Formulario de Economía

Realizado por Daniel Jaramillo (2021)

En este cheat sheet recupero varias ecuaciones de varios libros y autores que son necesarias para estudiar Economía.

Economía Básica

Gradiente

Conjunto de derivadas parciales de primer orden de una función, igualadas a cero

$$\nabla f(x_1, x_2, \dots x_n) = \left[\quad \frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}, \cdots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \quad \right] = 0_n \tag{1}$$

Lagrangiano

Es un operador/multiplicador matemático que ayuda a computar y resolver problemas de maximización y optimización con una función de restricción. Sea la función que quiero optimizar $f(x, y)$ y una restricción $g(x, y)$

$$\mathcal{L} = f(x, y) + \lambda g(x, y) \tag{2}$$

Gradiente del Lagrangiano

Esta es la forma en que generalmente se resuelven problemas relacionados a restricciones y funciones de utilidad

$$\nabla \mathcal{L} = \left[\quad \frac{\partial \mathcal{L}}{x}, \frac{\partial \mathcal{L}}{y}, \frac{\partial \mathcal{L}}{\lambda} \quad \right] = 0_3 \tag{3}$$

Elasticidad

Elasticidad para cualquiera dos variables w y z. Se lee como elasticidad w de z

$$\varepsilon_z(w) = \frac{dz}{dw} \cdot \frac{w}{z} \tag{4}$$

Utilidad de Bernoulli (Neumann y Morgenstern)

También llamada Función de utilidad esperada

$$E(x) = \sum (P_i x_i) \qquad E[U(x)] = \sum (P_i u(x_i)) \tag{5}$$

Coeficiente de Aversión Absoluta y relativa al riesgo

Medir la concavidad de la curva de las funciones de utilidad de Bernoulli:

$$C_A(x, u) = \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}x} \div \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \varepsilon_{u'}(x) \qquad C_R(x, u) = xC_A(x, u) \tag{6}$$

Teoría microeconómica

Mas Collel hace un análisis más profundo de la teoría económica, repasando los principios de microeconomía desde la formalidad matemática

Preferencias

Sean $x_1, x_2, \dots, x_n \in X$, se puede establecer relaciones entre estos elementos, las cuales se conocen como relaciones de preferencia

$$x \succeq x' \qquad x \succ x' \qquad x \sim x' \tag{7}$$

Al primero se lo lee como, x *se prefiere estrictamente a* x', el segundo, *se prefiere débilmente a* y el tercero, *es indiferente a*. Estas relaciones deben cumplir los principios de continuidad y transitividad, los cuales se definen como

$$\forall x, y, z \in X : x \succeq y \land y \succeq z \therefore x \succeq z \tag{8}$$
$$\forall x, y \in X : x \succeq y \lor y \succeq x \tag{9}$$

siendo el principio de transitividad y de continuidad, respectivamente. Expresado en palabras, el primero me dice que las preferencias son transferibles y el segundo que un individuo siempre tiene preferencias. Esto es racionalidad

Estructuras de decisión

Un tipo de estructura algebraica que explica relaciones de preferencia por fuera de los principios de completitud y transitividad. La forma en que se define es:

$$(\mathcal{B}, C(\cdot)) \tag{10}$$

donde $\mathcal{B}$ es un conjunto de algunas de las posibles combinaciones de los elementos de X, de siempre dos o más elementos, que se llaman $B \in X$. $C(\cdot)$ se conoce como **regla de decisión** y se define como $C : B \to x$

Teorema débil de la preferecia revelada

Este es una conclusión que se obtiene a partir de las estructuras de decisión. La expresión *se revela preferible a* se expresa a través de la notación

$$x \succeq^* y : x, y \in X \tag{11}$$

Y se explica a través de la regla de decisión. Sea que $\exists x, y, z \in X : B \in \mathcal{B} = \{(x, y), (x, z), (y, z), (x, y, z)\}$, entonces se dice que un consumo se revela preferible, si:

$$C(\{x, y\}) = \{x\} \therefore x \succeq^* y \tag{12}$$

Espacio de bienes y servicios (commodities)

