DMS Chapter 5 特殊关系

第5章 特殊关系

1

DMS Chapter 5 特殊关系

主要内容

08:46

2

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系 ---等价关系概貌

1. A={张丽, 程强, 李艳, 李华, 张明，张三，李四}，

R是A上的“同姓氏关系”

A1 = {张丽,张明,张三}, A2={程强}, A3={李艳,李华,李四}

A= A1 ∪ A2∪A3; A1 ∩ A2 =A1 ∩ A3 =A2 ∩ A3= Φ

2. B={女生1,女生2,女生3, 男生1, 男生2},

S是B上的“同性别关系”

B1 = {女生1,女生2,女生3}, B2={男生1, 男生2}

B= B1 ∪ B2 , B1 ∩ B2 = Φ

自反

对称

传递

分类

08:46 3

3

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系 ---等价关系的定义

设R是定义在集合A上的二元关系，如果R同时具有自反性、对称性和传递性，则称R为A上的等价关系。

例5-1:

① 对任何集合A, R = A×A 是A上的等价关系;

② 三角形集合上的“相似关系”、“全等关系”都是等价关系;

③ 班级里的“同姓关系” “同性关系”都是等价关系;

④ 直线集合上的“平行关系”不是等价关系，因为它不具有自反性。

⑤ 幂集上定义的“⊆”，整数集上定义的“≤”都不是等价关系，因为它们不具有对称性。

⑥ “朋友”关系不是等价关系，因它不具有传递性的。

08:46

4

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系

一个典型的等价关系--- 模k同余关系

- **模k同余：**

  设有2个整数 x,y，若 x % k = y % k，
  则称 x与y 是模k同余
  如 2和5 是模3同余， 1和3 模2同余

- **模k同余关系：**

  若R为Z上的二元关系，其每个序对(元素) <x,y>均是模k同余，则称 R为Z上的模k同余关系，记为

  R = {<x,y>| x ≡ y(mod k) }

  x ≡ y(mod k) ⇔ x mod k ≡ y mod k。

- **整数集Z上的模k(>1)同余关系R是等价关系**

- **Z的任意非空子集A上的模k(>1)同余关系R是等价关系**

08:46 四川大学 SICHUAN UNIVERSITY 5

5

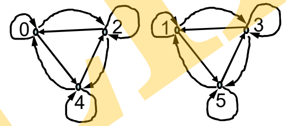
DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系

一个典型的等价关系---模k同余关系

例5-2： 设 A= {0,1,2,3,4,5}， R是A上的模2同余关系。

R={ <0,0>, <0,2>,<0,4>,
<2,0>, <2,2>,<2,4>,
<4,0>, <4,2>,<4,4>,
<1,1>,<1,3>,<1,5>,
<3,1>,<3,3>,<3,5>,
<5,1>,<5,3>,<5,5>}



R的关系图

A被分成了2个互不相交的子集
{0,2,4}、{1, 3, 5}

08:46 四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

6

DMS Chapter 5 特殊关系

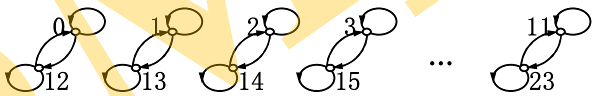
5.1 等价关系

一个典型的等价关系---模k同余关系

例5.3 时钟整点集合 A={0,1,2,3,…,23}上的时针重复关系可描述为： A上的一个模12同余关系R：

R={ <0,0>,<0,12>,<12,12>, <12,0>,
<1,1>,<1,13>,<13,13>, <13,1>,
<2,2>,<2,14>,<14,14>, <14,2>,
… …
<11,11>,<11,23>,<23,23 },<23,11> }

