Electromagnetismo e Óptica

MEBiom + LMAC

AULA 13 – Magnetostática III

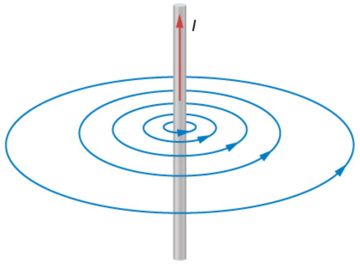
Resumo da aula anterior

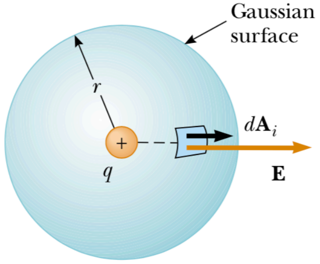
Lei de Ampère

$$\oint_C \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 I$$

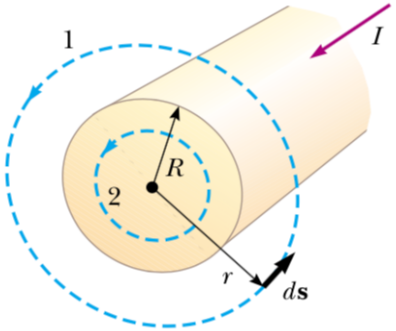
$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

Comparação $\vec{B}$ vs. $\vec{E}$

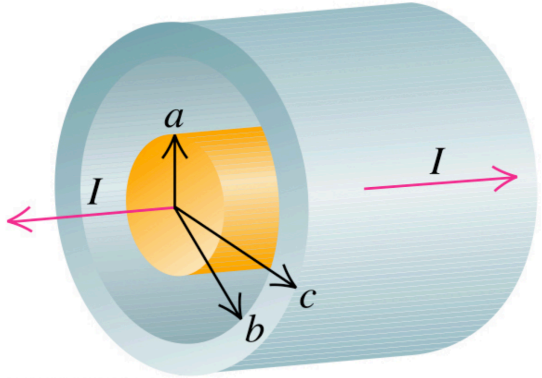




Fio infinito

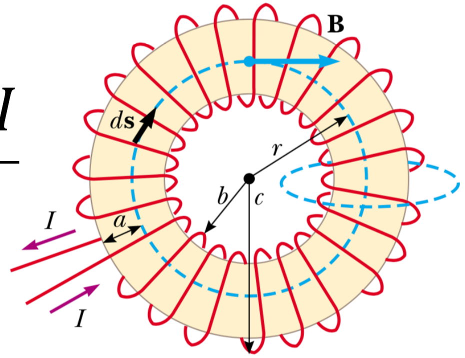


Cabo coaxial



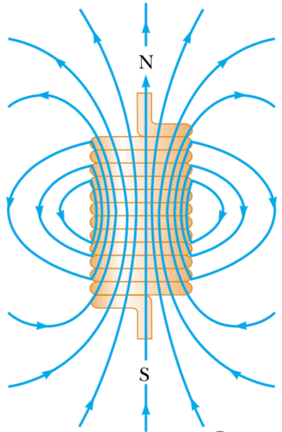
Espira toroidal

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$



Solenóide

$$B = \mu_0 n I$$



Campo magnético na matéria

- Vector de magnetização e correntes de magnetização
- Vector intensidade de campo magnético
- Campo magnético nos materiais: diamagnetismo, paramagnetismo e ferromagnetismo
- Susceptibilidade e permeabilidade magnéticas
- Lei de Ampère generalizada

Popovic & Popovic Cap. 13.1 – 13.4

Serway 30.7 – 30.8

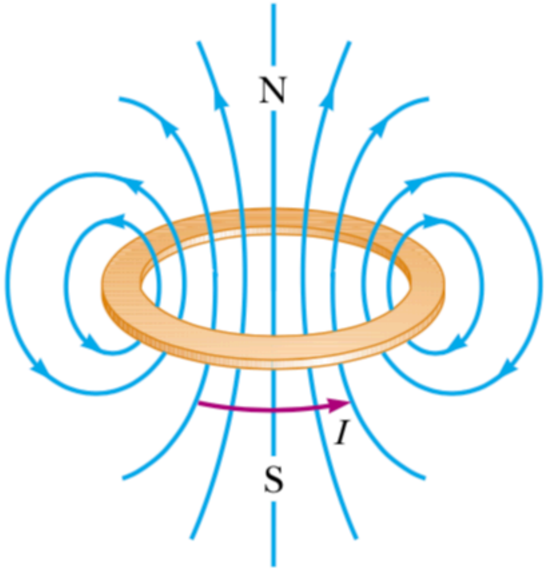
Campo magnético na matéria

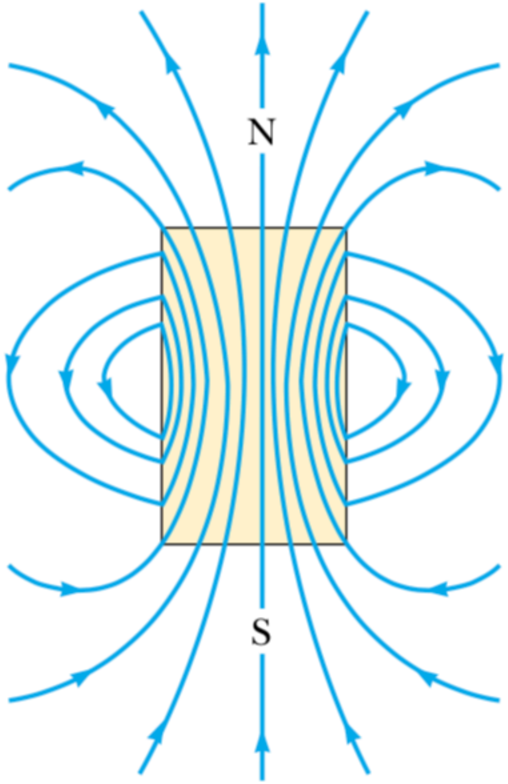
Uma espira percorrida por uma corrente produz um campo magnético.

Alguns materiais (ímanes) criam um campo magnético próprio.

Qual a relação entre estes fenómenos?

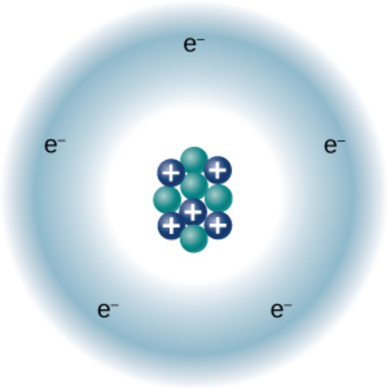
O que acontece quando colocamos um **material num campo magnético**?





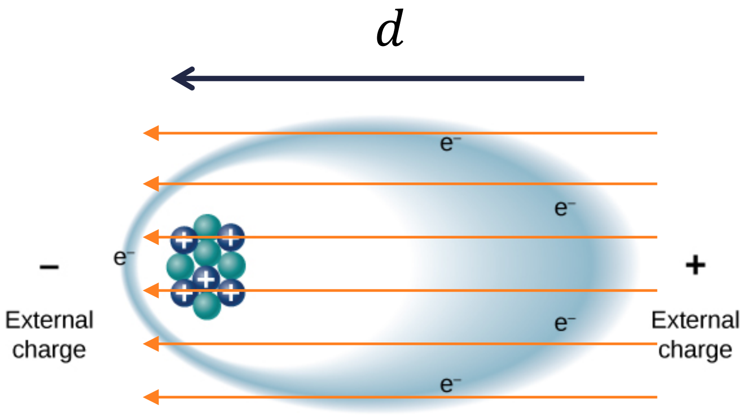
Um átomo neutro num campo eléctrico comporta-se como um dipolo eléctrico

