# TD statistique : Test d'hypothèse

## 1)Test de moyenne

**Exercice 1.1.**
Une chaîne de fabrication de fournit des condensateurs dont la valeur suit une loi normale d'espérance 49µF et d'écart type de 6,35µF. Sur un échantillon de 20 composants prélevés, on a trouvé une moyenne de 52µF
1)Peut-on considérer que cet échantillon est conforme au résultat obtenu sur l'ensemble des mesures au risque d'erreur de 5%?

**Exercice 1.2.**
Pour une fabrication correcte, la valeur de la résistance $R_{on}$ d'une porte analogique suit une loi normale de moyenne 0,3Ω. On mesure en sortie d'une chaîne de fabrication, la résistance $R_{on}$ d'un échantillon de 40 portes. On obtient sur cet échantillon une moyenne de 0,45Ω avec une variance de $0{,}4\Omega^2$.
1)Donner l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne des résistances $R_{on}$ de l'échantillon.
2)Au risque de 5%, peut-on dire que la chaîne de fabrication où a été effectué le prélèvement a un fonctionnement correct.
3)En conservant la même valeur de la moyenne et de la variance, quelle devrait être la taille de l'échantillon mesuré pour conclure sur un fonctionnement incorrect de la chaîne de fabrication.

**Exercice 1.3.**
On veut comparer l'efficacité pédagogique de deux professeurs officiant chacun sur une moitié de la promotion. On compare les notes obtenues à une même évaluation par chacun des groupes:

| Professeur | Effectif | Moyenne | Ecart type |
|---|---|---|---|
| A | 64 | 11,6 | 2,0 |
| B | 68 | 12,4 | 2,2 |

Peut-on dire que les deux groupes ont obtenu sensiblement le même résultat au contrôle au seuil de 5%?
<u>PS</u>: pour comparer l'efficacité pédagogique de deux professeurs on suppose que, au départ, le niveau et les capacités des deux groupes sont identiques!!

**Exercice 1.4.**
On a mesuré la capacité $VO^2max$ de 12 individus, avant et après un stage d'entraînement en altitude:

| | Moyenne | Ecart type |
|---|---|---|
| Avant | 2,55 | 0,0957 |
| Après | 2,733 | 0,1312 |

Peut-on en conclure au seuil de 5%, que la capacité $VO^2max$ des athlètes a progressée suite au stage?

**Exercice 1.5.**
Un laboratoire de recherche et développement a mis au point un nouveau processus de production permettant d'accroître, on l'espère, la résistance de la corde de nylon. A partir de 6 fournées choisies au hasard, il teste le nouveau processus sur chaque demi-fournée et l'ancien processus sur chacune des demi-fournées restantes. On enregistre ainsi la force de rupture d'une corde testée à partir de chaque demi-fournée :

| Fournée | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ancien processus | 620 | 600 | 640 | 630 | 570 | 600 |
| Nouveau processus | 660 | 620 | 670 | 620 | 580 | 630 |

Peut-on dire que le nouveau processus de production permet d'accroître la résistance de la corde de nylon.

**Exercice 1.6.**
On a administré un somnifère A à 15 personnes choisies au hasard et on a observé une moyenne de sommeil de 8h22 avec un écart-type estimé de 0h24.
On a administré un somnifère B à 13 personnes choisies au hasard et on a observé une moyenne de sommeil de 7h15 avec un écart-type estimé de 0h30.
Ces deux somnifères ont-ils une efficacité significativement différente ?

**Exercice 1.7.**
On a mesuré la capacité $VO^2$max de 5 individus, avant et après un stage d'entraînement en altitude:

| N° sportif | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| avant d'entraînement | 2,2 | 2,8 | 2,7 | 2,4 | 2,5 |
| après d'entraînement | 2,2 | 3 | 3 | 2,6 | 2,7 |

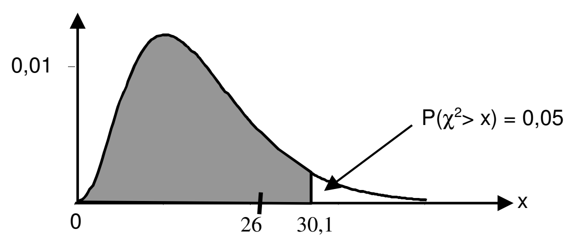
Peut-on en conclure au seuil de 5%, que la capacité $VO^2$max des athlètes a progressé suite au stage?

## 2)Test de fréquence

Une culture est habituellement contaminée par une maladie à raison d'un ratio de 20 %. Suite à un traitement curatif et préventif, on a mesuré sur un échantillon de 200 parcelles, un taux de contamination de 16 %.
Peut-on dire que le traitement a fait baisser de façon significative le taux de contamination. On prendra un risque de 5 %.

## 3)Test de variance

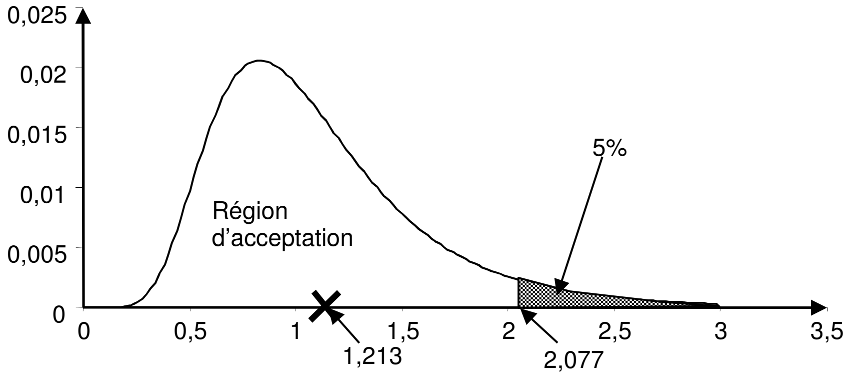
**Exercice 3.1.**
On étudie la dispersion des dépenses hebdomadaires des étudiantes de l'IUT B. Pour cela, on sélectionne un échantillon aléatoire de 20 étudiants et on obtient les résultats suivants:
Moyenne : 153.75 ; Variance : $s^2 = 812.83$
La variance est-elle significativement supérieure à 625 au risque 5% de se tromper ?




**Exercice 3.2.**
On veut comparer les moyennes et les dispersions des dépenses hebdomadaires des étudiants des filières IRC et Chimie. Pour cela on suppose que les dépenses suivent des lois Normales. On sélectionne deux échantillons aléatoires de 20 et 30 étudiants respectivement et obtient les réponses suivantes:

| | N | moyenne | $\hat{\sigma}^2$ |
|---|---|---|---|
| Chime (1) | 30 | 194.27 | 985.93 |
| IRC (2) | 20 | 153.75 | 812.83 |

1) Les variances sont-elles significativement différentes ?
2) Les dépenses moyennes sont-elles significativement différentes ?




