

# Laser und nichtlineare Optik

Gruppe 26  
Anh Tong  
Tobias Theil  
Kholodkov Jakov

17. Dezember 2016

## Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Einleitung</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2. Theorie</b>  | <b>2</b>  |
| 2.1. Funktionsweise eines Lasers . . . . .                                   | 2         |
| 2.2. Erzeugung von Ultrakurz-Lichtpulsen . . . . .                           | 3         |
| 2.3. Optisch nichtlineare Materialien . . . . .                              | 3         |
| 2.4. Doppelbrechung . . . . .  | 4         |
| 2.5. Autokorrelationsmessung . . . . .                                       | 4         |
| <b>3. Experimentelles Vorgehen</b>   | <b>4</b>  |
| <b>4. Auswertung</b>   | <b>5</b>  |
| 4.1. Kennlinie der Pumpdiode . . . . .                                       | 5         |
| 4.2. „Slope efficiency“ des Nd:YLF-Lasers . . . . .                          | 7         |
| 4.3. Autokorrelationsmessung . . . . .                                       | 8         |
| 4.4. Winkelabhängigkeit der Intensität der ersten Oberwelle . . . . .        | 10        |
| 4.5. Intensitätsabhängigkeit der Intensität der ersten Oberwelle . . . . .   | 12        |
| 4.6. Spektralanalyse der Laser . . . . .                                     | 14        |
| <b>5. Fragen</b>   | <b>19</b> |
| 5.1. Unterscheidung induzierte und spontane Emission . . . . .               | 19        |
| 5.2. Beispiele für homogene und inhomogene Linienverbreiterung . . . . .     | 19        |
| 5.3. Zwei - und Dreiniveausysteme . . . . .                                  | 20        |
| 5.4. Beschränkung der Pumpleistung . . . . .                                 | 20        |
| 5.5. Modenabstand für $L=1$ . . . . .  | 20        |
| 5.6. Auswirkung der spektralen Halbwertsbreite auf die Impulsdauer . . . . . | 21        |
| 5.7. Nichtlineare Polarisation auf atomarer Ebene . . . . .                  | 21        |
| 5.8. Gleichheit der Brechungsindices von Grund - und Oberwelle . . . . .     | 21        |
| 5.9. Bestimmung der Impulsform aus Autokorrelationsmessung . . . . .         | 21        |
| <b>A. Anhang</b>   | <b>21</b> |

# 1. Einleitung

## 2. Theorie

### 2.1. Funktionsweise eines Lasers

Man benötigt zwei entscheidende Physikalische Aspekte, um einen Laser zu bauen. Im folgenden wird ein Zweiniveausystem für ein Elektron mit den Zuständen  $|1\rangle$  und  $|2\rangle$  genauer untersucht. Der erste Aspekt ist die induzierte Photonenemission. Wenn es ein Elektron in einem angeregten Zustand  $|2\rangle$  gibt, und es mit einem Photon interagiert, welches die Differenzenergie der Zustände  $|2\rangle - |1\rangle$  trägt, dann regt sich das Elektron ab und emittiert dabei ein Photon welches dieselbe Phase, Polarisation und Richtung hat, wie das auf das Elektron eingefallene Photon. Wenn es nun sehr viele Elektronen im Zustand  $|2\rangle$  gibt, so sorgt der Effekt der induzierten Emission für Photonen mit identischen Eigenschaften. Nun benötigt man stets mehr Elektronen im Zustand  $|2\rangle$  als im Zustand  $|1\rangle$ , damit es zur kontinuierlichen induzierten Photoemission kommen kann.

$$n_{|2\rangle} > n_{|1\rangle}$$

Diese Bedingung heißt Besetzungsinversion. Das ist der zweite entscheidende Aspekt. Mit einem reinen Zweiniveausystem lässt sich die Besetzungsinversion nicht erreichen, da der Wirkungsquerschnitt zum anregen der Elektronen derselbe ist, wie zum induzierten abregen. Man benötigt noch mindestens ein drittes Pumpniveau  $|3\rangle$ , auf welches man Elektronen mit Photonen der Energie  $|3\rangle - |1\rangle$  befördert, damit sich möglichst schnell auf das langlebigere Niveau  $|2\rangle$  abregen und von dort durch induzierte Abregung Laserlicht erzeugen.

Für einen voll funktionsfähigen Laser benötigt es noch zwei gekrümmte Resonatorspiegel, mit reflektionskoeffizienten  $R_1$  und  $R_2$ . Im Laser muss das Licht stets rückgekoppelt werden, sodass es eine stetige induzierte Anregung gibt. Für die stetige Rückkopplung müssen die Radien  $r_1$  und  $r_2$  die Stabilitätsbedingung erfüllen. Hierbei bezeichnet  $L$  den Abstand zwischen den Spiegeln.

$$0 < 1 - \frac{L}{r_1} - \frac{L}{r_2} + \frac{L^2}{r_1 r_2} < 1$$

In dem Resonanzmedium können Photonen absorbiert werden. Die Verluste pro Strecke werden mit  $\delta$  bezeichnet. Die Laseraktivität ist abhängig von den Verlusten  $\delta$  pro, davon wie groß die Bestzungsinversion  $n_{|2\rangle} - n_{|1\rangle}$  ist, und wie groß der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  für die induzierte Emission ist. Bei einem Durchlauf vom Licht zum ersten Spiegel, zurück zum zweiten Spiegel und wieder zum Anfangspunkt zurück berechnet man alle Verlust- und Vervielfältigungseffekte vom Licht durch Multiplikation und erhält für die neue Lichtintensität

$$I_1 = I_0 R_1 R_2 \cdot \exp\{2l(\sigma(n_{|2\rangle} - n_{|1\rangle}) - \delta)\}$$

Für eine Laseraktivität muss gelten  $I_1/I_0 > 1$ , und somit

$$\frac{\delta}{\sigma} - \frac{\ln(R_1 R_0)}{2} < n_{|2\rangle} - n_{|1\rangle}$$

**Nd:YFL Laser** Der im Versuch verwendete Laser hat ein Neodym-Ion als aktives Material. Das äußerste Elektron hat dabei vier Energieniveaus zur Verfügung stehen. Mit Pumplicht aus einer Halbleiterdiode werden die Elektronen im Pumpmaterial vom niedrigsten Zustand  $|1\rangle$  in den Zustand  $|4\rangle$  angeregt. Der Übergang des vom Zustand  $|4\rangle$  in den langlebigen Zustand  $|3\rangle$  erfolgt sehr schnell. Durch induzierte Lichtemission begeben sich die Elektronen in den kurzlebigen Zustand  $|2\rangle$ , von dem sie erneut schnell in den Zustand  $|1\rangle$  übergehen. So entsteht eine grosse Besetzungsinversion, wiederum zu einer starken Lichtintensität nach einem Durchlauf führt.

