

باسمه تعالی

مسابقه دانشکده علوم ریاضی اسفند ۱۳۹۳

روز اول، زمان: ۴ ساعت

۱. ۱۳۹۳ نقطه در صفحه داده شده است. فرض کنید l خطی باشد که مجموع فاصله نقاط از آن مینیمم است. نشان دهید l از دست کم یکی از نقطه‌ها می‌گذرد.

۲. نشان دهید برای هر تابع دلخواه $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تعداد نقاط ماکزیمم موضعی اکید حداکثر شمارا است.

۳. فرض کنید G یک p -گروه متناهی باشد و $x, y \in G$ به طوری که هر زیرگروه نرمال از G که شامل $xyx^{-1}y^{-1}$ باشد شامل x نیز هست. نشان دهید $x = 1$.

۴. n^2 عدد حقیقی که دست کم $2n - 1$ تا از آن‌ها متمایز هستند داده شده است. نشان دهید می‌توان این اعداد را طوری در یک ماتریس $n \times n$ قرار داد که ماتریس به دست آمده وارون‌پذیر باشد.

۵. فرض کنید K یک میدان و $M_n(K)$ حلقه ماتریس‌های $n \times n$ با درایه‌های در K باشد. نشان دهید اگر نگاشت $\phi: M_n(K) \rightarrow M_m(K)$ یک هم‌ریختی (حافظ جمع و ضرب و عنصر همانی) باشد m مضربی از n است.