A被分成了12个互不相交的子集
{0,12}、{1,13}、{2,14}、…、
{11,23}。



R的关系图

08:46 四川大学 SICHUAN UNIVERSITY 7

7

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系

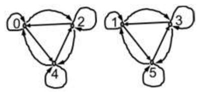
模k同余关系 特点

集合A上的模k同余关系R 将集合A分为k个互不相交 的子集

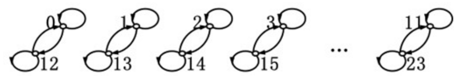
① **子集中元素 对 k求模的值分别为 0, 1， …, k-1**

② **同一子集中任意两个元素 之间具有 模k同余关系R，即他们之间一定有两条方向相反的连线**

③ **不同子集中任意两个元素 之间不具有 模k同余关系R，即该两元素之间没有连线**



模2同余关系的关系图



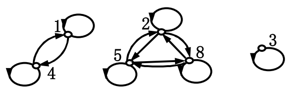
模12同余关系的关系图

08:46 四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

8

5.1 等价关系
--等价关系的关系图和关系矩阵特点

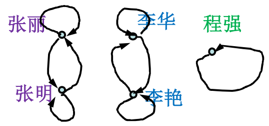
Ex1. A={1,2,3,4,5,8}，R是A上的模3同余关系



	1	4	2	5	8	3
1	1	1	0	0	0	0
4	1	1	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0
5	0	0	1	1	1	0
8	0	0	1	1	1	0
3	0	0	0	0	0	1

等价关系R将集合A分成了若干个互不相交的子集

Ex2. A={张丽，程强，李艳，李华，张明}，R是A上的“同姓关系”



	张丽	张明	李华	李艳	程强
张丽	1	1	0	0	0
张明	1	1	0	0	0
李华	0	0	1	1	0
李艳	0	0	1	1	0
程强	0	0	0	0	1

5.1 等价关系
--等价类

该子集中的任意元素与元素a之间有关系R

定义：设R是集合A上的等价关系。 对 $a\in A$，称A的子集

$$[a]_R = \{\, x \mid (x\in A) \wedge (<a, x> \in R) \}$$

为关于R的由a生成等价类，a 称为该等价类的代表元（生成元）。

$[a]_R$ 为可简单记为$[a]$　　类别，种类

通俗定义：等价类是指（集合A中）具有某个相同或相似性质的元素构成的（子）集合

如： 例5-2中集合A= {0,1,2,3,4,5}上的模2同余关系R的等价类有：

[0] = { 0, 2, 4}； [1] = { 1,3, 5}； [2]=[4]=[0]; [3]=[5]=[1]

5.1 等价关系
--等价类

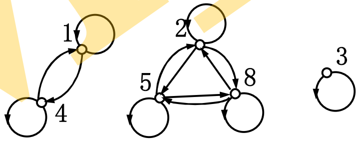
例5-4 设A = {1,2,3,4,5,8}， R是A上的模3同余关系，求R的等价类。

解：已知模3同余关系R是一个等价关系，因此R有3个互不相交等价类：

模3余1： $[1]_R = [4]_R = \{1,4\}$；

模3余2： $[2]_R = [5]_R = [8]_R = \{2,5,8\}$；

模3余0： $[3]_R = \{3\}$



5.1 等价关系
--等价类

例5.5 设A = {张丽，程强，李艳，李华，张明}， R是A上的“同姓关系”，求R及R的等价类。

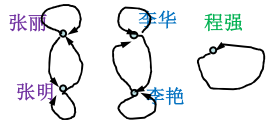
解： R = {<张丽，张丽>，<张丽，张明>,<张明，张丽>，<张明，张明>,<程强，程强>，<李艳，李艳>，<李艳，李华>,<李华，李艳>，<李华，李华>}

