

16 Aula 16: 03/OUT/2019

16.1 Aula passada

Problema: rearranjar os elementos de uma lista para ficarem em ordem crescente.

Os algoritmos para esse problema estão servindo como laboratório de ideias para projeto e análise de algoritmos.

Na aula passada vimos ordenação por inserção, ordenação por inserção binária. Fizemos a análise desses algoritmo e vimos notação assintótica. Ordenação por seleção é um exemplo de algoritmo dinâmico: os dados não precisam estar todos presentes no início, podem ser fornecido *online*.

algoritmo	melhor caso	pior caso
inserção	$O(n)$	$O(n^2)$
inserção binária	$O(n \lg n)$	$O(n^2)$

Aproveitamos para mostrar a página *TimeComplexity* e o consumo de tempo dos métodos e funções do Python em notação assintótica.

16.2 Hoje

Nessa aula vimos um pouco mais de análise assintótica e experimental. Vimos ordenação por seleção e algumas versões do `bubblesort()` e algumas ideias de melhorias.

16.3 Arquivos com material complementar

No diretório da aula há alguns slides que podem ser úteis para simulações:

- `slides_analise_experimental.pdf`: tabela com análise experimental dos algoritmos de ordenação quadráticos
- `slides_notacao_assintotica.pdf`: define a classe `O` grande; possui uma tabela comparando funções e comentando sobre a relação de consumo de tempo dessas funções. Tem as classes de complexidade: linear, quadrática, $n \lg n$, cúbica

16.4 Ordenação por seleção

Há duas versões, pegue o menor e mova para o início ou pegue o maior mova para o final.

```
#-----
def selecao(lista):
    '''(list) -> None'''
    n = len(lista)
    i = 0
    while i < n-1:
        # encontra o dono da posição i
        i_min = i
```

```

    j = i+1
    while j < n:
        if lista[j] < lista[i_min]:
            i_min = j
        j += 1
    # troca
    lista[i], lista[i_min] = lista[i_min], lista[i]
    i += 1

#-----
def selecao(lista):
    '''(list) -> None'''
    n = len(lista)
    for i in range(n-1):
        # encontra o dono da posição i
        i_min = i
        for j in range(i+1, n):
            if lista[j] < lista[i_min]:
                i_min = j
        # troca
        lista[i], lista[i_min] = lista[i_min], lista[i]

```

16.4.1 Invariantes da ordenação por seleção

- a lista é uma permutação da original
- na linha do `while i < n-1`: vale que `lista[0:i]` está em ordem crescente
- na linha do `while i < n-1`: vale que `lista[0:i] <= lista[i:n]` está em ordem crescente

16.4.2 Ordenação por seleção pythoniana

Consumo de tempo assintótico é o mesmo. Mais eficiente na prática

```
#-----
def selecao_py (v, e, d):
    '''(list,int,int) -> None

    Recebe uma lista v[e:d] e ordena os seus elementos
    em ordem crescente.

    A função implementa o algoritmo de ordenação por seleção e usa
    funções nativas.
    '''
    for i in range(e, d):
        clone = v[i: d]
        mini = min(clone)    # índice do candidato a menor item de v[i:d]
        imin = clone.index(mini)
        # troca v[i] e v[imin]
        v[imin], v[i] = v[i], v[imin]
```

16.4.3 Análise experimental

A análise experimental comprova que não importa a implementação, usando ou não funções nativas, o consumo é $O(n^2)$

```
aulas/sort> python main.py -s -p
  n      selecao selecao_P
256      0.00      0.00
512      0.01      0.01
1024     0.05      0.02
2048     0.23      0.09
4096     1.00      0.40
8192     4.34      1.59
16384    18.54      6.91
...
```

16.5 Bubblesort

```
v      n=12
+---+---+---+---+---+---+---+---+---+---+---+---+
| 50 | 35 | 99 | 38 | 55 | 20 | 44 | 10 | 40 | 65 | 25 | 35 |  |
+---+---+---+---+---+---+---+---+---+---+---+---+
      0   1   2   3   4   5   6   7   8   9  10  11  12
```

```
50           10 |
35           10 50 |
99           10 35 |
38           10 99 |
55           10 38 |
20           10 55 |
44           10 20 |
10           44 |
40      25 |
65 25 40 |
25 65 |
35 |
```

```
#-----
```

```
def bubble_sort(lista):
    n = len(lista)
    i = 0
    while i < n-1:
        j = n-1
        while j > i:
            if lista[j] < lista[j-1]:
                # troca
                aux = lista[j]
                lista[j] = lista[j-1]
                lista[j-1] = aux
            j-=1
        i+=1
```

```
#-----
```

```
def bubble_sort(lista):
    n = len(lista)
    for i in range(n-1):
        for j in range(n-1,i,-1):
            if lista[j] < lista[j-1]:
                # troca
                aux = lista[j]
                lista[j] = lista[j-1]
                lista[j-1] = aux
```

```
#-----
```

```
def bubble_sort(lista):
    n = len(lista)
    i = 0
    while i < n-1:
        ult_troca = i
        j = n-1
        while j > i:
            if lista[j] < lista[j-1]:
                # troca
                aux = lista[j]
                lista[j] = lista[j-1]
                lista[j-1] = aux
                ult_troca = j
            j-=1
        i = ult_troca + 1
```

#-----

```
def bubble_sort(v):
    '''(list) -> None

    Recebe uma lista v e ordena os seus elementos
    em ordem crescente.

    A função implementa o bubble sort que também é
    conhecido como ordenação por troca,
    '''
    n = len(v)
    for i in range(n):
        for j in range(n-1,i,-1):
            if v[j] < v[j-1]:
                # troca
                v[j], v[j-1] = v[j-1], v[j]
```

#-----

```
def bubble_sort2(v):
    '''(list) -> None

    Recebe uma lista v e ordena os seus elementos
    em ordem crescente.

    A função implementa o bubble sort que também é
    conhecido como ordenação por troca.

    Utiliza marcador de última troca.
    '''
    n = len(v)
    i = 0
```

```

while i < n:
    ult_troca = n # posicao da ultima troca
    for j in range(n-1,i,-1):
        if v[j] < v[j-1]:
            # troca v[j] e v[j-1]
            v[j], v[j-1] = v[j-1], v[j]

            # guarda a posicao onde ocorreu a ultima troca
            ult_troca = j

    i = ult_troca

#-----
def shaker(v):
    '''(list) -> None
    Rearranja os elementos de `v` de tal forma que fique crescente.
    '''
    n = len(v)
    ini = 0
    fim = n
    # relações invariantes v[0:ini] e v[fim:n] são crescentes
    # para x em v[0:ini] e y em v[ini:n] vale que x <= y
    # para x em v[0:fim] e y em v[fim:n] vale que x <= y

    while ini < fim:
        # mais leve sobe...
        ult_troca = fim
        for j in range(fim-1,ini,-1):
            if v[j] < v[j-1]:
                v[j], v[j-1] = v[j-1], v[j]
                # guarda a posicao onde ocorreu a ultima troca
                ult_troca = j
        ini = ult_troca

        # mais pesado desce...
        for j in range(ini,fim-1,+1):
            if v[j] > v[j+1]:
                v[j], v[j+1] = v[j+1], v[j]
                # guarda a posicao onde ocorreu a ultima troca
                ult_troca = j+1
        fim = ult_troca

```

16.5.1 Invariantes do bubblesort

- a lista é uma permutação da original
- na linha do while `i < n-1`: vale que `lista[0:i]` está em ordem crescente
- na linha do while `i < n-1`: vale que `lista[0:i] <= lista[i:n]`