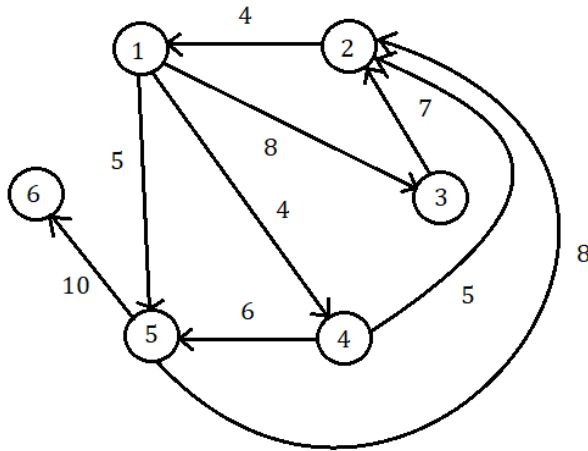


Άσκηση 2: Συντόμευση Διαδρομής



Σχετικό πρόβλημα:

Θέλουμε ελάχιστη απόσταση s, t αν μπορώ να μηδενίσω k ακμές.

Λύση σχετικού προβλήματος:

Θα χρησιμοποιήσουμε πίνακα για dp , τον ονομάζουμε D , με διαστάσεις $N \times M$ και το στοιχείο $D[a, b]$ είναι η βέλτιστη απόσταση της δεδομένης αφετηρίας s από την κορυφή a αν μπορώ να μηδενίσω b ακμές.

Η λύση στο πρόβλημα μας είναι το στοιχείο $D[t, k]$ του πίνακα.

	K=0	K=1	K=2
1	11	4	0
2	7	0	0
3 (s)	0	0	0
4	15	8	4
5	16	9	4
6 (t)	26	16	9

Έστω ότι διασχίζοντας το γράφημα, εξετάζω την ακμή $e=(x,a)$ και γνωρίζω την λύση για την κορυφή x . Τότε ενημερώνω την εκτίμησή μου για την λύση της κορυφής a ως εξής:

$$D[a, b] = \min\{D[x, b-1], D[x, b] + l(x, a), D[a, b]\}$$

Εξερευνώ το γράφημα κανονικά όπως στον Dijkstra και εξετάζω κατ' αυτόν τον τρόπο τις ακμές. Η πρώτη στήλη του πίνακα ($k=0$) ισοδυναμεί με Dijkstra και η γραμμή που αφορά την κορυφή-αφετηρία προφανώς σταθερά 0. Όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα αρχικοποιούνται ως ∞ . Κάθε ακμή είτε συμμετέχει στην τελική λύση είτε όχι, δηλαδή είτε την μηδενίζουμε είτε όχι.

Στην αναδρομική σχέση ο πρώτος όρος αντιπροσωπεύει την περίπτωση που η ακμή μηδενίζεται, ο δεύτερος την περίπτωση που η ακμή δεν μηδενίζεται και ο τρίτος την περίπτωση που έχουμε ήδη υπολογίσει καλύτερη εκτίμηση από άλλη διαδρομή.

Για την λύση του αρχικού προβλήματος, επιλέγουμε από την γραμμή με την κορυφή t , την ελάχιστη στήλη k που έχει τιμή $\leq B$. Επειδή κάθε γραμμή του πίνακα είναι ταξινομημένη σε φθίνουσα σειρά, βρίσκουμε την τιμή αυτή με δυαδική αναζήτηση.