

1.6 命题公式的蕴涵

14:19



1

1.6 命题公式的蕴涵

➤ 蕴涵关系符 \Rightarrow :

设A和B是两个命题公式, 如果在任何解释下, A取值1时B也取值1, 则称公式A蕴涵公式B, 并记 $A \Rightarrow B$ 。

➤ $A \Rightarrow B$ 的具体解释 (需满足条件):

A取值=1时 B取值=1

➤ 定理: $A \Rightarrow B$ 当且仅当 $A \rightarrow B$ 为永真式。➤ 定理: $A \Rightarrow B$ 当且仅当 $\sim B \Rightarrow \sim A$

14:19



2

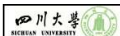
1.6 命题公式的蕴涵
---蕴含关系的性质

- ① 自反性: $A \Rightarrow A$
- ② 反对称性: 若 $A \Rightarrow B$, $B \Rightarrow A$, 则必有 $A \Leftrightarrow B$
- ③ 若 $A \Rightarrow B$ 且A为永真式, 则B必为永真式
- ④ 传递性: 若 $A \Rightarrow B$ 且 $B \Rightarrow C$, 则 $A \Rightarrow C$
- ⑤ 若 $A \Rightarrow B$ 且 $A \Rightarrow C$, 则 $A \Rightarrow B \wedge C$
- ⑥ 若 $A \Rightarrow C$ 且 $B \Rightarrow C$, 则 $A \vee B \Rightarrow C$
- ⑦ $A \wedge B \Rightarrow C$ 当且仅当 $A \Rightarrow B \rightarrow C$
- ⑧ $A \Rightarrow B$ 当且仅当 $A \wedge \sim B$ 是矛盾式

推理演绎中CP
规则的基础

反证法的基础

14:19



3

1.6 命题公式的蕴涵

如何确定两个命题公式A和B是否具有蕴涵关系?

➤ 真值表法

写出A, B的真值表, 根据定义进行判断 (即看表中A=1时是否 B=1)

➤ 根据定理: $A \Rightarrow B$ 当且仅当 $A \rightarrow B$ 为永真式,

判断 $A \rightarrow B$ 其是否为永真式 (真值表, 等价变换均可)

➤ 利用基本等价式和基本蕴含式进行推理

14:19



4

1.6 命题公式的蕴涵
---基本蕴含关系式

$I_1: P \wedge Q \Rightarrow P, P \wedge Q \Rightarrow Q$ ✓✓	简化法则
$I_2: \sim (P \rightarrow Q) \Rightarrow P, \sim (P \rightarrow Q) \Rightarrow \sim Q$	
$I_3: P \Rightarrow P \vee Q, Q \Rightarrow P \vee Q$ ✓✓	扩充法则
$I_4: \sim P \Rightarrow P \rightarrow Q, Q \Rightarrow P \rightarrow Q$	
$I_5: P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$ ✓✓	假言推论
$I_6: \sim Q \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow \sim P$	拒取式
$I_7: \sim P \wedge (P \vee Q) \Rightarrow Q$ ✓✓	析取三段论
$I_8: P \wedge (\sim P \vee Q) \Rightarrow Q$	
$I_9: (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow P \rightarrow R$ ✓✓	假言三段论
$I_{10}: (P \leftrightarrow Q) \wedge (Q \leftrightarrow R) \Rightarrow P \leftrightarrow R$	等价三段论
$I_{11}: (P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow R$ ✓	二难推论
$I_{12}: (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \Rightarrow (P \wedge R) \rightarrow (Q \wedge S)$	
$I_{13}: (P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R) \Rightarrow Q \vee R$ ✓	归结原理

14:19



5

5

1.6 命题公式的蕴涵
---基本蕴含关系式例1: 证明假言推论 $P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$

证: $P \wedge (P \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \wedge (\sim P \vee Q) \Leftrightarrow (P \wedge \sim P) \vee (P \wedge Q)$
 $\Leftrightarrow F \vee (P \wedge Q) \Leftrightarrow P \wedge Q$

根据简化法则: $P \wedge Q \Rightarrow Q$ 有 $P \wedge (P \rightarrow Q) \Rightarrow Q$, 得证!