## 4)Test du $\chi 2$

**Exercice 4.1.**

Un sondage a été réalisé sur l'adaptation à l'outil informatique en fonction de l'âge :

| $n_{ij}$ | niveau d'adaptation | | |
|---|---|---|---|
| tranche d'âge | très difficile | difficile | facile |
| [ 18; 30 [ | 98 | 140 | 150 |
| [ 30; 50 [ | 126 | 150 | 90 |
| [ 50; 70 [ | 230 | 120 | 80 |

Peut-on conclure que le niveau d'adaptation est lié à l'âge des répondants ?

**Exercice 4.2.**

Une étude scientifique est réalisée sur un échantillon de 350 personnes qui comporte 10 % de fumeurs et 80 % de sujets non atteints du "cancer du fumeur".
Dans cet échantillon, il y a 23 individus fumeurs, atteints du cancer.
*Que peut-on en conclure (sur le lien entre fumer et avoir le cancer)?*

**Exercice 4.3.(*)**

La division recherche d'une entreprise chimique a expérimenté 4 produits anti-mildiou sur **300** pieds de vigne situés en des lieux aléatoires. Quelques semaines plus tard, **la proportion** des pieds contaminés était répartie de la façon suivante :

| | traitement 1 | traitement 2 | traitement 3 | traitement 4 |
|---|---|---|---|---|
| contaminés | 6 | 6 | 8 | 7 |
| non contaminés | 12 | 31 | 16 | 14 |

*Que concluez-vous?*

**Exercice 4.4.**

Une longue expérience clinique a montré que la survie spontanée des malades atteints d'une maladie donnée est distribuée comme suit :

| Survie en années | Fréquence des survies |
|---|---|
| < 1 | 0,3 |
| 1 à 2 | 0,5 |
| 2à 5 | 0,12 |
| > 5 | 0,08 |

Chez 50 malades soumis à un traitement T, on a observé la répartition donnée dans le tableau ci-dessous.

| Survie en années | Nombre de malades |
|---|---|
| < 1 | 6 |
| 1 à 2 | 24 |
| 2à 5 | 8 |
| > 5 | 12 |

*Le traitement est-il efficace au risque d'erreur de 5% ?*

**Exercice 4.5.**

Une entreprise de distribution de matériel médical a recensé le nombre de produits A vendus chaque jour, sur une période de 150 jours. Elle dispose des données suivantes :

| xi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ni | 37 | 46 | 39 | 19 | 5 | 3 | 1 |

avec :

- xi = nombre de produits vendus, un jour donné
- ni = nombre de jours correspondant

Par exemple, sur une période de 150 jours il y a 37 jours où aucun produit A est vendu, la probabilité d'avoir P(N=0) = 37/150.

*Montrer que la répartition donnée peut-être ajustée par une loi de Poisson de paramètre 1,5.*

**Exercice 4.6.**

On étudie l'activité d'un enzyme (variable notée X) sur une population de 49 individus :

| ***valeur mesurée*** | ***effectifs*** |
|---|---|
| [0 ; 2[ | 2 |
| [2 ; 4[ | 3 |
| [4 ; 6[ | 11 |
| [6 ; 8[ | 9 |
| [8 ; 10[ | 12 |
| [10 ; 12[ | 6 |
| [12 ; 14[ | 6 |

*On veut vérifier dans cet exercice, pour un risque d'erreur de 5 %, si la distribution observée est conforme à celle d'une loi normale de moyenne 8 et d'écart type égal à 3.*

Pour cela compléter le tableau suivant :

| valeurs de X | probabilité | Effectifs théoriques | Effectifs observés |
|---|---|---|---|
| | | | |
| $2 \leq X < 4$ | 0,0690 | | |
| $4 \leq X < 6$ | 0,1596 | | |
| $6 \leq X < 8$ | 0,2486 | | |
| $8 \leq X < 10$ | | | |
| $10 \leq X < 12$ | 0,1596 | | |
| | | | |
| **Total** | | | |

**Exercice 4.7.**
Une chaîne de spectrophotométrie est composée de 4 lampes. On suppose qu'il y a indépendance au niveau de l'usure de chaque lampe.

On souhaiterait vérifier si la variable étudiée X : "nombre de lampes par chaîne dont la durée de vie est supérieure à 4600 h" suit une loi Binomiale B(4 ; p).

Une étude statistique est réalisée par le constructeur sur 190 lampes :

| Nombre de lampes par chaîne dont la durée de vie est supérieure à 4600 heures | Nombre de chaînes |
|---|---|
| 0 | 85 |
| 1 | 72 |
| 2 | 26 |
| 3 | 5 |
| 4 | 2 |

1)Calculer la moyenne de cette série.
2)La variable X suit-elle une loi Binomiale ?.

**Exercice 4.8.**
On souhaite savoir si la répartition de la couleur des cheveux dans la population des habitants du département A diffère de la répartition de la couleur des cheveux dans la population française, supposée donnée.

| Couleur de cheveux | Effectifs observés | Effectifs théoriques | Proportions théoriques |
|---|---|---|---|
| blonds | 92 | | 0,36 |
| bruns | 252 | | 0,55 |
| roux | 33 | | 0,09 |
| **Total** | | | **1** |

**Exercice 4.9.**
On souhaite savoir si la couleur des grains de maïs et liées à leur rugosité.

| Maïs | Violet | Jaune s |
|---|---|---|
| Lisse | 135 | 44 |
| Rugueux | 47 | 14 |

**Exercice 4.10.**
On souhaite savoir si les 3 jurys ont des résultats analogues (même proportion de réussite)

| Maïs | Jury 1 | Jury 2 | Jury 3 |
|---|---|---|---|
| Reçu | 50 | 47 | 56 |
| Echec | 5 | 14 | 8 |

## *Résumé sur les test d'hypothèse*

Comparaison d'une moyenne d'échantillon à une valeur donnée

***Loi Normale*** :

- Variance de la population $\sigma^2$ connue : $t_{obs} = \dfrac{\overline{x} - a}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ suit une loi $\mathcal{N}(0,1)$
- Variance de la population $\sigma^2$ inconnue : $t_{obs} = \dfrac{\overline{x} - a}{\dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}$ suit une loi $\mathcal{S}$(n-1)

***Loi quelconque (n>30) :*** $t_{obs} = \dfrac{\overline{x} - a}{\dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}}$ suit une loi $\mathcal{N}(0,1)$

Comparaison d'une fréquence à une valeur donnée : $t_{obs} = \dfrac{p_{mes} - p_1}{\sqrt{\dfrac{p_1(1-p_1)}{n}}}$ dans $\mathcal{N}(0,1)$

Comparaison de deux moyennes

***Echantillons indépendants*** (2 échantillons ($n_1$, $n_2$))

- Populations normales de variances connues ou grands échantillons (n>30) :

$$t_{obs} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \dfrac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}} \text{ suit une loi } \mathcal{N}(0,1)$$

- Populations normales et variances inconnues: petits échantillons (n≤30) :

*Test préliminaire d'égalité des variances*: $F_{obs} = \dfrac{\hat{\sigma}_1{}^2}{\hat{\sigma}_2{}^2} > 1$ suit une loi de Fischer $F_{n1-1,n2-1}$.