同姓关系R是一个等价关系，R有3个互不相交等价类：

$[张丽]_R$ = {张丽，张明} = $[张明]_R$

$[程强]_R$ = {程强}

$[李艳]_R$ = {李艳，李华} = $[李华]_R$



DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系
---等价类的性质

➢ 定理一： 设R是非空集合A上的等价关系，则，

1) 对任意$a, b \in A$，或者$[a]_R=[b]_R$，或者$[a]_R \cap [b]_R = \Phi$；

2) $\cup_a [a] = A$

3) $[a]_R \neq \Phi$

2个等价类要么相等，要么互不相交

Ex. A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}
R是A上模3同余关系

➢ 定理一的意义：

集合A上的一个等价关系决定了集合元素的一种聚类方式，即分割集合的一种方式

08:46 13

13

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系
---集合的分划

➢ **集合的分划的定义：**

设A是一个集合，$A_1,A_2,A_3…A_m$是A的 m个非空子集，如果

(1) 对任意 $i \neq j$ (i, j = 1,2,3,….,m)，都有 $A_i \cap A_j = \Phi$。

互不相交

(2) $\bigcup_{i=1}^{m} A_i = A$

均满足，则称集合 S = {$A_1,A_2,A_3…A_m$ } 为集合A上的一个分划，称 $A_1,A_2,A_3…A_m$为分划块。

等价类(互不相交)

➢ **定理二：**

非空集合A上的每个二元等价关系都能决定A的一个分划；且A的每个分划都能导出A上的一个二元等价关系

R ⇔ S

集合A上等价关系的个数=集合A的分划的个数)

08:46

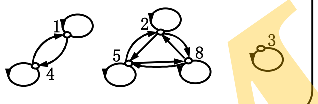
14

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系 --集合的分划

Ex1. A＝{1,2,3,4,5,8}

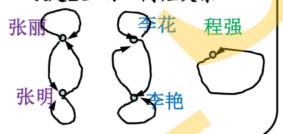
R是A上的模3同余关系



S = { {1,4}, {2,5,8}, {3}}

Ex2. B＝{张丽, 程强, 李艳, 李花, 张明},

R是B上的“同姓关系”



S = { {张丽 ,张明}, {李华,李艳 }, {程强 }}

A上的等价关系 R1 = ?

A的一个分划S1 = {{1,3,5}, {2,4,8}}

R1是B上的“同性别关系”

B的一个分划 S1 = { }

08:46 15

15

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系
--等价关系与集合分划的联系

已知集合A上的一个二元等价关系R，如何确定其对应的分划S？

方法1. 根据划分的定义：寻找互不相交的等价类（分划块）

方法2. 利用R的关系图： 寻找互不交叉的子图

08:46

16

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系 --等价关系与集合分划的联系

已知集合A的一个分划S，如何导出A上的二元等价关系R?

例5-7 已知：1）集合 A = {1,2,3,4,5,8}

2）集合 A的一个分化 S= $\{A_1,A_2,A_3\}$ = {{3}, {1,4}, {2,5,8} }

求： 由分划S导出的A上的等价关系R

解1：利用卡笛尔集的并运算求解（集合表示）

1） 求各分化块上的卡笛尔集：$A_1 \times A_1$ ={ }，$A_2 \times A_2$ ={ }，$A_3 \times A_3$ ={ }

2） 做1）所得集合并运算 得 R= {<3,3>, <1,1>,<1,4>,<4,1><4,4>,<2,2>,

<2,5>,<2,8>,<5,2><5,5>,<5,8>,<8,2>,<8,5>,<8,8>}

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系 --等价关系与集合分划的联系

例5-7 已知：1）集合 A = {1,2,3,4,5,8}

2）集合 A上的一个分化 S= $\{A_1,A_2,A_3\}$ = {{3}, {1,4}, {2,5,8} }

求： 由分划S导出的A上的等价关系R

解2：利用关系矩阵求解（矩阵表示）

1） 按照分化S对集合A种元素重排序 A= {3, 1, 4, 2, 5, 8}

2） 根据分化块A_1,A_2,A_3的基数分别写出其对应的 全关系方阵（全1方阵）

3） 将这些全全关系方阵方阵按顺序放置在大小为|A|×|A|方阵的对角线上，其余元素填0，即得等价关系R的关系矩阵表示

DMS Chapter 5 特殊关系

5.1 等价关系 --等价关系与集合分划的联系

例5-7 已知：1）集合 A = {1,2,3,4,5,8}

2）集合 A上的一个分化 S= $\{A_1,A_2,A_3\}$ = {{3}, {1,4}, {2,5,8} }

求： 由分划S导出的A上的等价关系R

解3：利用关系图求解 （关系图表示）

1） 画出各分化块的全关系图

2）所有分化块的全关系图合一起即为等价关系R的关系图

DMS Chapter 5 特殊关系

例： 已知集合A={1,2,3}，

1） 试确定A上可定义的所有等价关系.