例2: 证明 二难推论

 $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow R$

证: 真值表法

例3: 证明 归结原理 $(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R) \Rightarrow Q \vee R$

证: 真值表法

14:19



6

1.6 命题公式的蕴涵

等价 \Leftrightarrow , 蕴含 \Rightarrow , 条件联结词 \rightarrow 三者的区别。

- ① \rightarrow 是逻辑联结词, $A \rightarrow B$ 是一个命题公式;
- ② \Rightarrow 是公式间关系符, $A \Rightarrow B$ 不是一个命题公式, 仅表示A, B间的蕴含关系。
- ③ \Leftrightarrow 是公式间关系符, $A \Leftrightarrow B$ 不是一个命题公式, 仅表示A, B间的等价关系。

14:19



7

7

1.6 基本要求

1. 掌握公式蕴含的定义
2. 牢记基本蕴含关系式: I_1, I_3, I_5, I_7, I_9

14:19



8

1.7 命题逻辑的推理方法



9

主要内容

- ✓ 推理的基本概念和推理形式
- ✓ 推理规则: 1) P规则; 2) T规则; 3) CP规则
- ✓ 推理方法:
 - ① 直接推理法: 基于P规则和T规则
 - ② 间接推理法: 基于CP规则; 反证法



14:19

10

命题逻辑推理的基本概念

命题演算的一个主要任务在于提供一种**正确的思维规律**, 即**推理规则**, 应用此规则从**一些前提**中推导出一个**结论**来, 这种推导过程称为**演绎或形式证明**

定义: 设 G_1, G_2, \dots, G_n, H 都是命题公式, 如果 $G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n \Rightarrow H$, 则称 H 是前提 G_1, G_2, \dots, G_n 的**有效结论**或**逻辑结果**,

记做 $\{G_1, G_2, \dots, G_n\} \Rightarrow H$

所谓有效, 指的是结论是前提的合乎逻辑的结果。即如果前提都为真, 那么结论也必然为真;

定理 $\{G_1, G_2, \dots, G_n\} \Rightarrow H$ 当且仅当 $(G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n) \rightarrow H$ 为永真式, 该定理是利用**真值表法**进行**有效结论判定**的依据。



14:19

11

11

命题逻辑的推理方法

如何确定结论**H**是否为前提 $\{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ 的有效结论呢?
即 公式 $G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n$ 是否蕴含公式 H ?

1. 真值表法

- ① 写出 $G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n$ 和 H 的真值表, 根据定义进行判断
- ② 写出 $(G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n) \rightarrow H$ 的真值表, 判断其是否为永真式

2. 通过演绎推理方法来确定



14:19

12

命题逻辑的演绎推理法

- 定义：设G是由一组命题公式 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\}$ 组成的集合，如果存在命题公式的有限序列： $H_1, H_2, \dots, H_n (=B)$ ，使得其中每个 H_i 或者是G中的一个公式，或者是由其前提 H_j ($j < i$) 利用基本等价式或基本蕴含式推出的有效结论，则称 $B (=H_n)$ 是G的逻辑结果（有效结论），或者称由G演绎出B。记做 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\} \Rightarrow B$
- 演绎推理方法：由G演绎出B的方法
- 直接演绎法：直接G出发，依据P规则和T规则推理出B
 - 间接演绎法：让B自身也参与到推导过程，最后证实B的正确性
 - ① CP规则演绎法： $A \wedge B \Rightarrow C$ 当且仅当 $A \Rightarrow B \rightarrow C$
 - ② 反证法： $A \Rightarrow B$ ，当且仅当 $A \wedge \sim B$ 是矛盾式



14:19

13

13

推理规则

直接演绎法

① P规则（前提引用规则）

在推导的过程中，可随时引入前提集中的任意一个前提；

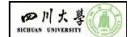
② T规则（逻辑结果引用规则）

在推导的过程中，利用基本等价式或基本蕴含式，由证明过程中某些中间公式变换出新的公式，若依据的是等价式，规则标明为TE，若依据的是蕴含式，规则标明为TI。

③ CP规则（附加前提规则）

如果能从给定的前提集合G与公式P推导出S，则能从前提集合G推导出 $P \rightarrow S$ 。

即 $G_1, G_2, \dots, G_n \Rightarrow P \rightarrow S$ 当且仅当 $G_1, G_2, \dots, G_n, P \Rightarrow S$



