

مسابقه دانشکده علوم ریاضی

روز دوم، زمان: ۴ ساعت

اسفند ۱۳۹۴

سوال ۱

نشان دهید اگر A ماتریسی $n \times n$ وارون پذیر با درایه های مختلط و A^{1394} قطری شدنی باشد، A هم قطری شدنی است.

سوال ۲

فرض کنید $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ تابعی یک به یک و ϵ عددی مثبت باشد. ثابت کنید سری زیر همگرا است:

$$\sum \frac{1}{n^{\epsilon} f(n)}$$

سوال ۳

نشان دهید در حلقه های بولی (یعنی حلقه ای که در آن برای هر عضو مثل a ، $a^2 = a$) هر ایده آل متناهی تولید شده اصلی است.

سوال ۴

فرض کنید \mathbb{D} دیسک واحد در صفحه مختلط و $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{C}$ تابعی است که روی \mathbb{D} پیوسته و در داخل آن هولومورف است. نشان دهید اگر f بر بازه ای روی مرز \mathbb{D} صفر باشد متحد با صفر است.

سوال ۵

A را مجموعه همه زیرمجموعه های n عضوی از $\{1, 000, 2n\}$ بگیرید. نشان دهید A را می توان به شش دسته افراز کرد طوری که اشتراک هر دو عضو از یک دسته حداقل دو عضوی باشد.

موفق باشید