

一、单项选择题 (本大题共 15 小题, 每小题 1 分, 共 15 分)

提示: 在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在括号中。错选、多选或未选均无分。

1. 下列语句中是真命题的是 ()。
 - (A) 我正在说谎。
 - (B) 如果图的邻接矩阵是对称阵, 那么该图为无向图。
 - (C) 如果 $1+2=5$, 那么雪是黑的。
 - (D) 如果 $1+2=3$, 那么雪是黑的。
2. 下面关于集合等势正确的说法是 ()。
 - (A) 一个集合不可能和它的真子集等势;
 - (B) $(0,1)$ 和自然数集合等势;
 - (C) $(-\infty, \infty)$ 和 $(100, \infty)$ 等势;
 - (D) 素数集合与有限集合等势。
3. 判断下列命题哪个为真? ()
 - (A) $A - B = B - A \Rightarrow A = B$
 - (B) 空集是任何集合的真子集
 - (C) 空集只是非空集合的子集
 - (D) 若 A 的一个元素属于 B , 则 $A=B$
4. 设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, 下列关系中 () 为等价关系。
 - (A) $R_1=\{<1, 1>, <1, 2>, <2, 1>, <3, 3>\};$
 - (B) $R_2=\{<1, 1>, <1, 3>, <2, 2>, <3, 1>, <3, 3>, <4, 4>\};$
 - (C) $R_3=\{<1, 3>, <2, 2>, <3, 3>, <4, 4>\};$
 - (D) $R_4=\{<1, 1>, <1, 3>, <3, 2>, <4, 4>\}.$
5. 设 G, H 是一阶逻辑公式, P 是一个谓词, $G = \exists x p(x)$, $H = \forall x p(x)$, 则一阶逻辑公式

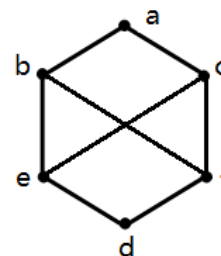
- $G \rightarrow H$ 是().
- (A) 永真式
(B) 永假式
(C) 可满足式
(D) 前束范式
6. 设集合 $A=\{1,2,3,\dots,10\}$, 下面定义的哪种运算关于集合 A 是不封闭的? ()
- (A) $x*y=\max\{x,y\}$
(B) $x*y=\min\{x,y\}$
(C) $x*y=\text{GCD}(x,y)$, 即 x,y 的最大公约数
(D) $x*y=\text{LCM}(x,y)$, 即 x,y 的最小公倍数
7. 含有 3 个命题变元, 2 个命题常元的命题公式有 () 种不同的解释。
- (A) 2^3 ;
(B) 3^2 ;
(C) 2^{2^3} ;
(D) 2^{3^2} 。
8. 已知 R 是二元关系, 且满足 $R = R^3$, 则下列 () 关系具有可传递性
- (A) R ;
(B) R^2 ;
(C) R^3 ;
(D) R^4 ;
9. 设命题公式 $G \Leftrightarrow \neg(P \rightarrow Q), H \Leftrightarrow P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$, 则 G 与 H 的关系是 ()
- (A) $Q \rightarrow H$
(B) $H \rightarrow G$
(C) $H \Rightarrow G$
(D) $G \Rightarrow H$

10. 若 $A-B=\Phi$, 则下列哪个结论不可能正确? ()

- (A) $A=\Phi$
- (B) $B=\Phi$
- (C) $A\subset B$
- (D) $B\subset A$

11. 右图描述的偏序集中, 子集 $\{b, e, f\}$ 的下界为 ()。

- (A) d, e ;
- (B) e, f, d ;
- (C) d ;
- (D) 无下界。



12. 有向图 G 中有 8 个顶点, 连通分支数为 3, 该图对应的关联矩阵的秩为 ()。

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 7

13. 一个含有 3 个命题变元公式, 该公式的主析取范式有 8 项极小项, 那么该公式为 ()。

- (A) 矛盾式;
- (B) 永真式;
- (C) 不可满足式;
- (D) A,B,C 均不正确。

14. 设 $A = \{1, 2, 8, 10, 16, 23\}$, 定义在 A 上的一个等价关系 R 为模 3 同余, 则 R 产生 A 上的一个划分共有 () 个分块。