On estime la variance commune : $\hat{\sigma}_c^2 = \dfrac{(n_1 - 1)\hat{\sigma}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{\sigma}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

$$t_{obs} = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\hat{\sigma}_c^2\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}} \text{ suit une loi } \mathcal{S}(n_1+n_2-2)$$

***Echantillons appariés :*** $t_{obs} = \dfrac{\overline{d}}{\dfrac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{n}}}$ suit une loi $\mathcal{S}$(n-1) avec $\hat{\sigma}_d$ écart type estimé des écarts.

Comparaison de deux fréquences : $t_{obs} = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$ dans $\mathcal{N}(0,1)$

**Dans chaque cas les valeurs de $t_{obs}$ sont à comparer avec $t_{théo}$ lu suivant le cas**

- dans la table de la loi **Normale** $\mathcal{N}(0,1)$ pour 1- $\dfrac{\alpha}{2}$
- dans la table de la loi de **Student** *bilatérale* pour p = (1- α)

Comparaison d'une variance d'échantillon à une valeur donnée (loi normale $\mathcal{N}(m,\sigma)$) :

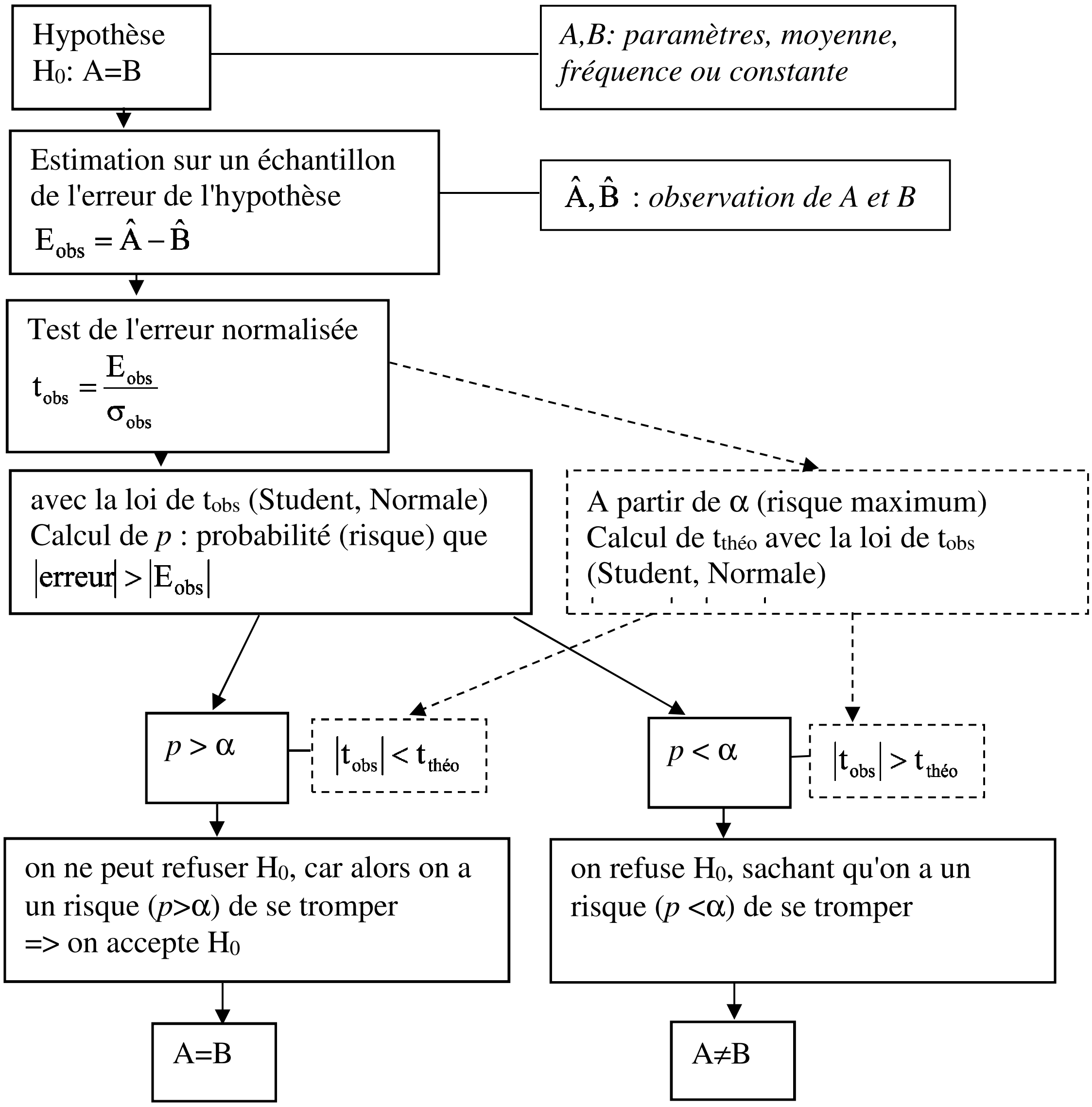
- Moyenne connue : $\frac{n\,v}{\sigma^2}$ avec $v = \frac{1}{n}\sum(x_i - m)^2$ suit une loi du $\chi^2(n)$
- moyenne inconnue, $\frac{n\,V_e}{\sigma^2} = \frac{n\,s^2}{\sigma^2}$ suit une loi du $\chi^2(n-1)$

Comparaison de deux variances d'échantillons ($n_1$, $n_2$) : $F_{obs} = \frac{\hat{\sigma}_1{}^2}{\hat{\sigma}_2{}^2}$ suit une loi de Fischer $F_{n1-1,n2-1}$.

Test du $\chi^2$ : on compare sur n classes la répartition des effectifs observée (o) à la répartition théorique (t). On construit $\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(o_i - t_i)^2}{t_i}$ qui suit une loi du $\chi^2(n-1)$.

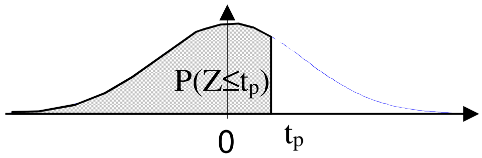
Répartition théorique (t) suivant l'hypothèse $H_0$. Effectif min des classes : 5
ddl = n-1-nb paramètre loi ; ddl = $(n_1-1)(n_2-1)$ si indépendance.

