 1/1500$ si roues larges

$f' < 1/500$ si roues étroites

paliers : $f' < 1/1000$ si paliers lisses

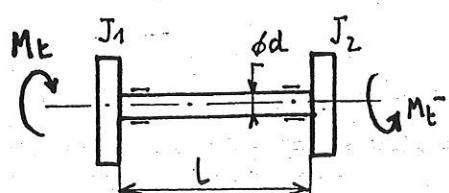
β de 0° à 3° si paliers à roulements

5 - VIBRATIONS

Un arbre possède des vitesses critiques de rotation dues en particulier aux fréquences de résonance en torsion et en flexion.

Lorsque l'arbre fonctionne au voisinage de l'une de ces vitesses ou à leurs multiples, il risque de subir de graves déteriorations.

5.1 vibration de torsion



$$M_t = G \alpha \frac{\pi d^4}{32} = k_t \cdot \alpha$$

k_t = rigidité en torsion de l'arbre

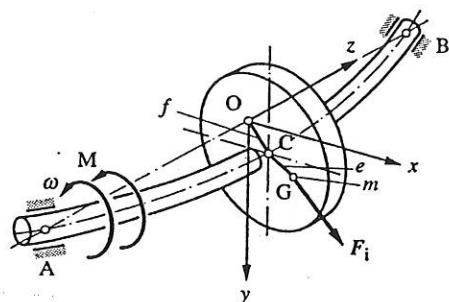
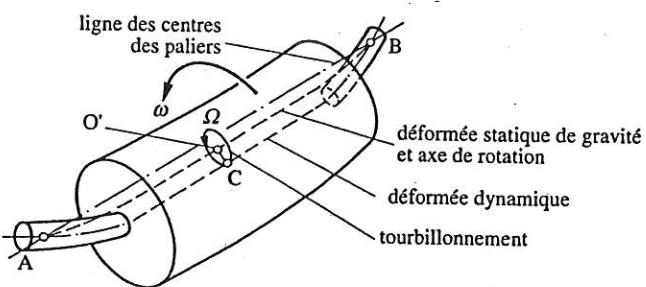
Vitesse critique \equiv pulsation propre (amortissement nul)

$$\omega_c = \omega_0 = \sqrt{\frac{k_t}{J}} = \sqrt{\frac{G \pi d^4}{32} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

$$\omega_c = \alpha \cdot d^2 \quad \text{avec } \alpha = C k_t = \left(\frac{\pi G}{32 \ell J} \right)^{1/2}$$

5.2-Vibrations latérales ou de flexion

Un arbre avec un rotor fléchit sous l'effet du poids propre. Le centre de gravité du rotor n'est jamais situé exactement sur l'axe de rotation, même si le rotor est équilibré. Lors de la rotation la force d'inertie provoque une déformation supplémentaire qui donne à la fibre neutre sa déformée dynamique. On observe que le rotor tourne autour de sa déformée statique. Ce mouvement est appelé tourbillonnement, il est excité par le balourd tournant.



Étude du mouvement du centre C de l'arbre pour des paliers fixés rigidement dans le bâti machine.

équilibre dynamique des forces

$$-kx - cx - mx_{G}'' = 0$$

$$-ky - cy + mg - my_{G}'' = 0$$

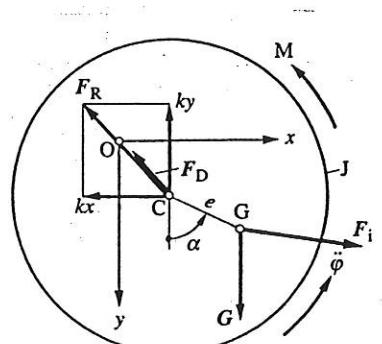
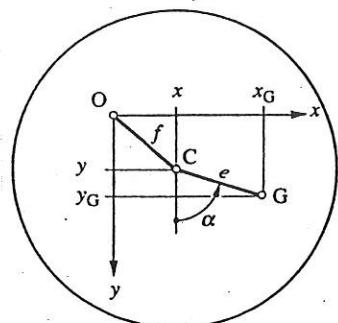
équilibre des moments par rapport à G

