

一、单项选择题 (本大题共 15 小题, 每小题 1 分, 共 15 分)

提示: 在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在括号中。错选、多选或未选均无分。

1. 令 $F(x):x$ 是连续函数; $G(x):x$ 是可微分的。则语句“并非所有的连续函数都是可微的”可符号化为()
(A) $\sim(F(x) \rightarrow G(x))$
(B) $(\exists x)(F(x) \wedge G(x))$
(C) $\sim(\forall x)(F(x) \wedge G(x))$
(D) $\sim(\forall x)(F(x) \rightarrow G(x))$
2. 下列语句中是真命题的是 ()。
(A) 我正在说谎。
(B) 如果图的邻接矩阵是对称阵, 那么该图为无向图。
(C) 如果 $1+2=5$, 那么雪是黑的。
(D) 如果 $1+2=3$, 那么雪是黑的。
3. 设集合 $A=\{a, b, c\}$, 则 A 上所有非等价的二元关系 () 个。
(A) 512
(B) 506
(C) 507
(D) 509
4. 设 R 和 S 都是集合 A 上的二元关系, 且 R 和 S 同时具有传递性, 经下列运算后得到 A 上的一个新关系, 仍然具有传递性的是 ()
(A) R^{-1}
(B) $R \cup S$
(C) $R \circ S$
(D) \bar{R}
5. 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, 下列关系中 () 为等价关系。
(A) $R_1=\{<1, 1>, <1, 2>, <2, 1>, <3, 3>\};$
(B) $R_2=\{<1, 1>, <1, 3>, <2, 2>, <3, 1>, <3, 3>, <4, 4>\};$

- (C) $R_3 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \};$
- (D) $R_4 = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}.$
6. 设 G 、 H 是一阶逻辑公式, P 是一个谓词, $G = \exists x p(x)$, $H = \forall x p(x)$, 则一阶逻辑公式 $G \rightarrow H$ 是().
- (A) 永真式
- (B) 永假式
- (C) 可满足式
- (D) 前束范式
7. 3 次对称群 S_3 的集合中含有 () 个元素。
- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6
8. 有向图 G 中有 9 个顶点, 连通分支数为 2, 该图对应的关联矩阵的秩为 ().
- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 7
9. 一个含有 3 个命题变元公式, 该公式相应的主合取范式有 8 项极大项, 那么该公式为().
- (A) 矛盾式;
- (B) 永真式;
- (C) 不可满足式;
- (D) A,B,C 均不正确。
10. 设 $A = \{1, 2, 8, 10, 16, 23\}$, 定义在 A 上的一个等价关系 R 为模 3 同余, 则 R 产生 A 上的

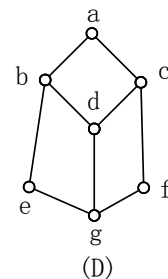
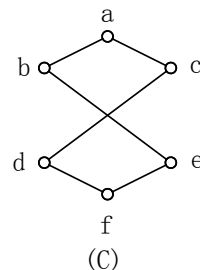
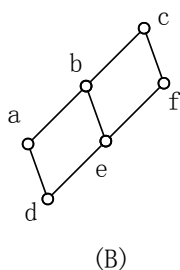
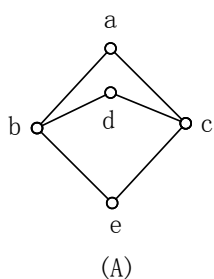
一个划分共有 () 个分块。

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 无法确定

11. 设 $S = \{3^m \times 5^n \mid m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{Z}\}$, \mathbb{Z} 为整数, $*$ 为普通乘法, 代数系统 $\langle S, * \rangle$ 的么元是 ()。

- (A) $3^0 \times 5^0$
- (B) $3^1 \times 5^1$
- (C) $3^{-1} \times 5^{-1}$
- (D) 不存在的

12. 下面偏序集的哈斯图中, 哪一个不构成格 ()



