

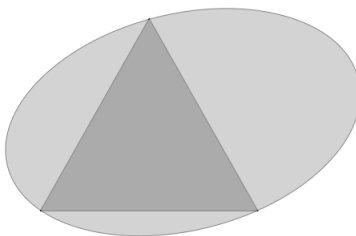
باسمه تعالی

مسابقه دانشکده علوم ریاضی، اردیبهشت ۱۳۹۷

روز اول، زمان: ۴ ساعت

۱. نشان دهید برای $n > 2$ ، هر گروه از مرتبه $2n$ که با دو عضو مرتبه دو تولید شود با گروه تقارن های n ضلعی منتظم یکریخت است.

۲. نشان دهید در بین تمام بیضی هایی که یک مثلث متساوی الاضلاع را در بر می گیرند، دایره محیطی مثلث کمترین مساحت را دارد.



۳. نشان دهید تنها جبرهای جابه جایی دو بُعدی روی میدان اعداد حقیقی، \mathbb{R}^2 ، \mathbb{C} و $\frac{\mathbb{R}[x]}{(x^2)}$ هستند.

۴. نشان دهید برای هر عدد مثبت ϵ ، عددی مانند C وجود دارد که برای هر تابع مشتق پذیر با مشتق پیوسته مانند f بر بازه $[0, 1]$

$$\max_{x \in [0, 1]} |f(x)| \leq \epsilon \max_{x \in [0, 1]} |f'(x)| + C \int_0^1 |f(t)| dt$$

۵. فرض کنید $L \subset \{0, \dots, k-1\}$ و ب.م.م. اعضای L مقسوم علیه k نباشد. نشان دهید برای هر $n > k$ حداکثر n مجموعه k عضوی از $\{1, \dots, n\}$ وجود دارند که تعداد اعضای اشتراک هر دو تایی متفاوت از آن ها عضوی از L باشد.