Лабораторная работа №3 «Изучение возможностей языка программирования Python для построения графиков функций»

Порядок выполнения практической работы:

1. Ознакомиться с возможностями библиотеки Matplotlib для построения графиков математических функций.
2. Построить график функции (с сеткой и легендой, подписями осей) согласно варианту индивидуального задания.

№ вар.	Задание	№ вар.	Задание
1	$R = 3t^2 + 3l^5 + 4.9$	16	$S = \sqrt{\cos 4y^2 + 7{,}151}$
2	$K = \ln(p^2 + y^3) + e^p$	17	$N = 3y^2 + \sqrt{y+1}$
3	$G = n(y+3{,}5) + \sqrt{y}$	18	$Z = 3y^2 + \sqrt{y^3+1}$
4	$D = 9{,}8a^2 + 5{,}52\cos t^5$	19	$P = n\sqrt{y^3 + 1{,}09g}$
5	$L = 1{,}51\cos x^2 + 2x^3$	20	$U = e^{k+y} + \mathrm{tg}x\sqrt{y}$
6	$M = \cos 2y + 3{,}6e^x$	21	$P = e^{y+5{,}5} + 9{,}1h^3$
7	$N = m^2 + 2{,}8\lvert m\rvert + 0{,}55$	22	$T = \sin(2u)\ln(2y^2 + \sqrt{x})$
8	$T = \sqrt{\lvert 6y^2 - 0{,}1y + 4\rvert}$	23	$G = e^{2y} + \sin(f)$
9	$V = \ln(y + 0{,}95) + \sin x^4$	24	$F = 2\sin(0{,}214y^5 + 1)$
10	$U = e^y + 7{,}355k^2 + \sin^2 x$	25	$G = e^{2y} + \sin(f^2)$
11	$S = 9{,}756y^7 + 2\mathrm{tg}x$	26	$Z = \sin(p^2 + 0{,}4)^3$
12	$K = 7t^2 + 3\sin x^3 + 9{,}2$	27	$W = 1{,}03v + e^{2y} + \mathrm{tg}\lvert x\rvert$
13	$E = \sqrt{\lvert 3y^2 + 0{,}5y + 4\rvert}$	28	$T = e^{y+h} + \sqrt{\lvert 6{,}4y\rvert}$
14	$R = \lvert\sqrt{\sin^2 y + 6{,}835} + e^x\rvert$	29	$N = 3y^2 + \sqrt{\lvert y+1\rvert}$
15	$H = \sin y^2 - 2{,}8y + \sqrt{\lvert y\rvert}$	30	$W = e^{y+r} + 7{,}2\sin r$

3. Продемонстрировать результаты преподавателю (студенты, сдающие лабораторную работу №1 в обозначенный преподавателем срок в течение занятия, могут не оформлять отчет).

Полезные ссылки и источники :

Соболев, А.Н.
Компьютерная физика: учебное пособие / А.Н. Соболев, А.Г. Воронцов. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2016. – 119 с.

- Хайбрахманов, С. А. Основы научных расчётов на языке программирования Python : учеб. пособие / С. А. Хайбрахманов. — Челябинск : Издво Челяб. гос. ун-та, 2019. —с 58-77.
- http://cs.mipt.ru/python/lessons/lab1.html
- https://python-scripts.com/matplotlib

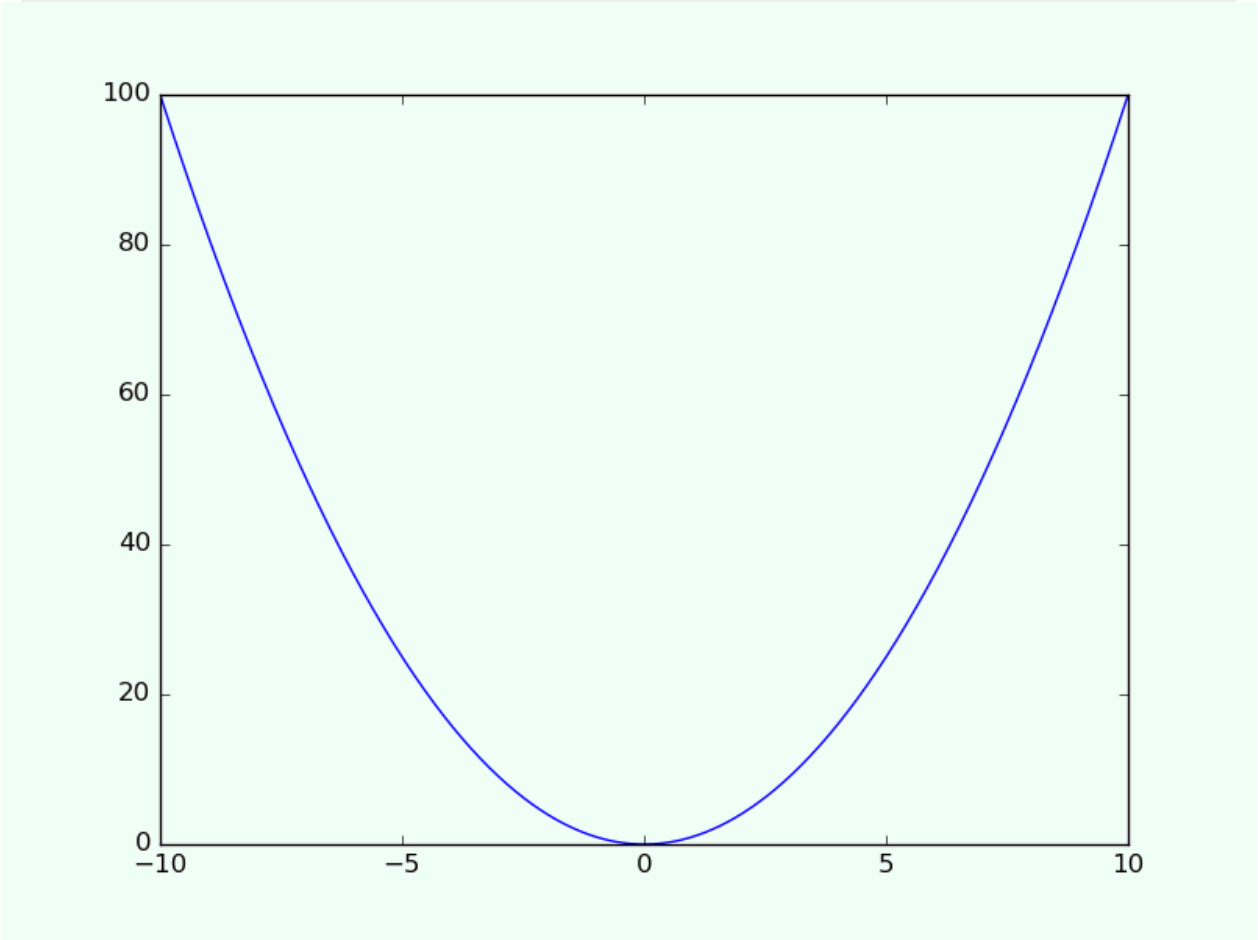
Приложение

Построение графиков

matplotlib - набор дополнительных модулей (библиотек) языка Python. Предоставляет средства для построения самых разнообразных 2D графиков и диаграмм данных. Отличается простотой использования — для построения весьма сложных и красочно оформленных диаграмм достаточно нескольких строк кода. При этом качество получаемых изображений более чем достаточно для их публикования. Также позволяет сохранять результаты в различных форматах, например Postscript, и, соответственно, вставлять изображения в документы TeX. Предоставляет API для встраивания своих графических объектов в приложения пользователя.