2） 给出1）中每个等价关系对应的分划

DMS Chapter 5 特殊关系

Your turn

1. 已知集合$A=\{1,2,3\}$
   设： R 是A上的一个二元等价关系， 且 $|R| < 9$
   S 是由R决定的 分划
   $C = A\times A$
   $D = 2^A$
   试写出集合 $X=\{ [1]_R, R, C, S, D \}$上的$\in$关系 S1 和 $\subseteq$ 关系 S2
   并判断S1和S2是否为等价关系?

2. (P_{73} 7) 设M_n是全体n阶矩阵的集合，如果对矩阵A，B $\in M_n$， 存在可逆矩阵$P\in M_n$， 使得$A=PBP^{-1}$， 则记 $A\sim B$（读作A与B相似），证明 $\sim$是M_n上的等价关系。

08:46 21

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

21

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---偏序关系概貌

1. $A=\{2, 8, 5, 6, 10, 3, 4\}$,
   R是A上的“整除关系”

2. Z：整数集,
   S是Z上的“小于等于关系”

自反
反对称
传递

排序

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

08:46

22

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系

➢ 偏序关系和偏序集

设R是集合A上的二元关系，如果R是自反的、反对称的和传递的，则称R是A上的偏序关系，并称$<A，R>$为偏序集

例 1) 集合A的幂集2^A上定义的“$\subseteq$”是偏序关系。$<2^A,\subseteq>$是偏序集。
2) 实数集 R上定义的“$\le$”是偏序关系，$<R, \le>$是偏序集。
3) N^+上定义的“整除”关系“|”也是一个偏序关系，$<N^+, |>$是偏序集。

➢ 为简单起见，一般把偏序关系记为“$\le$”，
故 偏序集 可 记为 $<A，\le>$

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

08:46 23

23

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---哈斯图

偏序关系用关系图表示时，可用哈斯图代替。

1) 用小圆圈或点表示A中的元素，省掉关系图中所有的环。(因自反性)
2) 去掉传递边，即当（i，j）和（j，k）都是有向边时，去掉有向边（i，k）。(因传递性)
3) 对任意$x,y\in A$，若$x\le y$，则将x画在y的下方，并去掉关系图中所有边的箭头。(因反对称性)

按1),2),3) 得到的图称为偏序关系的哈斯图(Hasse图)。

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

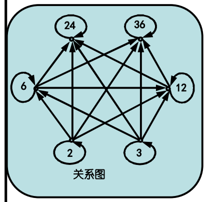
08:46

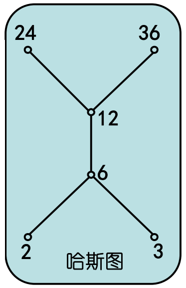
24

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---哈斯图

例5.8 设A = {2,3,6,12,24,36}，“|”是A上的整除关系，画出其关系图和哈斯图。





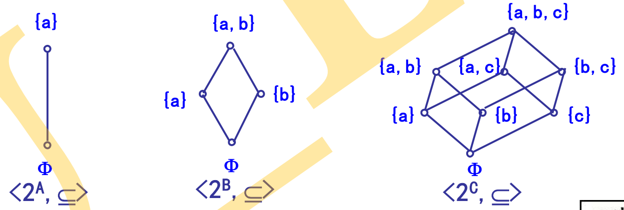
DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---哈斯图

例5.9 设集合A = {a}，B = {a,b}，C = {a,b,c}。分别画出集合A、B、C的幂集 2^A、2^B、2^C 上定义的偏序关系“⊆”的哈斯图。

