

Inlämningsuppgift 3 Algebra 1

Anton Lindbro

6 december 2024

1

Avgör om nedan funktioner är injektiva, surjektiva eller bijektiva

a

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = \frac{x^3 + 5}{3} \quad (1)$$

Vi börjar med att kolla om den är injektiva

$$\frac{x_1^3 + 5}{3} = \frac{x_2^3 + 5}{3} \quad (2)$$

$$x_1^3 = x_2^3 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (3)$$

Så funktionen är injektiv. Funktionen är dock inte surjektiv då alla element i målmängden inte träffas. Funktionen ger ett rationellt tal med 3 i nämnaren och träffar därmed inte alla rationella tal.

Svar: Funktionen är injektiv

b

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + \cos x \quad (4)$$

Även här börjar vi med att kolla om funktionen är injektiva

$$3x_1 + \cos x_1 = 3x_2 + \cos x_2 \quad (5)$$

$$3(x_1 - x_2) = \cos x_1 - \cos x_2 \quad (6)$$

Eftersom högerledet är begränsad mellan -1 och 1 och vänsterledet är av arbiträrt värde när $x_1 \neq x_2$ så gäller likheten endast när $x_1 = x_2$ alltså är funktionen injektiv.

Denna funktionen är kontinuerlig och eftersom den linjära termen $3x$ dominerar träffar bilden alla reella tal alltså är den surjektiv.

Eftersom funktionen är både injektiv och surjektiv så är den bijektiv.

Svar: Funktionen är bijektiv