

Τεχνητή Νοημοσύνη 3^η Σειρά Ασκήσεων

Άσκηση 1:

α.) Εξίσωση ενημέρωσης: $w(k+1) = w(k) + \beta \cdot (y(k) - f(x(k))) \cdot x(k)$

Αρχικά, $(w_0, w_1, w_2, w_3) = (1, 1, -1, -1)$. Εφαρμόζουμε διαδοχικά τα διανύσματα εισόδου:

$(0, -1, 4) \in B$ άρα $y_k = 1$

$(1, 0, -1, 4) \cdot (1, 1, -1, -1) = 1 + 0 + 1 - 4 = -2$, άρα $f(x(k)) = f(-2) = 0$

Άρα $w(k+1) = w(k) + 0.2 \cdot (1 - 0) \cdot x(k) = w(k) + 0.2x(k)$

Δηλαδή το διάνυσμα ενημέρωσης είναι $(0.2, 0, -0.2, 0.8)$, και το νέο διάνυσμα βαρών είναι $(1.2, 1, -1.2, -0.2)$. Ακολουθώντας την διαδικασία αυτήν για όλα τα διανύσματα προκύπτει:

Epoch	x_k	y_k	$x_k \cdot w_k$	$f(x_k)$	$y_k - f(x_k)$	ενημέρωση	w_{k+1}
1	(1, 0, -1, 4)	1	-2	0	1-0	(0.2, 0, -0.2, 0.8)	(1.2, 1, -1.2, -0.2)
	(1, 4, 0, -1)	0	5.4	1	0-1	(-0.2, -0.8, 0, 0.2)	(1, 0.2, -1.2, 0)
	(1, 2, 2, -1)	1	-1	0	1-0	(0.2, 0.4, 0.4, -0.2)	(1.2, 0.6, -0.8, -0.2)
	(1, 3, -1, 0)	0	3.8	1	0-1	(-0.2, -0.6, 0.2, 0)	(1, 0, -0.6, -0.2)
	(1, -2, 1, -3)	1	1	1	1-1	Δεν επιφέρεται αλλαγή	στο διάνυσμα βαρών
	(1, 0, -2, -1)	0	2.4	1	0-1	(-0.2, 0, 0.4, 0.2)	(0.8, 0, -0.2, 0)
2	(1, 0, -1, 4)	1	1	1	1-1
	(1, 4, 0, -1)	0	0.8	1	0-1	(-0.2, -0.8, 0, 0.2)	(0.6, -0.8, -0.2, 0.2)
	(1, 2, 2, -1)	1	-1.6	0	1-0	(0.2, 0.4, 0.4, -0.2)	(0.8, -0.4, 0.2, 0)
	(1, 3, -1, 0)	0	-0.6	0	0-0
	(1, -2, 1, -3)	1	1.8	1	1-1
	(1, 0, -2, -1)	0	0.4	1	0-1	(-0.2, 0, 0.4, 0.2)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 0, -1, 4)	1	0.8	1	1-1
	(1, 4, 0, -1)	0	-1.2	0	0-0
	(1, 2, 2, -1)	1	1.2	1	1-1
	(1, 3, -1, 0)	0	-1.2	0	0-0
	(1, -2, 1, -3)	1	1.4	1	1-1
	(1, 0, -2, -1)	0	-0.8	0	0-0

Και τα έξι διανύσματα έχουν ταξινομηθεί σωστά με το ίδιο διάνυσμα βαρών (0.6, -0.4, 0.6, 0.2).

$$\beta.) x \cdot w = (1, -1, 2, 2) \cdot (0.6, -0.4, 0.6, 0.2) = 0.6 + 0.4 + 1.2 + 0.4 = 2.6$$

$f(2.6) = 1$, άρα το διάνυσμα αυτό θα ταξινομηθεί στην κλάση B.

Άσκηση 2:

Υπολογίζουμε τις ευκλείδειες αποστάσεις μεταξύ του δοθέντος y και των x_1, \dots, x_6 :

$$\|y - x_1\|_2 = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (2 + 1)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{14}$$

$$\|y - x_2\|_2 = \sqrt{(-1 - 4)^2 + (2 - 0)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{38}$$

$$\|y - x_3\|_2 = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{18}$$

$$\|y - x_4\|_2 = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (2 + 1)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{29}$$

$$\|y - x_5\|_2 = \sqrt{(-1 + 2)^2 + (2 - 1)^2 + (2 + 3)^2} = \sqrt{27}$$

$$\|y - x_6\|_2 = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (2 + 2)^2 + (2 + 1)^2} = \sqrt{26}$$

Τα τρία πλησιέστερα διανύσματα είναι σε σειρά τα x_1, x_3, x_6 , με αποστάσεις $\sqrt{14}, \sqrt{18}, \sqrt{26}$, και κλάσεις B, B, και A αντιστοίχως. Συνεπώς, και οι δύο ταξινομητές kNN, με $k = 1$ και $k = 3$, θα αποφανθούν κλάση B.

Άσκηση 3:

α.) Θεωρούμε τα ενδεχόμενα A (άνδρας), Γ (γυναίκα), K (καπνιστής).

Εφ' όσον το άτομο επιλέγεται τυχαίως από το σύνολο του ενήλικου πληθυσμού, $\mathbb{P}(A) = \frac{51}{100}$

β.) Σύμφωνα με την εκφώνηση, $\mathbb{P}(K|A) = 0.095$ και $\mathbb{P}(K|\Gamma) = 0.017$.

Άρα, αφού $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(\Gamma) = 1$, ισχύει $\mathbb{P}(K) = \mathbb{P}(K|\Gamma) \cdot \mathbb{P}(\Gamma) + \mathbb{P}(K|A) \cdot \mathbb{P}(A) = \frac{95 \cdot 51 + 17 \cdot 49}{10^5} = \frac{5678}{10^5}$

Χρησιμοποιώντας τον κανόνα Bayes λαμβάνουμε την ζητούμενη πιθανότητα:

$$\mathbb{P}(A|K) = \frac{\mathbb{P}(K|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(K)} = \frac{95 \cdot 51 \cdot 10^{-5}}{5678 \cdot 10^{-5}} \simeq 0.853$$

Άσκηση 4:

«Αν η \mathcal{X} είναι A_1 και η \mathcal{Y} είναι σχετικά A_2 , τότε η \mathcal{Z} είναι B »

Ο λεκτικός τροποποιητής «σχετικά» ερμηνεύεται ως $h(\alpha) = \sqrt{\alpha}$

Άρα, χρησιμοποιώντας συνεπαγωγή Mamdani, προκύπτει:

$$R(x, y, z) = J_{min}(A_1(x), \sqrt{A_2(y)}, B(z)) = 0.2/x_{1,y_1,z_1} + 0.2/x_{1,y_1,z_2} + 0.2/x_{1,y_2,z_1} + 0.2/x_{1,y_2,z_2} + 0.7/x_{2,y_1,z_1} + 1/x_{2,y_1,z_2} + 0.3/x_{2,y_2,z_1} + 0.3/x_{2,y_2,z_2} + 0.7/x_{3,y_1,z_1} + 0.8/x_{3,y_1,z_2} + 0.3/x_{3,y_2,z_1} + 0.3/x_{3,y_2,z_2}$$

Οπότε αν $\mathcal{X} = x_2$ και $\mathcal{Y} = y_1$, τότε $T(p) = 0.7/z_1 + 1/z_2$