

基于麦克纳姆轮移动平台的振动优化技术研究

李佑晗

(长安大学工程机械学院, 陕西, 西安)

Research on vibration Optimization technology based on Mecanum Wheel Mobile Platform

LI You-han

(School of Engineering Machinery, Chang 'an University,Xian,China)

Abstract

The omni-directional mobile platform based on Mecanum wheel has excellent mobile performance, which can move in a very narrow place in all directions, and the motion trajectory can be designed and the trajectory is relatively accurate, so it is widely used in logistics automation and manufacturing fields, and now it is also applied in various robot competitions. However, the vertical vibration caused by assembling error, wear and deformation of Mecanum wheel will have a great influence on the stability of Mecanum wheel moving platform. In this paper, the vibration model of Mecanum wheel moving platform is simplified and established. This model is analyzed and studied, and a feasible method to optimize the vertical vibration of Mecanum wheel moving platform is proposed, which can effectively reduce the vibration amplitude of Mecanum wheel moving platform in the vertical direction.

摘 要

基于麦克纳姆轮的全方位移动平台移动性能出色,可以在极其狭小的地方全方位进行移动,并且运动轨迹可以设计,轨迹较为精准,因此被广泛的用于物流自动化以及生产制造领域,如今还被应用于各类机器人比赛中。但是由于麦克纳姆轮装配误差、磨损,以及形变的问题所引起的竖直方向的振动会对麦克纳姆轮移动平台的稳定性产生较大的影响。本文对麦克纳姆轮移动平台简化并建立振动模型,对此模型进行分析与研究,提出了一种可行的优化麦克纳姆轮移动平台竖

直方向的振动的方法，有效的减小了麦克纳姆轮移动平台竖直方向的振动幅度。

0 引言

麦克纳姆轮移动平台具有全向移动，移动轨迹可精确设计等功能，麦克纳姆轮移动平台常被用于物流自动化以及各种生产制造的领域，如麦克纳姆轮平衡重式 AGV 叉车的总体设计与研究^[1]，基于 OpenMV 的智能搬运车型机器人的设计^[2]，智能图书管理机器人^[3]，但是麦克纳姆轮由于经过磨损以及形变，导致麦克纳姆轮的外圆周不再是一个完整的圆，从而导致麦克纳姆轮移动平台产生振动，再加上麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统的减振器的弹簧劲度系数以及阻尼比的设计较不合理，会对外激励产生放大作用，因此直接造成的后果是麦克纳姆轮移动平台竖直方向振幅过大，这会导致所有配备麦克纳姆轮移动平台的机器人，装有麦克纳姆轮的 AGV 机器人运输时对搬运的物料造成一定程度的破坏，严重影响了机器人的工作质量。而基于麦克纳姆轮移动平台的振动优化技术可以解决这一问题，采用该技术可以有效的减小麦克纳姆轮移动平台的竖直方向的振动幅度，从而改善麦克纳姆轮移动平台的竖直方向振动幅度过大的问题。

1 麦克纳姆轮移动平台产生振动的原因

麦克纳姆轮在理想的设计下是外圆周是一个完整的圆，行驶时不会产生振动现象，但是由于麦克纳姆轮的辊子轴轴承的配合误差，以及辊子的形变，加上辊子的滚轴与支撑孔的配合精度较难把握，并且由于麦克纳姆轮其轮缘上的辊子是斜向分布的，辊子存在滑动，所以辊子非常容易磨损，从而导致麦克纳姆轮的圆周性受到影响，使得麦克纳姆轮悬挂系统产生振动。目前市面上的许多麦克纳姆轮的 AGV 机器人存在此现象引起的机体振动，由于悬挂系统的劲度系数以及阻尼比设置不合理导致悬挂系统甚至出现振动放大现象，因此本研究通过对悬挂系统的劲度系数以及阻尼比进行合理的配比从而减小麦克纳姆轮产生的机体振动幅度。