## 2.2. Erzeugung von Ultrakurz-Lichtpulsen

In dem vorher beschriebenen Resonator aus Spiegeln mit der Länge  $L$  entstehen stehende elektromagnetische Longitudinalwellen mit den Wellenlängen

$$2L = n \cdot \lambda_n \quad (1)$$

mit dem Kreisfrequenzabstand  $\Delta\omega = \pi c/L$ . Im Resonator wird aber nur ein Teil aller Wellen welche die Bedingung 1 erfüllen, verstärkt. Erzeugt man akustische Schwingungen mit der Frequenz  $\Omega$  in einem Quarzkristall, und setzt diesen Quarzkristall in die Resonatorstrecke, so werden durch periodische Transmission der Kreisfrequenz  $\omega_n \pm \Omega$ . Ist dabei  $\Omega = \Delta\omega$  bringt man durch Interferenzeffekte alle Longitudinalmoden in eine feste Phasenbeziehung und erzeugt damit starke Peaks des elektromagnetischen Feldes, Ultrakurzpulse. Dabei hängt die Dauer und intensität von der Anzahl der gekoppelten Moden ab. Je breitbandiger der Laser ist, umso mehr Moden können miteinander gekoppelt werden, und umso kürzer ist der Peak.

## 2.3. Optisch nichtlineare Materialien

**Lineare Optik** In der klassischen Optik ist die Polarisierung eines Dielektrikums linear proportional zur elektrischen Feldstärke. Dabei ist  $\chi_0$  die elektrische Suszeptibilität, also das Verhältnis, wie sich die Polarisierung in Abhängigkeit des elektrischen Feldes im Material ändert.

$$\vec{P}(\vec{E}) = \epsilon_0 \left( \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j \right) \quad (2)$$

Die partielle Differenzialgleichung in einer dimension für das elektrische Feld lautet dabei:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\epsilon_0(1 + \chi^{(1)})}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

Diese Differenzialgleichung wird durch gelöst, durch ein Elektrisches Feld in Form ebener Wellen gelöst:

$$E = E_0 \exp\{i(\omega t - k_\omega x)\} + C \quad (4)$$

**Nichtlineare Optik** In der nichtlinearen Optik wird die durch verschiedene Quanteneffekte beeinflusste Polarisierung eines mittels eines Taylorpolynoms approximiert.

$$\vec{P}(\vec{E}) = \epsilon_0 \left( \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \right)$$

$$\vec{P}(\vec{E}) = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL}$$

Dabei lässt sich die Polarisierung in den linearen Anteil  $\vec{P}_L$  und einen nichtlinearen Anteil  $\vec{P}_{NL}$  zerlegen. Die partielle Differenzialgleichung lässt sich mit einer zusätzlichen Störung schreiben:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\epsilon_0(1 + \chi^{(1)})}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad (5)$$

**Erzeugung der zweiten harmonischen** Betrachtet man nur die nichtlinearität zweiter Ordnung, so vereinfacht sich die Gleichung 5 zu Gleichung 6

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{\epsilon_0(1 + \chi^{(1)})}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\epsilon_0}{c} \frac{\partial^2 \chi^{(2)} E^2}{\partial t^2} \quad (6)$$

Der Quellterm  $\frac{\epsilon_0}{c} \frac{\partial^2 \chi^{(2)} E^2}{\partial t^2}$  sorgt für eine induzierte Oszillation mit der doppelten Frequenz  $2\omega$ .

## 2.4. Doppelbrechung

Doppelbrechung ist der Effekt unterschiedlicher Brechungsindizes  $n$  in Abhängigkeit von der Polarisationsrichtung des Lichtes im Bezug zu einer festen Ebene im doppelbrechenden Kristall. Dieser Effekt entsteht dadurch dass die atomaren Strukturen im Kristall nicht rotationssymmetrisch sind. Mathematisch lässt sich erläutern, dass die elektrische Suszeptibilität im allgemeinen ein Tensor ist, und somit Richtungseigenschaften aufweist. Bei einem optischen Kristall ist es entscheidend, dass die Brechungsindizes und damit die Lichtgeschwindigkeiten im Material jeweils die selben für die Grund- als auch die Oberschwingung sind. Ist das nicht der Fall, so interferiert die am Ort  $x$  erzeugte zweite harmonische Welle mit der am Ort  $x + \Delta x$  erzeugten Welle und löscht sich aus. Gewisse Materialien wie ein Einkristall von  $\beta$ -Bariumoxid sind doppelbrechend und optisch aktiv, und lassen sich damit gut für die Erzeugung der zweiten harmonischen bei gepulsten Lasern nutzen.

## 2.5. Autokorrelationsmessung

Bei Lichtpulsen im Femptisekundenbereich ist jegliche Elektronik zu langsam, um die Halbwertsbreite eines solchen Lichtpulses zu bestimmen. Um dieses Problem zu umgehen, 'tastet' man den Puls mit sich selber ab. Dabei wird Lichtpuls mit einem halbdurchlässigen Spiegel gespalten, ein Teil des Pulses durchläuft eine feste Strecke und der andere Teil eine veränderbare Strecke. Danach werden die beiden Pulse wieder zusammengeführt. Das führt dazu, dass ein genau kontrollierbar zeitlich versetzt zum anderen kommt. Lässt man beide nun durch einen optisch aktiven Kristall  $\beta$ -Bariumoxid laufen, so ist die Intensität der zweiten Harmonischen proportional zur mathematischen Faltung der beiden Peak-Kurven.

$$W_{2\omega} \propto \int_{-\infty}^{\infty} I_L(t) I_L(t - t_D) dt \quad (7)$$

Dabei beschreibt die Funktion  $I_L$  die ursprüngliche Form des elektromagnetischen Pulses. Verwendet man dabei die Näherung des Peaks als eine Gaussfunktion,

$$I_L = I_0 \cdot e^{-\left(\frac{2\sqrt{\ln(2)}t}{\tau}\right)^2} = I_0 \cdot e^{-At^2} \quad (8)$$

So ergeben Gleichungen 7 und 8:

$$\begin{aligned} W_{2\omega} &\propto \int_{-\infty}^{\infty} e^{-At^2} e^{-A(t-t_D)^2} dt \\ &= e^{-\frac{A}{2}t_D^2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2At^2} dt \end{aligned} \quad (9)$$

Damit lässt sich die Halbwertsbreite der Gaussfunktion bestimmen.