14:19

14

14

直接演绎法(利用P&T规则)

例7-1 判断下列结论是否为前提的有效结论

前提：

1. 如果明天天晴，我们外出旅游。
2. 明天的确天晴。

结论：我们外出旅游。

解： 设 P: 明天天晴
Q: 我们外出旅游

则问题符号化为：求证 $\{(P \rightarrow Q), P\} \Rightarrow Q$

证：	步骤	公式	依据规则（注释）
H1	1)	$P \rightarrow Q$	P
H2	2)	P	P
H3	3)	Q	T 1) 2) I

故 $\{(P \rightarrow Q), P\} \Rightarrow Q$



14:19

15

15

直接演绎法(利用P&T规则)

例7-2 判断下列结论是否为前提的有效结论

前提：

1. 如果他不努力学习，则他成绩不好。 $P \rightarrow Q$
2. 如果他成绩不好，则他考不上大学。 $Q \rightarrow R$

结论：如果他不努力学习，则他考不上大学。 $P \rightarrow R$

解： 设 P: 他不努力学习 Q: 他成绩不好 R: 他考不上大学

则问题符号化为：求证 $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\} \Rightarrow P \rightarrow R$

证：	步骤	公式	依据规则（注释）
H1	1)	$P \rightarrow Q$	P
H2	2)	$Q \rightarrow R$	P
H3	3)	$P \rightarrow R$	T 1) 2) I

故 $P \rightarrow R$ 是前提集 $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow R\}$ 的有效结论



14:19

16

DMS Chapter 1
命题逻辑

直接演绎法(利用P&T规则)

例7-3 判断下列结论是否为前提的有效结论

某女子在某日晚归家途中被杀害, 据多方调查确证, 凶手必为王某或陈某, 但后又查证, 作案之晚王某在工厂值夜班, 没有外出, 根据上述案情可得前提如下:

- 前提: 1. 凶手为王某或陈某。 $P \vee Q$
 2. 如果王某是凶手, 则他在作案当晚必外出。 $P \rightarrow R$
 3. 王某案发之晚并未外出。 $\sim R$

结论: 陈某是凶手。 Q

求证 $\{\sim R, (P \rightarrow R), (P \vee Q)\} \Rightarrow Q$

证: 步骤	公式	依据规则 (注释)
H1 1)	$P \rightarrow R$	P
H2 2)	$\sim R \rightarrow \sim P$	T 1) E
H3 3)	$\sim R$	P
H4 4)	$\sim P$	T 2) 3) I
H5 5)	$P \vee Q$	P
H6 6)	Q	T 4) 5) I

故 上述结论是已知前提的有效结论

14:19



17

17

DMS Chapter 1
命题逻辑

直接演绎法

例7.4 求证 $S \vee R$ 是前提 $\{P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S\}$ 的有效结论。

证: 步骤	Hn	规则
①	$P \vee Q$	P
②	$\sim Q \rightarrow P$	T ① E
③	$P \rightarrow R$	P
④	$\sim Q \rightarrow R$	T ② ③ I
⑤	$Q \rightarrow S$	P
⑥	$\sim S \rightarrow \sim Q$	T ⑤ E
⑦	$\sim S \rightarrow R$	T ⑥ ④ I
⑧	$S \vee R$	T ⑦ E

故 $\{P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S\} \Rightarrow S \vee R$

14:19



18

18

DMS Chapter 1
命题逻辑

直接演绎法

例7.5 对下述描述符号化, 并求证结论是前提的有效推论

如果今天是星期一, 则要进行离散数学或数据结构两门课程中的至少一门课的考试; 如果数据结构课的老师生病, 则不考数据结构; 今天是星期一, 并且数据结构的老师生病。所以今天进行离散数学的考试。

解: 1) 描述符号化

设 P: 今天是星期一;

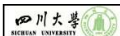
Q: 要进行离散数学考试;