13. 在自然数集合 \mathbb{N} 中, 设 \geq 表示大于等于关系, 则 $\langle \mathbb{N}, \geq \rangle$ 是 ()。

- (A) 有界格
- (B) 有补格
- (C) 分配格
- (D) 前面都是错误的

14. 下列等价关系正确的是 ()。

- (A) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall x(P(x)) \vee \forall x(Q(x))$
- (B) $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall x(P(x)) \wedge \forall x(Q(x))$
- (C) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow \forall x(P(x)) \rightarrow \forall x(Q(x))$

(D) $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Leftrightarrow \exists x(P(x)) \rightarrow \exists x(Q(x))$

15. 设集合 $A=\{1,2,3,\dots,10\}$, 下面定义的哪种运算关于集合 A 是不封闭的? ()

(A) $x*y=\max\{x,y\}$

(B) $x*y=\text{GCD}(x,y)$, 即 x,y 的最大公约

(C) $x*y=\min\{x,y\}$ 数

(D) $x*y=\text{LCM}(x,y)$, 即 x,y 的最小公倍数

二、多项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

提示: 在每小题列出的五个备选项中有二个至五个是符合题目要求的, 请将其代码填写在括号中。错选、多选、少选或未选均无分。

1. 下列两个集合等势的有 ()

(A) $(0,1)$ 和 $[0,1]$

(B) $(0,1)$ 和自然数集合 \mathbb{N}

(C) $(-\infty, +\infty)$ 和 $(0, +\infty)$

(D) 自然数集合 \mathbb{N} 和 $X=\{(m,n) | m,n \in \mathbb{N} \wedge m \leq n\}$

(E) 偶数集 \mathbb{E}^+ 和自然数集合 \mathbb{N}

2. 设 G 是一个 45 阶群, $a \in G$, 则 a 的周期可能是()。

(A) 1

(B) 5

(C) 9

(D) 45

(E) 7

3. 下述二元关系中可能存在的有 ()

(A) 既是自反的, 又是反自反的。

(B) 既是对称的, 又是自反的。

(C) 既是对称的, 又是反对称的。

(D) 既是自反的, 反对称的, 又是传递的。

(E) 既是反自反的, 对称的, 又是传递的。

4. A, B 均为合式公式, 且 $A \Leftrightarrow B$, 则 ()。

(A) $A \rightarrow B$ 为重言式;

(B) A 的对偶式为 A^* , $A^* \rightarrow A$ 为重言式;

(C) B 的对偶式为 B^* , $B \rightarrow B^*$ 为矛盾式;

(D) A 的对偶式 $A^* \Rightarrow B$;

(E) $A \leftrightarrow B$ 为重言式。

5. 设 $A=\{1\}$, $B=\{1,\{1\}\}$, 则()。

(A) $A \in B$

(B) $A \subseteq B$

(C) $\{A\} \in B$

(D) $\{A\} \subseteq B$

(E) $\{A\} \subset B$

三、填空题 (本大题共 15 空, 每空 1 分, 共 15 分)

1. 设 G 是平面图, G 有 8 个面, 每个面的度数都是 3, 则 G 有()条边, G 有()个顶点。

2. 数集 $A=\{1, 2, 3\}$ 与运算 “min” 构成的代数系统的零元是()。

3. A 是含有 3 个元素的集合, 在 A 上可以定义()个不同的等价关系。

4. 公式 $\forall x \exists y P(x,y)$ 在 $D=\{a,b\}$, $\begin{matrix} P(a,a) & P(a,b) & P(b,a) & P(b,b) \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$ 的解释下真值为()。

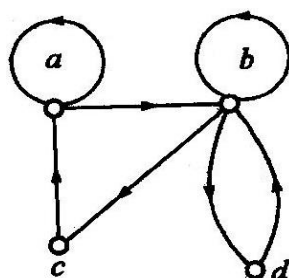
5. 设 R 是 $A=\{1,2,4,6,8,9,18\}$ 上的整除关系, 子集 $B_1=\{4,6\}$ 关于整除的最大下界(), 最小上界(); 子集 $B_2=\{2,4,6\}$ 关于整除的最大元(), 最小元()。