## 3. Experimentelles Vorgehen

Die Versuchsanordnung für das Laserexperiment ist in Abbildung 1 zu sehen. Als erstes wurde die Leistungs-Kennlinie der Pumplaserdiode aufgenommen, um deren Wirkungsgrad festzustellen. Als nächstes wurden durch vorsichtige Verstellung der Resonatorlänge die Moden der einzelnen Laser betrachtet. Für die nächsten Versuche wurde die gaußförmige Mode gewählt, da sich diese am besten für die Erzeugung von Ultrakurzpulsen eignet. Mit dieser Einstellung und den Angaben der Pumplaserdiode wurde der Wirkungsgrade des Nd:YLF Lasers bestimmt. Danach wurde der Akustooptische Modulator für die Erzeugung der Ultrakurzpulse angeschaltet, und mithilfe des Signals einer Halbleiterdiode die Resonatorlänge so eingestellt dass der Pulspeak maximal

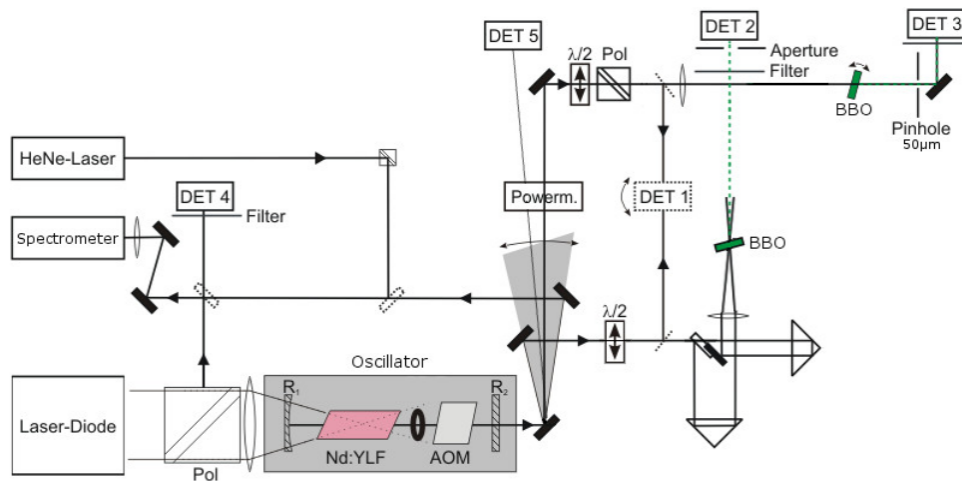


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau

war. Mithilfe der Verzögerungsstrecke und einem optischen Kristall wurde das Autokorellations-signal des Pulses gemessen. Mit einem Präzisionsdrehtisch wurden dann die Eigenschaften des  $\beta$ -Bariumoxid-Kristalls untersucht, um festzustellen, bei welchem Orientierungswinkel der Kristall am effizientesten die zweite Harmonische, also grünes Licht generiert. Danach wurde über die Rotation eines  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchens die Intensität des auf den optischen Kristall einfallenden Lichtes reguliert um den Zusammenhang zwischen Intensität des einfallenden Lichtes und der Oberwelle zu messen. Zuletzt wurden mithilfe eines Spektrometers die Spektren des Nd:YLF Lasers bei drei verschiedenen Pumpleistungen bestimmt. Dabei konnte man genau die Übergänge zwischen spontaner Emission, beginnener Laseraktivität und Laseraktivität deutlich erkennen.

## 4. Auswertung

### 4.1. Kennlinie der Pumpdiode

Um die Kennlinie der Pumpdiode zu bestimmen wurde der an der Diode anliegende Strom in Schritten von 0.5A von 5A auf 20A erhöht und die am Detektor ankommende Leistung gemessen. Trägt man nun die gemessenen Werte gegeneinander auf erhält man die in Abbildung 2 gezeigte Kurve.

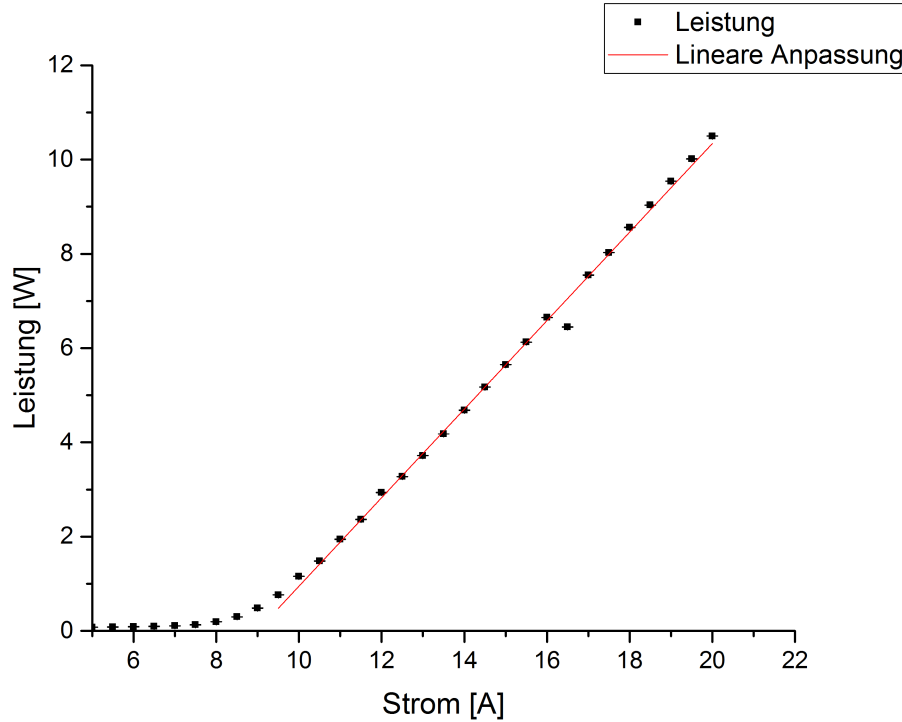


Abbildung 2: Kennlinie der Pumpdiode

Der Detektor hat dabei nicht die einfallende Leistung, sondern lediglich die Zahl der einfallenden Photonen gemessen, in Abbildung 2 wurde jedoch bereits die Umrechnung in Leistung durchgeführt. Dies ist möglich durch die zusätzliche Information, dass die Laserleistung der Diode bei einem Strom von 20A 10.5W beträgt. In diesem Experiment entspricht dies einer Zahl von 1700 womit sich als Umrechnungsfaktor