Résumé de la démarche d'un test



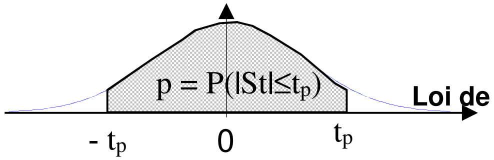
**Loi Normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$**

**Détermination de $t_p$ pour $p=P(Z \leq t_p)$ connue**



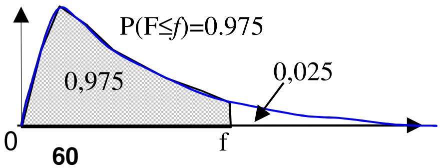

| *P<0,5* | *0,000* | *0,001* | *0,002* | *0,003* | *0,004* | *0,005* | *0,006* | *0,007* | *0,008* | *0,009* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *0,00* | | **3,090** | **2,878** | **2,748** | **2,652** | **2,576** | **2,512** | **2,457** | **2,409** | **2,366** | **2,326** | *0,99* |
| *0,01* | **2,326** | **2,290** | **2,257** | **2,226** | **2,197** | **2,170** | **2,144** | **2,120** | **2,097** | **2,075** | **2,054** | *0,98* |
| *0,02* | **2,054** | **2,034** | **2,014** | **1,995** | **1,977** | **1,960** | **1,943** | **1,927** | **1,911** | **1,896** | **1,881** | *0,97* |
| *0,03* | **1,881** | **1,866** | **1,852** | **1,838** | **1,825** | **1,812** | **1,799** | **1,787** | **1,774** | **1,762** | **1,751** | *0,96* |
| *0,04* | **1,751** | **1,739** | **1,728** | **1,717** | **1,706** | **1,695** | **1,685** | **1,675** | **1,665** | **1,655** | **1,645** | *0,95* |
| *0,05* | **1,645** | **1,635** | **1,626** | **1,616** | **1,607** | **1,598** | **1,589** | **1,580** | **1,572** | **1,563** | **1,555** | *0,94* |
| *0,06* | **1,555** | **1,546** | **1,538** | **1,530** | **1,522** | **1,514** | **1,506** | **1,499** | **1,491** | **1,483** | **1,476** | *0,93* |
| *0,07* | **1,476** | **1,468** | **1,461** | **1,454** | **1,447** | **1,440** | **1,433** | **1,426** | **1,419** | **1,412** | **1,405** | *0,92* |
| *0,08* | **1,405** | **1,398** | **1,392** | **1,385** | **1,379** | **1,372** | **1,366** | **1,359** | **1,353** | **1,347** | **1,341** | *0,91* |
| *0,09* | **1,341** | **1,335** | **1,329** | **1,323** | **1,317** | **1,311** | **1,305** | **1,299** | **1,293** | **1,287** | **1,282** | *0,90* |
| *0,10* | **1,282** | **1,276** | **1,270** | **1,265** | **1,259** | **1,254** | **1,248** | **1,243** | **1,237** | **1,232** | **1,227** | *0,89* |
| *0,11* | **1,227** | **1,221** | **1,216** | **1,211** | **1,206** | **1,200** | **1,195** | **1,190** | **1,185** | **1,180** | **1,175** | *0,88* |
| *0,12* | **1,175** | **1,170** | **1,165** | **1,160** | **1,155** | **1,150** | **1,146** | **1,141** | **1,136** | **1,131** | **1,126** | *0,87* |
| *0,13* | **1,126** | **1,122** | **1,117** | **1,112** | **1,108** | **1,103** | **1,098** | **1,094** | **1,089** | **1,085** | **1,080** | *0,86* |
| *0,14* | **1,080** | **1,076** | **1,071** | **1,067** | **1,063** | **1,058** | **1,054** | **1,049** | **1,045** | **1,041** | **1,036** | *0,85* |
| *0,15* | **1,036** | **1,032** | **1,028** | **1,024** | **1,019** | **1,015** | **1,011** | **1,007** | **1,003** | **0,999** | **0,994** | *0,84* |
| *0,16* | **0,994** | **0,990** | **0,986** | **0,982** | **0,978** | **0,974** | **0,970** | **0,966** | **0,962** | **0,958** | **0,954** | *0,83* |
| *0,17* | **0,954** | **0,950** | **0,946** | **0,942** | **0,938** | **0,935** | **0,931** | **0,927** | **0,923** | **0,919** | **0,915** | *0,82* |
| *0,18* | **0,915** | **0,912** | **0,908** | **0,904** | **0,900** | **0,896** | **0,893** | **0,889** | **0,885** | **0,882** | **0,878** | *0,81* |
| *0,19* | **0,878** | **0,874** | **0,871** | **0,867** | **0,863** | **0,860** | **0,856** | **0,852** | **0,849** | **0,845** | **0,842** | *0,80* |
| *0,20* | **0,842** | **0,838** | **0,834** | **0,831** | **0,827** | **0,824** | **0,820** | **0,817** | **0,813** | **0,810** | **0,806** | *0,79* |
| *0,21* | **0,806** | **0,803** | **0,800** | **0,796** | **0,793** | **0,789** | **0,786** | **0,782** | **0,779** | **0,776** | **0,772** | *0,78* |
| *0,22* | **0,772** | **0,769** | **0,765** | **0,762** | **0,759** | **0,755** | **0,752** | **0,749** | **0,745** | **0,742** | **0,739** | *0,77* |
| *0,23* | **0,739** | **0,736** | **0,732** | **0,729** | **0,726** | **0,722** | **0,719** | **0,716** | **0,713** | **0,710** | **0,706** | *0,76* |