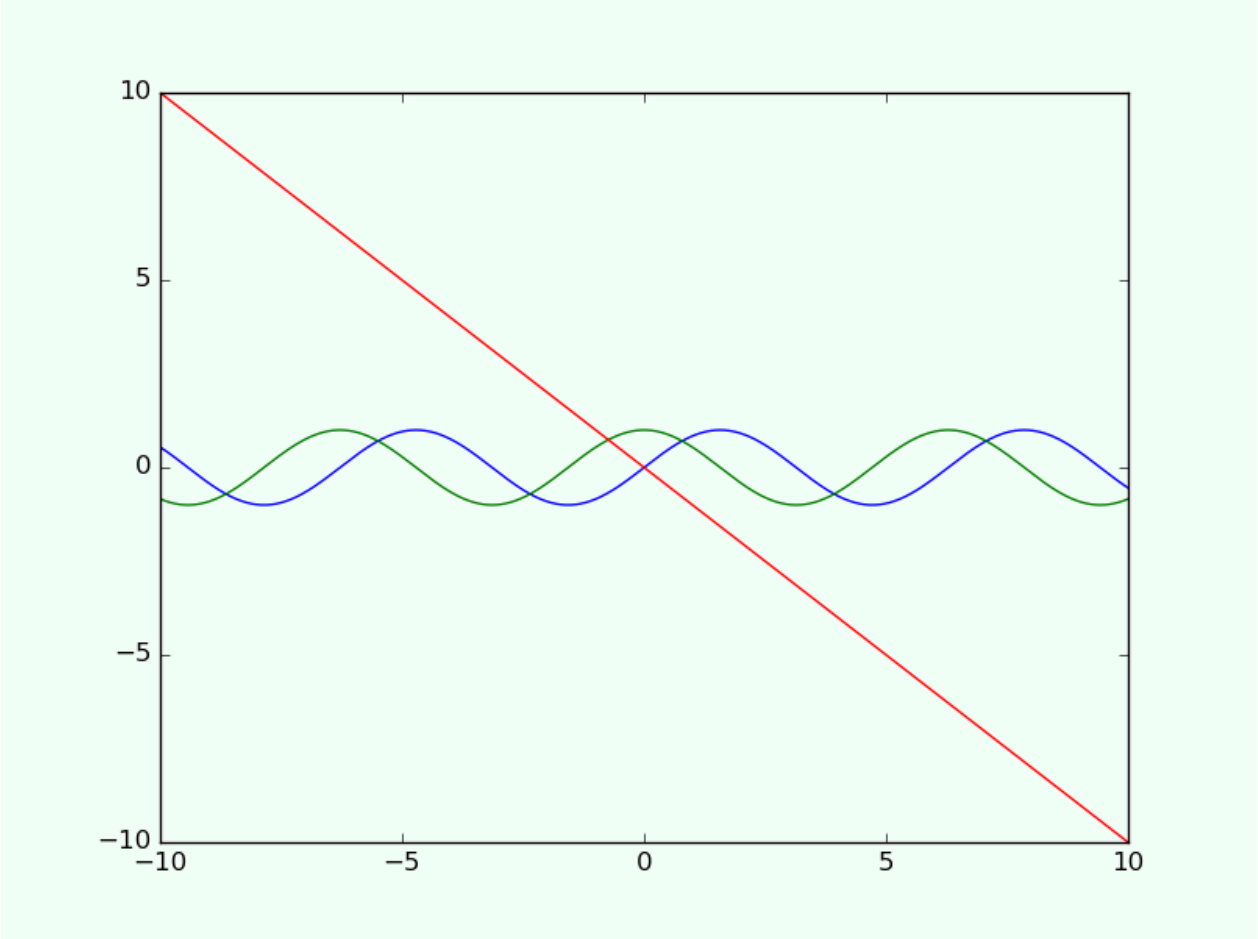
Пример построения графика функции:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x = np.arange(-10, 10.01, 0.01)
plt.plot(x, x**2)
plt.show()
```



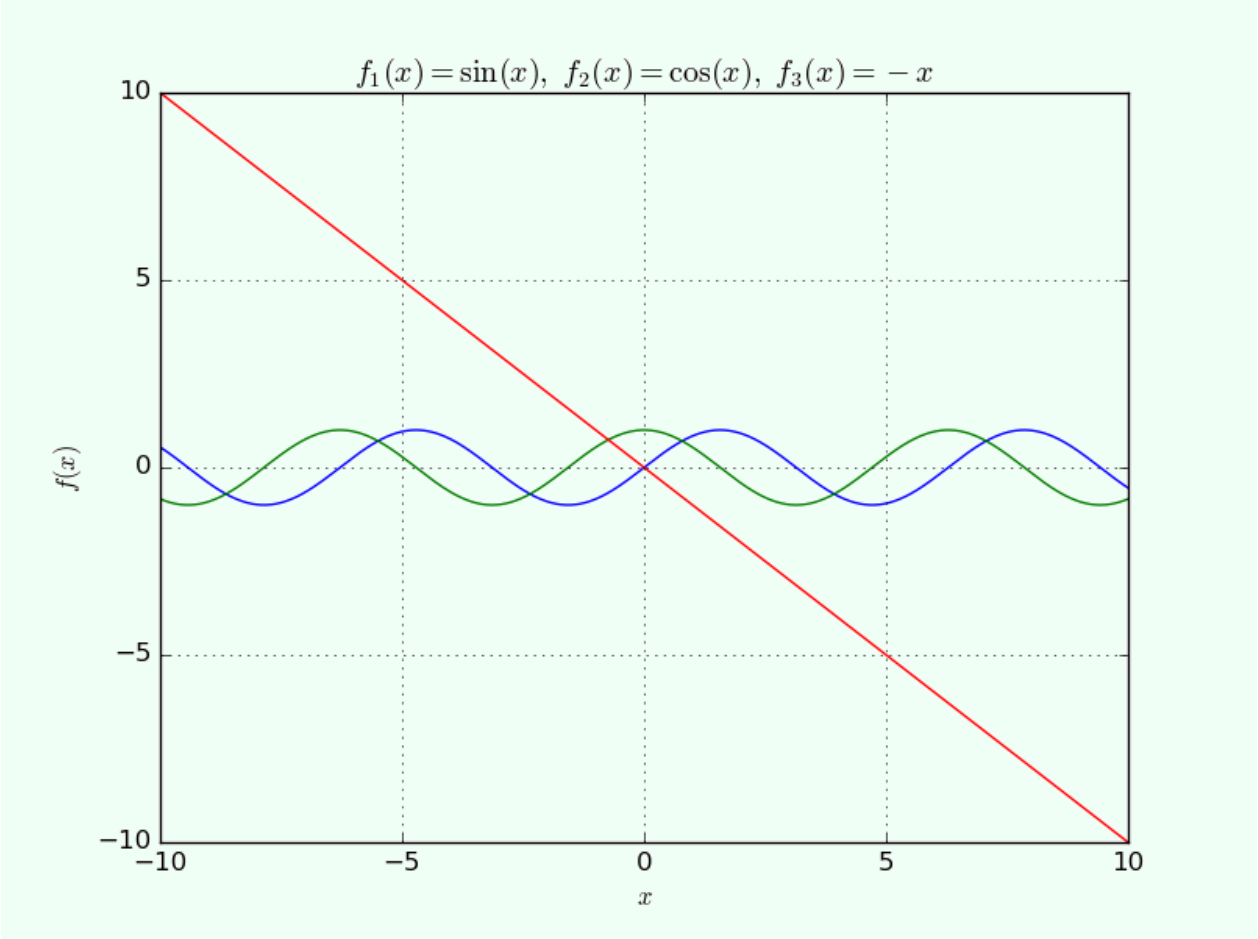
На одном рисунке можно построить несколько графиков функций:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x = np.arange(-10, 10.01, 0.01)
plt.plot(x, np.sin(x), x, np.cos(x), x, -x)
plt.show()
```



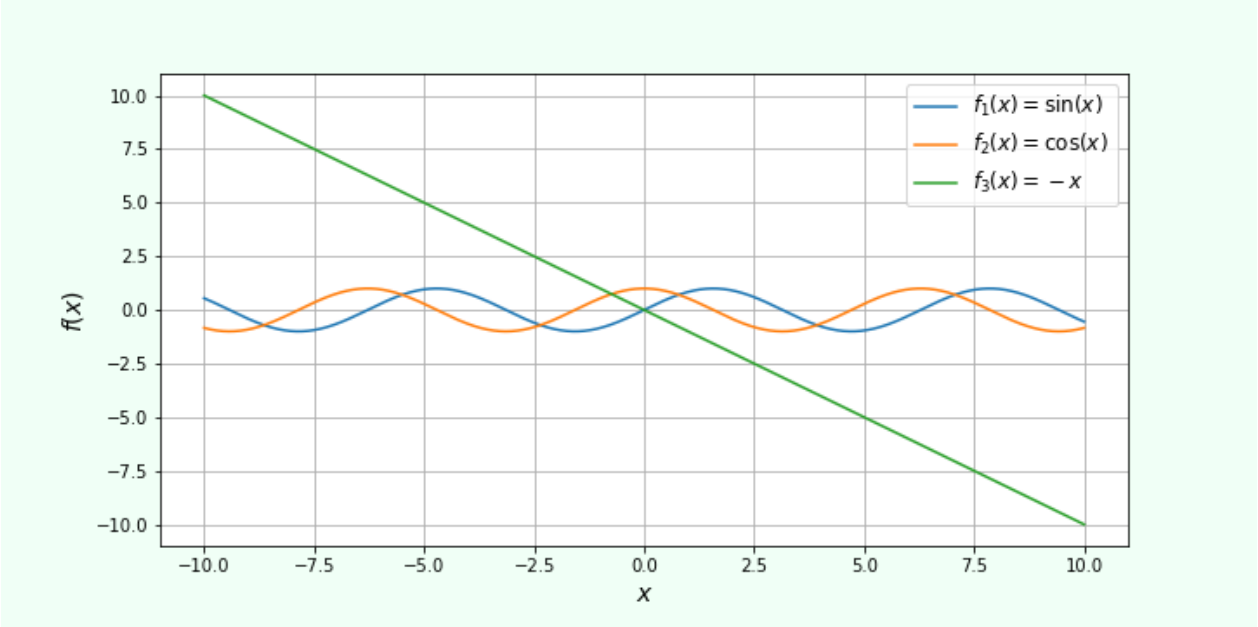
Также довольно просто на график добавить служебную информацию и отобразить сетку:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x = np.arange(-10, 10.01, 0.01)
plt.plot(x, np.sin(x), x, np.cos(x), x, -x)
plt.xlabel(r'$x$')
plt.ylabel(r'$f(x)$')
plt.title(r'$f_1(x)=\sin(x),\ f_2(x)=\cos(x),\ f_3(x)=-x$')
plt.grid(True)
plt.show()
```



Или используя `legend()`, где можно указать место расположения подписей к кривым на графике в параметре `loc`. Подписи могут быть явно переданы `legend((line1, line2, line3), ('label1', 'label2', 'label3'))` или могут быть переданы в аргумет `label`, как в примере ниже. Чтобы сохранить график нужно воспользоваться `savefig(figure_name)`, где figure_name является строкой назания файла с указанием расширения. Для текстовых полей можно изменять шрифт (`fontsize`), для большей читаемости графика, а его размер указывается с помощью `figure(figsize=(10, 5))`.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
x = np.arange(-10, 10.01, 0.01)
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(x, np.sin(x), label=r'$f_1(x)=\sin(x)$')
plt.plot(x, np.cos(x), label=r'$f_2(x)=\cos(x)$')
plt.plot(x, -x, label=r'$f_3(x)=-x$')
plt.xlabel(r'$x$', fontsize=14)
plt.ylabel(r'$f(x)$', fontsize=14)
plt.grid(True)
plt.legend(loc='best', fontsize=12)
plt.savefig('figure_with_legend.png')
plt.show()
```