$$1 \text{ Count} \equiv 0.006W \quad (10)$$

Wie leicht zu erkennen ist, gibt es bis zu einem Strom von 8 A keine Nennenswerte Strahlleistung. Dies entspricht nicht ganz der Realität, da aufgrund der hohen Sensivität des Detektors wurden Filter in den Strahlengang gestellt um eine Sättigung zu verhindern. Wie später zu sehen ist, erzeugt die Diode auch in diesem Strombereich, dem Fluoreszenzbereich, Strahlung, die hier allerdings unterdrückt wird.

Erhöht man den Strom weiter, steigt die Laserleistung langsam an, bis man ab einem Strom von 9.5A die Lasertätigkeit erreicht hat, in der die Laserleistung der Diode linear mit dem Strom ansteigt.

Der offensichtlich aus der Reihe fallende Wert bei einem Strom von 16.5A beruht wahrscheinlich auf einem falschen Ablesen, er wird aber nicht weiter berücksichtigt, da er die Berechnung weiterer Ergebnisse nicht oder zumindest nicht merklich stört.

Zur Ermittlung des Wirkungsgrades,

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{out}}{U \cdot I} \implies P_{out} = \eta P_{in} \quad (11)$$

also dem Verhältnis zwischen der Leistung die in das System gesteckt wurde und der erhaltenen Leistung wird nur der Bereich der Lasertätigkeit von 9.5A bis 20A betrachtet. Die aufgebrachte

Leistung entspricht hier der elektrischen bei einer Spannung von 1.8V und dem jeweils eingestellten Strom. Trägt man diese beiden Leistungen gegeneinander auf so ergibt sich Abbildung 3

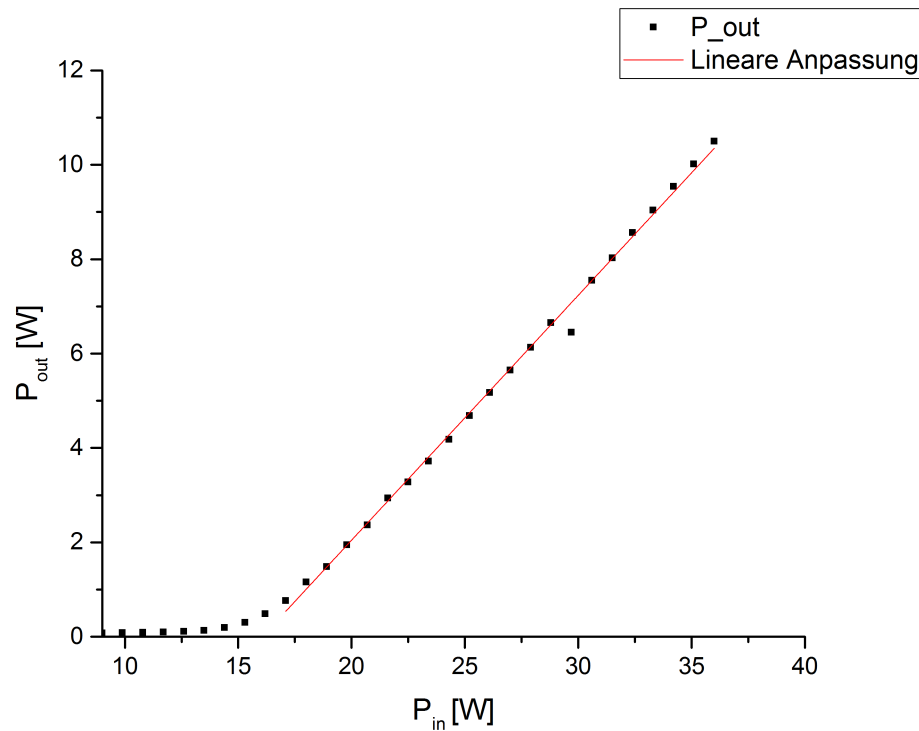


Abbildung 3: Wirkungsgrad der Pumpdiode

Wie sich aus Gleichung (11) leicht ablesen lässt, entspricht der Wirkungsgrad der Diode genau der Steigung der Ausgleichsgeraden und es ergibt sich

$$\eta = 0.519 \pm 0.006 = (51.9 \pm 0.6)\% \quad (12)$$

#### 4.2. „Slope efficiency“ des Nd:YLF-Lasers

Die sogenannten slope efficiency eines Lasers ist das Verhältnis aus Pumpleistung die dem System zugeführt wird und der eigentlichen Laserleistung oberhalb der Laserschwelle, gibt also in gewissem Sinne den Wirkungsgrad des Lasers wieder. Da aufgrund des experimentellen Aufbaus schon vor Erreichen des eigentlichen Laserkörpers 50% des Lichtes aus der Pumpdiode ausgekoppelt werden, müssen die im vorigen Versuch ermittelten Pumpleistungen für die Berechnung der slope efficiency halbiert werden und man erhält Abbildung 4.