2 建立麦克纳姆轮悬挂系统的振动系统模型

2.1 建立麦克纳姆轮移动平台模型

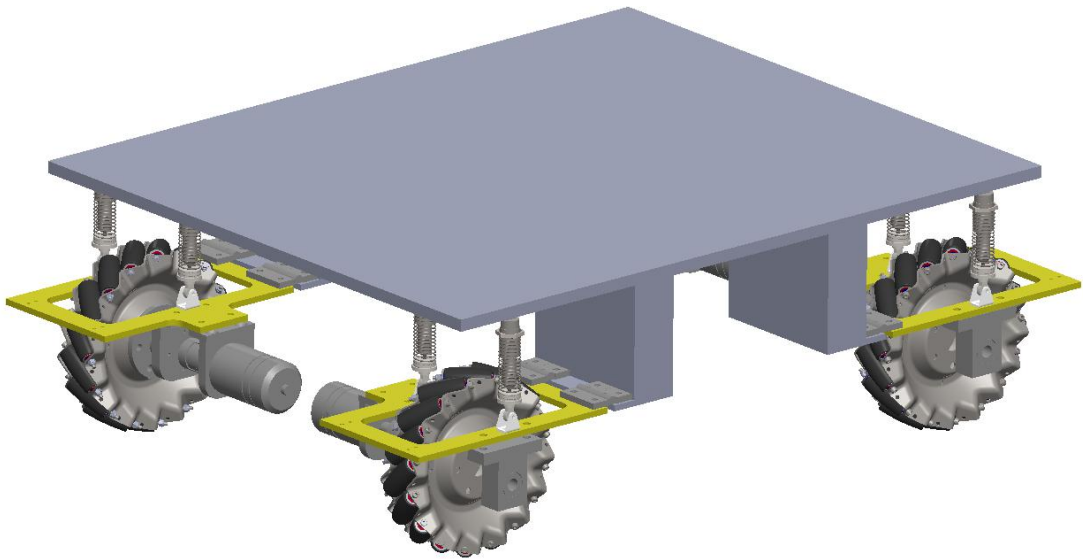


图 2.1 麦克纳姆轮移动平台模型

如图 2.1 所示，建立一个麦克纳姆轮移动平台作为振动分析对象，该分析对象由四个麦克纳姆轮悬挂系统以及一个底板构成。由于本研究只针对稳态振动进行分析，再加上再生产实际过程中影响移动平台稳定性的最大的要素是稳态振动，因此可以将该四自由度的麦克纳姆轮模型简化成 1/4 车辆二自由度行驶振动模型^[5]。如图 2.2 所示。

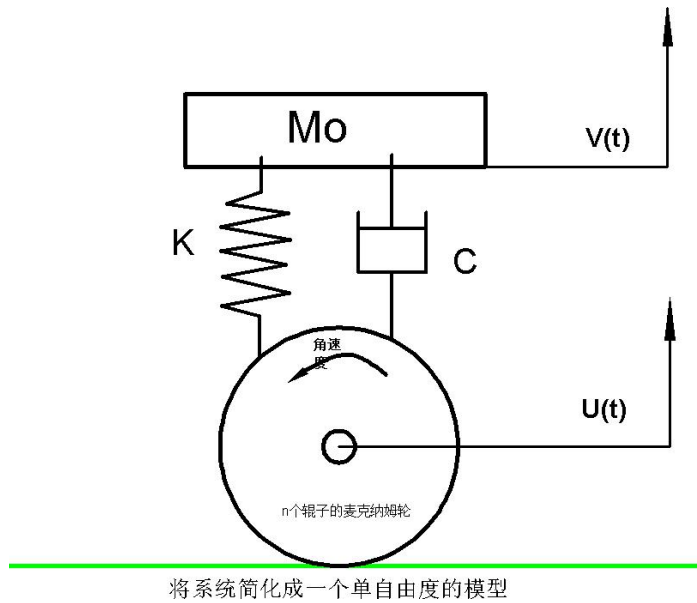


图 2.2 N 辊子麦克纳姆轮悬挂系统二自由度振动系统模型

2.2 简化麦克纳姆轮模型

由于麦克纳姆轮的辊子轴轴承的配合误差，以及辊子的形变导致麦克纳姆轮

的外圆周不是一个完整的圆，加上辊子的滚轴与支撑孔的配合精度较难把握，辊子容易磨损，这同时也导致麦克纳姆轮的外圆周不是一个完整的圆。因此，为分析简便将具有 N 个辊子的麦克纳姆轮简化为正 N 边形模型，如图 3.3 所示。