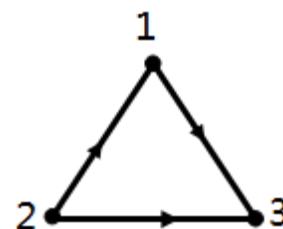
- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 无法确定

二、多项选择题 (本大题共 5 小题, 每小题 2 分, 共 10 分)

提示：在每小题列出的五个备选项中有二个至五个是符合题目要求的，请将其代码填写在括号中。错选、多选、少选或未选均无分。

1. 设 $A=\{1,2,3\}$ ，则右图所示 A 上的关系具有 ()。

- (A) 自反性
- (B) 反自反和传递性
- (C) 自反性和反对称性
- (D) 反对称性和传递性
- (E) 传递性



2. 下列命题公式中，() 在解释 $\{P, \sim Q, R\}$ 下为真。

- (A) $(P \wedge Q) \rightarrow R$
- (B) $(P \vee Q) \rightarrow R$
- (C) $(R \leftrightarrow Q) \rightarrow P$
- (D) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$
- (E) $\sim(P \wedge Q) \rightarrow R$

3. A, B 均为合式公式，且 $A \leftrightarrow B$ ，则 ()。

- (A) $A \rightarrow B$ 为重言式；
- (B) A 的对偶式为 A^* ， $A^* \rightarrow A$ 为重言式；
- (C) B 的对偶式为 B^* ， $B \rightarrow B^*$ 为矛盾式；
- (D) A 的对偶式 $A^* \Rightarrow B$ ；
- (E) $A \leftrightarrow B$ 为重言式。

4. 设如下命题：**A**：如果地上有水，则天上下雨；**B**：如果天上下雨，则地上有水；**C**：如果地上没有水，则天上不下雨；**D**：如果天上不下雨，则地上没有水；哪些命题等价的 ()。

- (A) A 与 B 等价；
- (B) A 与 D 等价；
- (C) A 与 C 等价；

(D) B)与 C)等价;

(E) B)与 C)等价

5. A,B,C 为任意集合, \emptyset 为空集, 下列结论中正确的是 ()

(A) $\emptyset \in \emptyset$

(B) $\emptyset \subseteq \emptyset$

(C) $2^A \cap 2^B = 2^{A \cap B}$

(D) $(A \cap B) = (A \cap C) \Rightarrow B = C$

(E) $A \oplus B = A \oplus C \Rightarrow B = C$

三、填空题 (本大题共 15 空, 每空 1 分, 共 15 分)

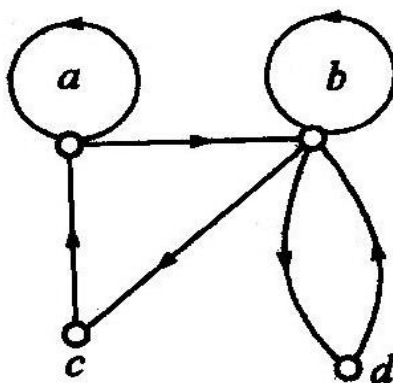
1. 一个连通平面图有 20 个顶点, 每个顶点都为 3 度, 那么这个平面图可被分割为 () 个面。
2. 若集合 $A, |A| \geq 1$, 那么 A 上有 () 个既是自反的又是对称的关系, A 上有 () 个反对称关系。
3. 设 R 是 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$ 上的整除关系, 子集 $B_1 = \{4, 6\}$ 关于整除的最大下界 (), 最小上界 (); 子集 $B_2 = \{2, 3, 6\}$ 关于整除的最大元 (), 最小元 ()。
4. 设 A, B 是集合, 若 $A \cap B = \Phi$, $|A| = n$, $|B| = m$, 则 $|2^A \cup 2^B| = ()$ 。
5. 谓词公式 $\forall x P(x, y) \wedge \forall y Q(x, y)$ 的前束范式为 ()。
6. 设个体域为整数集, 公式 $\forall x \exists y (x + y = 0)$ 的真值为 ()。
7. 集合 $A = \{a, b, c\}$, A 上关系 $R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle \}$, 关于 R 的传递关系 $t(R) = ()$ (注: 此处要求用集合的形式)。
8. 一幅标准的 52 张扑克牌中, 至少摸出 () 张才能保证色选出的牌中至少有 3 张是