Текстовые поля в matplotlib могут содержать разметку LaTeX, заключенную в знаки $. Буква r перед кавычками говорит python, что символ "\" следует оставить как есть и не интерпретировать как начало спецсимвола (например, перевода строки - "\n").
Работа с matplotlib основана на использовании графических окон и осей (оси позволяют задать некоторую графическую область). Все построения применяются к текущим осям. Это позволяет изображать несколько графиков в одном графическом окне. По умолчанию создаётся одно графическое окно figure(1) и одна графическая область subplot(111) в этом окне. Команда subplot позволяет разбить графическое окно на несколько областей. Она имеет три параметра: `nr`, `nc`, `np`. Параметры `nr` и `nc` определяют количество строк и столбцов на которые разбивается графическая область, параметр `np` определяет номер текущей области (`np` принимает значения от 1 до `nr*nc`). Если `nr*nc<10`, то передавать параметры `nr`, `nc`, `np` можно без использования запятой. Например, допустимы формы subplot(2,2,1) и subplot(221).

```
      import numpy as np
      import matplotlib.pyplot as plt
      x = np.arange(-10, 10.01, 0.01)
t = np.arange(-10, 11, 1)

      #subplot 1
      sp = plt.subplot(221)
      plt.plot(x, np.sin(x))
      plt.title(r'$\sin(x)$')
      plt.grid(True)

      #subplot 2
      sp = plt.subplot(222)
      plt.plot(x, np.cos(x), 'g')
      plt.axis('equal')
      plt.grid(True)
      plt.title(r'$\cos(x)$')

      #subplot 3
      sp = plt.subplot(223)
      plt.plot(x, x**2, t, t**2, 'ro')
      plt.title(r'$x^2$')

      #subplot 4
      sp = plt.subplot(224)
      plt.plot(x, x)
      sp.spines['left'].set_position('center')
      sp.spines['bottom'].set_position('center')
      plt.title(r'$x$')

      plt.show()
```

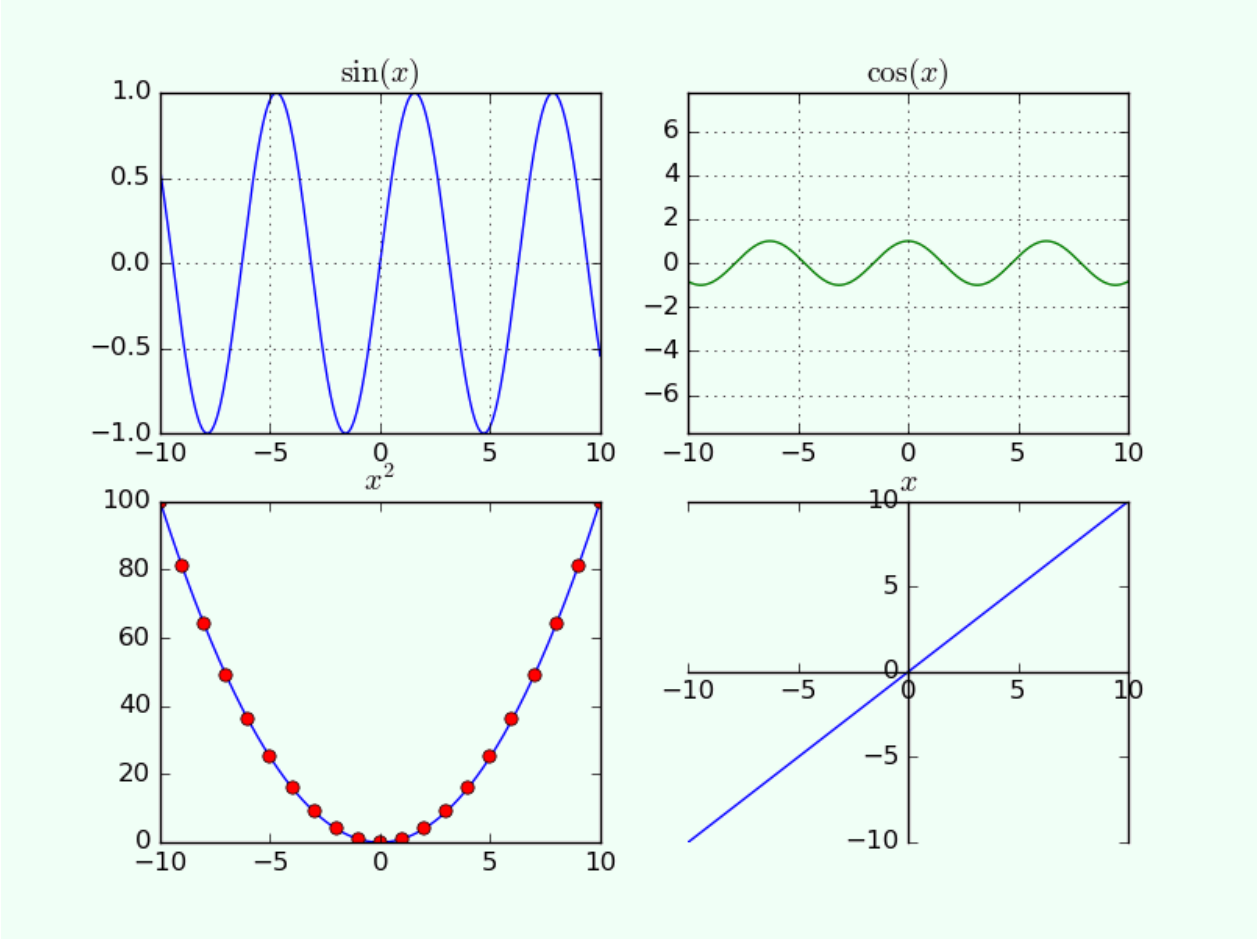
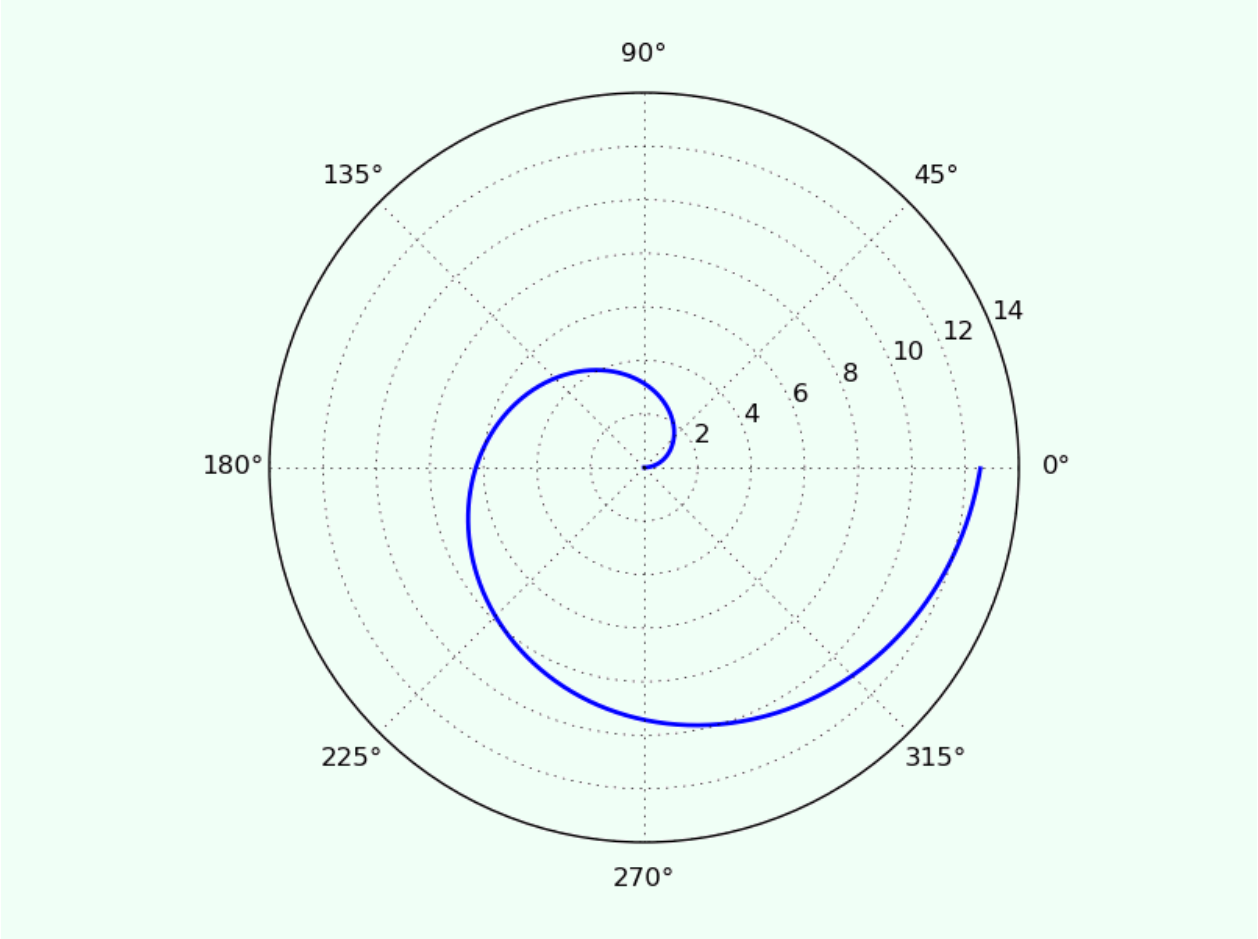