Exista un número de bienes y servicios disponibles en una economía, estos se representan a través de un espacio vectorial. Sea L el número de bienes y servicios, entonces, el espacio se escribe (para todo $x_\ell \in X$) como:

$$\mathbb{R}^L = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ L \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_L \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^L \tag{13}$$

Vector de precios

El precio medido en términos monetarios para una unidad de un bien $x_\ell \in X$

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_L \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^L \tag{14}$$

Correspondencia y función de demanda Wallrasiana

sean p un vector de precios dados y w un escalar que representa el nivel de riqueza de un consumidor, la función de demanda wallrasiana se define como $W : p, w \to \mathbb{R}^L_+$ para $X \in \mathbb{R}^L_+$ que es el espacio vectorial de commodities más común:

$$x(p, w) = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_L \end{bmatrix} \leqslant w \tag{15}$$

Hiperplano presupuestario

Sea una restricción económica asociada al problema del consumidor, se dice que los elementos que conforman esta restricción son:

$$\{x \in \mathbb{R}^L_+ : p \cdot x = w\} \quad \forall x \in B_{p,w} \tag{16}$$

Es decir, son el conjunto de cestas de consumo de un conjunto presupuestario, dado un vector p y un escalar w, de manera que se cumpla la relación $p \cdot x = w$. En caso de que L = 2, el hiperplano se llama recta presupuestaria

Ortogonalidad de p y el hiperplano presupuestario

Sea $\langle r_{p,w} \rangle = \{x \in \mathbb{R}^L_+ : p \cdot x = w\}$, partiendo de cualquier punto $\bar{x}$ sobre $\langle r_{p,w} \rangle$ se puede trazar $\vec{p}$ de manera que:

$$\vec{p} = (\bar{x}_1 + p_1, \bar{x}_2 + p_2 \ldots, \bar{x}_L + p_L) \tag{17}$$

El producto punto se define como $|x| \cdot |p| \cdot cos(\alpha)$, donde α representa el ángulo interno entre los vectores. Si se cumple que $p \cdot \bar{x} = w \quad \forall \bar{x} \in \langle r_{p,w} \rangle$, entonces $|\cdot| = w - w = 0$, por consiguiente:

$$0 = |x| \cdot |p| \cdot cos(\alpha) \qquad |x|, |p| \neq 0 \therefore cos(\alpha) \stackrel{!}{=} 0 \tag{18}$$

Convexidad de los conjuntos presupuestarios

No todos los X son convexos, pero $\mathbb{R}^L_+$, uno de los subespacios presupuestarios más importantes, sí lo es. Un conjunto es convexo si y sólo si $\exists x'' \in X$ tal que:

$$x'' = \lambda x + (1 - \lambda) x' \quad \forall x, x' \in X \wedge \lambda \in [0, 1] \tag{19}$$

Efectos sobre la renta (wealth effects)

Sea $x(p,w)$ una función de demanda wallrasiana, el efecto renta de la demanda pueden escribirse como:

$$D_w x(p,w) = \frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial w} \quad \forall x_\ell \in X \tag{20}$$

Expresado de manera matricial, se puede decir que:

$$D_w x(p,w) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1(p,w)}{\partial w} \\ \vdots \\ \frac{\partial x_L(p,w)}{\partial w} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^L \tag{21}$$

Con esto como guía, se consiguen los conceptos de:

Función de consumo de Engel:

$$x(\bar{p},w) \quad E : \bar{p}, w \to \mathbb{R}^L_+ \tag{22}$$

Senda de expansión: Imagen de la función de Engels

$$E_p = \{x(\bar{p},w) : w > 0\} \in \mathbb{R}^L_+ \tag{23}$$

Bien normal: Si para una variación positiva de la renta, aumenta también la demanda de un bien x_ℓ, entonces es un bien normal

$$\frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial w} \geq 0 \tag{24}$$

Bien inferior: Lo contrario a un bien normal.

$$\frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial w} \leq 0 \tag{25}$$

Efectos sobre el precio (precio effects)

Sea $x(p,w)$ una función de demanda wallrasiana, el efecto precio, o efecto sustitución, para el precio p_k y para el bien x_ℓ es igual a:

$$D_p x(p,w) = \frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial p_k} \quad \forall x_\ell \in X \tag{28}$$