解： 2^A={Φ，{a}}，2^B={Φ， {a}, {b}, {a,b}}

2^C= {Φ， {a}, {b}, {c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}



DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---可比较的

定义：设<A, ≤ >是一个偏序集，对任意x, y∈A，如果x ≤ y或y ≤ x，则称x与y是可比较的。否则， x与y是不可比较的。

例5.10

1) 集合A={a,b,c}，偏序集<2^A, ⊆ >中，{a}与{a,b}是可比较的，{a}与{b,c}不是可比较的。

2) 偏序集<R, ≤ >中，对任意x,y∈A，x与y都是可比较的。

3) 偏序集<Z, ≤ >中，对任意x,y∈A，x与y都是可比的。

4) 偏序集< N^+,| >中，2与3是不可比较的；2与6是可比较的；2与8是可比较的；6与8是不可比较的.

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---偏序集中的特殊元素

设<A,≤>是偏序集，a是A的一个元素。

1) **若对任意b∈A,都有b≤a,则称a为A中的最大元。**

2) **若对任意b∈A,都有a≤b,则称a为A中的最小元。**

3) **若对任意b∈A, 或者b≤ a，或者b与a不可比较, 则称a为A中的极大元。**

4) **若对任意b∈A,或者a≤ b，或者b与a不可比较,则称a为A中的极小元。**

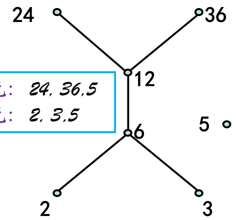
不是所有的偏序集都有这些特殊元素，如 <Z, ≤ >
有限偏序集总存在这些特殊元素的两种;

从Hasse图中很容易找出上述特殊元素

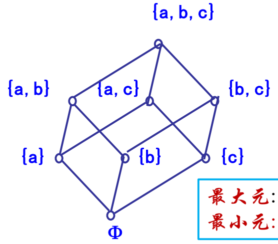
DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---偏序集中的特殊元素

例5-11 从下列Hasse图中找出最大(小)元 或 极大(小)元



极大元: 24, 36,5
极小元: 2, 3,5



最大元: {a,b,c}
最小元: Φ

步骤1: 判断大小元

大元一般位于哈斯图的顶端，往上再无边

小元一般位于哈斯图的底端，往下再无边

步骤2: 判断最和极

极大(小)元: 非唯一

最大(小) 元: 唯一

08:46 29

29

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---偏序集中的特殊元素

除了偏序集A的最值/极值，我们更关心A中那些与A的子集中元素都可比较的特殊元素

设<A, ≤ >是偏序集，B⊆A，a∈A

1) 若对任意b∈B,都有b≤ a,则称a为B的上界。

2) 若对任意b∈B,都有a≤ b,则称a为B的下界。

3) 若对B的任何一个上界c∈A，若均有a≤ c, 则称a为B的 最小上界。

4) 若对B的任何一个下界c∈A, 若均有c ≤ a,则称a为B的 最大下界。

注意：上下界均针对于子集B而言，且上下界可以不属于B。
子集B可能有，也可能没有上下界

08:46

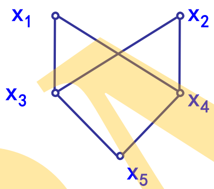
30

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---偏序集中的特殊元素

例5.12

设A = {x_1,x_2,x_3,x_4,x_5}， A上定义偏序集<A,≤> 的哈斯图如下，求B = {x_3,x_4,x_5}的最大(小)元、极大(小)元、上(下)界、最小上界、最大下界。



解：对自己B而言

最大元：无； 最小元：x_5；

极大元：x_3,x_4； 极小元：--；

上界：x_1,x_2； 下界：x_5；

最小上界：无；最大下界：x_5。

08:46 31

31

DMS Chapter 5 特殊关系

5.2 偏序关系
---偏序集中的特殊元素

例5-13 设集合A = {1,2,3,4,5,6,7,8,12}，| 是A上的整除关系，则<A，| >是偏序集，考虑A的子集：B_1 = {2,3,6}，B_2 = {2,3,5,7}，B_3 = A。
求出B_1，B_2，B_3的最大(小)元、极大(小)元、上(下)界、最小上界、最大下界。