R: 要进行数据结构考试;

S: 数据结构课的老师生病;

前提: $\{P \rightarrow Q \vee R, S \rightarrow \sim R, P, S\}$ 结论: Q

14:19



19

19

DMS Chapter 1
命题逻辑

直接演绎法

例7.5 (续)

2) 求证 Q 是前提 $\{P \rightarrow Q \vee R, S \rightarrow \sim R, P, S\}$ 的有效结论

步骤	Hn	规则
(1)	P	P
(2)	S	P
(3)	$S \rightarrow \sim R$	P
(4)	$\sim R$	T(2) (3) I
(5)	$P \rightarrow Q \vee R$	P
(6)	$Q \vee R$	T(5) I
(7)	Q	T(4)(6) I

故 $\{P \rightarrow Q \vee R, S \rightarrow \sim R, P \wedge S\} \Rightarrow Q$ 得证

14:19



20

DMS Chapter 1
命题逻辑

直接演绎法

例7.6 公安人员审查一件谋杀案，已确认下列情况是真的；

- (1) 会计张某或邻居王某至少有一个谋杀了厂长。
- (2) 如果会计张某谋杀了厂长，则谋杀不能发生在半夜。
- (3) 如果邻居王某的证词是正确的，则谋杀发生在半夜。
- (4) 如果邻居王某的证词不正确，则半夜时屋里灯光未灭。
- (5) 半夜时屋里灯光灭了，且会计张某曾贪污过。

请利用数理逻辑知识，有效推断谁是谋杀者？

解：1) 描述符号化

设 P: 会计张某谋杀了厂长

Q: 邻居王某谋杀了厂长

N: 谋杀发生在半夜。

O: 邻居王某的证词是正确的。

R: 半夜时屋里灯光灭了。

A: 会计张某曾贪污过。

前提：

- ① $P \vee Q$
- ② $P \rightarrow \sim N$
- ③ $O \rightarrow N$
- ④ $\sim O \rightarrow \sim R$
- ⑤ $R \wedge A$

14:19



21

21

DMS Chapter 1
命题逻辑

直接演绎法

$\{P \vee Q, P \rightarrow \sim N, O \rightarrow N, \sim O \rightarrow \sim R, R \wedge A\} \Rightarrow ?$

步骤	Hn	规则
证: ①	$R \wedge A$	P
②	R	T①I
③	$\sim O \rightarrow \sim R$	P
④	O	T②③I
⑤	$O \rightarrow N$	P
⑥	N	T④⑤I
⑦	$P \rightarrow \sim N$	P
⑧	$\sim P$	T⑥⑦I
⑨	$P \vee Q$	P
⑩	Q	T⑧, ⑨I

$\therefore \{P \vee Q, P \rightarrow \sim N, O \rightarrow N, \sim O \rightarrow \sim R, R \wedge A\} \Rightarrow Q$

结论是：邻居王某谋杀了厂长。

14:19



22

DMS Chapter 1
命题逻辑

Your turn

用直接演绎法证明归结原理

$$(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R) \Rightarrow Q \vee R$$

14:19



23

23

DMS Chapter 1
命题逻辑

命题逻辑的演绎推理法

➤ 定义：设G是由一组命题公式 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\}$ 组成的集合，如果存在命题公式的有限序列： $H_1, H_2, \dots, H_n (=B)$ ，使得其中每个 H_i 或者是G中的一个公式，或者是由其前提 H_j ($j < i$) 推出的有效结论，则称 $B (=H_n)$ 是G的逻辑结果（有效结论），或者称由G演绎出B。记做 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\} \Rightarrow B$

➤ 演绎推理方法：由G演绎出B的方法

➤ 直接演绎法：直接G出发，依据P规则和T规则推理出B

➤ 间接演绎法：让B自身或部分也参与到推导过程，最后证实B的正确性

① CP规则演绎法： $A \wedge D \Rightarrow C$ 当且仅当 $A \Rightarrow D \rightarrow C$

② 反证法： $A \Rightarrow B$ ，当且仅当 $A \wedge \sim B$ 是矛盾式

适合结论为 $D \rightarrow C$ 形式

14:19



24

① P规则 (前提引用规则)