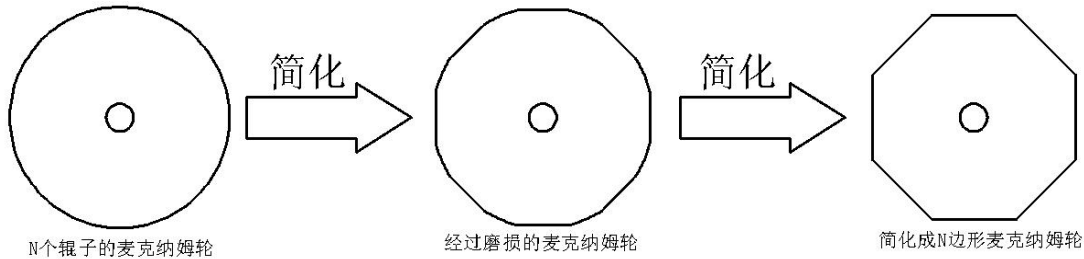


图 2.3 N 辊子麦克纳姆轮简化成 N 边形

2.3 建立麦克纳姆轮移动平台振动系统的物理模型

设工程机器人在射击行走状态时行走速度为 V ，因此车轮角度大小为 ω ，车体质量 M ，悬架质量为 m ，车轮半径为 R ，阻尼为 c ，弹簧刚度为 K 。

以车轮的垂直位移 $u(t)$ 及车身的垂直位移 $V(t)$ 为坐标，建立 $1/4$ 车辆二自由度行驶振动模型，如图 2.2 所示。其中，坐标原点选在各自的平衡位置。由于麦克纳姆轮产生的激励信号 $V(t)$ 是可直接求的，并且由于麦克纳姆轮较为坚硬的外滚轮可将麦克纳姆轮视为刚性车轮，因此不需要单独考虑麦克纳姆轮的质量，因此将原先的二自由度的振动模型简化为一个单自由度的振动模型，如图 2.4 所示。

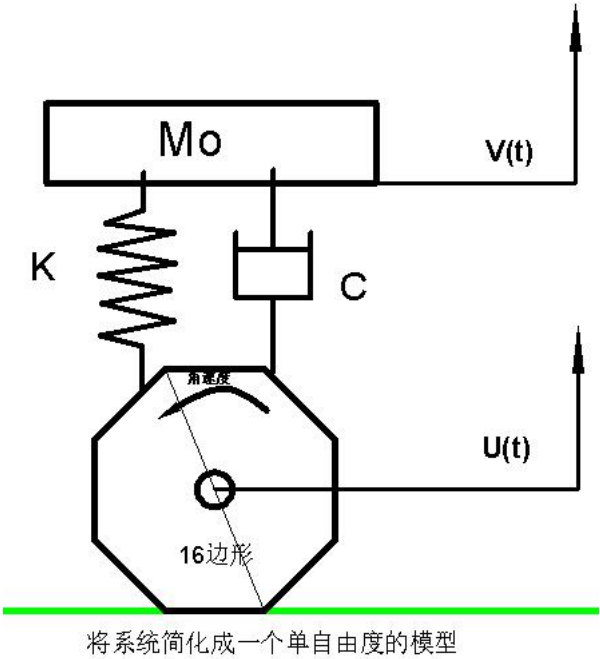


图 2.4 悬挂系统的振动分析模型

由于麦克纳姆轮形状为十六边形，因此可将整个系统简化为周期激励下的受

迫振动。

2.4 建立麦克纳姆轮移动平台振动系统的微分方程

振动周期为 T_0 ，基频为 $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ 质量块 $M_0 = \frac{M}{4} - m$

$v(t)$ 为周期激励

$u(t)$ 为车身其中一个轮子的稳态响应

根据牛顿第二定律建立系统振动微分方程：

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = c\dot{u}(t) + ku(t) \quad (2-1)$$