Sem campo externo

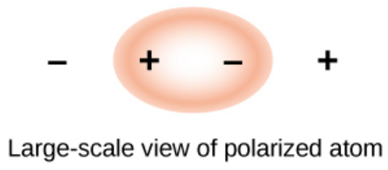


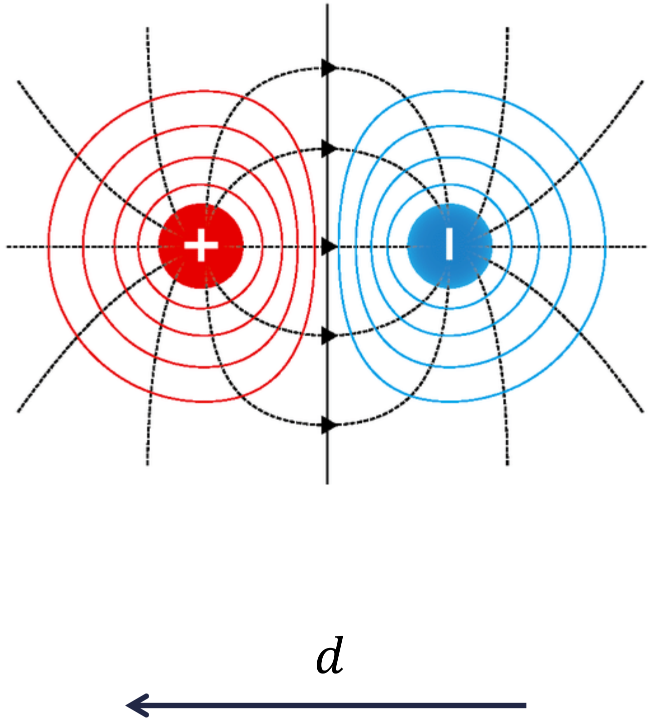
Não polarizado

Com campo externo



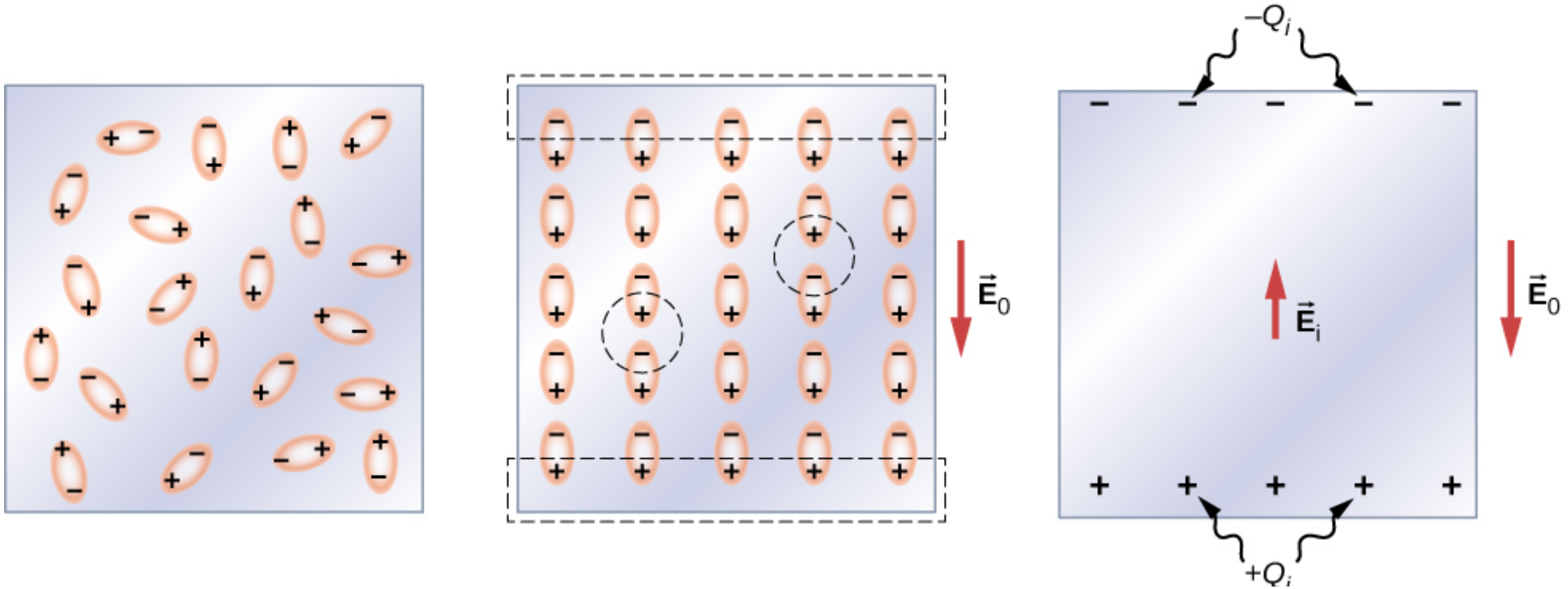
Polarizado





As moléculas polares alinham-se com as linhas do campo eléctrico

Diz-se que o dieléctrico fica **polarizado.** Este processo designa-se **polarização**. Todo o dieléctrico é equivalente a duas densidades de carga σ_{pol} no vácuo.



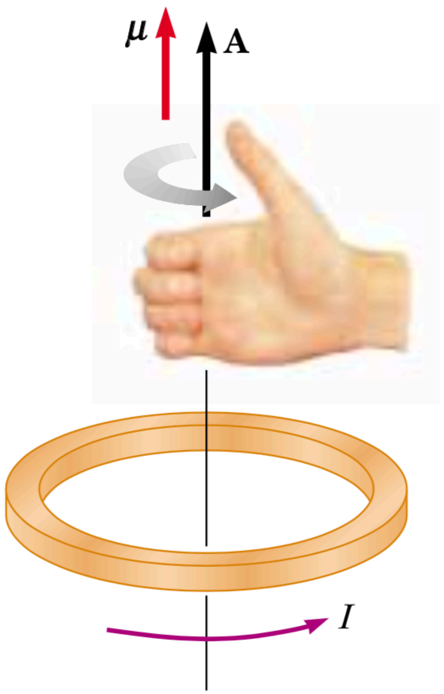
Sem campo Com campo Campo induzido

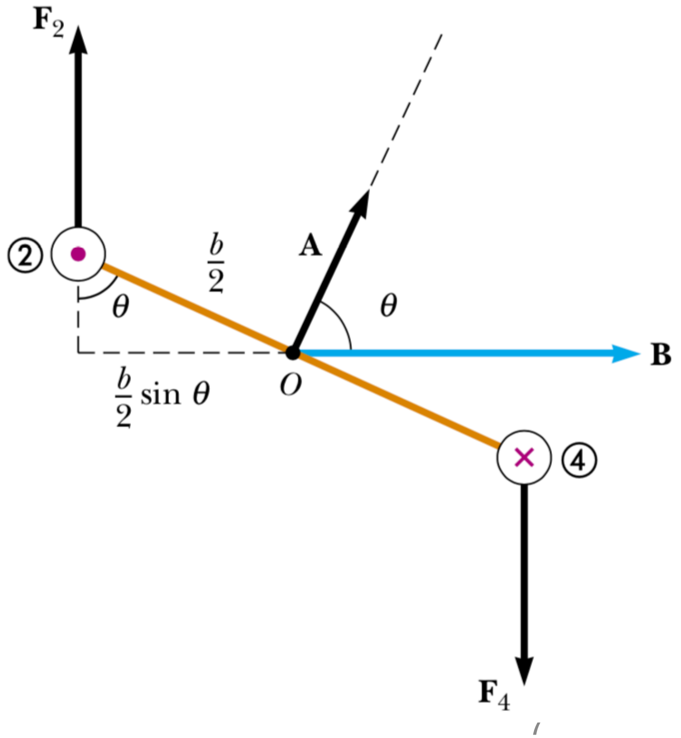
O que sabemos sobre o efeito do campo $\vec{B}$ na matéria?

O campo $\vec{B}$ exerce **momento de força** $\vec{M}$ sobre **espiras** de corrente.
$\vec{M}$ actua de modo a alinhar o **momento magnético** $\vec{\mu}$ com $\vec{B}$.
Ao campo original, soma-se o campo produzido pelas espiras

Momento magnético [A.m^2]: $\vec{\mu} = I\vec{A}$

Momento da força [N.m]: $\vec{M} = \vec{\mu}\times\vec{B}$





Existirão ***espiras*** na matéria?

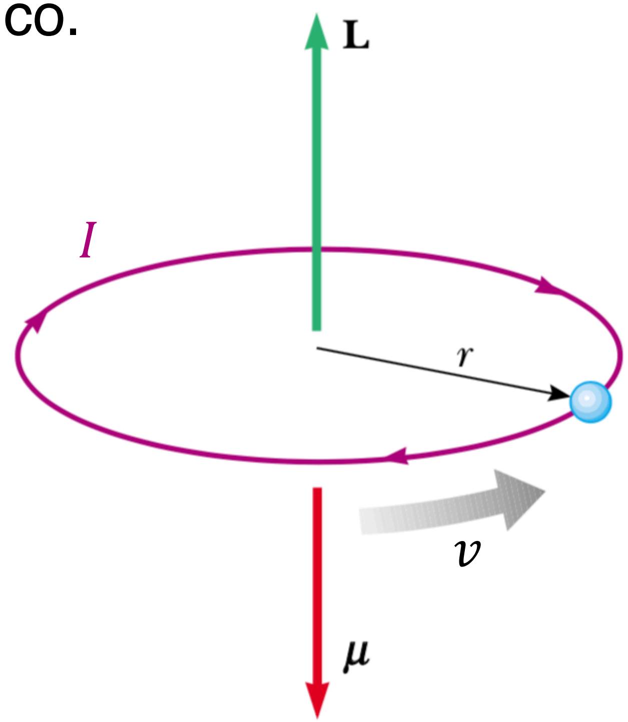
Momento magnético de um átomo

Qualquer circuito fechado de corrente tem um momento magnético.
Isto inclui a corrente dos electrões “em volta” dos átomos.