在推导的过程中, 可随时引入前提集中的任意一个前提;

② T规则 (逻辑结果引用规则)

在推导的过程中, 利用基本等价式和蕴涵式, 由证明过程中某些中间公式变换出新的公式, 若依据的是等价式, 规则标明为TE, 若依据的是蕴涵式, 规则标明为TI。

适合结论为条件命题的推理

③ CP规则 (附加前提规则)

如果能从给定的前提集合G与公式P推导出S, 则能从前提集合G推导出 $P \rightarrow S$ 。

即 $\{G_1, G_2, \dots, G_n\} \Rightarrow P \rightarrow S$ 当且仅当 $\{G_1, G_2, \dots, G_n, P\} \Rightarrow S$

利用CP规则演绎

14:19



25

25

例7.7 证明 $R \rightarrow S$ 是前提 $\{P \rightarrow (Q \rightarrow S), \sim R \vee P, Q\}$ 的逻辑结果

证: 根据CP规则, 只需证 $\{P \rightarrow (Q \rightarrow S), \sim R \vee P, Q, R\} \Rightarrow S$

步骤	H_n	规则
①	R	CP (P)
②	$\sim R \vee P$	P
③	P	T①②I
④	$P \rightarrow (Q \rightarrow S)$	P
⑤	$Q \rightarrow S$	T③④I
⑥	Q	P
⑦	S	T⑤⑥I

$\therefore R \rightarrow S$ 是 $\{P \rightarrow (Q \rightarrow S), \sim R \vee P, Q\}$ 的逻辑结果

14:19



26

例: 证明下列蕴含式

$$\{P \rightarrow (Q \rightarrow R), (R \wedge S) \rightarrow E, \sim B \rightarrow (S \wedge \sim E)\} \Rightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow B)$$

(P25,20(3))



14:22

27

27

证明下面各蕴含式

1. $((P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)) \wedge ((S \vee E) \rightarrow B) \Rightarrow P \rightarrow B$
(P25,20(2))

2. $(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R) \Rightarrow Q \vee R$ (归结原理)



14:19

28

- 定义：设G是由一组命题公式 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\}$ 组成的集合，如果存在命题公式的有限序列： $H_1, H_2, \dots, H_n (=B)$ ，使得其中每个 H_i 或者是G中的一个公式，或者是由其前提 H_j ($j < i$) 推出的有效结论，则称 $B (=H_n)$ 是G的逻辑结果（有效结论），或者称由G演绎出B。记做 $\{G_1, G_2, \dots, G_m\} \Rightarrow B$

- 演绎推理方法：由G演绎出B的方法

➤ 直接演绎法：直接G出发，依据P规则和T规则推理出B

➤ 间接演绎法：让B自身也参与到推导过程，最后证实B的正确性

- ① CP规则演绎法： $A \wedge B \Rightarrow C$ 当且仅当 $A \Rightarrow B \rightarrow C$
 ② 反证法： $A \Rightarrow B$ 当且仅当 $A \wedge \sim B$ 是矛盾式



14:19

29

29

- 根据蕴涵关系的性质 8,

$A \Rightarrow B$, 当且仅当 $A \wedge \sim B$ 是矛盾式

- 反证法:

将结论的否定加入到前提集合中，构成一组新的前提
 然后证明这组新的前提集合是不相容的，即蕴涵一个矛盾式。

即，若 $\{G_1, G_2, \dots, G_n, \sim H\} \Rightarrow F$
 则 $\{G_1, G_2, \dots, G_n\} \Rightarrow H$



14:19

30

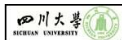
30

例7.8 证明： $\{R \rightarrow \sim Q, R \vee S, S \rightarrow \sim Q, P \rightarrow Q\} \Rightarrow \sim P$

证：依据反证法，只需证 $\{R \rightarrow \sim Q, R \vee S, S \rightarrow \sim Q, P \rightarrow Q, P\} \Rightarrow F$