避开共振区域，进行振动隔离，利用第二类隔振（隔幅）

设：阻尼比为 ξ ，频率比为 λ 。

$$\lambda = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (2-2)$$

其中 ω 为外激励的周期振动的频率， ω_n 为系统的固有频率。

2.5 对周期激励函数 $v(t)$ 的简化

对周期振动函数进行分析： $V(t) = V(t + T_0)$

周期振动由麦克纳姆轮的不规则形状产生，因此对麦克纳姆轮进行分析，寻求麦克纳姆轮产生的周期激励的表达式。

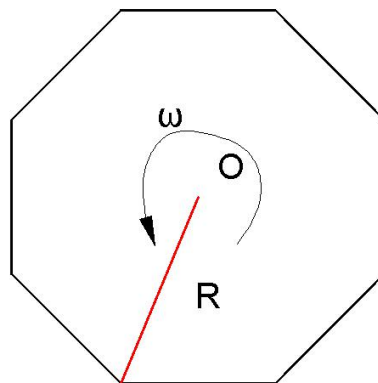


图 2.5 (a) 简化成 N 边形的麦克纳姆轮

如图 2.5 (a) 所示，麦克纳姆轮被简化成 16 边形，现以图上的红色的径向线为分析对象长度为 R ，因为这里不考虑麦克纳姆轮造成的机器人速度不均匀的现象，设理想工程机器人移动的速度 V ，因此 ω 为 20rad/s 。

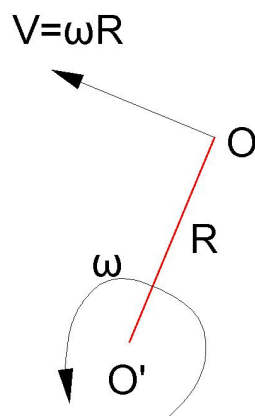


图 2.5 (b) 绕 O' 点旋转的等效图

如图 2.5 (b) 所示，此时将此红线的接地端 O' 看做圆心，将图中的 O 点看做绕 O' 点旋转的动点，根据刚体运动定律，此时可以将此物理模型看成麦克纳姆轮的圆心 O 以地面点 O' 为圆心以角速度 $\omega = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{NV}{R}$ 匀速转动的物理模型。

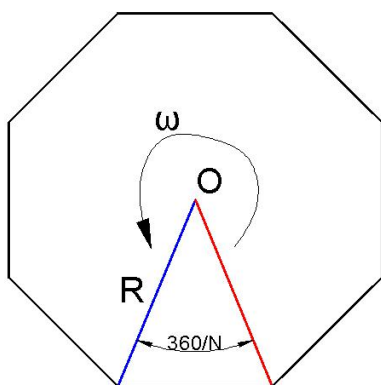


图 2.5 (c) 化简后的麦克纳姆轮的周期关系示意图

如上图 2.5 (c) 所示，设麦克纳姆轮转动一圈的时间为 T ，因此麦克纳姆轮的转动的周期为 T ，根据 N 边形的特性，图中红蓝两条线的夹角为 $360/N^\circ$ ，因此当麦克纳姆轮每转动 $360/N^\circ$ ，也就是转动了 $1/N$ 圈，表明经过了一个振动周期 T_0 ，且这里的 $T_0 = \frac{T}{N} = \frac{2\pi R}{NV}$ 。

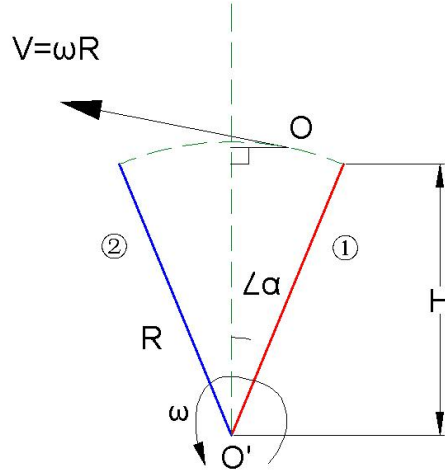


图 2.5 (d) 麦克纳姆轮在一个周期内的几何模型

如上图 2.5 (d) 所示，在一个振动周期内 ($T_0 = \frac{T}{N}$)，接地端 O' 为圆心，将图中的麦克纳姆轮的圆心 O 点看做绕 O' 点旋转的动点，图中通过 O 点做垂直于中心线的垂线 OD ，与中心线交点为垂足 D ，此时设 $\angle OO'D = \alpha$ ，所以此时 $O'D = H = R \cos \alpha$ ，因此在此周期内，轮轴中心 O 离地面的高度可以表示为 $R \cos \alpha$ ($-\frac{180^\circ}{N} < \alpha < \frac{180^\circ}{N}$)。因此轮系对工程机器人的振动幅度在一个周期内可以表示为 $R(1 - \cos \alpha)$ ($-\frac{180^\circ}{N} < \alpha < \frac{180^\circ}{N}$)。