Velocidade:	$v = \omega r = 2\pi r / T$
Corrente:	$I = Q/T = e\omega/2\pi = ev/2\pi r$
Momento angular:	$\vec{L} = m\vec{v}\times\vec{r} = m_e vr \cdot \vec{u}_z$
Mom. magnético:	$\vec{\mu} = I\vec{A} = \left(\frac{ev}{2\pi r}\right)(\pi r^2)\cdot\vec{u}_z = \frac{1}{2}evr\cdot\vec{u}_z$

$$\boxed{\vec{\mu} = \left(\frac{e}{2m_e}\right)\vec{L}}$$

(atenção: $e < 0$)



Modelo simplificado (Bohr) do átomo de H: electrão em órbita circular em torno do núcleo

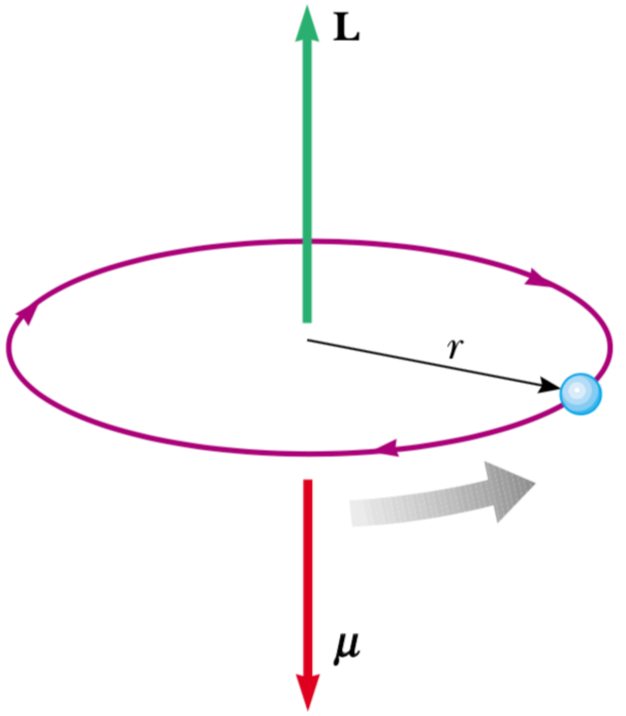
Momento magnético de um átomo

O momento magnético de um electrão:

- é proporcional ao seu momento angular, $\vec{\mu} \propto \vec{L}$
- aponta no sentido oposto a $\vec{L}$

Em Física Quântica, o momento angular é **quantizado**: apenas existe em múltiplos de $\hbar = h/2\pi \approx 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$

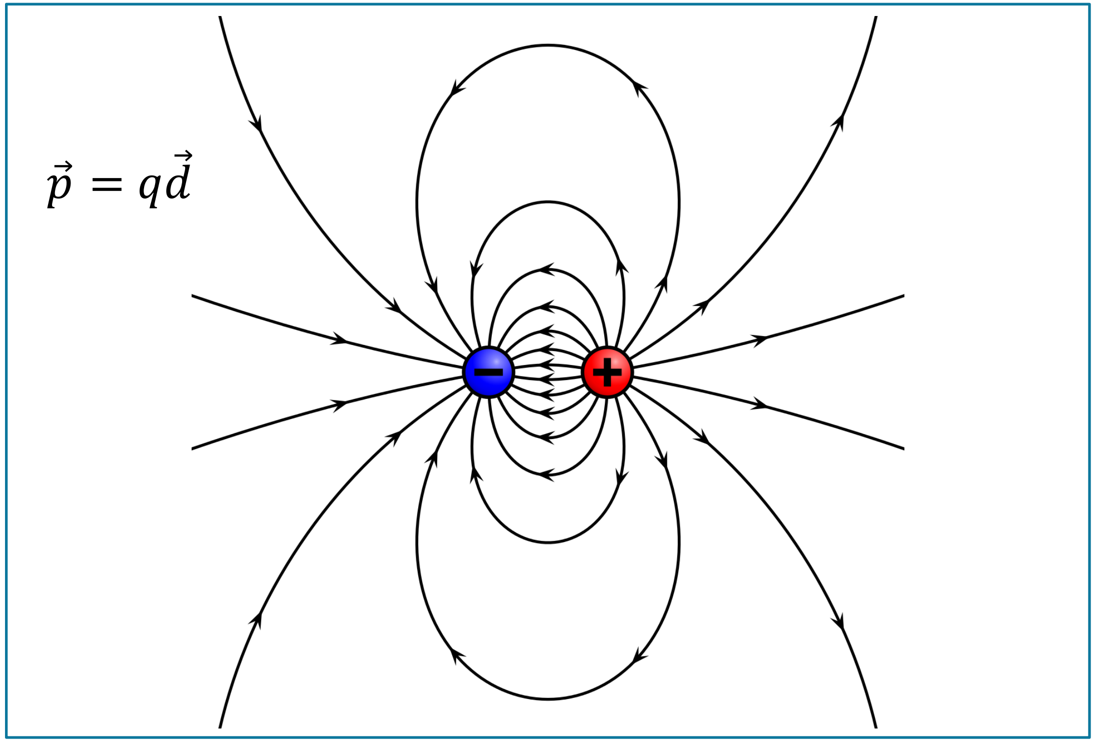
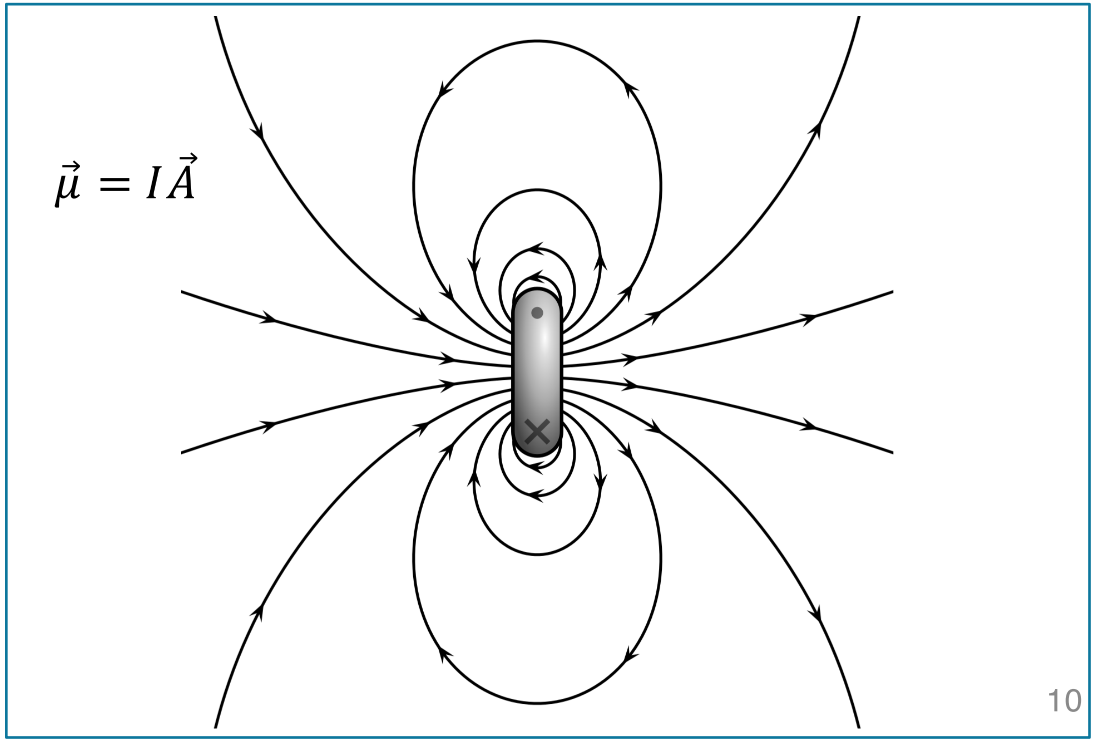
Cada "espira elementar" produz um campo magnético. Na matéria existe um grande número de átomos: as propriedades macroscópicas dependem do material.