步骤	H_n	规则
①	P	P
②	$P \rightarrow Q$	P
③	Q	T ① ② I
④	$S \rightarrow \sim Q$	P
⑤	$\sim S$	T ③ ④ I
⑥	$R \vee S$	P
⑦	R	T ⑤ ⑥ I
⑧	$R \rightarrow \sim Q$	P
⑨	$\sim Q$	T ⑦ ⑧ I
⑩	$Q \wedge \sim Q \Rightarrow F$ (矛盾式)	T ③ ⑨ E

$\therefore \{R \rightarrow \sim Q, R \vee S, S \rightarrow \sim Q, P \rightarrow Q\} \Rightarrow \sim P$



14:19

31

31

证明下面各蕴含式

1. $\sim P \vee Q, R \rightarrow \sim Q \Rightarrow P \rightarrow \sim R$
 (P25,20(1))

2. $\{R \rightarrow Q, R \rightarrow S, Q \rightarrow E, S \rightarrow B, \sim(E \wedge B), P \rightarrow R\} \Rightarrow \sim P$
 (P25,20(4))

3. $(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R) \Rightarrow Q \vee R$ (归结原理)



14:19

32

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---反证法

例7.9 证明下面论述的有效性。

在意甲比赛中有四支球队，其比赛情况如下：

如果国际米兰队获得冠军，则AC米兰队或尤文图斯队获得亚军；
若尤文图斯队获得亚军，国际米兰队不能获得冠军；若拉齐奥队获得亚军，则AC米兰队不能获得亚军；最后，国际米兰队获得冠军。所以，拉齐奥队不能获得亚军。

解：设 P：国际米兰队获得冠军；

Q：AC米兰队获得亚军；

R：尤文图斯队获得亚军；

S：拉齐奥队获得亚军；

原命题可符号化为：

求证： $\{P \rightarrow Q \vee R, R \rightarrow \sim P, S \rightarrow \sim Q, P\} \Rightarrow \sim S$

14:19



33

33

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---反证法

例7.9 $\{P \rightarrow Q \vee R, R \rightarrow \sim P, S \rightarrow \sim Q, P\} \Rightarrow \sim S$

证：依据反证法，只需证 $\{P \rightarrow Q \vee R, R \rightarrow \sim P, S \rightarrow \sim Q, P, S\} \Rightarrow F$

步骤	Hn	规则
(1)	S	P
(2)	$S \rightarrow \sim Q$	P
(3)	$\sim Q$	T(1)(2) I
(4)	$P \rightarrow Q \vee R$	P
(5)	P	P
(6)	$Q \vee R$	T(4)(5) I
(7)	R	T(3)(6) I ₅
(8)	$R \rightarrow \sim P$	P
(9)	$\sim P$	T(7)(8) I
(10)	$P \wedge \sim P \Leftrightarrow F$	T(5)(9) E

所以，拉齐奥队不能获得亚军

逻辑性弱
引入消解规则

14:19



34

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---利用消解实现反证法

定义：设 $C_1 = L \vee C_1'$, $C_2 = \sim L \vee C_2'$ 是两个子句，称 C_1 和 C_2 为**互补式**，根据归结原理有： $C_1 \wedge C_2 \Rightarrow C_1' \vee C_2'$ ，称**新子句** $C_1' \vee C_2'$ 为 C_1 和 C_2 的**消解式** (归结式)。

实际上，互补式 C_1 和 C_2 的消解式 $C_1' \vee C_2'$ 仅有三种形式：

- ① $C_1 = A \vee B, C_2 = \sim A \vee D$,
则 C_1 和 C_2 的消解式为 $B \vee D$
- ② $C_1 = A, C_2 = \sim A \vee B$
则 C_1 和 C_2 的消解式为 B
- ③ $C_1 = A, C_2 = \sim A$
则 C_1 和 C_2 的消解式为 $F (\square)$