6. 实数集 R 上有二元运算: $a*b=a+b-ab$, 运算 $*$ 的零元是()。

7. 一幅标准的 52 张扑克牌中, 至少摸出()张才能保证选出的牌中至少有 3 张是同样花色的。
8. 若集合 $A, |A| \geq 1$, 那么 A 上有()个反自反的关系, A 上有()个既不是自反的又不是反自反的关系。
9. 无向完全图 K_3 的不同构的生成子图有()个。
10. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, σ 和 τ 是 M 上的两个置换, $\sigma = (1 \ 3 \ 5)(2 \ 4)$, $\tau = (1 \ 4 \ 5)(2 \ 3)$, 则 $\tau^{-1}\sigma^{-1} = (\quad)$ 。

四、分析及演算题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 用邻接矩阵求右图长度为 7 的通路总数 (不含回路)。



2. 设函数 $f: R \times R \rightarrow R \times R$, f 定义为: $f(\langle x, y \rangle) = \langle x + y, x - y \rangle$ 。
- 1) 求逆函数 f^{-1} 。
 - 2) 求复合函数 $f^{-1} \circ f$ 和 $f \circ f$ 。
3. 设 $S = Q \times Q$, Q 为有理数集合, $*$ 为 S 上的二元运算: 对任意 $(a, b), (c, d) \in S$, 有 $(a, b) * (c, d) = (ac, ad + b)$, 求出 S 关于二元运算 $*$ 的单位元, 以及当 $a \neq 0$ 时, (a, b) 关于 $*$ 的逆元。
4. 设无向图 $G = \langle V, E \rangle$ 共有 169 条边, 其中 4 个结点的度为 9, 其它各个顶点的度为 2, 试求无向图 G 的结点总数。
5. 学校食堂对 270 个大学生的调查显示: 64 人喜欢胡萝卜, 94 人喜欢花菜, 58 人喜欢油菜, 三种蔬菜都喜欢的人数为 14 人, 有 116 人对这三种蔬菜都不感兴趣。问这些被调查的学生中有多少人只对两种蔬菜感兴趣?

6. 在一个盗窃案中, 已知如下事实: (1) 王波或者李明是窃贼; (2) 王波是窃贼, 作案时间不会发生在夜间 12 点以前; (3) 若李明的证词正确, 则夜间 12 点时被盗物品所在房间灯光未灭; (4) 若李明的证词不正确, 则作案时间发生在夜间 12 点以前; (5) 夜间 12 点被盗房间的灯光灭了。根据以上事实, 请通过演绎推理找出偷窃者。

五、证明题 (本大题共 4 小题, 每题 5, 共 20 分)

1. 设 $\langle G, * \rangle$ 是一个群, H_1, H_2 是 G 的两个子群。证明 $H = H_1 \cap H_2$ 是 G 的子群。
2. 设 e 和 0 是关于 A 上二元运算 $*$ 的单位元和零元, 如果 $|A| > 1$, 则 $e \neq 0$ 。
3. 符号化语句: “有些病人相信所有的医生, 但是病人都不相信骗子, 所以医生都不是骗子”。并推证其结论。
4. 设 $G = (V, E)$ 是点度均为偶数的连通图。证明: 对任何 $v \in V$, $\omega(G - v) \leq d(v)/2$ 。

六、应用分析题 (本大题共 1 小题, 共 10 分)

在一个决策控制系统中由 A, B, C 三个关键因素决定结果, 其中 C 具有一票否决的权力, 然而决策要通过, 必须遵守少数服从多数的原则, 不允许弃权。请设计出这个系统的逻辑关系式, 如果要采用最少数量的逻辑元器件应该怎么设计; 如果只采用一种元器件组成, 最少需要几个“与非”逻辑。(请写出设计过程)