$$M + (kx + cx) e \cos \alpha - (ky + cy) e \sin \alpha = J \ddot{\phi}$$

avec k = rigidité de l'arbre

c = coefficient de frottement fluide

$$\rightarrow \text{force d'amortissement } -c \frac{dx}{dt}$$



Pour une vitesse constante ω , la résolution des équations montre que le centre de l'arbre décrit un cercle dont le centre est situé sur l'axe y, à une distance de la ligne des centres :

$$y_0 = \frac{mg}{k} = \text{flèche de l'ensemble arbre + rotor}$$

Pour un amortissement nul : $w_c = w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{y_0}}$

Cette relation est commode pour évaluer la vitesse critique à partir de la mesure de la flèche de l'arbre horizontal.

Arbre avec plusieurs rotors ou volants $\rightarrow w_c = \sqrt{g \cdot \frac{\sum m_i f_i}{\sum m_i^2}}$

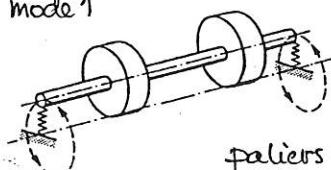
Des paliers réels présentent toujours une certaine souplesse, souvent variable selon l'orientation de la charge radiale. Du point de vue de la force d'inertie du balourd, la rigidité des paliers est en série avec la rigidité k de l'arbre.

$$\rightarrow k_x = \frac{2k_{px} \cdot k}{2k_{px} + k} \quad \text{et} \quad k_y = \frac{2k_{py} \cdot k}{2k_{py} + k}$$

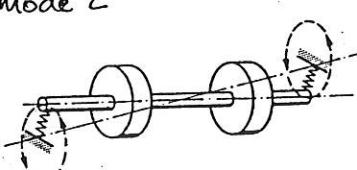
Il existe maintenant deux vitesses critiques, ω_{cx} et ω_{cy} . $\omega_{cx} < \omega_c$ (paliers rigides)

Un arbre avec plusieurs rotors présente plusieurs modes vibratoires.

mode 1



mode 2



paliers souple vis-à-vis de l'arbre.

mode 1 → tourbillonnement cylindrique

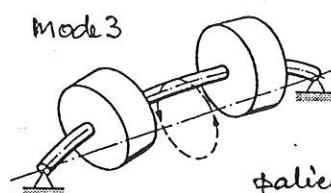
mode 2 → tourbillonnement conique à vitesse plus élevée

mode 3 → la vitesse \uparrow l'arbre fléchit au centre

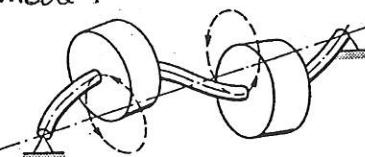
mode 4 → second mode de flexion

paliers rigides \Rightarrow seul l'arbre se déforme.

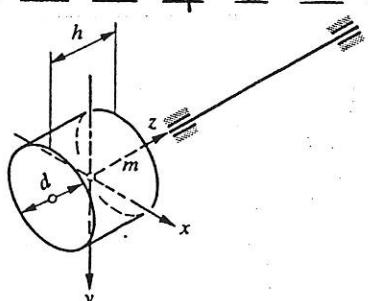
Mode 3



mode 4



Rotor en porte-à-faux



$$J_p = \frac{1}{2} m r^2 \quad ; \quad J_t = \frac{3d^2 + 4h^2}{48} \cdot M$$

arbre arrêté \rightarrow il existe 2 modes de régime moteur

- flexion arbre avec $\omega_{01} < \omega_0$ (masse ponctuelle)
- inclinaison rotor avec $\omega_{02} > \omega_0$

arbre tourne \rightarrow on trouve mathématiquement 4 pulsations propres

Vitesse critique de flexion \rightarrow dépend du rapport $\frac{J_p}{J_t} = \frac{6}{3+4\left(\frac{h}{d}\right)^2}$