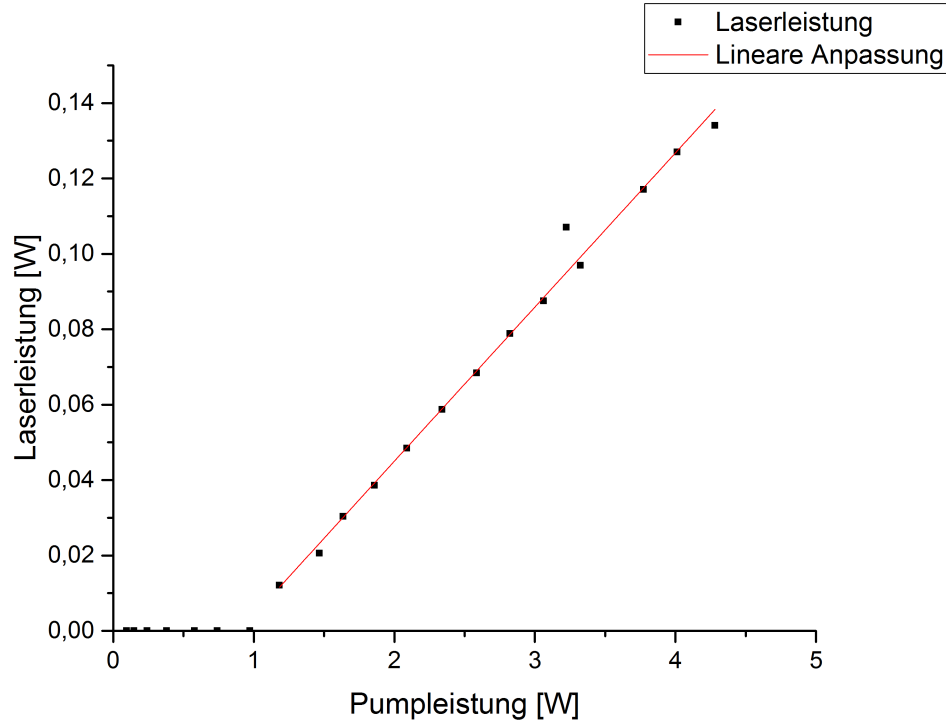


Abbildung 4: slope efficiency des Nd:YLF-Lasers

Man erkennt auch hier einen stark linearen Zusammenhang zwischen eingehender und Pumpleistung, die Steigung der Gerade gibt dabei die slope efficiency  $\sigma$  an und es ergibt sich

$$\sigma = 0.041 \pm 0.001 = (4.1 \pm 0.1)\% \quad (13)$$

### 4.3. Autokorellationsmessung

Um die Impulsdauer des Lasespulses zu bestimmen wird eine Autokorellationsmessung genutzt. Hier wird der Laserpuls in zwei separate Teile aufgespalten und durch zwei unterschiedlich lange Wegstrecken geschickt. Nach dem Durchqueren dieser Verzögerungsstrecken überlagern sich beide Impulsanteile in einem nicht-linearen Kristall zu einer Oberwelle, deren Intesität in Abhängigkeit von der Verzögerungszeit  $t_D$  der beiden Impulsanteile zueinander gemessen wird.



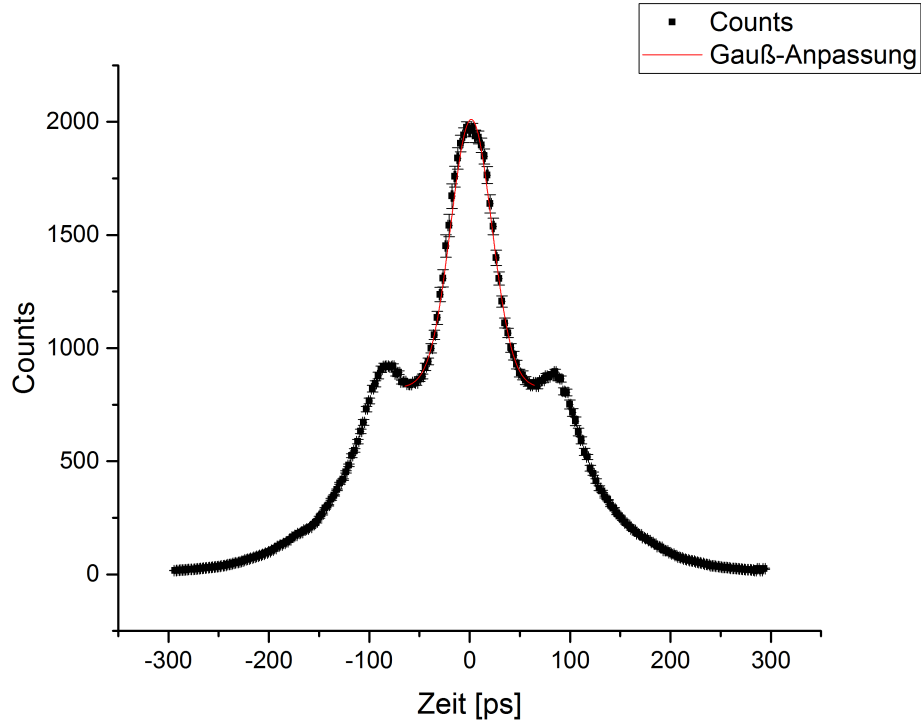


Abbildung 5: Autokorellationsfunktion in Abhängigkeit von der Verzögerungszeit

Wie in Abbildung 5 zu sehen ist, tauchen neben dem relevanten Maximum um  $t_D=0$  zwei weitere Maxima auf, die aufgrund der Symmetrie der Autokorellationsfunktion symmetrisch um das Hauptmaximum angeordnet sind. Eine Erklärung hierfür steht noch aus und auch vorhergehende Bemühungen der Verantwortlichen des Versuchs diese Nebenmaxima zu eliminieren scheiterten, weshalb sich im Folgenden nur mit dem Hauptmaximum um  $t_D=0$  befasst wird, welches in Abbildung 6 genauer gezeigt ist.