由以上的分析可以得到麦克纳姆轮产生的周期激励函数 $v(t)$ (3-3)。

$$v(t) = \begin{cases} R \left[1 - \cos \left(\frac{V}{R} t - \frac{\pi}{N} \right) \right] & \left(\frac{2k\pi R}{NV} < t < \frac{2(k+1)\pi R}{NV} \right) \\ R \left(1 - \cos \frac{\pi}{N} \right) & \left(t = \frac{2k\pi R}{NV} \right) \end{cases} \quad (2-3)$$

这里 k 取非负整数，为了对机器人的振动幅度在频域上进行傅里叶分析，将 $v(t)$ 展开为傅里叶级数：

$$v(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (2-4)$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} v(t) \cos n\omega_0 t dt (n = 0, 1, 2, \dots) \\ b_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} v(t) \sin n\omega_0 t dt (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases} \quad (2-5)$$

$$\text{合成} \quad \Rightarrow v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (2-6)$$

$$\text{基频} \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{NV}{R}。$$

2.6 利用 matlab 进行频谱分析

将麦克纳姆轮产生的周期激励函数作为分析对象，利用 matlab 中的 fft 函数对此周期激励函数进行傅里叶展开，并将展开的结果运用图谱的方式表示出来，以 16 个辊子的麦克纳姆轮为例，如下图 2.4 所示。

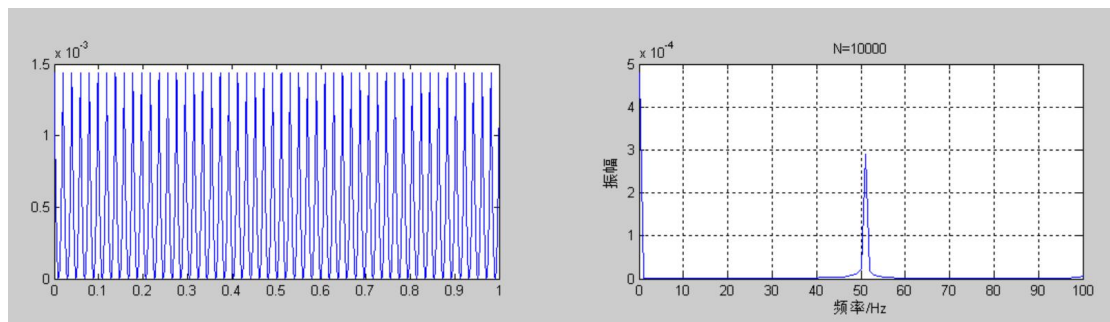


图 2.6 matlab 对外激励 $v(t)$ 频谱分析结果

如图 2.6 所示，因为频率为 $2\omega_0, 3\omega_0, \dots, n\omega_0$ 的函数展开式作用较小，根据上述的频谱分析图，经过傅里叶展开的周期函数可以表示为主要由以基频为主的正弦函数，因此这里的 $v(t)$ 可以化简成一个频率为 ω_0 的函数，即可能发生共振的频率区间就在基频 ω_0 附近。

根据图 2.4 所示频谱分析的结果，周期激励可以近似用一个频率为 51HZ 的正弦函数来代替。推广到 N 个辊子的麦克纳姆轮，周期激励可以近似用一个频率为 $\frac{NV}{2\pi R}$ 的正弦函数来代替，因此公式 (2-6) 中的麦克纳姆轮产生的外激励函数 $V(t)$ 可以表示成：

$$v(t) = A_0 + A_1 \sin\left(\frac{NV}{R}t + \varphi_1\right) \quad (2-7)$$

3 麦克纳姆轮移动平台振动优化方法

3.1 使用频率错峰法避开共振区间

根据式（2-2）知： $\lambda = \frac{\omega}{\omega_0}$ ，根据式（2-7）可知，经过化简之后的外激励

函数 $V(t)$ 频率为

$$\omega = \frac{2\pi}{T_o} = \frac{NV}{R}$$

由 2.1 节可知：

车身质量 M_0 (kg)

每个悬挂系统的质量为 m (kg)