- rotor disque : $J_p > J_t$ ou $h < 0,866d$

\Rightarrow une seule vitesse critique $\omega_c > \omega_0$ (masse ponctuelle)

- rotor cylindrique : $J_t > J_p$

\Rightarrow 2 vitesses critiques $\omega_{c1} < \omega_0$ et $\omega_{c2} > \omega_0$

- $J_t = J_p \Rightarrow \omega_{c1} = \omega_0 ; \omega_{c2} > \omega_0 \Rightarrow$ danger de fortes vibrations

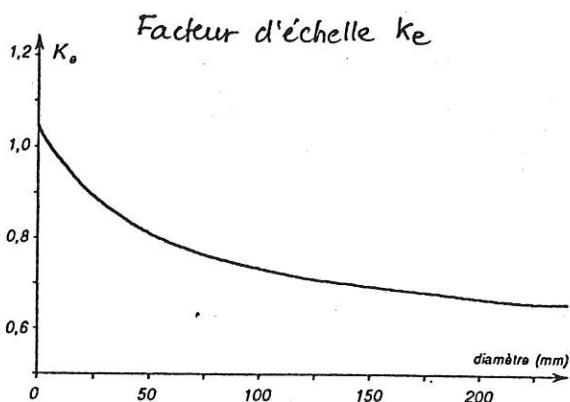
Un arbre ne doit jamais fonctionner longtemps au voisinage de sa vitesse critique. Pour une vitesse de service ω , la vitesse critique doit satisfaire les relations :

régime sous-critique $\omega_c > \frac{\omega}{0,7}$; régime surcritique $\omega_c < \frac{\omega}{1,25}$

\Rightarrow ϕ optimal arbre du point de vue vitesse critique.

Facteur d'entaille et facteurs d'influence

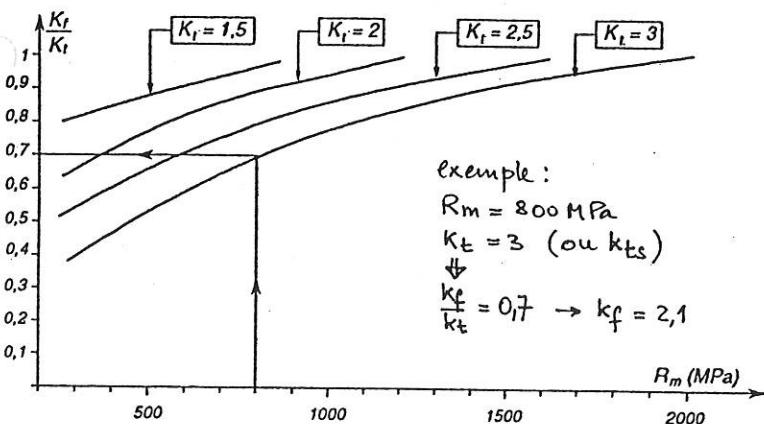
Annexe 2



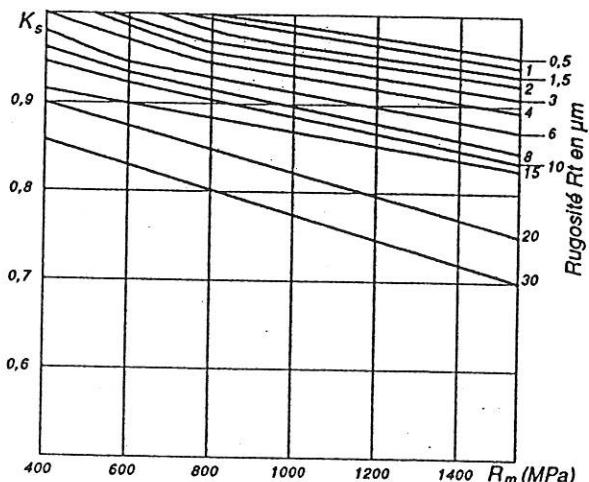
Coefficient de pondération k_p en fonction du mode de sollicitation de l'éprouvette.