Expresado de manera matricial, se puede decir que:

$$D_p x(p,w) = \mathbb{J}_{x(p,w)}(p) = \begin{bmatrix} \nabla^T x_1 \\ \vdots \\ \nabla^T x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial x_1}{\partial p_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_L}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial x_L}{\partial p_L} \end{bmatrix} \tag{29}$$

Con esto como guía, se consiguen los conceptos de:

Función de oferta: Sea $L = 2$ y se mantenga constante p_1 y w, se conoce como función de oferta a la curva dada por la forma:

$$x(\bar{p_1}, p_2, \bar{w}) \tag{30}$$

Bien giffen: Si la variación del precio de un bien x_ℓ es negativa $\Delta p_k < 0$ y su demanda disminuye, entonces es un tipo de bien giffen

$$\frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial p_\ell} > 0 \tag{31}$$

Bien ordiario: Lo contrario a los bienes giffen son los bienes ordinarios

$$\frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial p_\ell} < 0 \tag{32}$$

A grandes niveles de agregación, la mayoría de bienes son ordinarios, pero a niveles de baja agregación, la mayoría de bienes son giffen pasado cierto umbral.

Homogeneidad de grado cero

Se dice que una función es homogenea de grado n si, sea la transformación vectorial: $f : V \to W$ sobre el cuerpo F, se cumple que:

$$f(\alpha v) = \alpha^n f(v) \quad \forall \alpha \in F - \{0\} \wedge \forall v \in V \tag{26}$$

La función de demanda wallrasiana es homogénea de grado 0, es decir, que: $W : p, w \to X$:

$$x(p,w) = x(\alpha p, \alpha w) \quad \forall \alpha \in \mathbb{R} - \{0\} \tag{27}$$

Ley de wallras

Se dice Para cualquier nivel de precios mayor a cero y un nivel de riqueza w no degenerado, se debe cumplir que

$$x \cdot p = w \tag{33}$$

Es decir, que el consumidor consume la totalidad de su renta. Esta ley no tiene mucho sentido en el corto plazo ni para bienes de baja agregación, pero sí para consumo intertemporal y para el largo plazo

Agregación de Cournot

Partiendo de la ley de Wallras $p \cdot x(p, w) = w$, si se deriva con respecto al precio:

$$\frac{\partial p_\ell \cdot x_\ell(p,w) - w}{\partial p_k} = p_\ell \cdot \frac{\partial x_\ell(p,w)}{\partial p_k} + x_k(p,w) = 0 \tag{34}$$

Si se conoce que $\varepsilon_z(w)$ es igual a la elasticidad w de z y que esta se define como $(dz/dw) \cdot (w/z)$, entonces se puede rescribir (34) como:

$$\sum_{\ell=1}^{L} s_\ell \cdot \varepsilon_{\ell,k} x(p,w) = -s_k \tag{35}$$

donde $s_\ell = p_\ell \cdot (p_k/x_\ell)$ y $s_k = p_k \cdot (x_k/x_\ell)$ Es más sencillo de presentar la agregación de Cournot de manera vectorial:

$$p \cdot D_p x(p,w) + x(p,w)^T = 0 \tag{36}$$

Economía Computacional

Economía computacional es una rama de la economía, la cual evalua e investiga métodos computacionales para correr e incluir diferentes modelos económicos

Jacobiano

Concepto de cálculo multivariable. Matriz que utilizo para ver linealidad local en transformaciones no lineales. Encapsula dentro de sí toda la información de las derivadas parciales de cada función con respecto a cada variable. Si $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ entonces el jacobiano obligatoriamente es una matriz cuadrada.

$$\mathbb{J}_f(x_1, x_2, \cdots x_n) = \begin{bmatrix} \nabla^T f_1 \\ \vdots \\ \nabla^T f_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{37}$$

Forma Matricial de una ecuación lineal

Las ecuaciones lineales se puede escribir como el producto de una matriz de coeficientes y un vector de incógnitas igualado a un vector conocido de constantes:

$$A\bar{x} = \bar{B} \qquad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \tag{38}$$