每个悬挂系统弹簧刚度为 K (N/M)

车身行驶速度 V (m/s)

车轮半径 R (m)

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M_0}} = \sqrt{\frac{K}{\frac{M}{4} - m}} \quad (3-1)$$

$$\text{位移传递率: } T_d = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\lambda)^2}{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} = \frac{B_d}{v} \quad (3-2)$$

若要做到隔幅，则 $T_d < 1$ ，也就是当 $\lambda > \sqrt{2}$ 才能满足隔幅的条件。

$$\text{因此 } \lambda > \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{K}{M_0}} = \omega_n < \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \quad (3-3)$$

为了使得麦克纳姆轮移动平台减振效果更好令 $\lambda > 2$ 使得悬挂系统避开共振区间。

3.2 麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统减振器劲度系数的计算

3.2.1 通过避开共振区间的方法计算出弹簧劲度系数的上限

因为根据 2.6 节分析得出，工程机器人的悬挂系统如果要避开共振区间，并

尽可能地做到减振，设模型中的减振器由两个小减振器组成，因此可得到

$$K < \frac{(\frac{M}{4} - m)\omega^2}{4} \quad (3-4)$$

注：这里的 K 值是指每个悬挂系统在进行振动分析时等效的劲度系数

工程机器人发射弹丸时行驶速度为 V，根据 3.2.5 节的分析结果可知外激励的周期振动可以被简化为一个圆频率 $\omega = \frac{NV}{R}$ 的正弦函数。

将 ω 代入式 (3-4) 可得 $K < \frac{(\frac{M}{4} - m)N^2V^2}{4R^2}$ ，因此若要满足悬挂系统有较好的

的隔幅效果，需要满足上述条件。

3.3 麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统阻尼参数的设计

对如图 3.4 所示悬挂系统建立传递函数模型：

$$G(s) = \frac{cs + K}{M_0s^2 + cs + K} \quad (3-5)$$

显而易见，此悬挂系统是一个二阶系统，根据二阶系统的特性，从二阶系统的幅频曲线和相频曲线，影响二阶系统的主要参数是频率比和阻尼比，当阻尼比在 0.3~0.7 时，可获得较好的综合性能。根据绝对运动传递率的公式

$$T_d = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\lambda)^2}{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \quad (3-6)$$

根据此公式，利用 matlab 绘制出当 ξ 分别取 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 时，频率比 λ 与绝对运动传递率 T_d 之间的关系图 3.1。