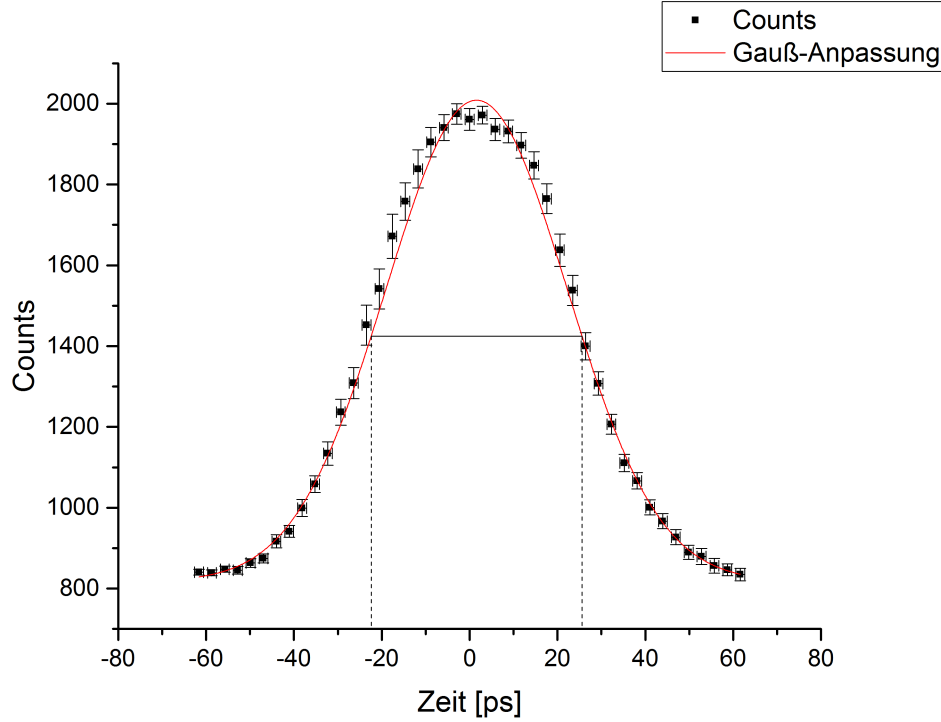


Abbildung 6: Hauptmaximum der Autokorrelationsfunktion

Es ist zu erkennen, dass die Intensität gaußförmig verteilt ist, was für einen modengekoppelten Puls der Form

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-At}$$

wie er hier verwendet wurde, wobei  $A = \frac{4 \ln 2}{\tau}$  mit  $\tau$  der Halbwertsbreite des Pulses, zu erwarten war, da die Autokorrelationsfunktion sich wie Gleichung (9) verhält. Es ergibt sich also eine Gauß-Kurve mit einer Halbwertsbreite  $\tau'$ , die in folgendem Zusammenhang mit der Halbwertsbreite des Pulses steht.

$$\tau' = \sqrt{2} \tau \quad (14)$$

Eine Auswertung der gemessenen Autokorrelationsfunktion ergibt

$$\tau' = 48.677 \text{ ps} \implies \tau = 34.420 \text{ ps} \quad (15)$$

#### 4.4. Winkelabhängigkeit der Intensität der ersten Oberwelle

Bei der Überlagerung der einzelnen Impulsanteile nach Durchlauf der Verzögerungsstrecken kommt es jedoch zu einem Problem. Die erzeugte Oberwelle und die Fundamentale Welle stehen im Allgemeinen nicht in einer festen Phasenbeziehung zueinander, da  $\Delta k = 2k_\omega - k_{2\omega} \neq 0$ , anstatt einer kontinuierlichen Verstärkung des Signals kommt es so zu sich periodisch wiederholender konstruktiver und destruktiver Interferenz. Um dieses Problem zu beheben wählt man als Überlagerungsmedium eine nicht-lineare Substanz, in diesem Fall Beta-Bariumoxid, welche für verschiedenen Polarisationsrichtungen des einfallenden Feldes jeweils verschiedene Brechungsindizes aufweist.

Ist der Strahl senkrecht zur optischen Achse des Kristalls polarisiert so erfährt er den ordentlichen Brechungsindex  $n_o$ , ist er jedoch parallel dazu polarisiert, so merkt er den außerordentlichen

Brechungsindex  $n_a$ .

Wählt man nun die Oberwelle als außerordentlichen und die Fundamentale als ordentlichen Strahl, so lässt sich der Brechungsindex für die Außerordentliche in Abhängigkeit des Winkels zwischen Polarisation und optischer Achse  $\theta$  in einem Bereich  $n_a \leq n \leq n_o$  nach (16) beliebig einstellen.

$$\frac{1}{n(\theta)^2} = \frac{1}{n_a^2} + \left( \frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_a^2} \right) \cos^2 \theta \quad (16)$$

Um nun eine Phasenanpassung zwischen der Fundamentalen mit der Frequenz  $\omega$  und der Oberwelle mit Frequenz  $2\omega$  zu erreichen, also für  $\Delta k = 0$  muss

$$n(\theta) = n_\omega = n_{o,\omega} \quad (17)$$

erfüllt sein. Setzt man dies in 16 ein, löst nach  $\theta$  auf und setzt die passenden Werte für die Brechungsindices ein, so ergibt sich ein Phasenanpassungswinkel von

$$\theta = 0.40 = 21.10^\circ \quad (18)$$

Dies entspricht allerdings nur der Ausrichtung des einfallenden Pulses zu der optischen Achse, nicht zu der Kristalloberfläche. Die Abhängigkeit Intensität von der Ausrichtung des Kristalls ist in Abbildung 7 gezeigt.

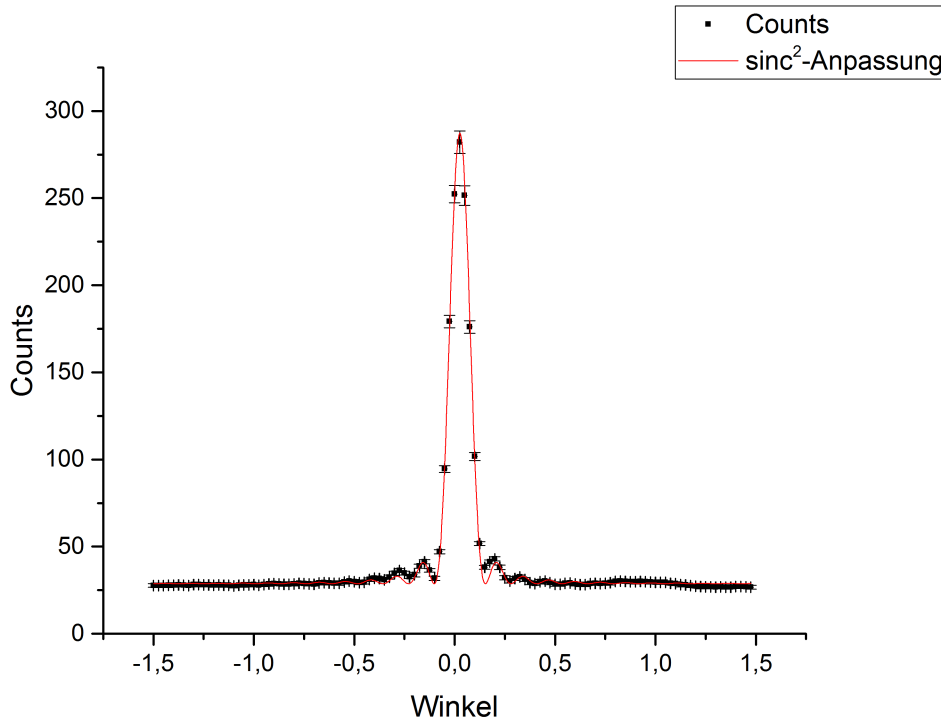


Abbildung 7: Winkelabhängigkeit der Intensität der Oberwelle

Nach

$$I \propto \frac{\sin^2 \left( \Delta k \frac{l}{2} \right)}{\left( \Delta k \frac{l}{2} \right)^2} = \text{sinc}^2 \left( \Delta k \frac{l}{2} \right) \quad (19)$$

folgt die Intensität einer  $\text{sinc}^2$ -Kurve, was aus Abbildung 7 ersichtlich ist. Die Funktion, die zum Anpassen genutzt wurde lautet dabei

$$I = 258.684 \cdot \text{sinc}^2(24.657 \cdot \theta - 0.639) + 28.726 \quad (20)$$

Die Intensität wird dabei in Einheiten von Counts, also der Anzahl der einfallenden Photonen angegeben und ist somit einheitenlos.