График может быть построен в полярной системе координат, для этого при создании subplot необходимо указать параметр `polar=True`:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
plt.subplot(111, polar=True)
phi = np.arange(0, 2*np.pi, 0.01)
rho = 2*phi
plt.plot(phi, rho, lw=2)
plt.show()
```



Или может быть задан в параметрической форме (для этого не требуется никаких дополнительных действий, поскольку два массива, которые передаются в функцию plot воспринимаются просто как списки координат точек, из которых состоит график):

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
t = np.arange(0, 2*np.pi, 0.01)
r = 4
plt.plot(r*np.sin(t), r*np.cos(t), lw=3)
plt.axis('equal')
plt.show()
```

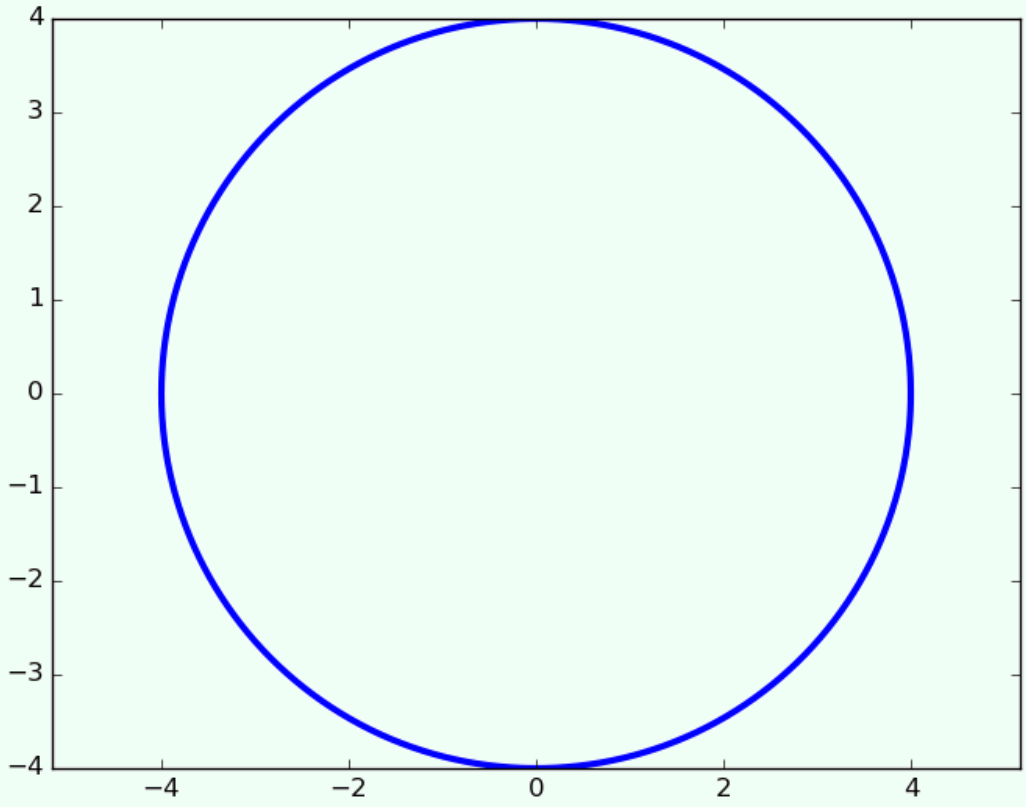
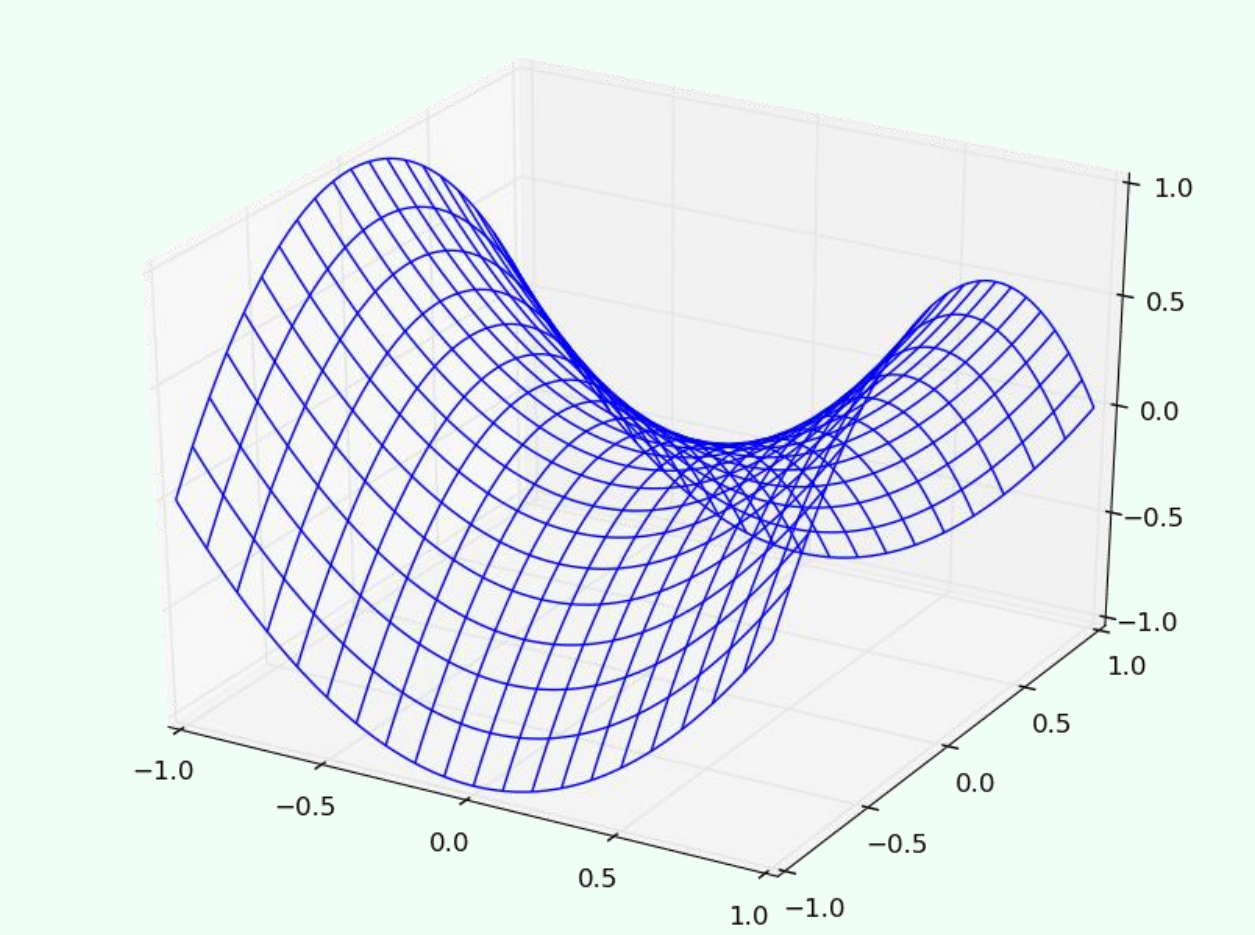


