模拟试题Ⅱ 参考解答

一、单项选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	D	A	B	A	B	C	A	B	B	A	C	B	D

二、多项选择题

1	2	3	4	5
ABD	BD	AB	BCD	CD

三、填空题

1.（1）$\in$，（2）$\subseteq$。

2. 双射 ， 满射。

3. 14 ， 握手定理：$\sum_{v_i \in V} \deg(v_i) = 2|E|$。

4. 重言式 ，矛盾式 。

5. $\forall x \exists y (y > x)$,

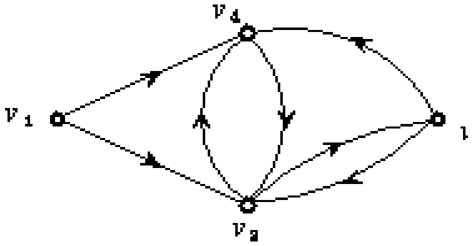
四、演算题

1、解：

$$R_1 \cap R_2 = \{<a,a>,<a,b>,<b,b>,<c,c>\}$$
$$R_1 \circ R_2 = \{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<b,a>,<b,c>,<b,b>,<c,c>\}$$
$$R_1^{-1} = \{<a,a>,<b,a>,<b,b>,<c,a>,<c,b>,<c,c>\}$$
$$r(R_1) = R_1 \qquad \mathrm{t}(R_1) = R_1$$
$$s(R_1) = \{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<c,a>,<b,a>,<b,c>,<c,b><b,b>,<c,c>\}$$

2、解 (1)求 G 的邻接矩阵为：

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



(2) 可达矩阵为 $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$。

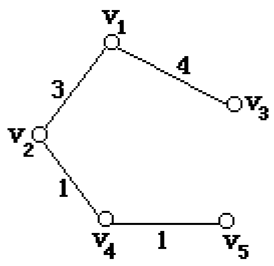
(3)因为$P \wedge P^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

所以{v_1}，{v_2， v_3， v_4}构成G的强分图。

3、解：此问题的最优设计方案即要求该图的最小生成树，

由破圈法或避圈法得最小生成树为：

其权数为 1+1+3+4 = 9 。



4、解：极大元：e

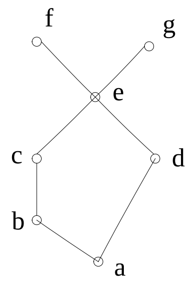
极小元：b, d

最大元：e

最小元：无

最小上界：e

最大下界：a



5、解：由题意：G={1, 2, 3, 4, 5, 6}, 运算为：$a \times_7 b = a \times b \bmod 7$。

1）$\forall a, b \in G, a \times_7 b = a \times b \bmod 7$，$1 \le (a \times_7 b) \le 6$，运算在 G 上封闭；

2）$\forall a, b, c \in G$, 有 $(a \times_7 b) \times_7 c = a \times_7 (b \times_7 c)$，满足结合性。

3）令 e=1，则有$\forall a \in G$，$a \times_7 1 = a \times 1 \bmod 7 = a$，$1 \times_7 a = 1 \times a \bmod 7 = a$，幺元为 1；

4）元素 1，6 逆元为自身，元素 2，4 互逆，元素 3，5 互逆，G 中每个元素都有逆元；

综上 1)，2)，3)，4)，$\langle G, \times_7 \rangle$构成群。

再计算元素的周期：

|1|=1, |2|=3, |3|=6, |4|=3, |5|=6, |6|=1, 周期为 6 的元素为生成元。

$\langle G, \times_7 \rangle$是循环群，生成元为 3，5。

五、证明题

1、∀x(P(x)∨Q(x))，∀x¬P(x)⇒∃x Q(x)

证明： (1)∀x¬P(x)　　　　　　　　P

(2)¬P(c)　　　　　　　　T(1)，US
(3)$\forall$x(P(x)∨Q(x))　　　　P
(4)P(c)∨Q(c)　　　　　　T(3)，US
(5)Q(c)　　　　　　　　　T(2)(4)，I
(6)$\exists$x Q(x)　　　　　　T(5)，EG

2、(同定理5.2)

3、设<R,*>是一个代数系统，*是R上二元运算，$\forall a,b \in R \quad a*b = a+b+a\cdot b$，则0是幺元且<R,*>是含幺半群。

证明：[幺]　$\forall a \in R$，$0*a = 0+a+0\cdot a = a$，$a*0 = a+0+a\cdot 0$

即 $0*a = a*0 = a \quad \therefore 0$为幺元

[闭] $\forall a,b \in R$，由于+，• 在R封闭。所以$a*b = a+b+a\cdot b \in R$即*在R上封闭。

[结] $\forall a,b,c \in R$

$(a*b)*c = (a+b+a\cdot b)*c = a+b+a\cdot b+c+(a+b+a\cdot b)\cdot c$

$= a+b+c+a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c+a\cdot b\cdot c$

$a*(b*c) = a+b+c+a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c+a\cdot b\cdot c$

所以 $(a*b)*c = a*(b*c)$

因此，〈R，*〉是含幺半群。