同样花色的。

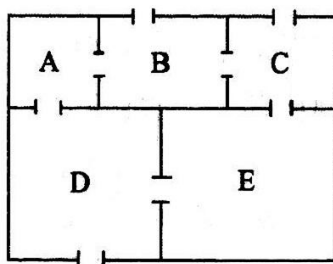
9. 实数集 \mathbf{R} 上有二元运算: $a * b = a + b - ab$, 运算 $*$ 的零元是 (), 运算 $*$ 的幂等元是 ()。
10. 设命题公式 $S = \neg(P \rightarrow (Q \wedge R))$, 则使公式 S 为真的解释有()。

四、分析及演算题 (本大题共 5 小题, 1-4 小题每题 5 分, 5 小题 10 分, 共 30 分)

1. 用邻接矩阵求右图长度为 7 的通路 (含回路) 总数。



2. 设无向图 $G = \langle V, E \rangle$, $|E| = 12$ 。已知有 6 个 3 度顶点, 其他顶点的度数均小于 3。问 G 中至少有多少个顶点?
3. 某地有 5 个风景点, 若每个风景点均有两条道路与其他点相通, 问有人可否经过每个风景点恰好一次而且游完这 5 处。
4. 设 $S = Q \times Q$, Q 为有理数集合, $*$ 为 S 上的二元运算: 对任意 $(a, b), (c, d) \in S$, 有 $(a, b) * (c, d) = (ac, ad + b)$, 求出 S 关于二元运算 $*$ 的单位元, 以及当 $a \neq 0$ 时, (a, b) 关于 $*$ 的逆元。
5. 下图表示一开发商所设计房屋的平面图, 缺口处表示门的位置。如果希望从户外进入该房屋, 穿过每个门一次并且恰好一次, 再回到户外, 目前的设计能实现这个愿望吗? 如果不能, 应该如何修改设计, 通过增加最少的门来实现这个愿望?



五、证明题 (本大题共 4 小题, 每题 5, 共 20 分)

1. 运用 CP 规则证明: $P \rightarrow \neg Q, \neg P \rightarrow R, R \rightarrow \neg S \Rightarrow S \rightarrow \neg Q$
2. 设简单平面图 G 中顶点数 $n=7$, 边数 $m=15$ 。证明: G 是连通的。
3. 设 e 和 0 是关于 A 上二元运算 $*$ 的单位元和零元, 如果 $|A| > 1$, 则 $e \neq 0$ 。
4. 设 9 阶无向图 G 中, 每个顶点的度数不是 5 就是 6, 证明 G 中至少有 5 个 6 度顶点或至少有 6 个 5 度顶点。

六、设计题 (本大题共 1 小题, 共 10 分)

已知某地区的交通网络图如下, 其中顶点 v_i 代表第 i 个居民小区, 边 (v_i, v_j) 表示小区 v_i 与 v_j 之间的公路, 边 (v_i, v_j) 上的权 ω_{ij} 表示相应公路的距离。若在该地区设立一个中心医院, 该医院应该设在哪个小区, 才能满足使离医院最远的小区居民就诊时走的路程最近。并画出各个小区到中心医院的路线图。