Type de sollicitation alternée	k_p	Limite d'endurance
Flexion plane	1,05	$1,05 \sigma_{D(N)}$ en flexion rotative
Traction compression	0,9	$0,9 \sigma_{D(N)}$ en flexion rotative
Torsion	0,577	$0,577 \sigma_{D(N)}$ en flexion rotative

Facteur d'entaille $k_f = \frac{\sigma_D \text{ éprouvette sans entaille}}{\sigma_D \text{ éprouvette avec entaille}}$

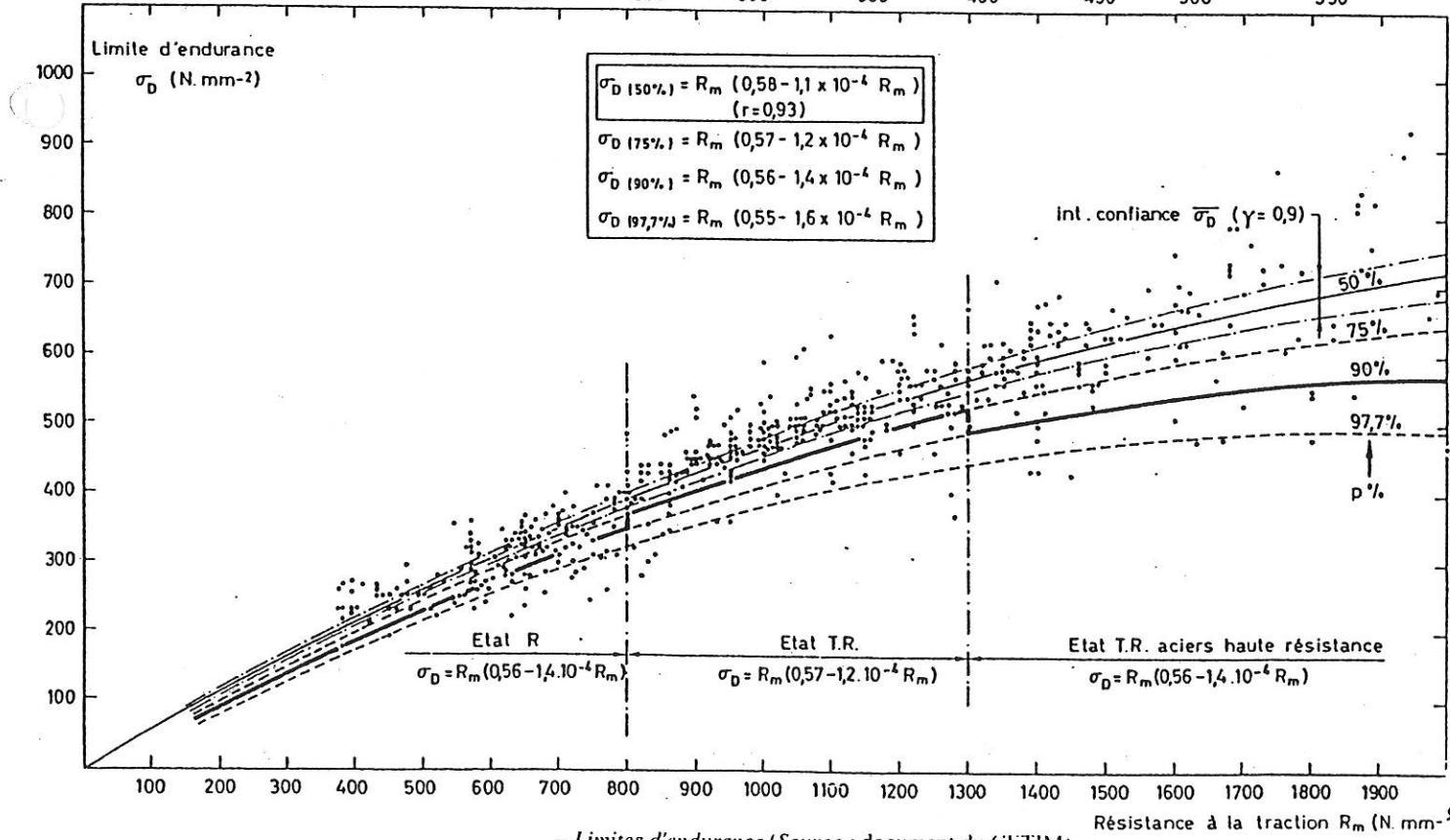


Facteur d'état de surfaces k_s



Dureté HB-

Dureté HV-	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
Dureté HB-	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550



2. ACIERS POUR TRAITEMENT THERMIQUE

2.1 Aciers pour trempe et revenu

La norme NF EN 10083-1 et 2 définit les conditions techniques de livraison des aciers non alliés ou alliés pour trempe et revenu.

Le tableau 4 donne un extrait des nuances d'acier définies dans cette norme. Dans ce tableau, les caractéristiques données sont les suivantes :

- HB est la dureté Brinell pour le produit livré à l'état

2.2 Acier pour trempe superficielle

La norme NF A 35-563 définit les critères auxquels doivent satisfaire les produits en aciers spéciaux pour être apte à subir une trempe après chauffage superficiel. Certains aciers de la norme NF EN 10083 sont patents à subir un tel traitement : retenons la nuance 2C40.

Après traitement thermique, les caractéristiques sont les suivantes :

- l'indice de grosseur du grain mesuré selon la NF A 04-102 est compris entre 5 et 8 ;
- la durété HRC minimale de la couche trempée est de 54.

2.3 Aciers de cémentation

La norme NF A 35-551 définit la composition et les caractéristiques mécaniques des produits destinés à subir un traitement thermique de cémentation. Le tableau 5 donne les caractéristiques de quelques nuances définies par la norme.

3. ACIERS INOXYDABLES

La norme NF EN 10088-1, 2 et 3 définit les compositions, les caractéristiques mécaniques ainsi que les conditions techniques de livraison des aciers inoxydables. Le tableau 6 donne les caractéristiques de quelques nuances définies par la norme.

adouci ; les caractéristiques mécaniques sont données en fonction du diamètre d pour des pièces cylindriques ; ces caractéristiques sont les mêmes pour des plats d'épaisseur $t = d/2$;

- R_e est la limite supérieure d'écoulement, ou la limite conventionnelle d'élasticité à 0,2 % ;

- R_m est la résistance à la traction ;

- A est l'allongement, en pourcentage, de la rupture ;

- Z est la striction ;

- KV est la résilience des éprouvettes longitudinales en entaille ISO en V.