Modelo simplificado (Bohr) do átomo de H: electrão em órbita circular em torno do núcleo

Dipolos eléctricos e magnéticos

Uma espira elementar de corrente pode ser interpretada como um "dipolo magnético"

Campo eléctrico do dipolo	Campo magnético da espira
	

O que acontece quando se coloca um material num campo magnético?

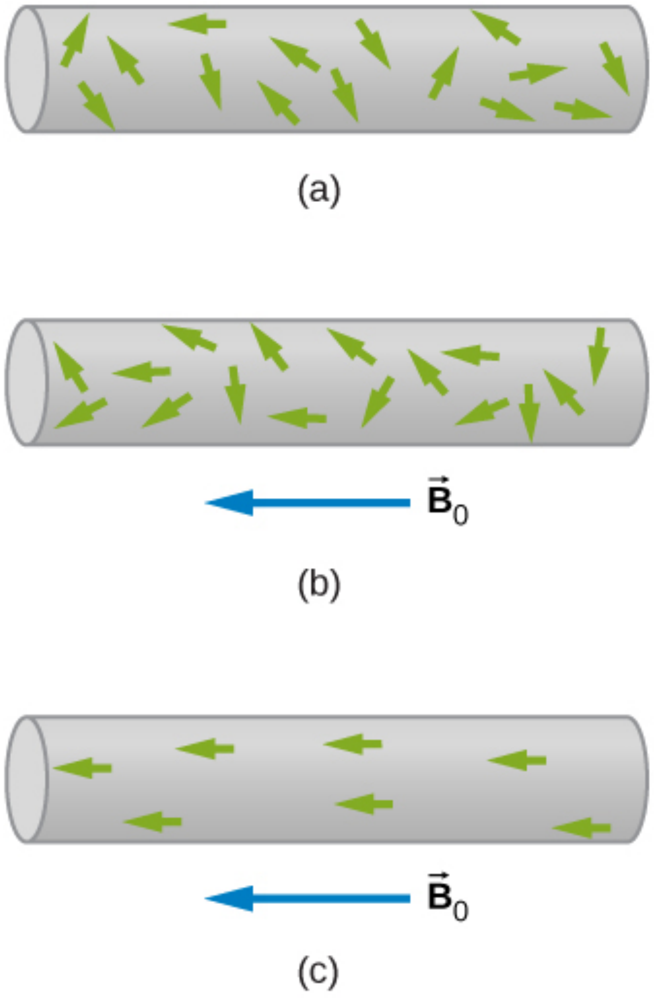
Admitindo que no material existem *dipolos magnéticos*:

(a) Na **ausência** de campo magnético, os dipolos têm uma orientação **arbitrária**.

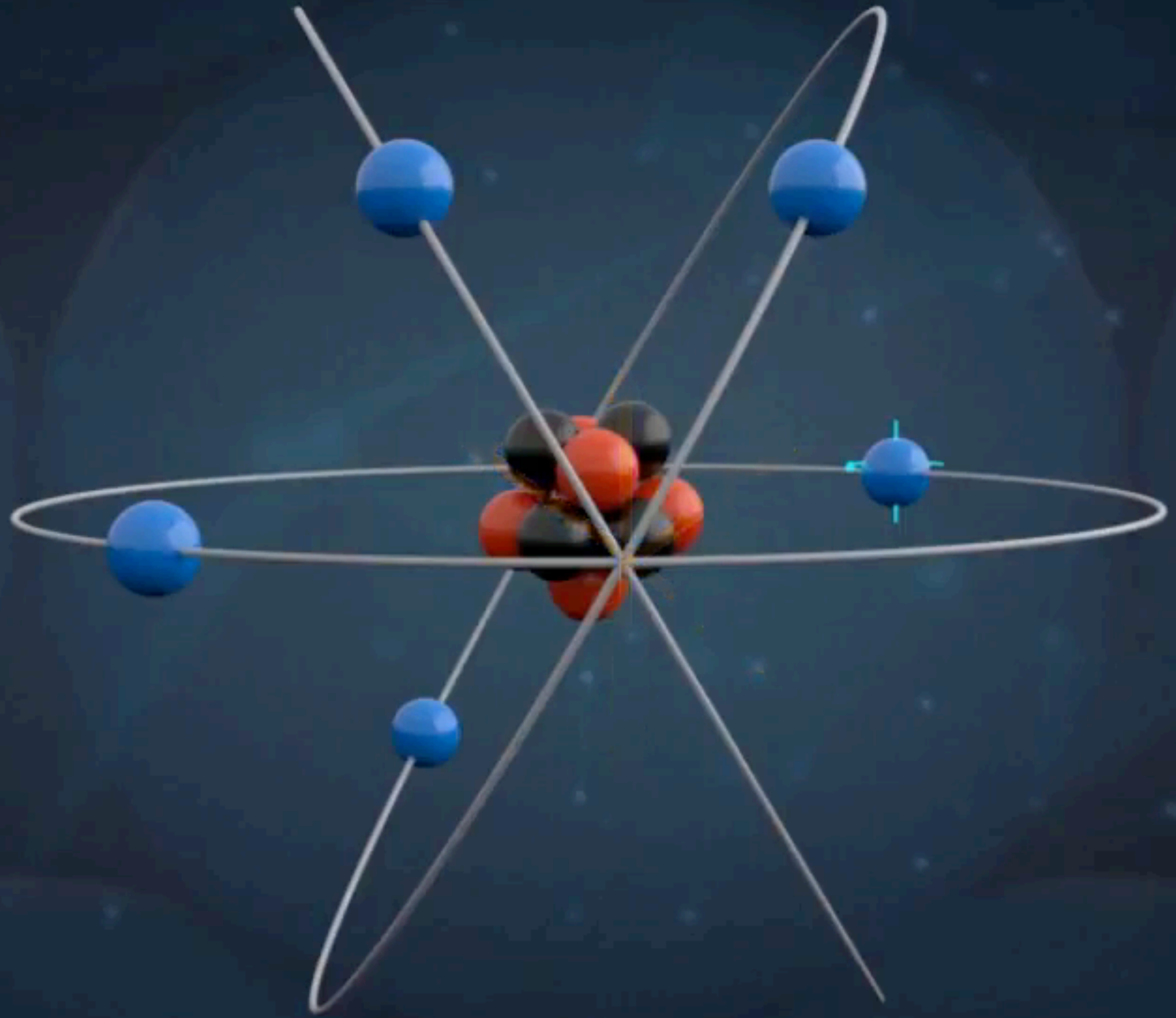
(b) Na **presença** de campo magnético, os dipolos **alinham-se com o campo ($\vec{\mu} \parallel \vec{B}$)**.

(c) O momento magnético resultante (de todos os dipolos juntos) aponta **no mesmo sentido** de $\vec{B}$.

Diz-se que o material está **magnetizado**.



MAGNETIZATION OF MATERIAL



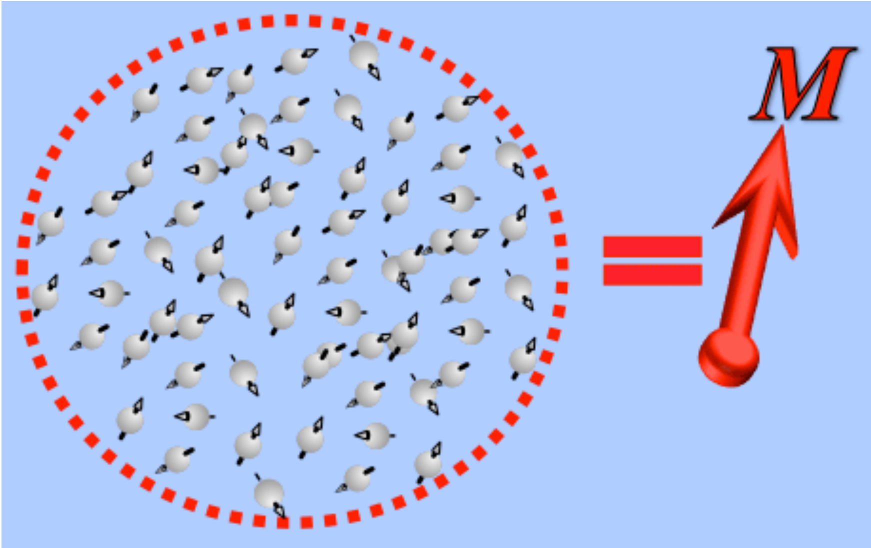
Resultant magnetic moment ≠ Zero

O vector $\vec{M}$ mede o grau de magnetização da matéria

Tal como a polarização $\vec{P}$ para o campo $\vec{E}$ na matéria, define-se a **magnetização** $\vec{M}$ para o campo $\vec{B}$ na matéria:

$$\boxed{\vec{M} = \frac{(\sum \vec{\mu})_{dv}}{dv}} \quad [\,\mathrm{A/m}\,]$$

= momento magn. induzido por un. volume



Se a **densidade** de átomos for n $[\mathrm{m}^{-3}]$, tem-se

$$\boxed{\vec{M} = n\vec{\mu} = \frac{N}{v}\vec{\mu}}$$

Vector magnetização [A/m]

Como descrever um material magnetizado?