集合	最大元	最小元	极大元	极小元	上界	下界	最小上界	最大下界
B_1	6	无	--	2,3	6,12	1	6	1
B_2	无	无	2,3,5,7	2,3,5,7	无	1	无	1
B_3	无	1	5,7,8,12	--	无	1	无	1

08:46

32

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
---全序集

全序集：设<A,≤>是一个偏序集，若对任意x,y∈A， x与y都是可比较的，则称<A,≤>为全序集(也称线序集)，称“≤”为A上的一个全序关系(或线序关系)。

链：设<A,≤>是一个偏序集，B是A的一个子集，如果<B,≤>是一个全序集，则称B为A中的一条链。链中元素数目减1称为该链的长度。全序集也是一条链

全序集的三个名称，从不同角度反映了全序集的特征：

- 由于全序集中任意两个元素都是可比的，即任意两个元素都有一个次序，所以叫做全序；
- 如果规定“x ≤ y，则x排前y排后”，那么全序中的所有元素将排成一条线，所以叫做线序；
- 由于全序集的哈斯图像一条链子，故称为链。

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

08:46 33

33

DMS Chapter 5 特殊关系

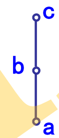
5.3 全序集与良序集
---全序集

例5-11 几个全序集

1) 集合A = {a,b,c}上定义的关系

   R = {<a,a>,<b,b>,<c,c>,<a,b>,<b,c>,<a,c>}

   是一个全序关系，<A, R >的哈斯图如右图。



2) 实数集合R上定义的“≤”是全序关系，< R,≤>是全序集。

3) 集合A = {a，b}，偏序集<2^A,⊆>不是全序集；

   但 <{Φ,{a}},⊆> 是 偏序集<2^A,⊆>的一条长度为1的链；

   <{Φ,{a},{a,b}},⊆> 是 偏序集<2^A,⊆>的一条长度为2的链

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

08:46

34

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
---良序集

- **良序关系与良序集**

  设< A,≤>是一偏序集，若A的任何一个非空子集都有最小元，则“≤”称为良序关系，简称良序，此时<A,≤>称为良序集。

- **良序集一定是全序集**

  例：集合A = {a,b,c}上的关系 R=<a,a>,<b,b>,<c,c>,<a,b>,<b,c>,<a,c>}

  是良序关系，也是全序关系

- **全序集却未必是良序集**

  例：实数集合R上定义的“≤”是全序关系，但不是良序关系。

  如 集合 A= {x | -∞ <x < 0} ⊆ R，但A没有最小元。

有限全序集一定是良序集。
无限全序集通常不是良序集

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

08:46 35

35

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
--偏序集到全序集的转化

在实际问题中,如程序控制流,数据分析流中,有时需要把一个非全序集的有限偏序集 转化全序集或良序集。

- **定义：设≤、≤'是集合A上的两个偏序关系。如果对∀a,b ∈ A,当a≤b时必导致a≤'b, 则称关系≤, ≤'是可比较的。**

