四川大学期末考试试题（闭卷）

（2016——2017 学年第 2 学期）　A 卷

课程号：201018030　课序号：　课程名称：概率统计（理工）　任课教师：　成绩：
适用专业年级：　学生人数：　印题份数：　学号：　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：考试时间 120 分钟。请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。这里的“样本”都是指“简单随机样本”。

附：标准正态分布的分布函数值：$\Phi(0.05)=0.5199, \Phi(0.24)=0.5948, \Phi(0.32)=0.6255,$
$\Phi(0.5)=0.6915, \Phi(0.63)=0.7357,\ \Phi(0.85)=0.8023, \Phi(1)=0.8413.$
$\Phi(1.14)=0.8729, \Phi(1.645)=0.9500, \Phi(1.96)=0.9750, \Phi(2)=0.9772.$

t 分位数：$t_{0.95}(25)=1.7081, t_{0.975}(25)=2.0595, t_{0.95}(24)=1.7109, t_{0.975}(24)=2.0639$

一、填空题(每小题 3 分，共 18 分，除不尽的结果请保留最简分数或指数形式)

1．“统计”的英文为“statistics”， 将它的 10 个字母随机排成一行，则刚好得到单词“statistics”的概率为_________.

2．随机变量 $X \sim P(1)$（泊松分布），则关于 y 的一元二次方程 $y^2-3y+2X=0$ 有两个不等实根的概率为_________.

3． A, B 为两随机事件，$P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$，$P(\bar{B}\mid A)=0.6$，则 $P(A\cup B)=$_________.

4．设 $(X,Y)\sim N(2,-1;4,9;-\frac{1}{3})$（正态分布），$Z=3X-Y$，则 $E(Z^2)=$_________ .

5．已知连续函数 $g(x)$ 满足 $\int_0^1 g(x)dx=3$，$\{X_k, k\geq 1\}$ 为独立同分布的随机变量序列，且 $X_k\sim U(0,1)$（均匀分布），则当 $n\to\infty$ 时， $Y_n=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} g(X_k)$ 依概率收敛于_________.

6．设 $X\sim N(1,16)$ 和 $Y\sim N(-1,4)$ 为两个相互独立的总体，X_1,X_2,X_3,X_4 和 Y_1,Y_2 分别为来自 X 和 Y 的两组样本，$\bar{X},\bar{Y}$ 分别为其样本均值， 则 $\bar{X}-\bar{Y}$ 服从_________分布（须写出分布参数）.

二、解答题 （共 82 分）

1.（**10** 分）若电源电压不超过 **200 V**, 某电子元件损坏的概率为 **0.1**；而若电源的电压在 **200 V** 与 **240 V** 之间时，此电子元件损坏的概率为 **0.002**；而当电源的电压超过 **240 V** 时，此电子元件损坏的概率则为 **0.3**. 设电源的电压服从正态分布 $N(220,400)$，试求：

（**1**）此电子元件损坏的概率；（结果保留三位小数）

（**2**）若此电子元件损坏了，求此时电压超过 **240 V** 的概率.（结果保留三位小数）

2.（**8** 分）已知某商品每周的销量独立地服从[10, 20]上的均匀分布，求某月前两周商品销量 Z 的密度函数.

3.（**10** 分）在国际市场上，每年对我国某种出口商品的需求量 X（单位：万吨）是一个随机变量，服从[4, 6]上的均匀分布. 若每售出一万吨，可得外汇 4 亿美元；如销售不出而积压，则每万吨需保养费 1 亿美元. 问应组织多少货源，才能使平均收益最大？

4.（15 分）设 (X,Y) 为区域 G 上的均匀分布，$G=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le x^2\}$.

（1）计算概率 $P\left(X\le\frac{3}{4}\,|\,Y=\frac{1}{4}\right)$；

（2）计算 X 和 Y 的协方差 $Cov(X,Y)$ 并判断相关性；

（3）若 $Z=2X^3-1$，求 Z 的密度函数.

5.（12 分）今年 4 月发生的美联航超售事件震惊了全世界，其实航空超售是比较常见的现象. 现考虑一趟可乘坐 250 名乘客的航班，假设每名购票乘客独立地选择是否来乘坐该航班，且每名乘客会来乘坐该航班的概率为 0.95. 请根据中心极限定理回答下列问题：

（1）如果该航班售出了 260 张机票， 请计算航班座位比实际乘客人数少的概率；

（2）如果要求航班座位比实际乘客人数少的概率不超过 50%，航空公司最多可售出多少张机票？

6.（15 分）设总体 X 为区间 $[0,\ \theta]$ 上的均匀分布， 其中 $\theta>0$ 为未知参数； $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的样本：

（1） 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$；

（2） 求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；

（3）令 $\hat{\theta}_3=\frac{n+1}{n}\hat{\theta}_2$，请比较估计量 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_3$ 的优劣（提示：考虑无偏性和有效性）.

7. （**12** 分）据调查，某市的商品房均价大约为 1 万元/平米. 为降低房价，市政府出台了限购措施，限购后的房价 X（单位：万元/平米）服从正态分布，即 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$. 随机调查了 25 起限购后的商品房交易，均价为 0.95，标准差为 0.4，请回答下列问题：

（1）求限购后平均房价 μ 的置信度为 95%的置信区间；（结果保留三位小数）

（2）该市的限购政策是否明显降低了房价（显著性水平 $\alpha=0.05$）？