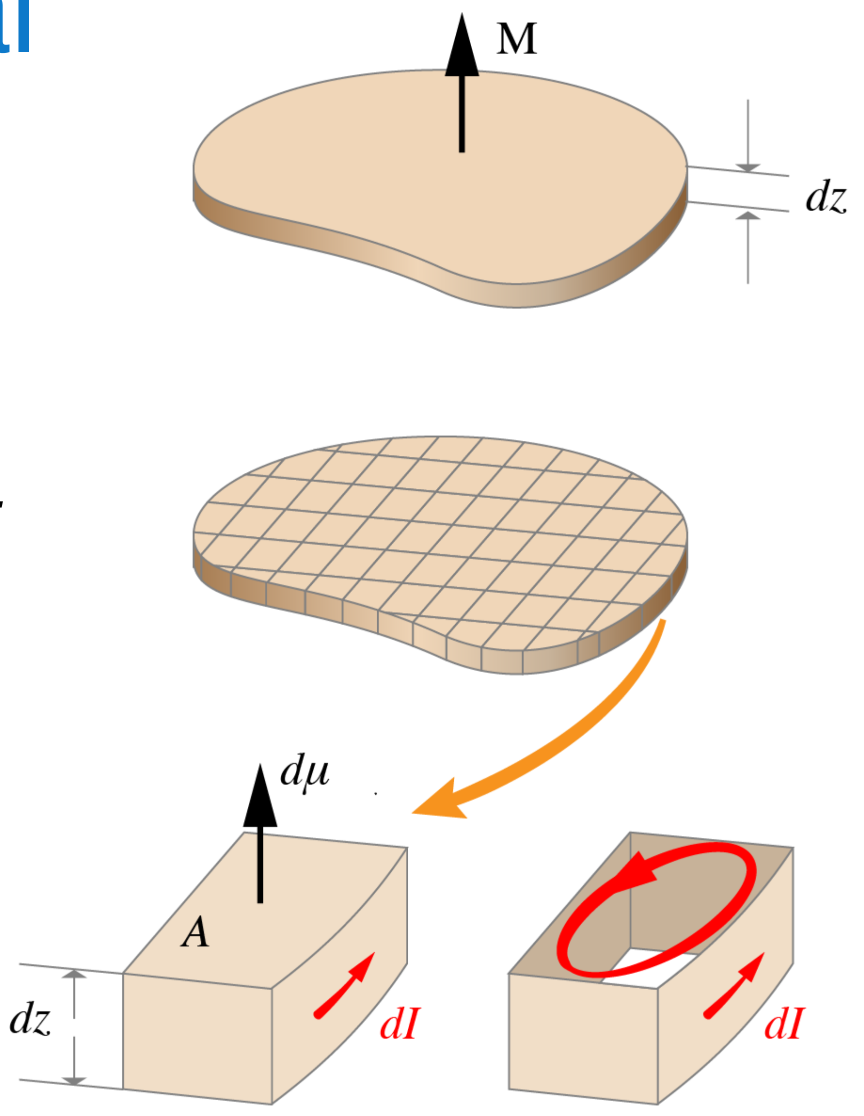
Considere-se uma “fatia” de material de espessura dz onde existe uma magnetização $\vec{M}$ uniforme.

Divide-se essa fatia em *volumes elementares* de área A*:*

- Volume elementar: $dv = Adz$
- Momento magnético: $\overrightarrow{d\mu} = \vec{M}dv = \vec{M}Adz$

  $\overrightarrow{d\mu} = \vec{A}dI$
- Corrente elementar: $dI = Mdz$

O momento magnético em dv é equivalente ao de uma espira de espessura dz percorrida pela corrente dI.



Volume elementar:
$dv = Adz$

Correntes de magnetização

E para toda a fatia de material?

- No **interior** as correntes anulam-se (se $\vec{M}$ for homogéneo)
- A **superfície** lateral é percorrida pela corrente dI

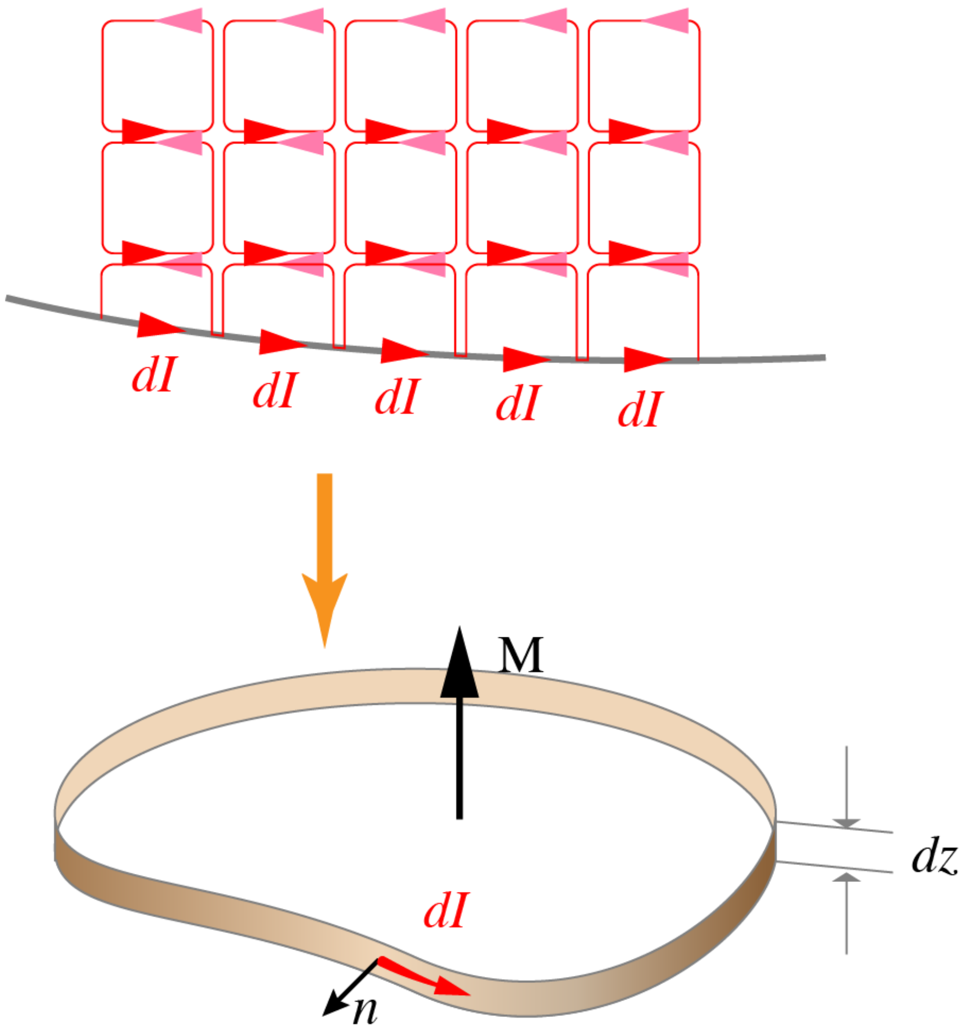
Isto é equivalente a uma fita de espessura dz onde passa a corrente $dI = Mdz$.