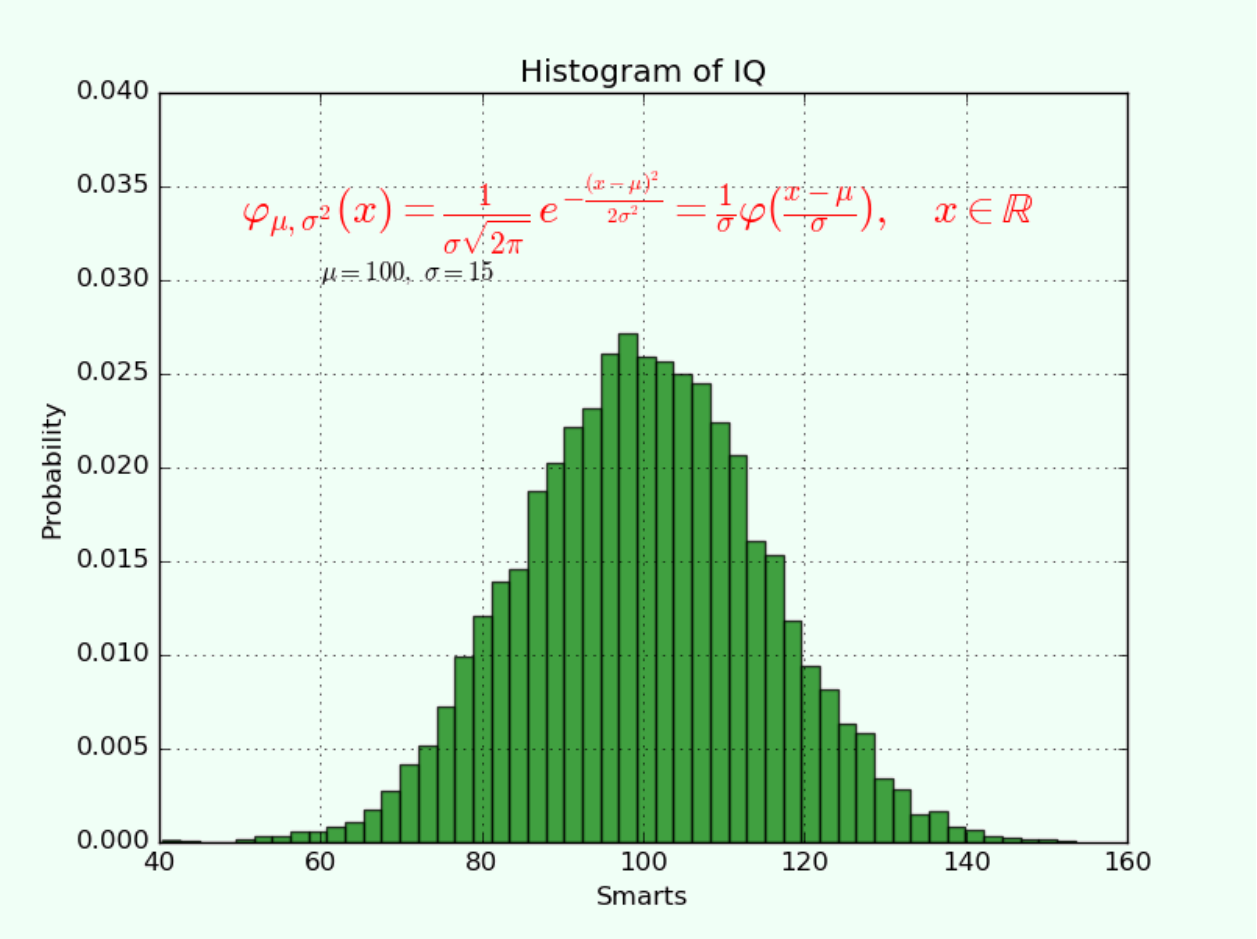
График функции двух переменных может быть построен, например, так:

```
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
ax = axes3d.Axes3D(plt.figure())
i = np.arange(-1, 1, 0.01)
X, Y = np.meshgrid(i, i)
Z = X**2 - Y**2
ax.plot_wireframe(X, Y, Z, rstride=10, cstride=10)
plt.show()
```



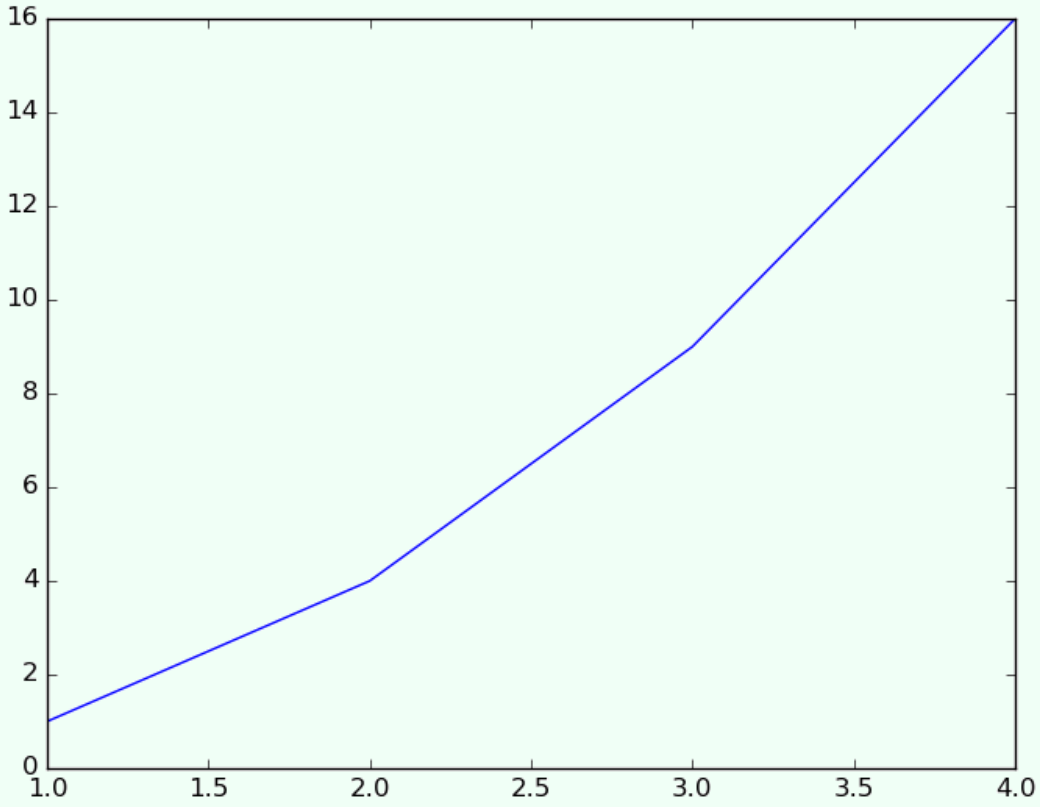
Добавление текста на график: Команду text() можно использовать для добавления текста в произвольном месте (по умолчанию координаты задаются в координатах активных осей), а команды `xlabel()`, `ylabel()` и `title()` служат соответственно для подписи оси абсцисс, оси ординат и всего графика. Для более полной информации смотрите **«Text introduction»** раздел на оф. сайте.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
mu, sigma = 100, 15
x = mu + sigma * np.random.randn(10000)
# the histogram of the data
n, bins, patches = plt.hist(x, 50, density=True, facecolor='g', alpha=0.75)