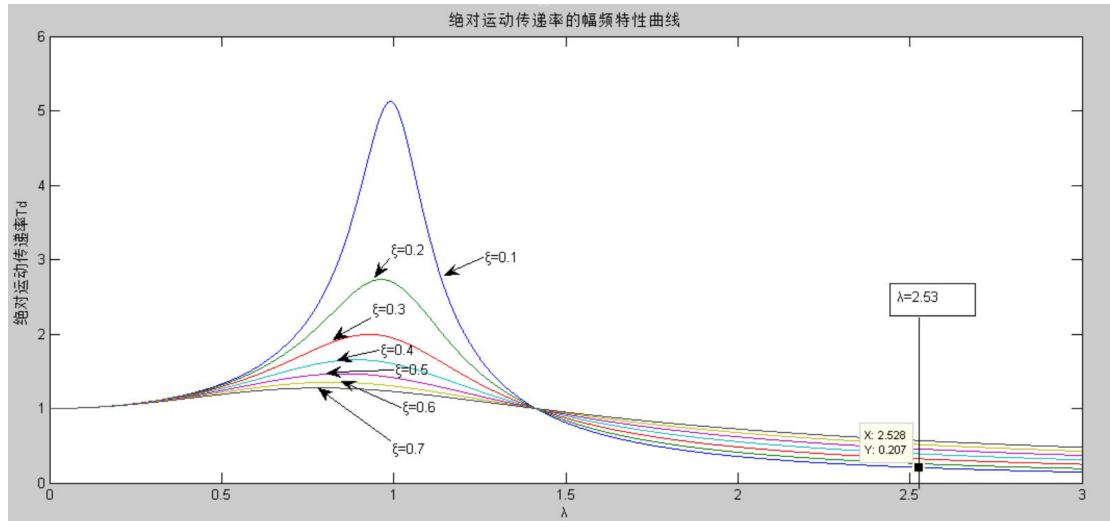


图 3.1 悬挂系统的绝对运动传递率的幅频特性曲线

由于选择了悬挂系统的劲度系数为 $K=128000\text{N/M}$ ，因此根据公式 (2-2) 可得：

$$\lambda = \frac{\omega}{\omega_n} = \omega \sqrt{\frac{M_0}{K}}$$

根据麦克纳姆轮移动平台的运动特性，为了能更好的减小移动平台的振动幅度，阻尼比选取 $0.2 < \xi < 0.7$ 。

$$\xi = \frac{c}{2\omega_n M_0} = \frac{c}{2\sqrt{M_0 K}} \quad (3-7)$$

将选取的阻尼比代入 (3-7)，可得阻尼 $c = 2\xi\sqrt{M_0 K}$ 。

4 matlab 仿真分析

4.1 优化前悬挂系统的时域响应分析

以麦克纳姆轮移动平台为例，优化前的麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统的不设置阻尼器，因此 $c=0/(\text{M/s})$ ， $K=500000\text{N/M}$ ， $M_0=8\text{kg}$ 。

根据减振器的性能参数，根据式 (3-5) 麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{cs + K}{M_0 s^2 + cs + K}$$

$$\text{外激励输入: } v(t) = \begin{cases} 0.075(1 - \cos(20t - \frac{\pi}{16}))(\frac{k\pi}{160} < t < \frac{(k+1)\pi}{160}) \\ 0.075(1 - \cos \frac{\pi}{16})(t = \frac{k\pi}{160}) \end{cases}$$

选取辊子数 N 为 16，代入麦克纳姆轮移动平台的参数，利用 matlab 求未优化前麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统在外激励 $v(t)$ 的输入下的时域响应，如图 4.1。

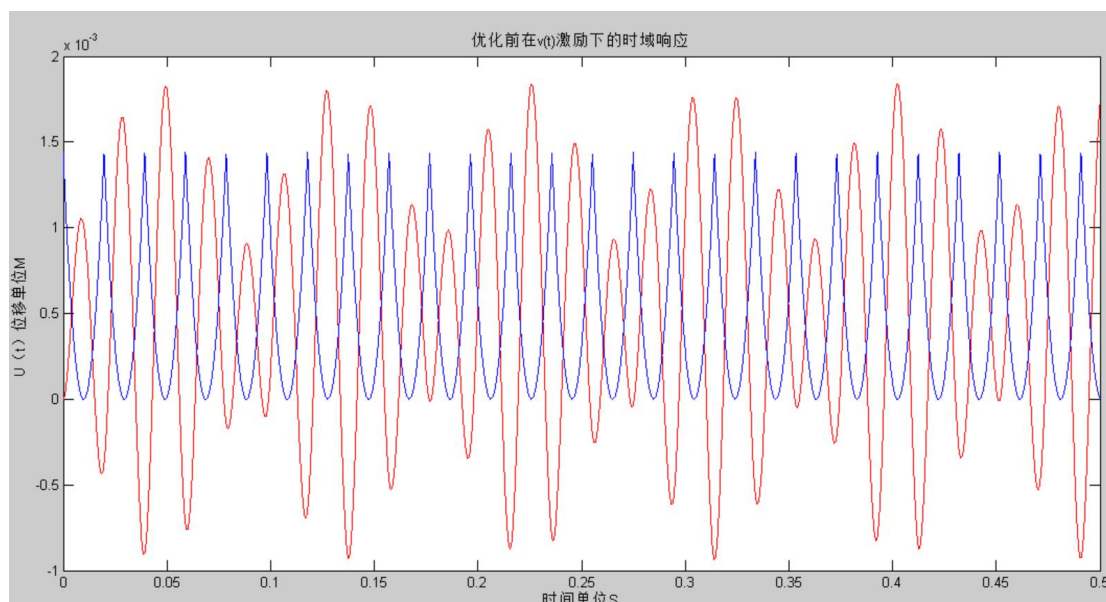


图 4.1 优化前的悬挂系统在外激励 $v(t)$ 的输入下的时域响应

由图 4.1 可看出，优化前的麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统，经过麦克纳姆轮产生的周期激励 $v(t)$ 输入下的最大振动幅度为 2.776mm，这对麦克纳姆轮移动平台的 z 影响非常大。

