№ 1

Количество успешных	Принимали плацебо	Принимали лекарство
Низкое давление	81 из 87	234 из 270
Высокое давление	192 из 263	55 из 80

1.

1.1) Нарисуем граф для первого случая.

X(давление)

T(лечение)   Y (исход)
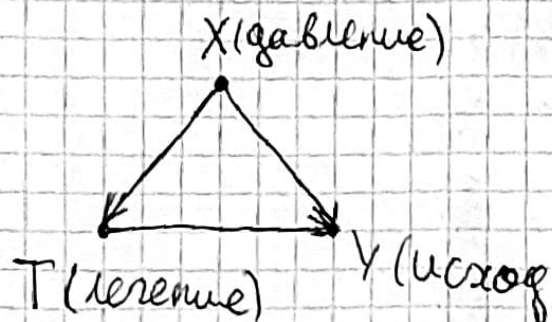
1.2) Плотность марковского распределение на графе

$$p(X, T, Y) = p(X) \cdot p(T \mid X) \, p(Y \mid X, T)$$

1.3)

$$P(X = низкое) = \frac{357}{700} = 0,51$$

$$P(X = высокое) = 1 - 0,51 = 0,49$$

$$P(T = 1 \mid X = низкое) = \frac{80}{343} \quad \frac{270}{357} \approx 0,76$$

$$P(T = 1 \mid X = высокое) = \frac{80}{343} \approx 0,23$$

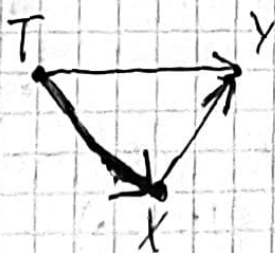$$P(Y = 1 \mid X = низкое, T = 1) = \frac{234}{270}$$

$$P(Y = 1 \mid X = низкое, T = 0) = \frac{81}{87}$$

$$P(Y = 1 \mid X = высокое, T = 1) = \frac{55}{80}$$

$$P(Y = 1 \mid X = высокое, T = 0) = \frac{192}{263}$$

2.1)

T   Y

X

2) $p(X, T, Y) = p(T) p(Y|T) \cdot p$

2.2) $p(X, T, Y) = p(T) \cdot p(Y|X, T) \cdot p(X|T)$

2.3) $p(T=1) = 0,5$

$p(X = \text{низкое} \mid T=1) = \dfrac{270}{350}$

$p(X = \text{низкое} \mid T=0) = \dfrac{87}{350}$

$p(Y=1 \mid X = \text{низкое}, T=1) = \dfrac{234}{270}$

$p(Y=1 \mid X = \text{низкое}, T=0) = \dfrac{81}{87}$

$p(Y=1 \mid X = \text{высокое}, T=1) = \dfrac{55}{80}$

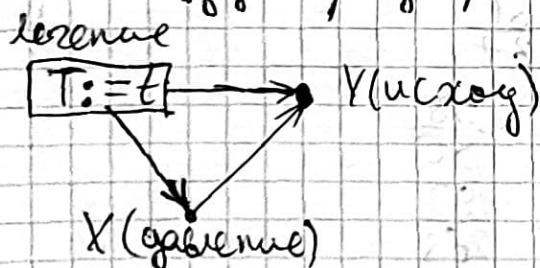$p(Y=1 \mid X = \text{высокое}, T=0) = \dfrac{192}{263}$

2.

1) $\alpha = \left\{ 1 \cdot \dfrac{234+55}{350} - \dfrac{81+192}{350} \approx 0,046 \right.$

$\alpha_{\text{низк.}} = \dfrac{234}{270} - \dfrac{81}{87} = -0,064$

$\alpha_{\text{высок}} = \dfrac{55}{80} - \dfrac{192}{263} = -0,043$

Видим, что в целом $\alpha > 0$, но по ~~подгр~~ по группам она меньше 0.

2) Случай 1 разобран на лекции

я буду разбирать только случай 2.

Решение

$\boxed{T := t} \longrightarrow Y(\text{исход})$

$\downarrow$

$X(\text{давление})$

$t=1 \Rightarrow Y = C_1 \Rightarrow EC_1 = E_1^* Y := E(Y \mid T := 1)$

$t=0 \Rightarrow EC_0 = E_0^* Y := E(Y \mid T := 0)$

Пусть $y=0$ — низкое давление, $y=1$ — высокое

$ATE = EC_1 - EC_0 = E(Y \mid T:=1) - E(Y \mid T:=0)$

$p\, P(Y=y \mid T:=t) = \sum_{x} \cancel{p(t)} \cdot p(y \mid x, t) \cdot p(x \mid t)$

$$P(Y=1 \mid T_:=1) = \sum_{x=0}^{1} P(X=x \mid T=1) \cdot P(Y=1 \mid X=x, T=1) =$$

$$= \frac{270}{350} \cdot \frac{234}{270} + \frac{80}{350} \cdot \frac{55}{80} = \frac{234+55}{350} = \frac{289}{350} \approx 0{,}825$$

$$P(Y=1 \mid T_:=0) = \frac{81}{270} \quad \frac{27}{350} \cdot \frac{81}{87} + \frac{192}{350} = 0{,}78$$

$$\boxed{ATE = 0{,}823 - 0{,}78 = 0{,}045}$$

3ь) Аналогично, считать будем только для 2-го случая

$$ATT = E(C_1 \mid T_?=1) - E(C_0 \mid T=1) \approx$$

$$\approx E(C_1 \mid T=1) = E(Y \mid T_:=1, T=1) = 0{,}825$$

$$E(C_0 \mid T=1) = E(Y \mid T_:=0, T=1) \approx$$

$$\approx \sum_{x=0}^{1} P(X=x \mid T=1) \cdot P(Y=1 \mid T=0, X=x) =$$

$$= \frac{270}{350} \cdot \frac{81}{87} + \frac{80}{350} \cdot \frac{192}{263} \approx 0{,}885$$

$$\boxed{ATT = 0{,}825 - 0{,}885 \approx -0{,}06}$$

4) $$\boxed{\begin{aligned} b &= E(C_0 \mid T=1) - E(C_0 \mid T=0) = \\ &= E(Y \mid T_:=0, T=1) - E(Y \mid T_:=0, T=0) = \\ &= 0{,}885 - 0{,}78 = 0{,}105 \end{aligned}}$$