

离散数学

Review

期末考试题型及分值分配

- 单选 共 5 题 10%
- 填空 共 15 空 30%
- 计算证明题 共 6+2 题 30%+20%
- 非标准化应用题 共 1 题 10%

半期考前内容（数理逻辑+集合与关系）约40%

半期考后内容（图+代数结构）约60%

第三部分 图论 (1)

1. 掌握并能灵活运用欧拉(握手)定理 (结点度&面度)
2. 掌握简单 (n,m) 图, 完全图 K_n , 二部完全图 K_{n_1,n_2} 等概念
3. 熟悉连通图, 连通子图 (支), 支数 $\omega(G)$ 等概念
4. 熟悉图的几种子图构造方式及特点, 给定加权图, 能获得其最小代价生成子图 (可用数据结构相关算法处理)
5. 掌握图的邻接矩阵表示, 能利用邻接矩阵与道路的关系确定任意两点间的最短路径及距离, 能利用可达矩阵求有向图的强分图
6. 掌握图的关联矩阵表示, 以及关联矩阵的秩, 图的阶及支数三者之间的关系
7. 掌握分支为 k 的简单图/简单平面图 n, m, k 之间的关系, 并能灵活运用

第三部分 图论 (2)

- 掌握平面图的概念
- 会利用平面图的必要条件判断非平面图
 - 1) $n - m + f = 2$
 - 2) $m \leq 3n - 6$
 - 3) $m \leq \frac{k}{k-2}(n-2)$
 - 4) $n - m + f = 1 + w(G)$
 - 5) $m \leq 3n - 3w(G) - 3$
- 会灵活运用平面图的上述公式证明相关命题
- 掌握欧拉道路，欧拉回路，欧拉图的概念
 - 会灵活运用欧拉图的充要条件解决实际问题
 - 能解答中国邮递员问题
- 掌握哈密尔顿道路，哈密尔顿圈，哈密尔顿图概念
 - 会灵活运用哈密尔顿图的必要条件判断/证明给定图是非哈密尔顿图，用充分条件判断/证明给定图是哈密尔顿图

第四部分 代数结构

代数系统= 集合 (非空) + 运算 (封闭)

✓ 包含1个运算:

✓ 半群(闭, 结), 群(闭, 结, 幺, 逆), 群的性质 (消去律)

✓ 典型群: $\langle \mathbb{Z}, + \rangle, \langle \mathbb{R}, + \rangle, \langle \mathbb{Z}_k, \oplus \rangle, \langle \mathbb{R} - \{0\}, \times \rangle, \langle \mathbb{Z}_{11} - \{0\}, \otimes \rangle$ 等

✓ 包含2个运算:

✓ 格, 2运算有共性(结, 交, 幂等, 吸收), 分配格, 有补格

✓ 典型格: $\langle 2^A, \cap, \cup \rangle, \langle \{0,1\}, \wedge, \vee \rangle, \text{全序格}, \langle D_k, | \rangle;$

✓ 有补分配格, 布尔代数, $\langle \mathbf{B}, \vee, \wedge, \sim, \mathbf{0}, \mathbf{1} \rangle$

✓ 典型格: $\langle 2^A, \cap, \cup \rangle, \langle \{0,1\}, \wedge, \vee \rangle$

✓ 原子, $|\mathbf{B}|=2^n$, n : 原子数

给定代数系统

- 1) 能判定是否为群, 子群
- 2) 能判定是否为格
- 3) 能判定是否为有补分配格

二元运算的性质

➤ 封闭性

➤ 结合律

➤ 交换律

➤ 幂等律

能熟练判断常见运算及某新定义运算
(可能带参数) 在集合上是否满足

➤ 分配率

➤ 吸收率

理解概念，能对常见运算做出判断即可

特异元

可能带参数

零元
么元
幂等元
(可)逆元

能熟练判断常见运算及某新定义运算
在给定集合上是否有，若有，能用已
知的信息表示出来

补元
最大元
最小元

理解概念，能针对典型代数系统做
出判断即可

第一部分 数理逻辑

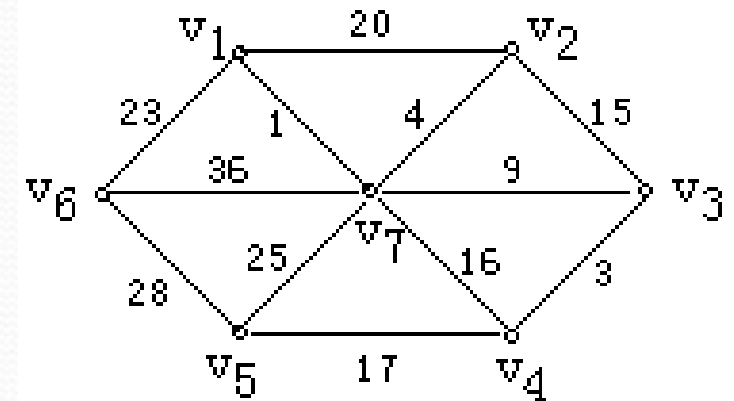
1. 掌握命题/谓词公式的等价, 蕴含: 给定两公式, 会判断是否有等价/蕴含关系
2. 给定一段有结论的描述, 能对其符号化, 并用演绎法进行逻辑推理
3. 给定公式, 能写出真值表, 并判断其是否为永真式 (重言式) 或 永假式 (矛盾式)
4. 给定公式, 能根据其真值表写出其极大项和极小项, 并利用极大项/极小项写出其主合取范式/主析取范式
5. 会将含量词的谓词公式转化为不含量词的公式; 给定解释, 能求出其真值

第二部分 集合与关系

1. 掌握幂集 $\rho(A)/2^A$ 的概念，元素个数
2. 掌握集合 A 上二元关系的几个性质的定义及特点， $|A|=n$
 - ✓ 自反 ($2^{n(n-1)}$ 个)，反自反 ($2^{n(n-1)}$ 个)
 - ✓ 对称 ($2^{n^2(n-1)/2}$ 个)，反对称 ($2^{n^3(n-1)/2}$ 个)
 - ✓ 传递 $R^2=R \rightarrow R$ 具有传递性
3. 会求给定关系的 自反/对称/传递 闭包
4. 掌握等价关系的定义，等价关系的特点及作用
5. 掌握偏序关系Hasse图，会求最大元，最小元，极大元，极小元，会求某一子集的(最小)上界，(最大)下界
6. 集合 A 上函数的定义，函数的复合运算及逆运算
7. 置换的定义，表示，复合运算及逆运算。
8. 集合的等势，cartor定理
9. 容斥原理，鹊巢定理

往年期末典型考题

1. 右图所示的赋权图表示某七个城市之间的直接通信线路造价（单位：万元），试给出一个设计方案，使得各城市之间既能够通信又使总造价最小。



2. 有向图 G 的结点集合为 $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ，已知其邻接矩阵如下，找出图中距离大于2的结点对。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

往年期末典型考题

- 设 p, q, r 是实数, \circ 为 R 上的二元运算

$$\forall a, b \in R \quad a \circ b = pa + qb + r$$

试分析 \circ 运算是否具有交换律、结合律和幂等律;
代数系统 $\langle R, \circ \rangle$ 是否有单位元和零元。

- 若无向连通简单图 G 的阶数为 n , 边数 $m = (n-1)(n-2)/2 + 2$, 证明 G 是哈密尔顿图
- 求 $(7, 15)$ 简单平面图连通分量个数