Corrente total numa espessura de material L:

$$I = \int dI = \int Mdz = ML$$

Corrente por unidade de comprimento:

$$\frac{I}{L} = M \qquad [\,\mathrm{A/m}\,]$$

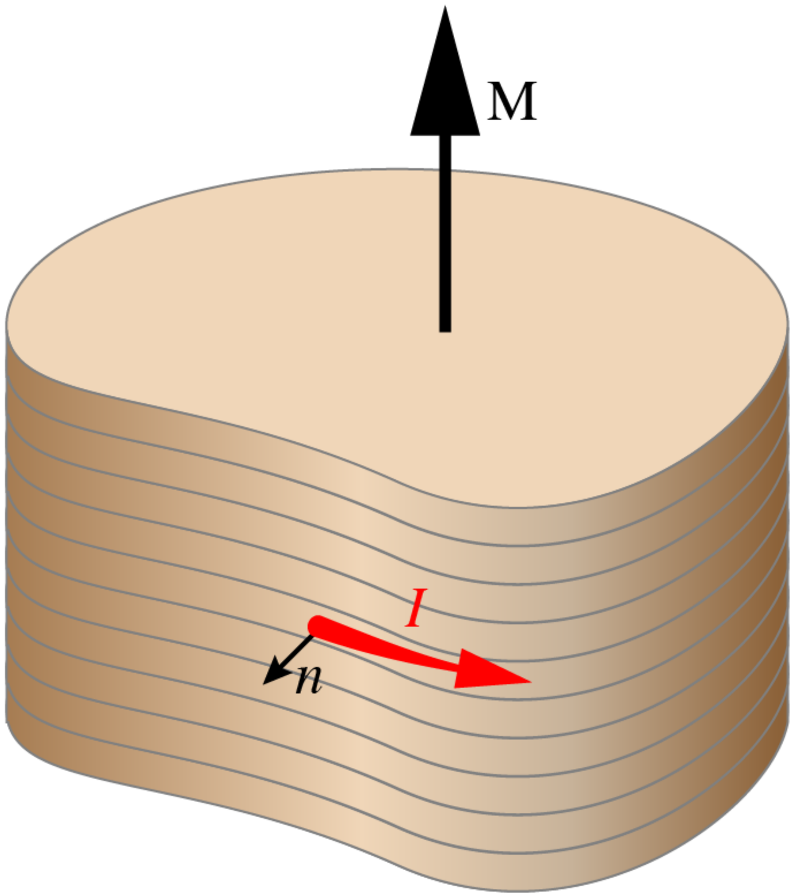


Correntes de magnetização

Assim, um material num campo magnético é **equivalente a um solenóide** de área A e altura L, cujas “paredes” são percorridas pela corrente I.

É possível calcular $\vec{M}$ a partir destas **correntes de magnetização**. A sua densidade é dada por:

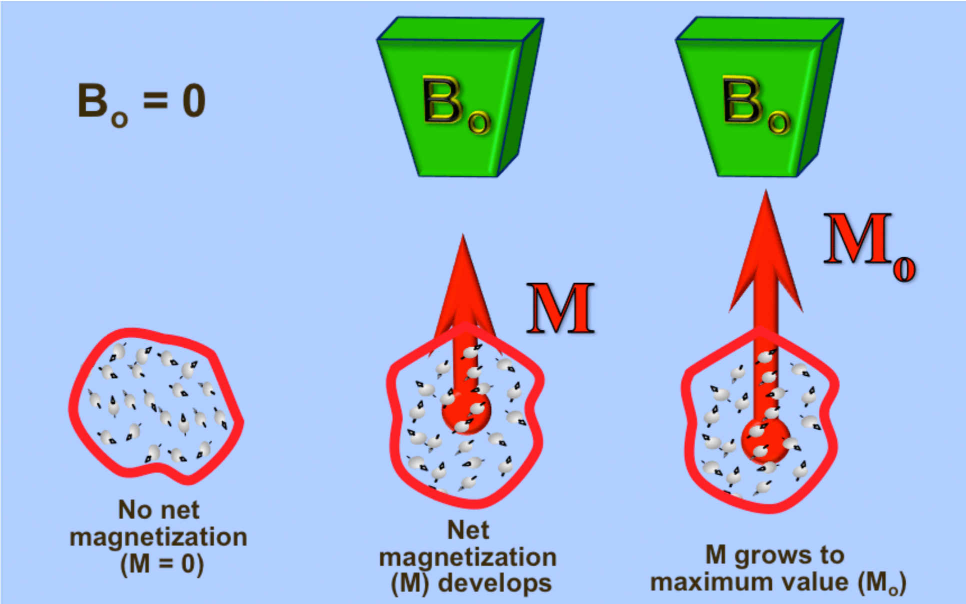
- À **superfície** do material: $\boxed{\vec{J}_m = \vec{M} \times \vec{n}}$ $[\,\mathrm{A/m}\,]$
- No **interior** do material: $\boxed{\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}}$ $[\,\mathrm{A/m^2}\,]$
  (se $\vec{M}$ for não-homogéneo)



Campo magnético associado a $\vec{M}$

Um material num campo magnético está sujeito:

- Ao campo aplicado externo $\vec{B}_0$,
- Ao campo (no mesmo sentido) $\vec{B}_m$ devido a $\vec{M}$: os dipolos magnéticos geram o seu próprio campo



O **campo total** é $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m$

Como o campo $\vec{B}_m$ é equivalente a um *solenóide*:

$$\vec{B}_m = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{\boxed{NIA}}{\boxed{LA}}$$

Momento magnético total no comprimento L

Volume do solenóide

$$\frac{(\sum \vec{\mu})_v}{v} \equiv \vec{M}$$

Campo total e vector intensidade de campo magnético $\vec{H}$

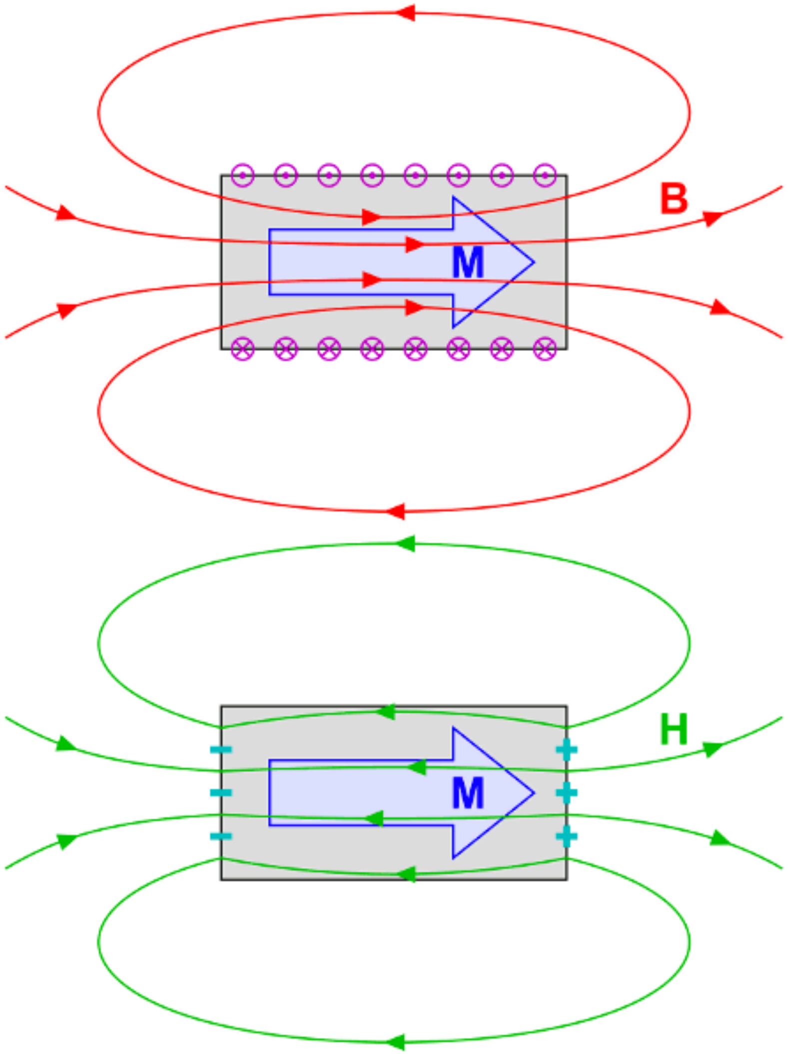
O campo $\vec{B}_m$ relaciona-se com a magnetização:

$$\vec{B}_m = \mu_0 \frac{\vec{\mu}}{V} = \mu_0 \vec{M}$$

Assim o **campo total** é $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}$
Definindo a **intensidade de campo magnético $\vec{H}$**:

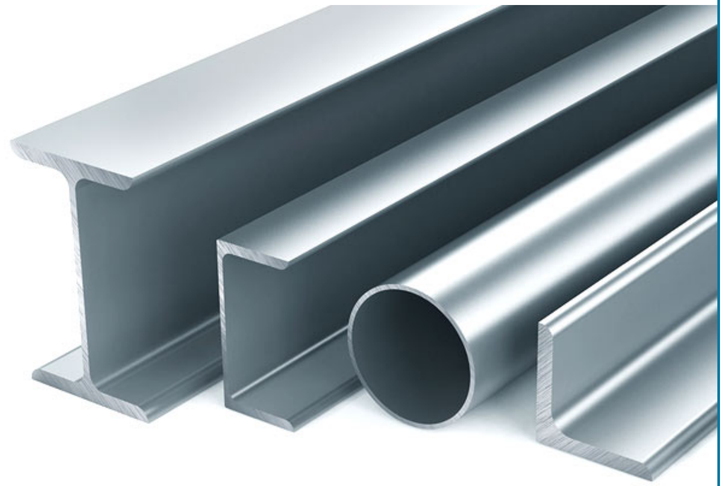
$$\boxed{\vec{H} = \vec{B}_0/\mu_0} \,[\,\mathrm{A/m}\,] \;\rightarrow\; \boxed{\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})}$$

$\vec{H}$ (campo externo) e $\vec{M}$ (magnetização) têm as mesmas unidades. Por vezes designa-se $\vec{B}$ por *fluxo do campo magnético*.