4.2 优化后悬挂系统的时域响应分析

根据 3.2, 3.3 节所计算的减振器性能参数取值范围，对麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统进行重新设计，令 $M_0=8\text{kg}$ ， $c=607\text{N}/(\text{M}/\text{s})$ ， $k=128000\text{N}/\text{M}$ ，对悬挂系统建立传递函数模型。得：

$$G(s) = \frac{607s + 128000}{8s^2 + 607s + 128000} \quad (4-1)$$

利用 matlab 求在外激励 $v(t)$ 的输入下的麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统的时域响应可得下图 4.2。

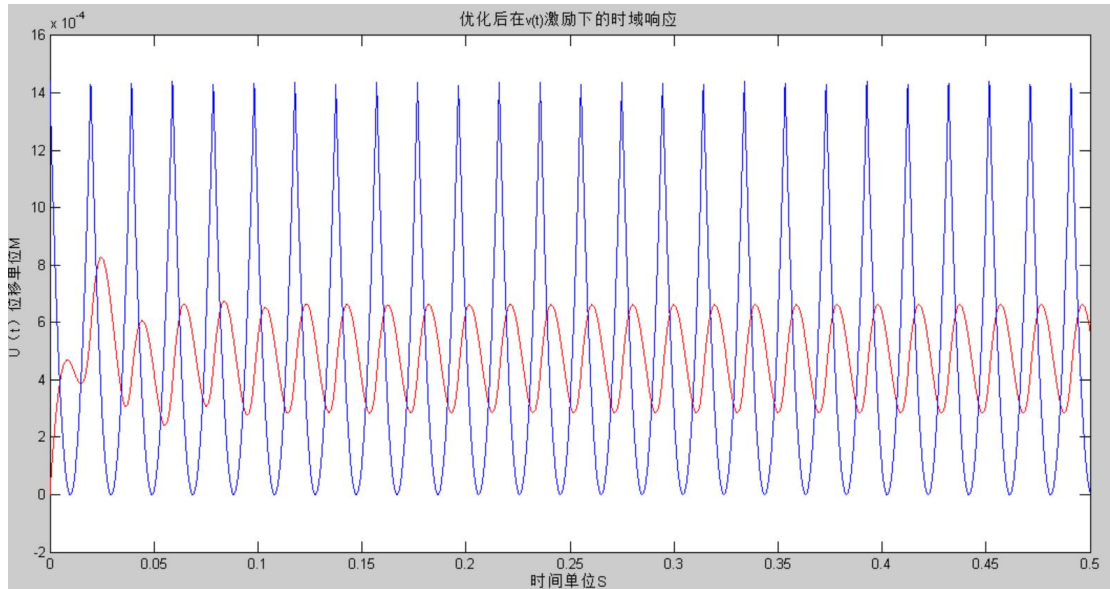


图 4.2 优化后的悬挂系统在外激励 $v(t)$ 的输入下的时域响应

由图 4.2 可以看出, 振动优化后的麦克纳姆轮移动平台的悬挂系统, 经过麦克纳姆轮产生的周期激励 $v(t)$ 输入下的最大振动幅度为 0.376mm, 是优化前的悬挂系统的最大振动幅度的 13.5%, 麦克纳姆轮移动平台的振动幅度被有效的减小, 从而使得麦克纳姆轮移动平台运行的更加稳定。

5 参考文献

- [1] 施敏虎,栗云鹏,庄曙东,符正帆,王齐鑫.基于 OpenMV 的智能搬运车型机器人的设计[J].机械工程师,2020(02):20-22+25.
- [2] 高峰.麦克纳姆轮平衡重式 AGV 叉车的总体设计与研究[J].中国新技术新产品,2019(21):34-35.
- [3] 陈浩,陈实,郭兆阳,张憬晗,许栋杰,马新玲.智能图书管理机器人[J].工程机械,2019,50(10):72-76+10.
- [4] 徐宇涵,常峥,平威.网球发射机器人综合设计[J].湖北农机化,2019(17):142-143.
- [5] 周长城,潘礼军,于曰伟,赵雷雷.车辆钢板弹簧悬架系统减振器最佳阻尼匹配[J].农业工程学报,2016,32(07):106-113.