| *0,24* | **0,706** | **0,703** | **0,700** | **0,697** | **0,693** | **0,690** | **0,687** | **0,684** | **0,681** | **0,678** | **0,674** | *0,75* |
| *0,25* | **0,674** | **0,671** | **0,668** | **0,665** | **0,662** | **0,659** | **0,656** | **0,653** | **0,650** | **0,646** | **0,643** | *0,74* |
| *0,26* | **0,643** | **0,640** | **0,637** | **0,634** | **0,631** | **0,628** | **0,625** | **0,622** | **0,619** | **0,616** | **0,613** | *0,73* |
| *0,27* | **0,613** | **0,610** | **0,607** | **0,604** | **0,601** | **0,598** | **0,595** | **0,592** | **0,589** | **0,586** | **0,583** | *0,72* |
| *0,28* | **0,583** | **0,580** | **0,577** | **0,574** | **0,571** | **0,568** | **0,565** | **0,562** | **0,559** | **0,556** | **0,553** | *0,71* |
| *0,29* | **0,553** | **0,550** | **0,548** | **0,545** | **0,542** | **0,539** | **0,536** | **0,533** | **0,530** | **0,527** | **0,524** | *0,70* |
| *0,30* | **0,524** | **0,522** | **0,519** | **0,516** | **0,513** | **0,510** | **0,507** | **0,504** | **0,502** | **0,499** | **0,496** | *0,69* |
| *0,31* | **0,496** | **0,493** | **0,490** | **0,487** | **0,485** | **0,482** | **0,479** | **0,476** | **0,473** | **0,470** | **0,468** | *0,68* |
| *0,32* | **0,468** | **0,465** | **0,462** | **0,459** | **0,457** | **0,454** | **0,451** | **0,448** | **0,445** | **0,443** | **0,440** | *0,67* |
| *0,33* | **0,440** | **0,437** | **0,434** | **0,432** | **0,429** | **0,426** | **0,423** | **0,421** | **0,418** | **0,415** | **0,412** | *0,66* |
| *0,34* | **0,412** | **0,410** | **0,407** | **0,404** | **0,402** | **0,399** | **0,396** | **0,393** | **0,391** | **0,388** | **0,385** | *0,65* |
| *0,35* | **0,385** | **0,383** | **0,380** | **0,377** | **0,375** | **0,372** | **0,369** | **0,366** | **0,364** | **0,361** | **0,358** | *0,64* |
| *0,36* | **0,358** | **0,356** | **0,353** | **0,350** | **0,348** | **0,345** | **0,342** | **0,340** | **0,337** | **0,335** | **0,332** | *0,63* |
| *0,37* | **0,332** | **0,329** | **0,327** | **0,324** | **0,321** | **0,319** | **0,316** | **0,313** | **0,311** | **0,308** | **0,305** | *0,62* |
| *0,38* | **0,305** | **0,303** | **0,300** | **0,298** | **0,295** | **0,292** | **0,290** | **0,287** | **0,285** | **0,282** | **0,279** | *0,61* |
| *0,39* | **0,279** | **0,277** | **0,274** | **0,272** | **0,269** | **0,266** | **0,264** | **0,261** | **0,259** | **0,256** | **0,253** | *0,60* |
| *0,40* | **0,253** | **0,251** | **0,248** | **0,246** | **0,243** | **0,240** | **0,238** | **0,235** | **0,233** | **0,230** | **0,228** | *0,59* |
| *0,41* | **0,228** | **0,225** | **0,222** | **0,220** | **0,217** | **0,215** | **0,212** | **0,210** | **0,207** | **0,204** | **0,202** | *0,58* |
| *0,42* | **0,202** | **0,199** | **0,197** | **0,194** | **0,192** | **0,189** | **0,187** | **0,184** | **0,181** | **0,179** | **0,176** | *0,57* |
| *0,43* | **0,176** | **0,174** | **0,171** | **0,169** | **0,166** | **0,164** | **0,161** | **0,159** | **0,156** | **0,154** | **0,151** | *0,56* |
| *0,44* | **0,151** | **0,148** | **0,146** | **0,143** | **0,141** | **0,138** | **0,136** | **0,133** | **0,131** | **0,128** | **0,126** | *0,55* |
| *0,45* | **0,126** | **0,123** | **0,121** | **0,118** | **0,116** | **0,113** | **0,111** | **0,108** | **0,105** | **0,103** | **0,100** | *0,54* |
| *0,46* | **0,100** | **0,098** | **0,095** | **0,093** | **0,090** | **0,088** | **0,085** | **0,083** | **0,080** | **0,078** | **0,075** | *0,53* |
| *0,47* | **0,075** | **0,073** | **0,070** | **0,068** | **0,065** | **0,063** | **0,060** | **0,058** | **0,055** | **0,053** | **0,050** | *0,52* |
| *0,48* | **0,050** | **0,048** | **0,045** | **0,043** | **0,040** | **0,038** | **0,035** | **0,033** | **0,030** | **0,028** | **0,025** | *0,51* |
| *0,49* | **0,025** | **0,023** | **0,020** | **0,018** | **0,015** | **0,013** | **0,010** | **0,008** | **0,005** | **0,003** | **0,000** | *0,50* |
| | | *0,009* | *0,008* | *0,007* | *0,006* | *0,005* | *0,004* | *0,003* | *0,002* | *0,001* | *0,000* | p≥0,5 |