plt.xlabel('Smarts')
plt.ylabel('Probability')
plt.title('Histogram of IQ')
plt.text(60, .030, r'$\mu=100,\ \sigma=15$')
plt.text(50, .033, r'$\varphi_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \,e^{ -
\frac{(x- \mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{x -
\mu}{\sigma}\right),\quad x\in\mathbb{R}$', fontsize=20, color='red')
plt.axis([40, 160, 0, 0.04])
plt.grid(True)
plt.show()
```



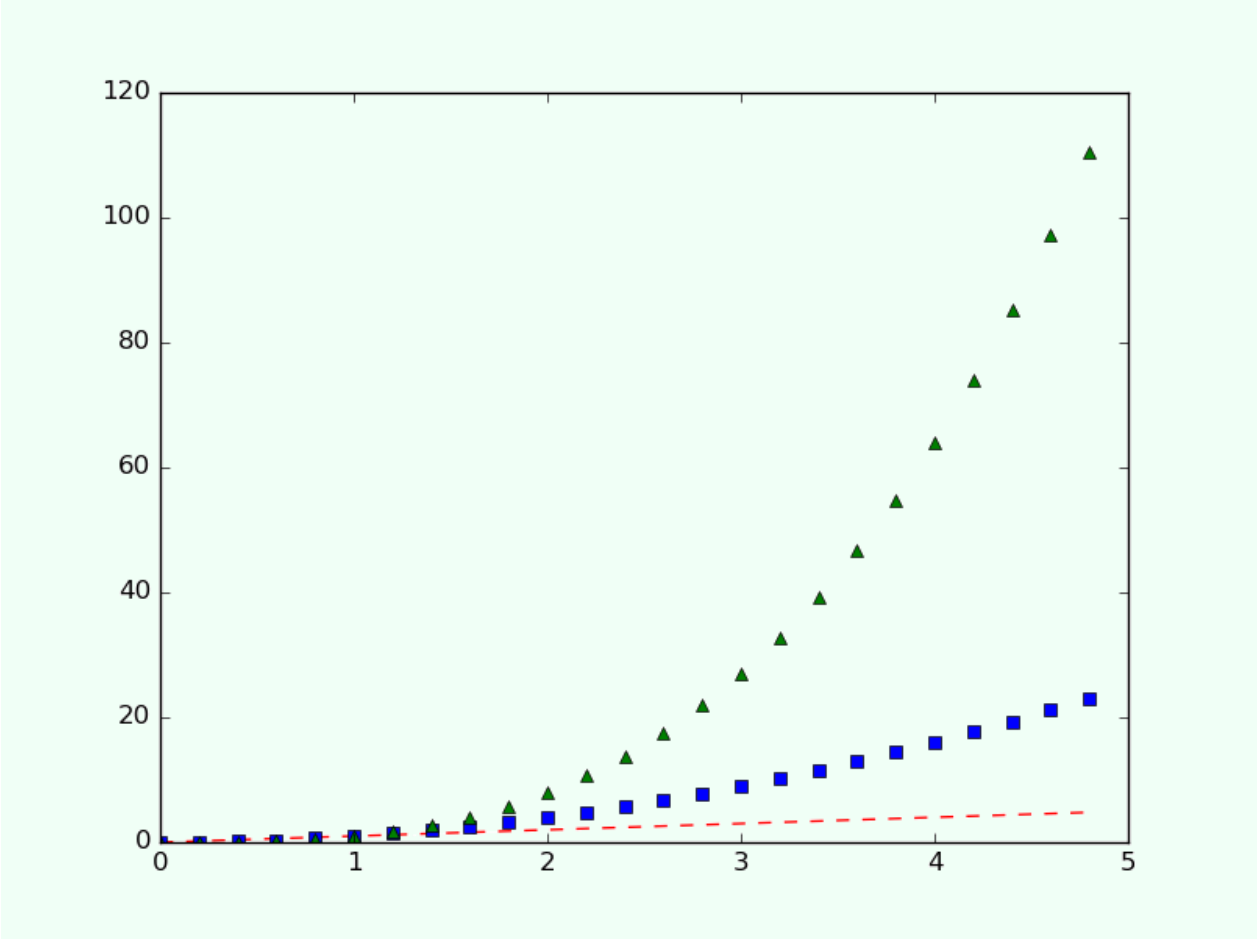
`plot()` — универсальная команда и в неё можно передавать произвольное количество аргументов. Например, для того, чтобы отобразить `y` в зависимости от `x`, можно выполнить команду:

```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot([1, 2, 3, 4], [1, 4, 9, 16])
plt.show()
```



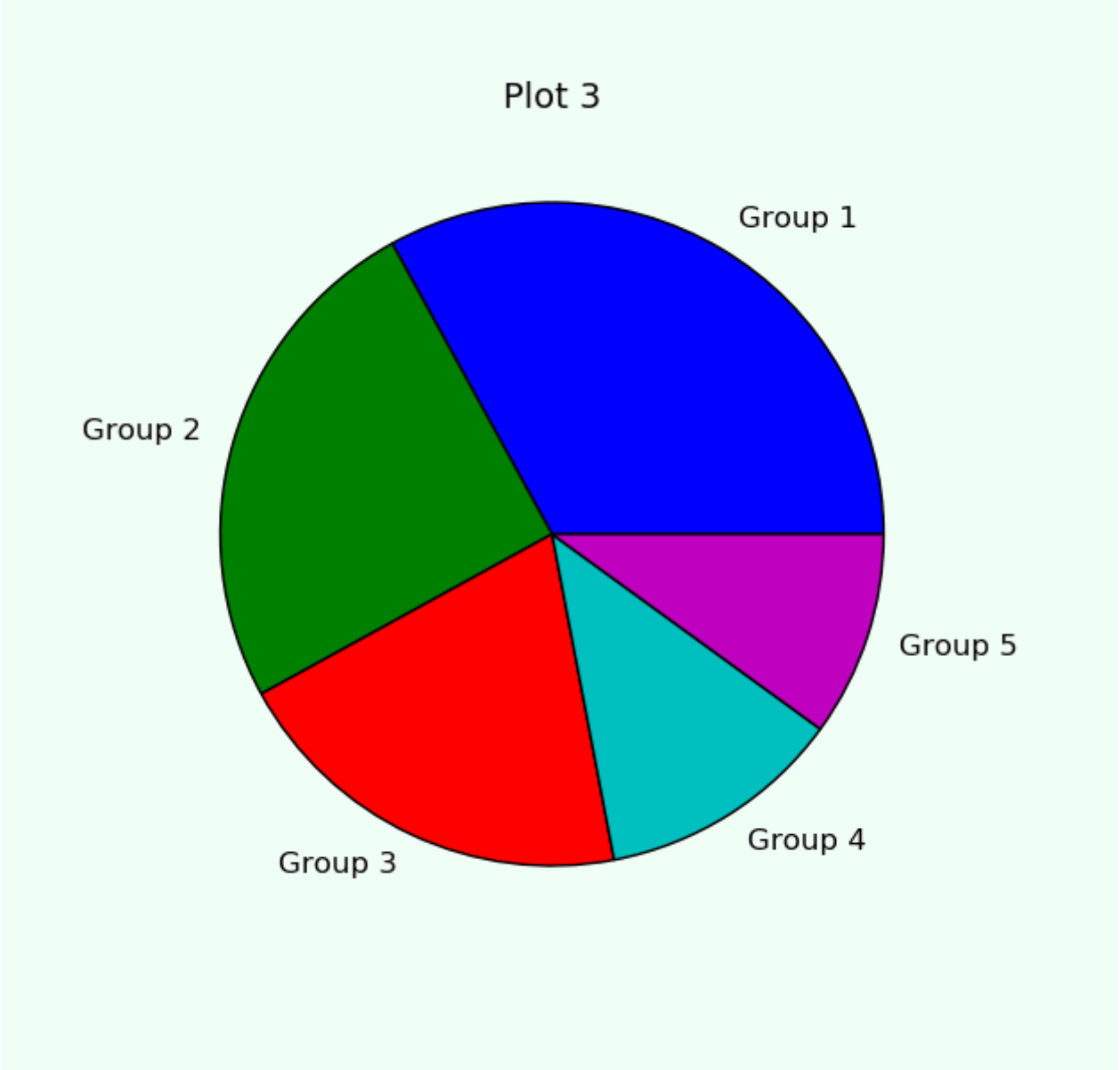
Каждую последовательность можно отобразить своим типом точек:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# равномерно распределённые значения от 0 до 5, с шагом 0.2
t = np.arange(0., 5., 0.2)

# красные чёрточки, синие квадраты и зелёные треугольники
plt.plot(t, t, 'r--', t, t**2, 'bs', t, t**3, 'g^')
plt.show()
```