Um nun die Maxima beziehungsweise Minima der Intensität zu finden müssen die Winkel ermittelt werden, bei denen das Argument der sinc-Funktion gleich  $\pi$  oder  $\frac{\pi}{2}$  sind. Es ergibt sich also

$$24.657 \cdot \theta - 0.639 \stackrel{!}{=} \pi \implies \theta_1 = 0.153 \quad (21)$$

$$24.657 \cdot \theta - 0.639 \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} \implies \theta_2 = 0.090 \quad (22)$$

Somit ergibt sich eine effektive Weglänge  $l_{eff}$  der Oberwelle durch den Kristall von

$$l_{eff} = \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{l}{\cos \left( \arcsin \left( \frac{\sin \theta}{n_{a,2\omega}} \right) \right)} = \begin{cases} 4.019 \text{ mm}, & \theta = \pi \\ 4.007 \text{ mm}, & \theta = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (23)$$

Der Ausdruck für den Winkel  $\alpha$  in dem Kristall ergibt sich aus dem Snelliusschem Brechungsgesetz.

Womit sich eine Wellenvektorfehlpassung  $\Delta k$  von

$$\Delta k \cdot \frac{l_{eff}}{2} = \begin{cases} \pi \implies \Delta k = 1.563 \frac{1}{\text{mm}} \\ \frac{\pi}{2} \implies \Delta k = 1.568 \frac{1}{\text{mm}} \end{cases} \quad (24)$$

#### 4.5. Intensitätsabhängigkeit der Intensität der ersten Oberwelle

Die Intensität hängt jedoch nicht nur von der Ausrichtung des Kristalls aus, sondern natürlicherweise auch von der Ausgangintensität des Lasers aus. Im Folgenden wurde also die die Laserintensität vor Aufteilung des Pulses durch ein  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen moduliert.

Naiv wäre eine lineare Abhängigkeit zwischen Laserintensität und der Intensität der Oberwelle zu erwarten. Berechnungen zeigen allerdings, dass neben (19) auch

$$I_{2\omega} \propto I_{\omega}^2 \quad (25)$$

gilt, es also ein quadratischer Zusammenhang gilt, was auch die graphische Auswertung zeigt. Um dies zu zeigen wurden die Intensitäten des Lasers und der Oberwelle gegeneinander aufgetragen und ein Polynom 9. Grades als Ausgleichsfunktion genutzt, was in Abbildung 8 zu sehen ist.

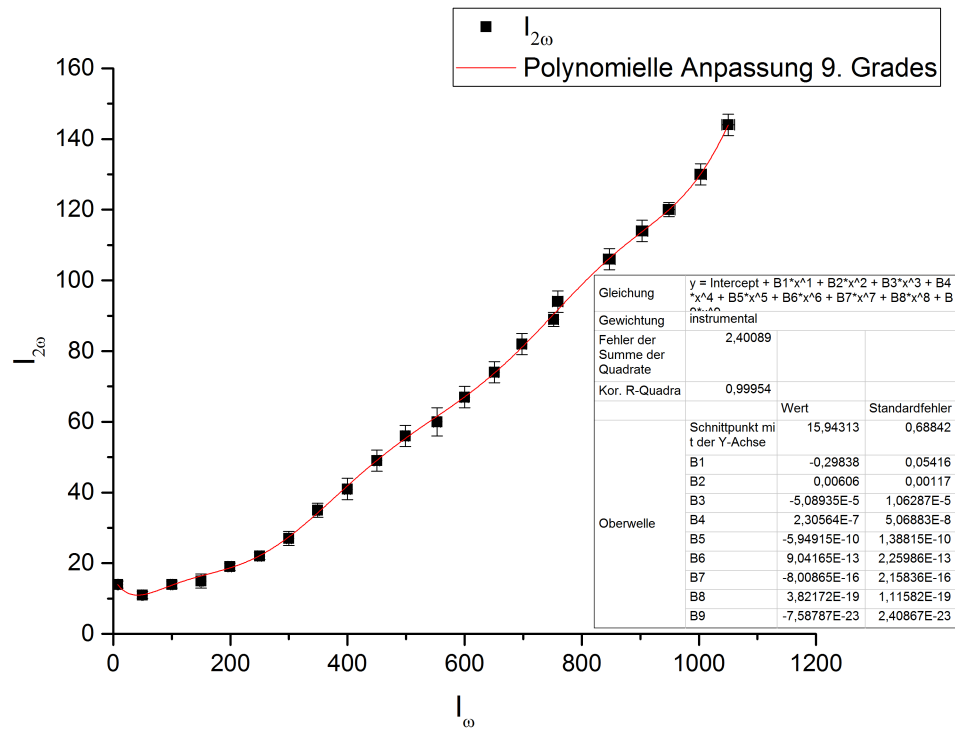


Abbildung 8: Anpassung der Intensitätsabhängigkeit durch ein Polynom 9. Grades

Man erkennt, dass das Polynom zwar sämtliche Messpunkte jeweils genau trifft, betrachtet man jedoch die Vorfaktoren des Polynoms in Abbildung 8, so ist leicht einzusehen, dass diese für Potenzen  $> 2$  so verschwindend klein sind, dass sie zu vernachlässigen sind. Man erhält also ein Polynom 2. Grades als Ausgleich, was auch die Rechnung ergeben hat. Abbildung 9 zeigt genau dieses Verhalten