Nuances	Selon EN 10027	HB max	Diamètre d [mm]	Caractéristiques métalliques			Propriétés	Exemples d'emploi	Caractéristiques mécaniques sur barres traitées	Propriétés	Exemples d'emploi
				R_m min	R_e min	A min					
2C25	XCS5	-	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$	370	550-700	19	45	bonne souhaitabilité.	visserie, tringles de commande, douilles, etc.		
2C35	XCS8	-	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	430	630-780	17	40	35 acier pour trempe à l'eau à table pénétration de trempe.	pièces traitées de petites et moyennes dimensions sollicitées : bâties, arbres, broches, crémaillères, leviers, boulinette traiée, fourches et embrayage, mandobles l'accouplement, manches emplois que XC38 avec des caractéristiques plus élevées que XC38.		
2C40	XCS42	-	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	450	630-800	18	40	30 acier pour trempe à l'eau à caractéristiques plus élevées que XC38.	également pour leviers de changement de vitesse, arbre de relevage, vis de serrage.		
2C45	XCS8	207	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	490	700-950	14	35	25 acier pour trempe à l'eau à l'huile en tâches section (d = 10).	pièces d'embrayage et d'accouplements devant résister à l'usure et à les chocs sollicités : ressorts taillés différemment, arbres, boîters de commande, engrenages		
34Cr4	38Cr4	223	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	430	700-950	16	40	25 acier pour trempe à l'eau en table ou moyenne.	emploi courant dans l'automobile et la motocyclette : arbres, culbutoirs, embouts, engrenages, crémaillères, leviers de direction, fusées d'essieu, boutons, axes, logs de piston.		
25CrMo4	25CrD4	212	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	400	700-950	12	35	35 tempérabilité moyenne.	acières largement utilisés pour aciers pour trempe à l'huile de sections moyennes ou fortes sous très contraintes.		
42CrMo4	42CrD4	-	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	450	800-1100	14	40	40 tempérabilité assez élevée et bonne tenacité.	acières pour piéces trempeées superficiellement (NF A 35-563)		
35CrMo16	35CrCD16	269	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	500	1000-1300	10	40	30 tempérabilité pour piéces à fortes sections.	acières pour piéces à fortes sections de grande taille.		
30CrMo8	30CrD8	248	$d \leq 16$ $16 < d \leq 40$ $40 < d \leq 100$	500	1000-1300	10	40	30 tempérabilité pour piéces à fortes sections.	acières pour piéces à fortes sections de grande taille.		

Tableau 4. Aciers pour trempe et revenu.

Nuances	Selon EN 10027	HB max	Diamètre d [mm]	Caractéristiques mécaniques			R_m N/mm ²	R_e N/mm ²	A %	KCu J/cm ²	Propriétés
				Température E : eau	Température H : huile	Diamètre d mm					
2C10	XCT10	131	E900	200	16 < $d \leq 40$	345	490-780	16	100	40	aciés extra-doux de cémentation d'usage général.
2C22	XC18	140	E880	200	16 < $d \leq 40$	390	880-1270	8	40	120	aciés extra-doux de cémentation d'usage général.
20MnCr5	20MnCS	217	H660	200	$d \leq 16$	390	1230-1570	8	40	60	aciés élémentaires travaillant sans choc avec résistance sous couche plus élevée que pour XC12.
18CrMo4	18CrD4	207	H875	200	$d \leq 16$	380	1130-1520	8	40	50	aciés partiellement dans l'industrie automobile pour piéces à moyenne, après cémentation.
20NiCrMo4	20NiCrMo4	212	H850	200	$d \leq 16$	375	980-1420	9	60	10	aciés peuvent être cimentés dans l'atmosphère gazeuse avec potentiel carbonatage.
20NiCrMo6	20NiCrMo6	223	H850	200	$d \leq 16$	380	1130-1520	8	50	60	aciés utilisés dans l'industrie automobile pour piéces à moyenne, après cémentation.
42CrMo4	42CrD4	212	H850	200	$d \leq 16$	380	1130-1420	9	60	10	aciés peuvent être cimentés dans l'atmosphère gazeuse avec potentiel carbonatage.
16NiCrMo6	16NiCrMo6	223	H850	200	$d \leq 16$	380	1230-1620	8	50	60	aciés utilisés dans l'industrie automobile pour piéces à moyenne, après cémentation.
20NiCrMo2	20NiCrMo2	212	H850	200	$d \leq 16$	380	1130-1420	9	60	10	aciés utilisés dans l'industrie automobile pour piéces à moyenne, après cémentation.

Tableau 5. Aciers de cémentation.