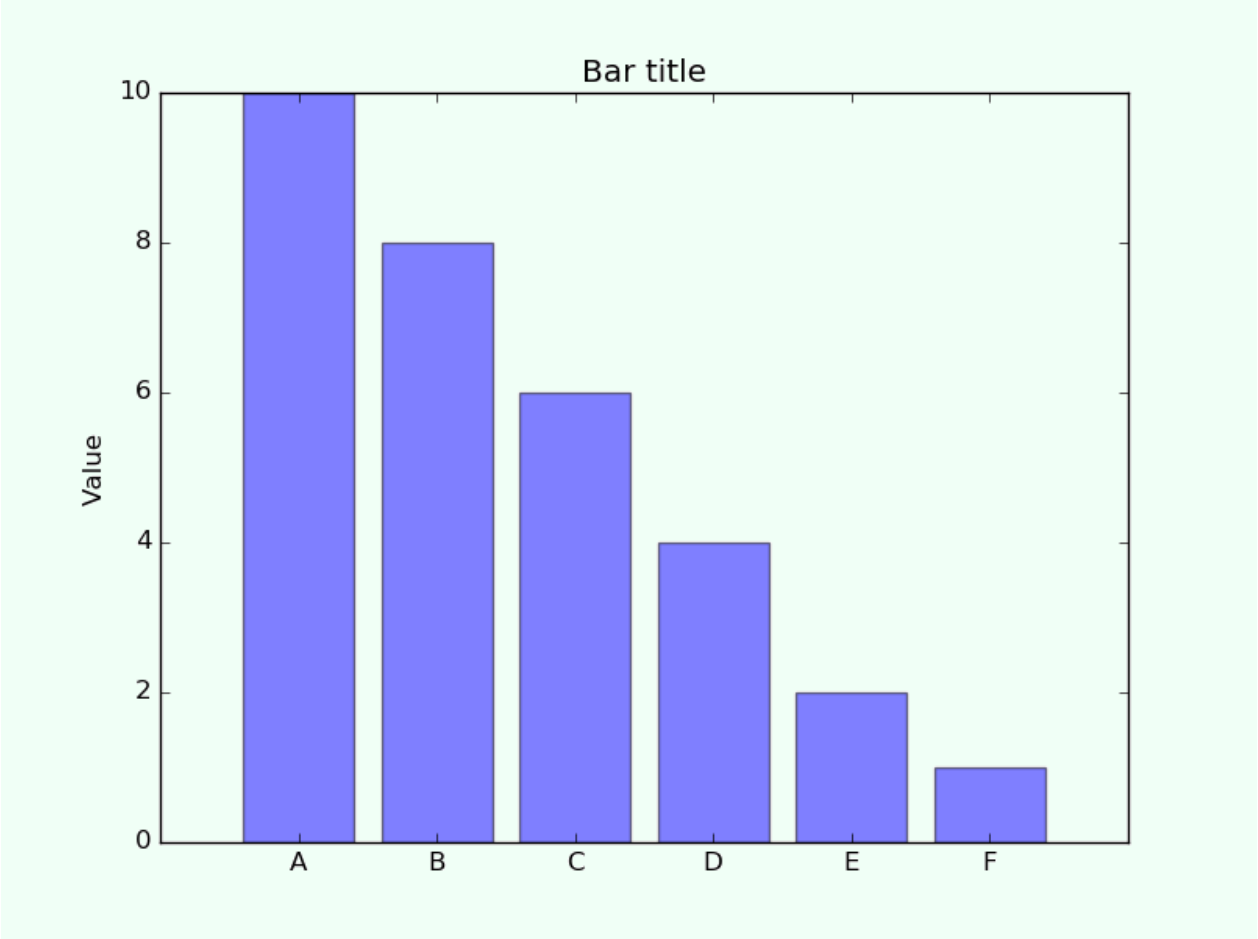
Также в matplotlib существует возможность строить круговые диаграммы:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

data = [33, 25, 20, 12, 10]
plt.figure(num=1, figsize=(6, 6))
plt.axes(aspect=1)
plt.title('Plot 3', size=14)
plt.pie(data, labels=('Group 1', 'Group 2', 'Group 3', 'Group 4', 'Group 5'))
plt.show()
```



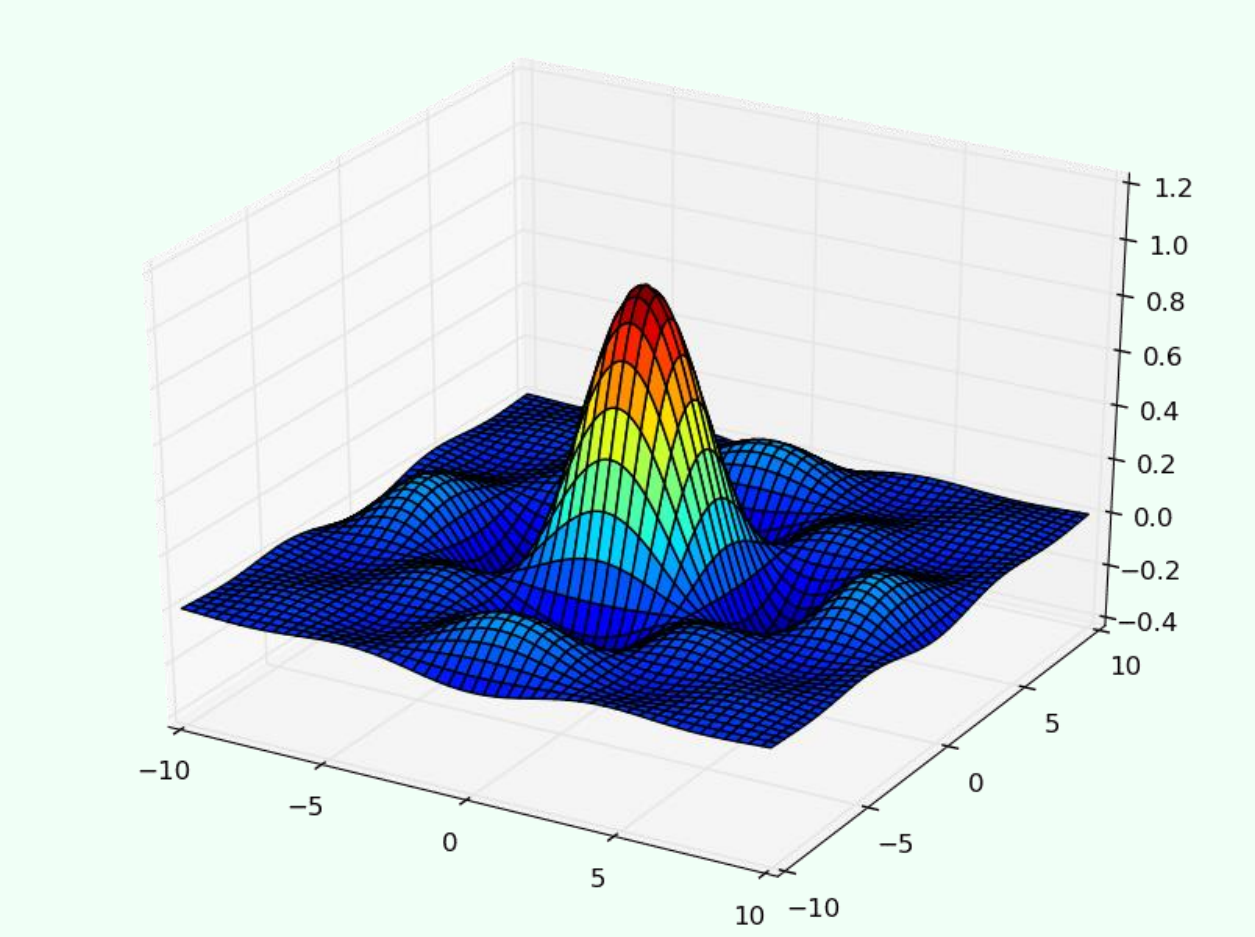
И аналогичным образом столбчатые диаграммы:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

objects = ('A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F')
y_pos = np.arange(len(objects))
performance = [10,8,6,4,2,1]

plt.bar(y_pos, performance, align='center', alpha=0.5)
plt.xticks(y_pos, objects)
plt.ylabel('Value')
plt.title('Bar title')

plt.show()
```



Цветовые карты используются, если нужно указать в какие цвета должны окрашиваться участки трёхмерной поверхности в зависимости от значения Z в этой области. Цветовую карту можно задать самому, а можно воспользоваться готовой. Рассмотрим использование цветовой карты на примере графика функции `z(x,y)=sin(x)*sin(y)/(x*y)`.

```
import pylab
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
import numpy

def makeData():
        x = numpy.arange(-10, 10, 0.1)
        y = numpy.arange(-10, 10, 0.1)
        xgrid, ygrid = numpy.meshgrid(x, y)
        zgrid = numpy.sin(xgrid)*numpy.sin(ygrid)/(xgrid*ygrid)
        return xgrid, ygrid, zgrid

x, y, z = makeData()

fig = pylab.figure()
axes = Axes3D(fig)
axes.plot_surface(x, y, z, rstride=4, cstride=4, cmap=cm.jet)
pylab.show()
```



Альтернативой к использованию `mpl_toolkits.mplot3d` является библиотека `plotly`, которая позволяет интерактивно взаимодействовать с графиком, поворачивая его или увеличивая некоторую область в пространсте.

Функция eval()

В Python есть встроенная функция `eval()`, которая выполняет строку с кодом и возвращает результат выполнения:

```
>>> eval("2 + 3*len('hello')")
17
>>>
```

Это очень мощная, но и очень опасная инструкция, особенно если строки, которые вы передаёте в `eval`, получены не из доверенного источника. Если строкой, которую мы решим скормить `eval()`, окажется `"os.system('rm -rf /')"`, то интерпретатор честно запустит процесс удаления всех данных с компьютера.