| ***p*** | *0,9991* | *0,9992* | *0,9993* | *0,9994* | *0,9995* | *0,9996* | *0,9997* | *0,9998* | *0,9999* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t_p$ | **3,1214** | **3,1559** | **3,1947** | **3,2389** | **3,2905** | **3,3528** | **3,4316** | **3,5401** | **3,7190** |



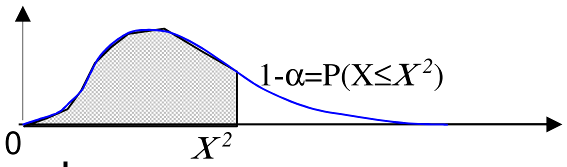

**Loi de Student bilatérale à υ degrés de liberté, détermination de $t_p$ pour p=P(|St|≤ $t_p$) connue**

| Risque bilatéral α | *80%* | *60%* | *40%* | *20%* | *10%* | *5%* | *2%* | *1%* | *0,5%* | *0,1%* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité p=1-α | *0,2* | *0,4* | *0,6* | *0,8* | *0,9* | *0,95* | *0,98* | *0,99* | *0,995* | *0,999* |
| υ=*1* | **0,325** | **0,727** | **1,376** | **3,078** | **6,314** | **12,706** | **31,821** | **63,656** | **318,289** | **636,578** |
| υ=*2* | **0,289** | **0,617** | **1,061** | **1,886** | **2,920** | **4,303** | **6,965** | **9,925** | **22,328** | **31,600** |
| υ=*3* | **0,277** | **0,584** | **0,978** | **1,638** | **2,353** | **3,182** | **4,541** | **5,841** | **10,214** | **12,924** |
| υ=*4* | **0,271** | **0,569** | **0,941** | **1,533** | **2,132** | **2,776** | **3,747** | **4,604** | **7,173** | **8,610** |
| υ=*5* | **0,267** | **0,559** | **0,920** | **1,476** | **2,015** | **2,571** | **3,365** | **4,032** | **5,894** | **6,869** |
| υ=*6* | **0,265** | **0,553** | **0,906** | **1,440** | **1,943** | **2,447** | **3,143** | **3,707** | **5,208** | **5,959** |
| υ=*7* | **0,263** | **0,549** | **0,896** | **1,415** | **1,895** | **2,365** | **2,998** | **3,499** | **4,785** | **5,408** |
| υ=*8* | **0,262** | **0,546** | **0,889** | **1,397** | **1,860** | **2,306** | **2,896** | **3,355** | **4,501** | **5,041** |
| υ=*9* | **0,261** | **0,543** | **0,883** | **1,383** | **1,833** | **2,262** | **2,821** | **3,250** | **4,297** | **4,781** |
| υ=*10* | **0,260** | **0,542** | **0,879** | **1,372** | **1,812** | **2,228** | **2,764** | **3,169** | **4,144** | **4,587** |
| υ=*11* | **0,260** | **0,540** | **0,876** | **1,363** | **1,796** | **2,201** | **2,718** | **3,106** | **4,025** | **4,437** |
| υ=*12* | **0,259** | **0,539** | **0,873** | **1,356** | **1,782** | **2,179** | **2,681** | **3,055** | **3,930** | **4,318** |
| υ=*13* | **0,259** | **0,538** | **0,870** | **1,350** | **1,771** | **2,160** | **2,650** | **3,012** | **3,852** | **4,221** |
| υ=*14* | **0,258** | **0,537** | **0,868** | **1,345** | **1,761** | **2,145** | **2,624** | **2,977** | **3,787** | **4,140** |
| υ=*15* | **0,258** | **0,536** | **0,866** | **1,341** | **1,753** | **2,131** | **2,602** | **2,947** | **3,733** | **4,073** |
| υ=*16* | **0,258** | **0,535** | **0,865** | **1,337** | **1,746** | **2,120** | **2,583** | **2,921** | **3,686** | **4,015** |
| υ=*17* | **0,257** | **0,534** | **0,863** | **1,333** | **1,740** | **2,110** | **2,567** | **2,898** | **3,646** | **3,965** |
| υ=*18* | **0,257** | **0,534** | **0,862** | **1,330** | **1,734** | **2,101** | **2,552** | **2,878** | **3,610** | **3,922** |
| υ=*19* | **0,257** | **0,533** | **0,861** | **1,328** | **1,729** | **2,093** | **2,539** | **2,861** | **3,579** | **3,883** |
| υ=*20* | **0,257** | **0,533** | **0,860** | **1,325** | **1,725** | **2,086** | **2,528** | **2,845** | **3,552** | **3,850** |
| υ=*21* | **0,257** | **0,532** | **0,859** | **1,323** | **1,721** | **2,080** | **2,518** | **2,831** | **3,527** | **3,819** |
| υ=*22* | **0,256** | **0,532** | **0,858** | **1,321** | **1,717** | **2,074** | **2,508** | **2,819** | **3,505** | **3,792** |
| υ=*23* | **0,256** | **0,532** | **0,858** | **1,319** | **1,714** | **2,069** | **2,500** | **2,807** | **3,485** | **3,768** |
| υ=*24* | **0,256** | **0,531** | **0,857** | **1,318** | **1,711** | **2,064** | **2,492** | **2,797** | **3,467** | **3,745** |
| υ=*25* | **0,256** | **0,531** | **0,856** | **1,316** | **1,708** | **2,060** | **2,485** | **2,787** | **3,450** | **3,725** |
| υ=*26* | **0,256** | **0,531** | **0,856** | **1,315** | **1,706** | **2,056** | **2,479** | **2,779** | **3,435** | **3,707** |
| υ=*27* | **0,256** | **0,531** | **0,855** | **1,314** | **1,703** | **2,052** | **2,473** | **2,771** | **3,421** | **3,689** |
| υ=*28* | **0,256** | **0,530** | **0,855** | **1,313** | **1,701** | **2,048** | **2,467** | **2,763** | **3,408** | **3,674** |
| υ=*29* | **0,256** | **0,530** | **0,854** | **1,311** | **1,699** | **2,045** | **2,462** | **2,756** | **3,396** | **3,660** |
| υ=*30* | **0,256** | **0,530** | **0,854** | **1,310** | **1,697** | **2,042** | **2,457** | **2,750** | **3,385** | **3,646** |
| υ= ∞ | **0,253** | **0,524** | **0,842** | **1,282** | **1,645** | **1,960** | **2,326** | **2,576** | **3,090** | **3,291** |