Classificação das substâncias

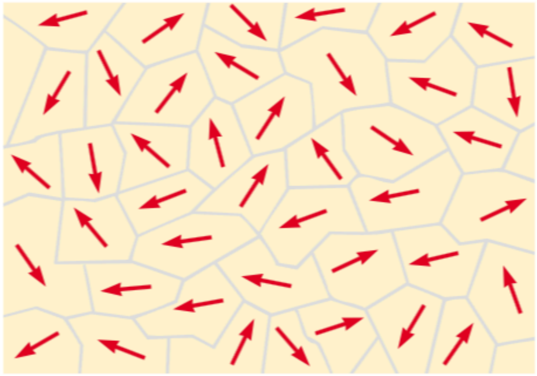
Ferromagnéticas	Paramagnéticas	Diamagnéticas
Possui átomos / moléculas com momento magnético permanente, alinhados em domínios magnéticos.	Possui átomos / moléculas com momento magnético permanente.	Composto por átomos / moléculas sem momento magnético permanente.



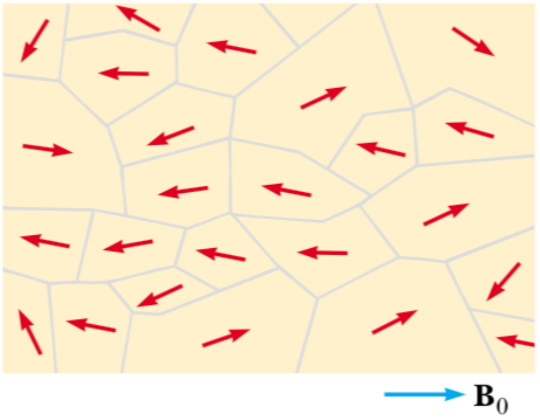
Substâncias ferromagnéticas

- Mostram efeitos magnéticos fortes (dipolo magnético forte)
- Fortemente atraídas por campos magnéticos
- Momentos magnéticos dos átomos alinham-se no mesmo sentido e *permanecem alinhados* quando o campo é retirado
- Exemplos: ferro, cobalto, níquel, gadolínio

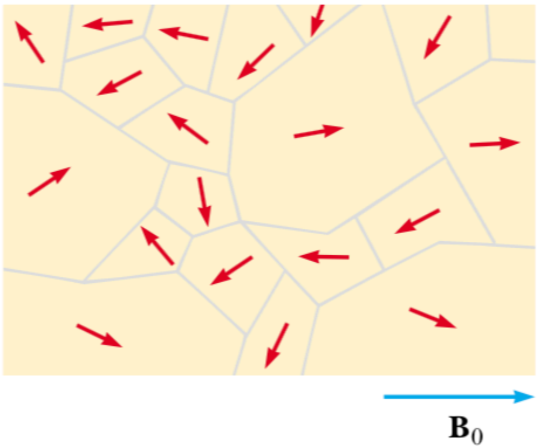
$\vec{B} = 0$: distribuição aleatória de de momentos magnéticos



$\vec{B} \neq 0$: domínios alinhados com o campo externo crescem

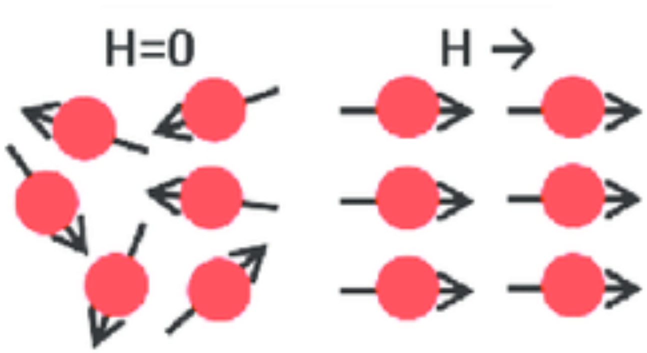


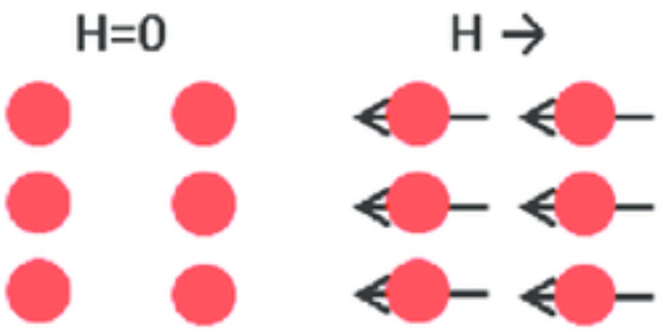
À medida que $\vec{B}$ cresce, as regiões desalinhadas encolhem.



Substâncias paramagnéticas e diamagnéticas

Substâncias paramagnéticas	Substâncias diamagnéticas
• **Possuem** momentos dipolares magnéticos permanentes, mas a interacção é fraca • Sem campo externo $\vec{\mu}_{res} = 0$ • Num campo $\vec{B}_{ext}$, os momentos magnéticos alinham-se **no mesmo sentido** do campo • São **atraídas** por um íman • Al, Ca, Cr, Li, Mg, Nb, O, W	• **Não possuem** momentos dipolares magnéticos permanentes • Num campo $\vec{B}_{ext}$, os momentos magnéticos alinham-se **no sentido oposto** ao do campo * • Acontece em todos os materiais, mas o efeito é mais fraco que o ferro- / paramagnetismo • São **repelidas** por um íman • Bi, Cu, Au, Pb, Hg, N, Ag, Si, diamante





* Porquê? https://youtu.be/GiVR8hbYHSE?t=219

Susceptibilidade magnética

(conceito equivalente à *susceptibilidade eléctrica*: $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$)

A relação entre a intensidade do campo magnético $\vec{H}$ e a magnetização $\vec{M}$ induzida por este é dada pela **susceptibilidade magnética**:

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$$

Susceptibilidade magnética [ ]

É uma medida do quanto o material é *susceptível* à magnetização.

- Substâncias ferromagnéticas: $\chi_m \gg 1$
- Substâncias paramagnéticas: $\chi_m \approx 10^{-5}$
- Substâncias diamagnéticas: $\chi_m \approx -10^{-5}$

Susceptibilidade magnética

Magnetic Susceptibilities of Some Paramagnetic and Diamagnetic Substances at 300 K

Paramagnetic Substance	χ	Diamagnetic Substance	χ
Aluminum	2.3×10^{-5}	Bismuth	-1.66×10^{-5}
Calcium	1.9×10^{-5}	Copper	-9.8×10^{-6}
Chromium	2.7×10^{-4}	Diamond	-2.2×10^{-5}
Lithium	2.1×10^{-5}	Gold	-3.6×10^{-5}
Magnesium	1.2×10^{-5}	Lead	-1.7×10^{-5}
Niobium	2.6×10^{-4}	Mercury	-2.9×10^{-5}
Oxygen	2.1×10^{-6}	Nitrogen	-5.0×10^{-9}
Platinum	2.9×10^{-4}	Silver	-2.6×10^{-5}
Tungsten	6.8×10^{-5}	Silicon	-4.2×10^{-6}

Permeabilidade magnética

(conceito equivalente à *permitividade eléctrica*: $\epsilon = \epsilon_0 \chi_e$)

A relação entre o campo magnético $\vec{B}$ e a intensidade do campo magnético $\vec{H}$ é dada pela **permeabilidade magnética $\boldsymbol{\mu_m}$**:

$$\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \boxed{\mu_m \vec{H}}$$

Permeabilidade magnética
$[\mathrm{N.A^{-2} = H.m^{-1}}]$

- Substâncias paramagnéticas: $\mu_m > \mu_0$
- Substâncias diamagnéticas: $\mu_m < \mu_0$