Упражнение №2

Постройте график функции

y(x) = x*x - x - 6

и по графику найдите найдите корни уравнения y(x) = 0. (Не нужно применять численных методов — просто приблизьте график к корням функции настолько, чтобы было удобно их найти.)

Упражнение №3

Постройте график функции

$$\log_{1+\tan\left(\frac{1}{1+\sin^2(x)}\right)}\left(x^2+1\right)\exp\left(-\frac{|x|}{10}\right)$$

Упражнение №4

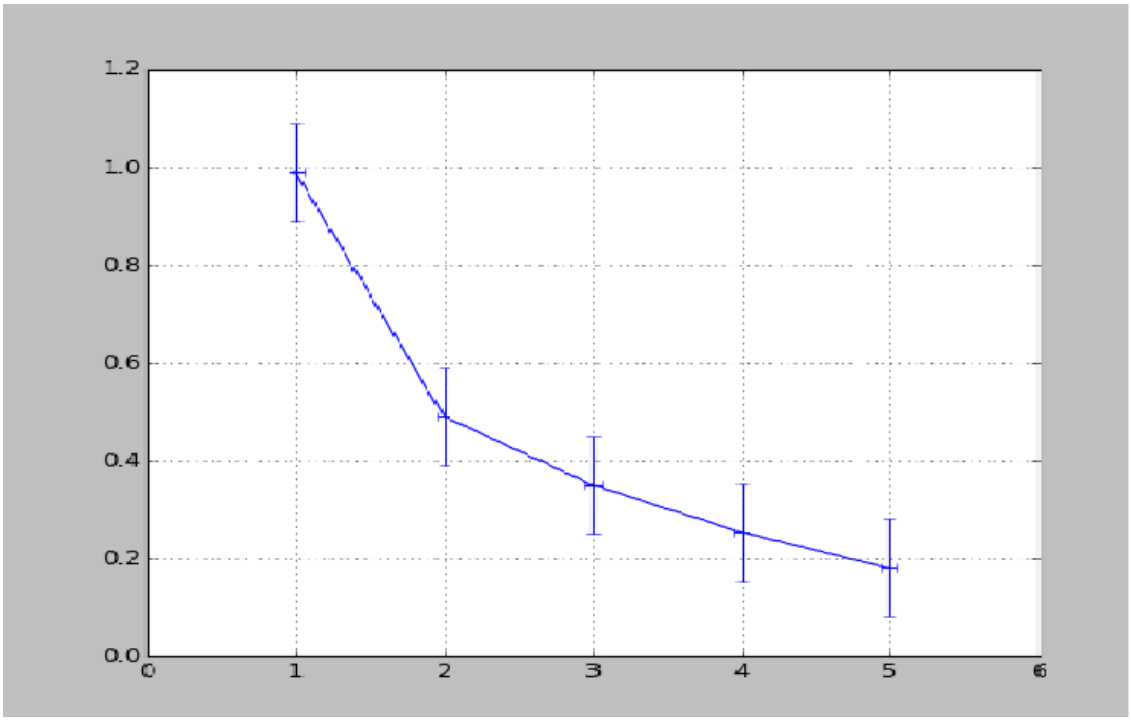
Используя функцию `eval()` постройте график функции, введённой с клавиатуры. Чтобы считать данные с клавиатуры, используйте функцию `input()`. Попробуйте включить эффект «рисование от руки» посредством вызова `plt.xkcd()`. Посольку эта функция применяет некоторый набор настроек, избавиться от которых впоследствие не так просто, удобнее использовать ее как "контекстный менеджер" - это позволяет применить настройки временно, только к определенному блоку кода. Для этого используется ключевое слово with:

```
with plt.xkcd():
    plt.pie([70, 10, 10, 10], labels=('В комментариях', 'В Ираке', 'В Сирии', 'В Афганистане'))
    plt.title('Где ведутся самые ожесточенные бои')
```

Отображение погрешностей

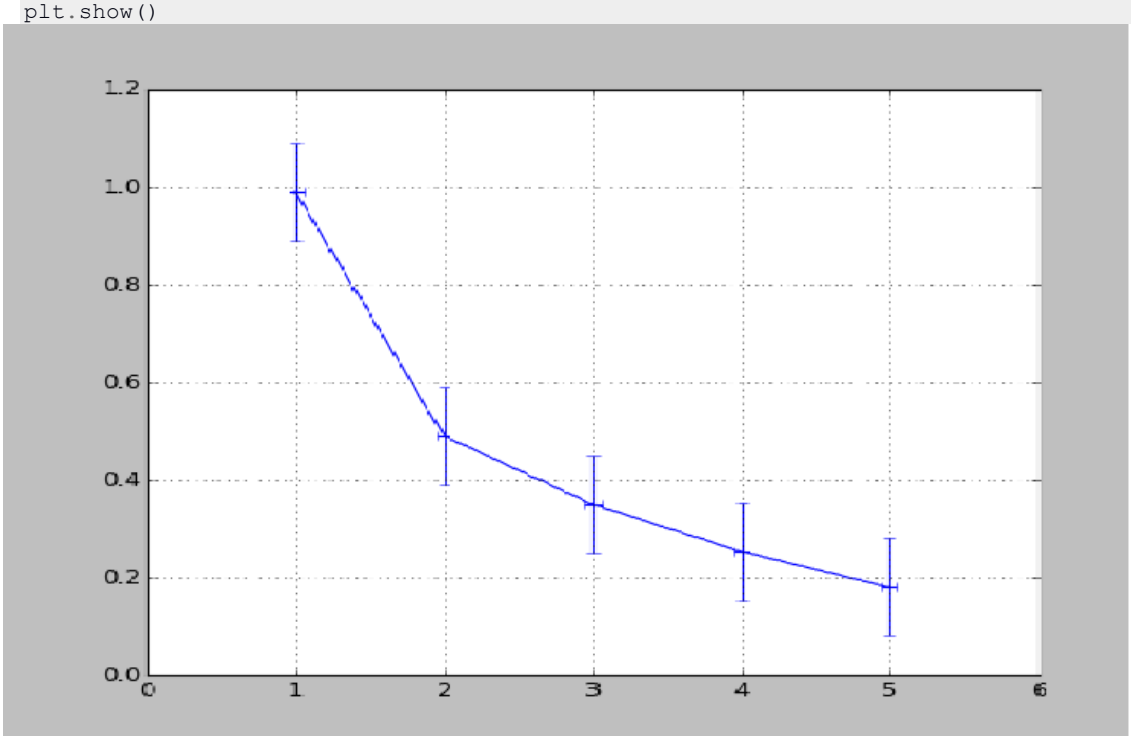
С помощью метода `plt.errorbar` можно рисовать точки с погрешностями измерений, как для лабораторных работ. Погрешности по осям абсцисс и ординат задаются в параметрах (соответственно) `xerr` и `yerr`.

```
import matplotlib.pyplot as plt
x = [1, 2, 3, 4, 5]
y = [0.99, 0.49, 0.35, 0.253, 0.18]
plt.errorbar(x, y, xerr=0.05, yerr=0.1)
plt.grid()
plt.show()
```



Альтернативой для `plt.errorbar` может слудить `plt.fill_between`, который заполняет область графика между кривыми, чтобы регулировать прозрачность используется аргумент `alpha`. Это число из отрезка [0, 1], на которое домножоается интенсивность цвета заполнения между кривыми.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.arange(0, 10, 0.01)
plt.plot(x, x**2, label=r'$f = x^2$')
plt.scatter(x, x**2 + np.random.randn(len(x))*x, s=0.3)
plt.fill_between(x, 1.3*x**2, 0.7*x**2, alpha=0.3)
plt.legend(loc='best')
plt.savefig('figure_fill_between.png')
plt.show()
```



В уже использованном модуле `numpy` есть метод **polyfit**, позволяющий приближать данные методом наименьших квадратов. Он возвращает погрешности и коэффициенты полученного многочлена.

```
x = [1, 2, 3, 4, 5, 6]
y = [1, 1.42, 1.76, 2, 2.24, 2.5]
p, v = np.polyfit(x, y, deg=1, cov=True)

>>> p
array([0.28517032, 0.80720757])
>>> v
array([[0.00063242, -0.00221348],
[-0.00221348, 0.00959173]])
```

Многочлен задается формулой p(x) = p[0] * x**deg + ... + p[deg]

Для того, чтобы не выписывать каждый раз руками эту формулу для разных степеней, есть функция `poly1d`, которая возвращает функцию полинома, описанного точками p. Возвращенная функция может принимать на вход не только число, но и список значений, в таком случае, будет вычислено значение функции в каждой точке списка и возвращен список результатов.

```
p_f = np.poly1d(p)
p_f(0.5)
p_f([1, 2, 3])
```