归结原理

14:19



35

35

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---利用消解实现反证法

利用消解规则进行反证推理，其过程为：

- 1) 从 $\{G_1, G_2, \dots, G_n, \sim H\}$ 出发。
- 2) 将 $G_1 \wedge G_2 \wedge \dots \wedge G_n \wedge \sim H$ 转化成**合取范式**，
如： $\sim R \wedge (P \vee R) \wedge (\sim P \vee Q) \wedge (\sim P \vee R)$ 的形式
- 3) 将合取范式中的所有子句（即析取式）构成子句集合 S ，
如： $S = \{\sim R, P \vee R, \sim P \vee Q, \sim P \vee R\}$
- 4) 对 S 使用**消解规则**：寻找 S 中的**互补式**，对其消解，将所得消解式放回 S 中
如：对互补子句 $P \vee R$ 与 $\sim P \vee R$ 作消解后，
 $S = \{\sim R, \sim P \vee Q, P \vee R, \sim P \vee Q, R\}$
- 5) 重复4)，直至出现矛盾式（称为空子句，记为 \square ）

消解方法的机械性很明显

14:19



36

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---利用消解实现反证

例7-10: 如果公司的利润高, 那么公司有个好经理或它是一个好企业且大体上是个好的经营年份。现在的情况是: 公司的利润高, 不是一个好的经营年份。要证明, 公司有个好经理。

解: 设 A: 公司的利润高
B: 公司有个好经理
C: 公司是个好企业
D: 是个好的经营年份

则 原题可符号化为: 求证 $\{A \rightarrow (B \vee (C \wedge D)), A, \sim D\} \Rightarrow B$
根据反证法只需证明 $\{A \rightarrow (B \vee (C \wedge D)), A, \sim D, \sim B\} \Rightarrow F$
用消解法实现

- (1) $A \rightarrow (B \vee (C \wedge D))$
 $\Leftrightarrow \sim A \vee B \vee (C \wedge D)$
 $\Leftrightarrow (\sim A \vee B \vee C) \wedge (\sim A \vee B \vee D)$
 (2) $S = \{\sim A \vee B \vee C, \sim A \vee B \vee D, A, \sim D, \sim B\}$



14:19

37

37

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---利用消解实现反证

例7-10 (续)

(3) 对S使用消解规则

消解步骤	S
	$\{\sim A \vee B \vee C, \sim A \vee B \vee D, A, \sim D, \sim B\}$
$R(\sim A \vee B \vee D, A) = B \vee D$	$\{\sim A \vee B \vee C, \sim A \vee B \vee D, A, \sim D, \sim B, B \vee D\}$
$R(B \vee D, \sim D) = B$	$\{\sim A \vee B \vee C, \sim A \vee B \vee D, A, \sim D, \sim B, B \vee D, B\}$
$R(B, \sim B) = \square$	

(4) $\{A \rightarrow (B \vee (C \wedge D)), A, \sim D\} \Rightarrow B$ 得证



14:19

38

38

DMS Chapter 1
命题逻辑间接演绎法
---利用消解实现反证

求证 $S = \{\sim A \vee B \vee C, \sim A \vee B \vee D, A, \sim D, \sim B\} \Rightarrow F$

步骤	Hn	规则	
(1)	A	P	
(2)	$\sim A \vee B \vee D$	P	
(3)	$B \vee D$	T(1)(2) I	归结原理
(4)	$\sim B$	P	
(5)	D	T(3)(4) I	归结原理
(6)	$\sim D$	P	
(7)	$F(\square)$	T(5)(6) I	归结原理

故得证!



14:19

39

39

DMS Chapter 1
命题逻辑1.7 命题逻辑的推理方法
---推理方法总结

1. 真值表法 (也称语义推理)

- 着眼点是前提的真值和结论的真值之间的相互制约关系。
- 比较接近日常习惯的推理方式。它通过真值联系,间接地反应前提和结论的内涵间的联系。
- 根据前提 H_1, H_2, \dots, H_n 和结论 C , 构造条件式 $(H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n) \rightarrow C$ 的真值表,若它为永真式, 则结论 C 是有效的。

2. 演绎法 (重点要求)

- 直接演绎法, 仅利用P规则和T规则
- 间接演绎法
 - ① 利用CP规则演绎
 - ② 反证法: 基于推理规则, 基于消解规则



14:19

40

40

1.7 命题逻辑的推理方法

---基本要求

- 牢记各条推理规则的内容及名称
- 能够合理选择并熟练运用推理的各种方法（直接法、利用CP规则、反证法）对具体问题进行有效推理

14:19



41

41

Chapter 1 End



42