

Khôlles de Mathématiques - Semaine 19

Hugo Vangilluwen, Ober George

02 Mars 2024

1 Calculer $E^{i,j} \times E^{k,l}$ en fonction de i, j, k, l et des Symboles de Kronecker

Démonstration. Calculons $E^{i,j}(n,p) \times E^{k,l}(p,q)$.

Soient $(r, s) \in \llbracket 1, n \rrbracket \times \llbracket 1, q \rrbracket$ fq

$$\begin{aligned} [E^{i,j} \times E^{k,l}]_{rs} &= \sum_{t=1}^n E_{r,t}^{i,j} E_{t,s}^{k,l} \\ &= \sum_{t=1}^n \delta_{ir} \delta_{jt} \delta_{kt} \delta_{ls} \\ &= \delta_{jk} \delta_{ir} \delta_{ls} \end{aligned}$$

Ainsi, pour le calcul de $(E^{i,j})^2$, $q \leftarrow n$, $p \leftarrow n$, $k \leftarrow i$, $l \leftarrow j$.

Soient $(r, s) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$ fq

$$[(E^{i,j})^2]_{rs} = \delta_{ir} \delta_{js} \delta_{ij} = \begin{cases} [E^{i,i}]_{rs} & \text{si } i = j \\ [0_{n,n}]_{rs} & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

□