## Loi F de Fischer-Snedecor F(ddl1,ddl2, 0,025) risque α=2,5%

| Ddl2 \ Ddl1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 647,8 | 799,5 | 864,2 | 899,6 | 921,8 | 937,1 | 948,2 | 956,7 | 963,3 | 968,6 | 976,7 | 984,9 | 993,1 | 998,1 | 1001 | 1005 | 1009 |
| 2 | 38,51 | 39,00 | 39,17 | 39,25 | 39,30 | 39,33 | 39,36 | 39,37 | 39,39 | 39,40 | 39,41 | 39,43 | 39,45 | 39,46 | 39,46 | 39,47 | 39,48 |
| 3 | 17,44 | 16,04 | 15,44 | 15,10 | 14,88 | 14,73 | 14,62 | 14,54 | 14,47 | 14,42 | 14,34 | 14,25 | 14,17 | 14,12 | 14,08 | 14,04 | 13,99 |
| 4 | 12,22 | 10,65 | 9,98 | 9,60 | 9,36 | 9,20 | 9,07 | 8,98 | 8,90 | 8,84 | 8,75 | 8,66 | 8,56 | 8,50 | 8,46 | 8,41 | 8,36 |
| 5 | 10,01 | 8,43 | 7,76 | 7,39 | 7,15 | 6,98 | 6,85 | 6,76 | 6,68 | 6,62 | 6,52 | 6,43 | 6,33 | 6,27 | 6,23 | 6,18 | 6,12 |
| 6 | 8,81 | 7,26 | 6,60 | 6,23 | 5,99 | 5,82 | 5,70 | 5,60 | 5,52 | 5,46 | 5,37 | 5,27 | 5,17 | 5,11 | 5,07 | 5,01 | 4,96 |
| 7 | 8,07 | 6,54 | 5,89 | 5,52 | 5,29 | 5,12 | 4,99 | 4,90 | 4,82 | 4,76 | 4,67 | 4,57 | 4,47 | 4,40 | 4,36 | 4,31 | 4,25 |
| 8 | 7,57 | 6,06 | 5,42 | 5,05 | 4,82 | 4,65 | 4,53 | 4,43 | 4,36 | 4,30 | 4,20 | 4,10 | 4,00 | 3,94 | 3,89 | 3,84 | 3,78 |
| 9 | 7,21 | 5,71 | 5,08 | 4,72 | 4,48 | 4,32 | 4,20 | 4,10 | 4,03 | 3,96 | 3,87 | 3,77 | 3,67 | 3,60 | 3,56 | 3,51 | 3,45 |
| 10 | 6,94 | 5,46 | 4,83 | 4,47 | 4,24 | 4,07 | 3,95 | 3,85 | 3,78 | 3,72 | 3,62 | 3,52 | 3,42 | 3,35 | 3,31 | 3,26 | 3,20 |
| 11 | 6,72 | 5,26 | 4,63 | 4,28 | 4,04 | 3,88 | 3,76 | 3,66 | 3,59 | 3,53 | 3,43 | 3,33 | 3,23 | 3,16 | 3,12 | 3,06 | 3,00 |
| 12 | 6,55 | 5,10 | 4,47 | 4,12 | 3,89 | 3,73 | 3,61 | 3,51 | 3,44 | 3,37 | 3,28 | 3,18 | 3,07 | 3,01 | 2,96 | 2,91 | 2,85 |
| 13 | 6,41 | 4,97 | 4,35 | 4,00 | 3,77 | 3,60 | 3,48 | 3,39 | 3,31 | 3,25 | 3,15 | 3,05 | 2,95 | 2,88 | 2,84 | 2,78 | 2,72 |
| 14 | 6,30 | 4,86 | 4,24 | 3,89 | 3,66 | 3,50 | 3,38 | 3,29 | 3,21 | 3,15 | 3,05 | 2,95 | 2,84 | 2,78 | 2,73 | 2,67 | 2,61 |
| 15 | 6,20 | 4,77 | 4,15 | 3,80 | 3,58 | 3,41 | 3,29 | 3,20 | 3,12 | 3,06 | 2,96 | 2,86 | 2,76 | 2,69 | 2,64 | 2,59 | 2,52 |
| 16 | 6,12 | 4,69 | 4,08 | 3,73 | 3,50 | 3,34 | 3,22 | 3,12 | 3,05 | 2,99 | 2,89 | 2,79 | 2,68 | 2,61 | 2,57 | 2,51 | 2,45 |
| 17 | 6,04 | 4,62 | 4,01 | 3,66 | 3,44 | 3,28 | 3,16 | 3,06 | 2,98 | 2,92 | 2,82 | 2,72 | 2,62 | 2,55 | 2,50 | 2,44 | 2,38 |
| 18 | 5,98 | 4,56 | 3,95 | 3,61 | 3,38 | 3,22 | 3,10 | 3,01 | 2,93 | 2,87 | 2,77 | 2,67 | 2,56 | 2,49 | 2,44 | 2,38 | 2,32 |
| 19 | 5,92 | 4,51 | 3,90 | 3,56 | 3,33 | 3,17 | 3,05 | 2,96 | 2,88 | 2,82 | 2,72 | 2,62 | 2,51 | 2,44 | 2,39 | 2,33 | 2,27 |
| 20 | 5,87 | 4,46 | 3,86 | 3,51 | 3,29 | 3,13 | 3,01 | 2,91 | 2,84 | 2,77 | 2,68 | 2,57 | 2,46 | 2,40 | 2,35 | 2,29 | 2,22 |
| 21 | 5,83 | 4,42 | 3,82 | 3,48 | 3,25 | 3,09 | 2,97 | 2,87 | 2,80 | 2,73 | 2,64 | 2,53 | 2,42 | 2,36 | 2,31 | 2,25 | 2,18 |
| 22 | 5,79 | 4,38 | 3,78 | 3,44 | 3,22 | 3,05 | 2,93 | 2,84 | 2,76 | 2,70 | 2,60 | 2,50 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,21 | 2,14 |
| 23 | 5,75 | 4,35 | 3,75 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,90 | 2,81 | 2,73 | 2,67 | 2,57 | 2,47 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,18 | 2,11 |
| 24 | 5,72 | 4,32 | 3,72 | 3,38 | 3,15 | 2,99 | 2,87 | 2,78 | 2,70 | 2,64 | 2,54 | 2,44 | 2,33 | 2,26 | 2,21 | 2,15 | 2,08 |
| 25 | 5,69 | 4,29 | 3,69 | 3,35 | 3,13 | 2,97 | 2,85 | 2,75 | 2,68 | 2,61 | 2,51 | 2,41 | 2,30 | 2,23 | 2,18 | 2,12 | 2,05 |
| 26 | 5,66 | 4,27 | 3,67 | 3,33 | 3,10 | 2,94 | 2,82 | 2,73 | 2,65 | 2,59 | 2,49 | 2,39 | 2,28 | 2,21 | 2,16 | 2,09 | 2,03 |
| 27 | 5,63 | 4,24 | 3,65 | 3,31 | 3,08 | 2,92 | 2,80 | 2,71 | 2,63 | 2,57 | 2,47 | 2,36 | 2,25 | 2,18 | 2,13 | 2,07 | 2,00 |
| 28 | 5,61 | 4,22 | 3,63 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,78 | 2,69 | 2,61 | 2,55 | 2,45 | 2,34 | 2,23 | 2,16 | 2,11 | 2,05 | 1,98 |
| 29 | 5,59 | 4,20 | 3,61 | 3,27 | 3,04 | 2,88 | 2,76 | 2,67 | 2,59 | 2,53 | 2,43 | 2,32 | 2,21 | 2,14 | 2,09 | 2,03 | 1,96 |
| 30 | 5,57 | 4,18 | 3,59 | 3,25 | 3,03 | 2,87 | 2,75 | 2,65 | 2,57 | 2,51 | 2,41 | 2,31 | 2,20 | 2,12 | 2,07 | 2,01 | 1,94 |
| 40 | 5,42 | 4,05 | 3,46 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,62 | 2,53 | 2,45 | 2,39 | 2,29 | 2,18 | 2,07 | 1,99 | 1,94 | 1,88 | 1,80 |
| 50 | 5,34 | 3,97 | 3,39 | 3,05 | 2,83 | 2,67 | 2,55 | 2,46 | 2,38 | 2,32 | 2,22 | 2,11 | 1,99 | 1,92 | 1,87 | 1,80 | 1,72 |
| 60 | 5,29 | 3,93 | 3,34 | 3,01 | 2,79 | 2,63 | 2,51 | 2,41 | 2,33 | 2,27 | 2,17 | 2,06 | 1,94 | 1,87 | 1,82 | 1,74 | 1,67 |




