

四川大学期中试题 (A)

(2021-2022 学年第 1 学期)

课程号: _____ 课程名称: 离散数学 任课教师: _____

适用专业年级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

注: 本试题由五个题目构成, 所有题目的答卷均写在答题单上, 写在本试题单上一律不给分, 交卷时只交答题单。

一、选择题 (本大题共 5 小题, 每题 3 分, 共 15 分) 在每小题列出的四个备选项中至少由一个是符合题目要求的, 请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或少选均无分)

1) 集合 A 上的所有置换都是 ()

A、自反的二元关系 B、单射 C、满射 D、对称的二元关系

2) 一个命题公式的主析取范式的极小项项数为 5, 其主合取范式的极大项项数为 11, 那么该命题公式的命题变元个数为()。

A、4; B、3; C、11; D、5。

3) 下列集合 X 和 Y 等势的是 (), 注 N 表示自然数集合, R 表示实数集合。

A、 $X=R, Y=N$; B、 $X=N, Y=2^N$;
C、 $X=N, Y$ 为集合 N 上二元关系; D、 $X=N, Y$ 为以 5 为分子的真分数;

4) 下列推理正确的有 ()。

A、 $\forall x \forall y p(x, y) \Leftrightarrow \forall x \exists y p(x, y)$; B、 $\exists x \exists y [p(x) \wedge q(y)] \Rightarrow \exists x p(x)$;
C、 $\forall x \exists y p(x, y) \Rightarrow \exists x \exists y p(x, y)$; D、 $\exists x \exists y p(x, y) \Rightarrow \exists x \forall y p(x, y)$ 。

5) 下列语句真值为 1 的有 ()。

A、如果 $1+2=4$, 则 $2+4=5$; B、集合间的等势关系是等价关系;
C、如果雪是白色的, 则人会长生不老; D、集合 A 的空关系具有自反性。

二、填空题 (本大题共 10 空, 每空 3 分, 共 30 分)

1) 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 那么在 A 上有 () 个具有对称性的二元关系; 有 () 个具有反对称性的二元关系, 有 () 个具有自反的、对称的和传递的二元关系; 集合 A 上有 () 个不同的置换。

2) 设 R 是 $A = \{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36\}$ 上的整除关系, 该偏序集 $\langle A, R \rangle$ 可转变为 () 种不同全序集。

3) 在论域 $D = \{a, b\}$ 内, $p(x, y)$ 的解释为 $\begin{matrix} P(a, a) & P(a, b) & P(b, a) & P(b, b) \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$, 则

$\forall y \exists x P(x, y) \rightarrow \exists x \forall y P(x, y)$ 的真值 ()。

4) 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$, σ 和 τ 是 M 上的两个置换, $\sigma=(1\ 3\ 5)(2\ 4)$, $\tau=(1\ 4\ 5)(2\ 3)$,

则 $\sigma \circ \tau = (\quad)$, $\tau^{-1} \circ \sigma = (\quad)$ 。

5) 设函数 $f: R \times R \rightarrow R \times R$, f 定义为: $f(\langle x, y \rangle) = \langle x+y, x-y \rangle$ 。其逆函数 $f^{-1}(\langle x, y \rangle) = (\quad)$, 复合函数 $f \circ f(\langle x, y \rangle) = (\quad)$

三、演算题 (本大题共 2 小题, 每小题 5 分 共 10 分)

1) 设 $A = \{a, b, c, d\}$, R 是 A 上的二元关系, 且 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, d \rangle\}$, 求 $r(R)$ 、 $s(R)$ 和 $t(R)$ 。

2) 3、某班有学生 60 人, 其中有 38 人会讲中文, 16 人会讲英文, 21 人会讲德文; 有 3 个人这三种语言都会讲, 有 2 个人这三种语言都不会讲, 问只会讲两门语言的学生数是多少?

四、证明题 (本大题共 3 小题, 第 1,2 小题 10 分, 第 3 小题 15 分, 共 35 分)

1) 证明 $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$ 是 $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$, $R \rightarrow (Q \rightarrow S)$ 的有效结论。

2) 运用推理规则证明 $\sim P(a) \wedge G(a)$ 是 $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x)))$, $\sim(Q(a) \wedge R(a))$, $S(a)$, $\forall x(S(x) \leftrightarrow G(x))$ 的有效结论。

3) 某小学生兴趣小组负责人正拟定在 30 天内对学生进行 45 课时的兴趣实践,要求每天至少 1 课时.证明:他无论如何安排,必然存在相继若干天内正好安排了 14 课时.

五、应用题（本大题共 1 小题，共 10 分，注：给出具体过程，无过程以 0 分计）

设集合 $A = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ ，以集合 A 上任意两元素的差被 3 整除为依据，

- 1) 试构建集合 A 上的二元关系 R 。
- 2) 试分析是否可以运用 1) 中的 R 对集合 A 进行划分。如果能？可将集合 A 划分为多少个子集，每个子集由哪些元素构成。