1 Cheat Sheet Algebra 1

Was	Definition	Beschreibung
Homomorphismus	$\varphi : G \to G'$	$\varphi(e) = e'$ und $\forall a, b \in G : \varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$
Monomorphismus	φ injektiver Hom.	$\ker(\varphi) = \{e\}$
Epimorphismus	φ surjektiver Hom.	$im(\varphi) = G'$
Isomorphismus	φ bijektiver Hom.	injektiv und surjektiv
Endomorphismus	$\varphi : G \to G$	bleibt in derselben Gruppe
Automorphismus	φ bijektiver End.	
Linksnebenklasse	$gH \subseteq G$	Weiter ist äquivalent: $gH = g'H$, $gH \cap g'H = \emptyset$, $g \in g'H$, $g'^{-1}g \in H$
G/H	$gH \vert g \in G$	analog für Rechtsnebenklassen. Bijektion zwischen LNK und RNK.
$\vert G : H\vert$	$\vert G/H\vert = \vert H\backslash G\vert$	Index von H in G
Satz von Lagrange	$\vert G\vert = \vert H\vert \cdot \vert G : H\vert$	nur für *endliche* G
Normalteiler $N \lhd G$	$\forall g \in G : gH = Hg$ mit $H \leq G$	gH ist die von g bestimmte Nebenklasse von H in G. G abelsch $\Rightarrow$ *Jede* Untergruppe ist Normalteiler.
natürliche Reduktion natürlicher Hom.	$\pi : G \to G/N$ $g \mapsto gN$	π ist Epimorphismus
Homomorphiesatz	$\exists! \bar{\varphi} : G/N \to G'$ mit $\varphi = \bar{\varphi} \circ \pi$ wenn $N \lhd G, N \leq \ker \varphi$	$im(\bar{\varphi}) = im(\varphi)$, $\ker(\bar{\varphi}) = \pi(\ker(\varphi)) \lhd G/N$ $\ker(\varphi) = \pi^{-1}(\ker(\bar{\varphi})) \lhd G$
$\bar{\varphi} =$ von φ auf G/N induzierter Hom.		$\bar{\varphi}$ Monomorphismus gdw. $\ker \bar{\varphi} = N$ gdw. $\ker \varphi = N$