**Loi du $\chi^2$ à υ degrés de liberté**

| probabilité | *0,001* | *0,005* | *0,01* | *0,025* | *0,05* | *0,1* | *0,5* | *0,9* | *0,95* | *0,975* | *0,99* | *0,995* | *0,999* | *0,9995* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| υ=*1* | | | | **0,001** | **0,004** | **0,02** | **0,45** | **2,71** | **3,84** | **5,02** | **6,63** | **7,88** | **10,83** | **12,12** |
| υ=*2* | **0,00** | **0,01** | **0,02** | **0,05** | **0,10** | **0,21** | **1,39** | **4,61** | **5,99** | **7,38** | **9,21** | **10,60** | **13,82** | **15,20** |
| υ=*3* | **0,02** | **0,07** | **0,11** | **0,22** | **0,35** | **0,58** | **2,37** | **6,25** | **7,81** | **9,35** | **11,34** | **12,84** | **16,27** | **17,73** |
| υ=*4* | **0,09** | **0,21** | **0,30** | **0,48** | **0,71** | **1,06** | **3,36** | **7,78** | **9,49** | **11,14** | **13,28** | **14,86** | **18,47** | **20,00** |
| υ=*5* | **0,21** | **0,41** | **0,55** | **0,83** | **1,15** | **1,61** | **4,35** | **9,24** | **11,07** | **12,83** | **15,09** | **16,75** | **20,51** | **22,11** |
| υ=*6* | **0,38** | **0,68** | **0,87** | **1,24** | **1,64** | **2,20** | **5,35** | **10,64** | **12,59** | **14,45** | **16,81** | **18,55** | **22,46** | **24,10** |
| υ=*7* | **0,60** | **0,99** | **1,24** | **1,69** | **2,17** | **2,83** | **6,35** | **12,02** | **14,07** | **16,01** | **18,48** | **20,28** | **24,32** | **26,02** |
| υ=*8* | **0,86** | **1,34** | **1,65** | **2,18** | **2,73** | **3,49** | **7,34** | **13,36** | **15,51** | **17,53** | **20,09** | **21,95** | **26,12** | **27,87** |
| υ=*9* | **1,15** | **1,73** | **2,09** | **2,70** | **3,33** | **4,17** | **8,34** | **14,68** | **16,92** | **19,02** | **21,67** | **23,59** | **27,88** | **29,67** |
| υ=*10* | **1,48** | **2,16** | **2,56** | **3,25** | **3,94** | **4,87** | **9,34** | **15,99** | **18,31** | **20,48** | **23,21** | **25,19** | **29,59** | **31,42** |
| υ=*11* | **1,83** | **2,60** | **3,05** | **3,82** | **4,57** | **5,58** | **10,34** | **17,28** | **19,68** | **21,92** | **24,73** | **26,76** | **31,26** | **33,14** |
| υ=*12* | **2,21** | **3,07** | **3,57** | **4,40** | **5,23** | **6,30** | **11,34** | **18,55** | **21,03** | **23,34** | **26,22** | **28,30** | **32,91** | **34,82** |
| υ=*13* | **2,62** | **3,57** | **4,11** | **5,01** | **5,89** | **7,04** | **12,34** | **19,81** | **22,36** | **24,74** | **27,69** | **29,82** | **34,53** | **36,48** |
| υ=*14* | **3,04** | **4,07** | **4,66** | **5,63** | **6,57** | **7,79** | **13,34** | **21,06** | **23,68** | **26,12** | **29,14** | **31,32** | **36,12** | **38,11** |
| υ=*15* | **3,48** | **4,60** | **5,23** | **6,26** | **7,26** | **8,55** | **14,34** | **22,31** | **25,00** | **27,49** | **30,58** | **32,80** | **37,70** | **39,72** |
| υ=*16* | **3,94** | **5,14** | **5,81** | **6,91** | **7,96** | **9,31** | **15,34** | **23,54** | **26,30** | **28,85** | **32,00** | **34,27** | **39,25** | **41,31** |
| υ=*17* | **4,42** | **5,70** | **6,41** | **7,56** | **8,67** | **10,09** | **16,34** | **24,77** | **27,59** | **30,19** | **33,41** | **35,72** | **40,79** | **42,88** |
| υ=*18* | **4,90** | **6,26** | **7,01** | **8,23** | **9,39** | **10,86** | **17,34** | **25,99** | **28,87** | **31,53** | **34,81** | **37,16** | **42,31** | **44,43** |
| υ=*19* | **5,41** | **6,84** | **7,63** | **8,91** | **10,12** | **11,65** | **18,34** | **27,20** | **30,14** | **32,85** | **36,19** | **38,58** | **43,82** | **45,97** |
| υ=*20* | **5,92** | **7,43** | **8,26** | **9,59** | **10,85** | **12,44** | **19,34** | **28,41** | **31,41** | **34,17** | **37,57** | **40,00** | **45,31** | **47,50** |
| υ=*21* | **6,45** | **8,03** | **8,90** | **10,28** | **11,59** | **13,24** | **20,34** | **29,62** | **32,67** | **35,48** | **38,93** | **41,40** | **46,80** | **49,01** |
| υ=*22* | **6,98** | **8,64** | **9,54** | **10,98** | **12,34** | **14,04** | **21,34** | **30,81** | **33,92** | **36,78** | **40,29** | **42,80** | **48,27** | **50,51** |
| υ=*23* | **7,53** | **9,26** | **10,20** | **11,69** | **13,09** | **14,85** | **22,34** | **32,01** | **35,17** | **38,08** | **41,64** | **44,18** | **49,73** | **52,00** |
| υ=*24* | **8,08** | **9,89** | **10,86** | **12,40** | **13,85** | **15,66** | **23,34** | **33,20** | **36,42** | **39,36** | **42,98** | **45,56** | **51,18** | **53,48** |
| υ=*25* | **8,65** | **10,52** | **11,52** | **13,12** | **14,61** | **16,47** | **24,34** | **34,38** | **37,65** | **40,65** | **44,31** | **46,93** | **52,62** | **54,95** |
| υ=*26* | **9,22** | **11,16** | **12,20** | **13,84** | **15,38** | **17,29** | **25,34** | **35,56** | **38,89** | **41,92** | **45,64** | **48,29** | **54,05** | **56,41** |
| υ=*27* | **9,80** | **11,81** | **12,88** | **14,57** | **16,15** | **18,11** | **26,34** | **36,74** | **40,11** | **43,19** | **46,96** | **49,65** | **55,48** | **57,86** |
| υ=*28* | **10,39** | **12,46** | **13,56** | **15,31** | **16,93** | **18,94** | **27,34** | **37,92** | **41,34** | **44,46** | **48,28** | **50,99** | **56,89** | **59,30** |
| υ=*29* | **10,99** | **13,12** | **14,26** | **16,05** | **17,71** | **19,77** | **28,34** | **39,09** | **42,56** | **45,72** | **49,59** | **52,34** | **58,30** | **60,73** |
| υ=*30* | **11,59** | **13,79** | **14,95** | **16,79** | **18,49** | **20,60** | **29,34** | **40,26** | **43,77** | **46,98** | **50,89** | **53,67** | **59,70** | **62,16** |