  例 ‘整除 | ’ 和 ‘小于等于≤’ 是正自然数集上的两个偏序关系，且 ‘ | ’和 ‘≤’ 是可比较的,

  ∵ 对任何a,b ∈N^+，a | b时也有a ≤ b。

- **对于任何一个有限偏序集<A,≤>，能否定义一个 全序集 <A，≤'>，使≤与≤'可比较?**

  答案是肯定的。可以通过 ‘拓扑排序’ 来达到此目的。

四川大学 SICHUAN UNIVERSITY

08:46

36

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
--偏序集到全序集的转化

➢ 拓扑排序的定义：

设“≤”和“≤′”是集合A上的两个偏序关系，如果“≤”和“≤′”是可比较的，且<A，≤′>是全序集，则称全序集<A，≤′>是偏序集“<A，≤>”的一个拓扑排序。

➢ 拓扑排序：由**有限偏序集**构造一个**全序集**

输入：偏序集<A, ≤>，具体表现为哈斯图
输出：全序集<A, ≤′>，具体表现为一条链

➢ 定理：

任何**有限偏序集**都可以通过**拓扑排序**转变成**全序集**。

08:46 37

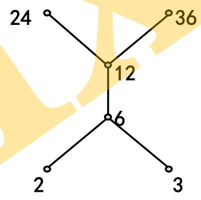
37

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
--偏序集到全序集的转化

拓扑排序步骤（从偏序集的哈斯图出发）：

1. 任选 <A, ≤> 哈斯图中一个极小元 x;
2. 从哈斯图中删除x及与其相连的边;
3. 如哈斯图为空，停止;否则重复执行
   ① 从当前哈斯图任选极小元 y ;
   ② 定义全序关系 $x \le' y$;
   ③ 从当前哈斯图中删除y及与其相连的边，并令 $x{:=}y$,



当停止时， 即偏序集<A,≤ > 转化为新的全序集 <A, ≤ '>

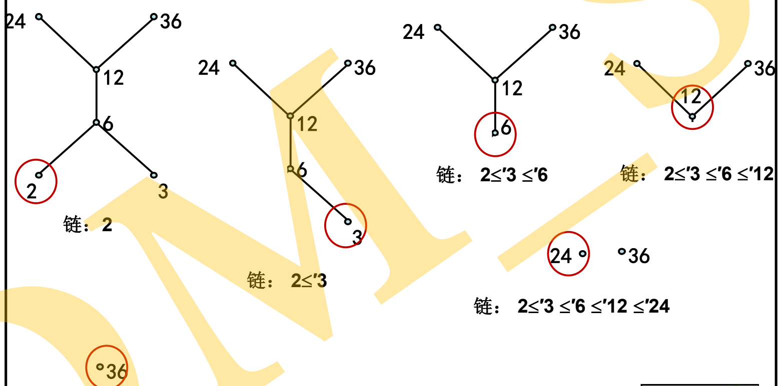
08:46

38

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
--偏序集到全序集的转化

例5.30 利用拓扑排序把偏序集 <{2,3,6,12,24,36}, | >转变为一个全序集



链：2≤'3 ≤'6≤'12≤'24 ≤'36 即为转化后的全序集

08:46 39

39

DMS Chapter 5 特殊关系

5.3 全序集与良序集
--偏序集到全序集的转化

由拓扑排序定义的全序关系**不是唯一**的

- ✓ 2≤'3 ≤'6 ≤'12 ≤'24 ≤'36,
- ✓ 2≤'3 ≤'6 ≤'12 ≤'36 ≤'24,
- ✓ 3≤'2 ≤'6 ≤'12 ≤'36 ≤'24,
- ✓ 3≤'2 ≤'6 ≤'12 ≤'24 ≤'36,

取决于中间步骤极小元的选择方式

08:46

40

5.3 全序集与良序集
--偏序集到全序集的转化

例5.31 利用拓扑排序把集合A = {a,b,c} 的幂集 2^A上的偏序集 $<2^A, \subseteq>$ 转变为一个全序集 $<2^A, \leq'>$

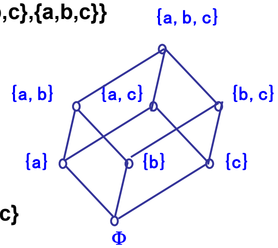
解： 1） 写出2^A = {Φ，{a}, {b}, {c},{a,b},{a,c},{b,c},{a,b,c}}

2） 画出偏序集 $<2^A, \subseteq>$的哈斯图

3） 对从哈斯图出发进行拓扑排序

得转化后的全序集 $<2^A, \leq'>$为：

Φ ≤'{a} ≤' {b} ≤'{c} ≤'{a,b} ≤' {a,c} ≤'{b,c} ≤'{a,b,c}



Chapter5 End