Como χ_m é muito pequeno para estas substâncias, tem-se $\mu_m \approx \mu_0$

Lei de Ampère generalizada

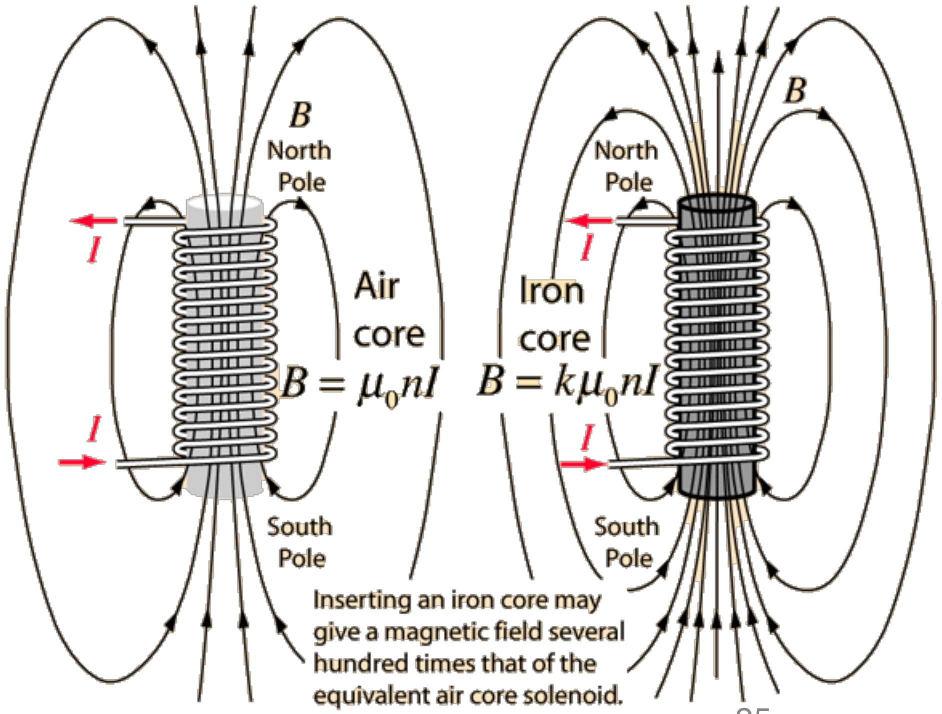
A Lei de Ampére foi deduzida para o *vácuo* (≈ar).
No interior de um material temos que considerar as **correntes de magnetização**:

$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$$

$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{tot} = \mu_0 \left(I_{livre} + \int_S \vec{J}_m \cdot \vec{n} dS \right)$$

Como $\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$, e usando o Teo. Stokes:

$$\int_S \vec{J}_m \cdot \vec{n} dS = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{M}) \cdot \vec{n} dS = \oint_C \vec{M} \cdot \vec{dl}$$



Lei de Ampère generalizada

Substituindo na equação atrás, temos

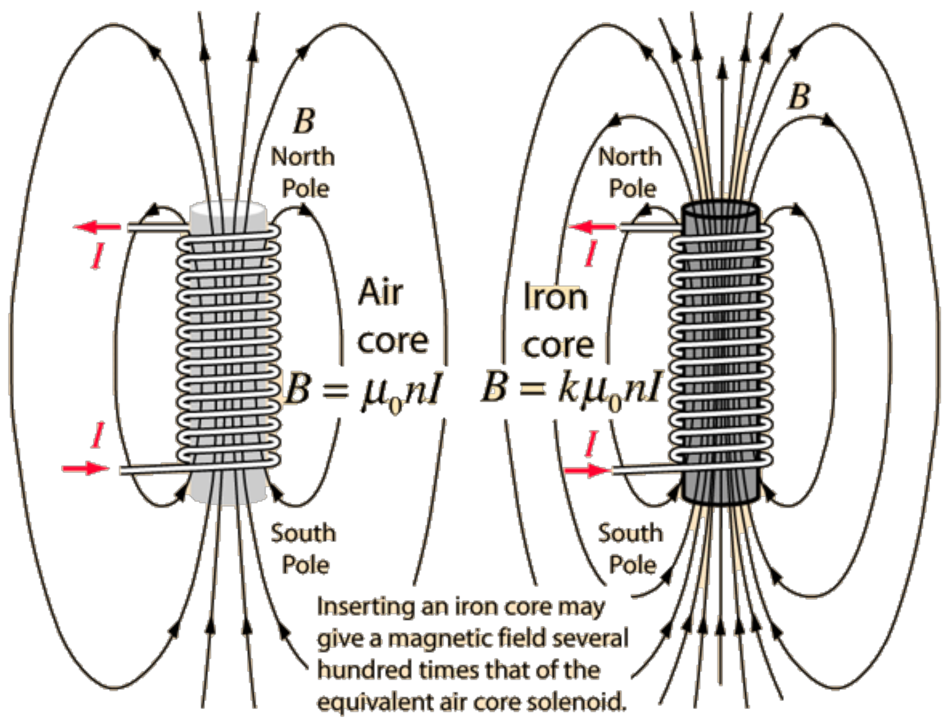
$$\oint_C \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 I = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS$$

$$\oint_C (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}).\overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{livre}$$

Usando a definição $\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right)$:

$$\boxed{\oint_C \vec{H}.\overrightarrow{dl} = I_{livre}}$$

Lei de Ampère generalizada

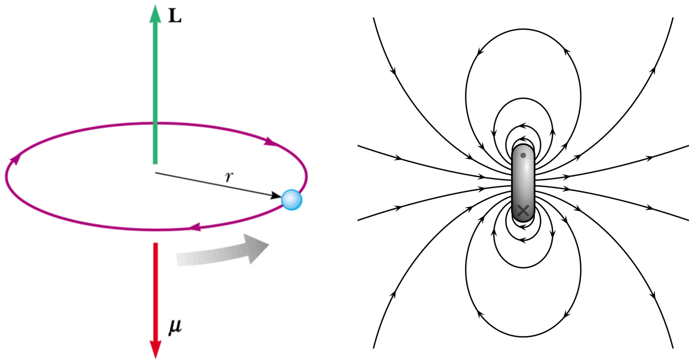


Campos na matéria: comparação

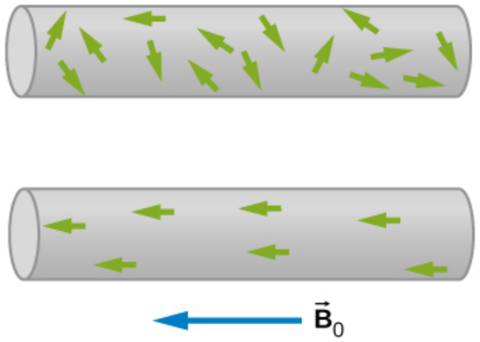
Campo eléctrico na matéria	Campo magnético na matéria
Polarização: $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_E \vec{E}$ $\rho_{pol} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$	**Magnetização:** $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ $\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$
Susceptibilidade eléctrica: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi_E) \vec{E}$	**Susceptibilidade magnética:** $\vec{B} = \mu_0 \left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$
Deslocamento eléctrico: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$	**Intens. campo magn.:** $\vec{H} = \vec{B}/\mu$
Lei de Gauss • No vácuo: $\oint_S \vec{E}.\vec{dS} = Q_{int}/\epsilon_0$ • Generalizada: $\oint_S \vec{D} \cdot \vec{n}\, dS = Q_{\text{livre}}$	**Lei de Ampère** • No vácuo: $\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I$ • Generalizada: $\oint_C \vec{H}.\vec{dl} = I_{\text{livre}}$

Sumário

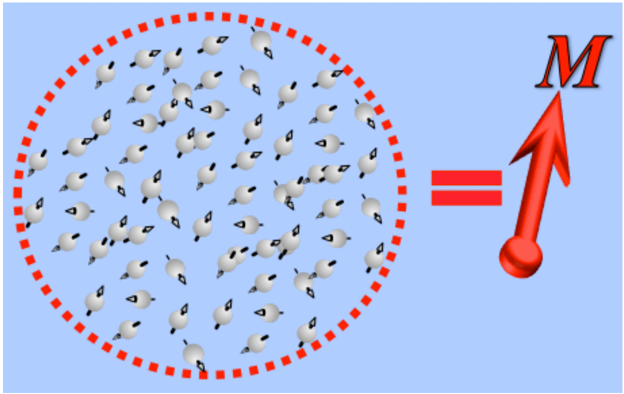
Dipolos magnéticos



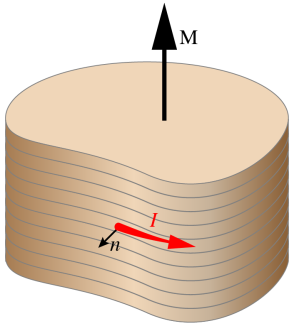
Magnetização



Vector magnetização



Correntes de magnetização



Intensidade de campo magnético

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

Lei de Ampère generalizada

$$\oint_C \vec{H}.\vec{dl} = I_{livre}$$