四川大学期中试题（A）

（2020-2021 学年第 1 学期）

课程号：__________ 课程名称：**离散数学** 任课教师：__________

适用专业年级：__________ 学号：__________ 姓名：__________

注：本试题由五个题目构成，所有题目的答卷均写在答题单上，写在本试题单上一律不给分，交卷时只交答题单。

一、选择题（本大题共 7 小题，每题 3 分，共 21 分）在每小题列出的四个备选项中至少由一个是符合题目要求的，请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分）

1）下列符号可认为是命题（　　　　）。

A、命题描述符号 P；　　B、$x \in D$，谓词符号 $P(x)$；

C、$x \in D$，符号 $\forall x P(x)$；　　D、给定任意 $x \in D$ 的属性判断 $P(x)$，符号 $\exists x P(x)$。

2）设 R 是 $A=\{a,b,c\}$ 上的二元关系，下列哪些关系可表示为 A 上的函数（　　　）。

A、$R=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}$；　B、$R=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&0&0\end{bmatrix}$；C、$R=\begin{bmatrix}1&0&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}$；　D、$R=\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix}$。

3）一个含有 3 个命题变元，4 个命题常元的命题公式，其主析取范式中存在 5 个极大项，那么该命题公式主合取范式中极小项的项数(　　　　　)。

A、4；　　B、3；　　C、11；　　D、5。

4）下列集合 X 和 Y 等势的是（　　　　），注 N 表示自然数集合，R 表示实数集合。

A、X=(-∞,+∞),Y=(0,1)；　　B、X=N,Y=2^N；

C、$X=N$，Y 为集合 N 上二元关系的集合；　　D、X=N,Y=R；

5）在集合论和逻辑学中，下式正确的有(　　　　)。

A、P∧～P⇒R∧Q；　　B、R→Q⇒P∨～P；

C、$2^A \cup 2^B = 2^{A\cup B}$（A，B 为集合）；　　D、若将该题选项 A，B，C 作为命题，则 $A \wedge B \wedge C = 0$。

6）下列推理正确的有（　　）。

A、$\forall x \forall y p(x,y) \Leftrightarrow \forall x \exists y p(x,y)$；B、$\exists x \exists y[p(x) \wedge q(y)] \Rightarrow \exists x p(x)$；

C、$\forall x \forall y p(x,y) \Rightarrow \forall x \exists y p(x,y)$；D、$\forall x \exists y p(x,y) \Rightarrow \exists x \exists y p(x,y)$。

7）下列语句是真命题（　　　　）。

A、如果1+2=3，则2+4=5；　　B、集合间的等势关系是等价关系；

C、如果雪是白色的，则人会长生不老；　　D、如果集合 A 的二元关系存在空关系，则集合 A 为空集。

二、填空题（本大题共 11 空，每空 2 分，共 22 分）

1）若集合 $A \sim N_5$，且 $N_5 = \{x \mid x \le 5, 且x属于正整数\}$，那么 A 上所有二元关系构成的集合，其基数为（　　　　）；其中满足反对称性，但不满足自反性和反自反性的关系构成的集合，其基数为（　　　　）；集合 A 上置换构成的集合，其基数为（　　　　　）。

2）设 R 是 A ＝{1，2，3，12，18，24}上的整除关系，偏序集<A,R>的极大元是(　　　)，极小元是（　　　），最小元是（　　）；偏序集<A,R>可转变为（　　　）种不同的全序集。

3）设 $p(x,y)$ 是如下一个解释：D＝{a,b}，$\dfrac{P(a,a)\ \ P(a,b)\ \ P(b,a)\ \ P(b,b)}{1\qquad 0\qquad 1\qquad 0}$，则∀x∃yP(x,y)的真值为（　　　　　），$\exists x \forall y P(x,y) \to \forall y \exists x P(x,y)$ 的真值（　　　　　）。

4）集合 M={1,2,3,4,5}，σ 和 τ 是 M 上的两个置换，σ= (1　3　5)（2　4），τ=(1　4　5)(2　3)，

则 $\tau^{-1}\sigma$ ＝（　　　　　　　　　）。

5）若 $A \sim N$，其中 N 为自然数集合，则 A 上二元关系构成的集合，其基数为（　　　）。

三、演算题（本大题共 2 小题，每小题 10 分　共 20 分 ）

1）　设集合 A＝{a，b，c}，试构造一个 A 上的关系 R 使其符合 a)和 b)条件，其中 a)同时不满足自反性和反自反性；b) 同时满足对称性、反对称性和传递性。并求 $sr(R), tr(R)$？

2）某班有 25 名学生，其中 14 人会打篮球，12 人会打排球，会打篮球和排球的有 6 人，会打篮球和网球的有 5 人，三种球均会打的有 2 人，会打网球的 6 人均会另外一种球，求这三种球都不会打的人数。

四、证明题（本大题共 2 小题，每题 12 分，共 24 分 ）

1）运用 CP 规则证明：A→(B→C)，C→(¬D∨E)，¬F→(D∧¬E), A=>B→F

2)某人正拟定在 37 天内对职工培训 60 个单位时间的计划,决定每天培训至少 1 个单位时间.证明:他无论怎样安排,必然存在相继的若干天,在这期间正好安排了 12 个单位培训时间.

五、应用题（本大题共 1 小题，共 13 分）

依据某规则集合 $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 上元素对 $< x_i, x_j >$ 存在相似性，其相似度为 $d(x_i, x_j)$，该相似度满足对称性。已知 A 中部分元素对的相似度为：$d(x_1,x_2)=0.5$，$d(x_1,x_3)=1$，$d(x_4,x_5)=0.8$，$d(x_i,x_i)=0, i=1,\cdots,5$ 其它元素对的相似度为正无穷大。根据元素对的相似度可定义 x_i, x_j 的二元关系 $x_i R x_j : x_i R x_j = \begin{cases} 1 & d(x_i,x_j)<2 \\ 0 & others \end{cases}$，能否以该二元关系为基础对集合 A 的元素进行划分？如果能？可将集合 A 划分为多少个子集，每个子集由哪些元素构成。（注：给出具体过程）