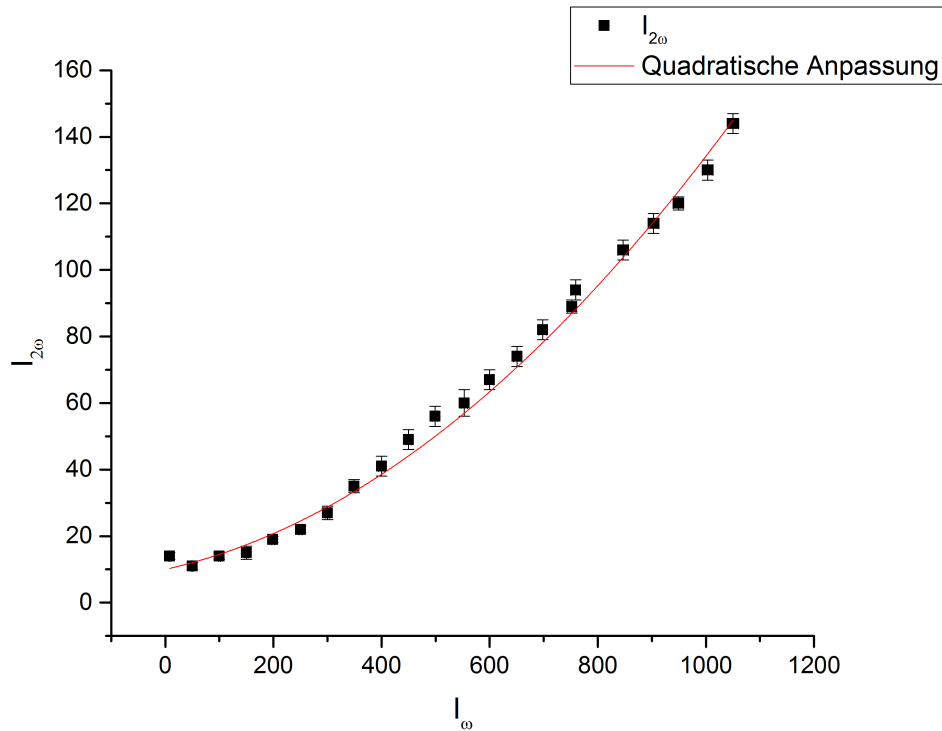
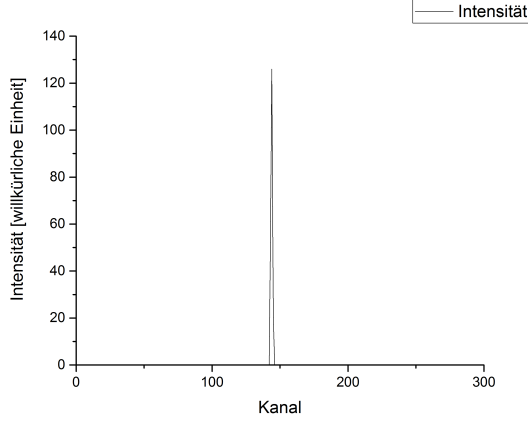


Abbildung 9: Quadratische Anpassung der Intensitätsabhängigkeit

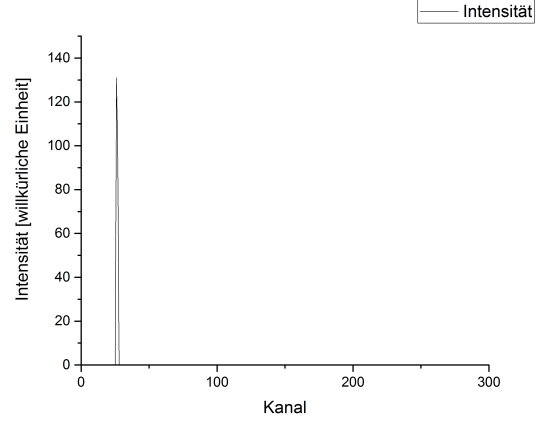
#### 4.6. Spektralanalyse der Laser

Beim im Folgenden beschriebenen Versuchsteil wurden die Spektren der Laser mit Hilfe eines Spektrometers analysiert. Dieses Spektrometer muss jedoch zunächst kalibriert werden, was mit Hilfe eines Helium-Neon-Lasers erreicht wurde, der sich aufgrund seiner extrem schmalen Frequenzbreite gut dafür eignet.

Das Spektrometer wurde dabei auf das doppelte, was nur dem hier vorliegenden Versuchsaufbau geschuldet ist bekannte Wellenlänge des Lasers von 1266 nm eingestellt und ein Spektrum aufgenommen. Die zweite Messung wurde dann ebenfalls mit dem HeNe-Laser durchgeführt, allerdings wurde das Spektrometer hier auf 1286 nm gestellt, was eine Verschiebung der die Wellenlängen registrierenden Pixel hervorruft. In Abbildung 10(a) und 10(b) sind die zueinander verschobenen Linien des HeNe-Laserspektrums zu sehen.



(a) 1266 nm



(b) 1286 nm

Um die scharfen Linien besser zu sehen wurden hier statt der üblichen Punktdiagramme Liniendiagramme verwendet. Man sieht deutlich wie schmal die Frequenzbreite für diesen Laser ist. Der Peak hat in Abbildung 10(a) eine Breite von drei Pixeln beziehungsweise zwei Pixeln in Abbildung 10(b). Der Abstand der beiden Linien beträgt hier 118 Pixel, womit sich mit

$$\Delta\lambda = \frac{10\text{nm}}{\Delta\text{Pixel}} = 0.00847 \frac{\text{nm}}{\text{Pixel}} \quad (26)$$

ergibt. Jeder Pixel deckt also einen Wellenlängenbereich von 0.00847 nm ab. Unter Berücksichtigung eines wellenlängenabhängigen Offsets des Spektrometers ergibt sich für die Wellenlänge in Abhängigkeit des aktivierten Pixels

$$\lambda = \frac{\lambda_{\text{set}}}{2} - \Delta\lambda(\text{Pixel} - 256) + 0.0189 \left( \frac{\lambda_{\text{set}}}{2} - 1064.36\text{nm} \right) \quad (27)$$

mit  $\lambda_{\text{set}}$  der an dem Spektrometer eingestellten Wellenlänge. Zum Test dieser Formel und ob  $\Delta\lambda$  richtig berechnet wurde wurde Gleichung 27 auf beide Graphen in Abbildung 4.6 angewendet. Sind die bisherigen Ergebnisse korrekt müssen beide Linien aufeinanderfallen, da sie dem gleichen Spektrum bei anders eingestelltem Spektrometer und tatsächlich ergibt sich das Bild in 10

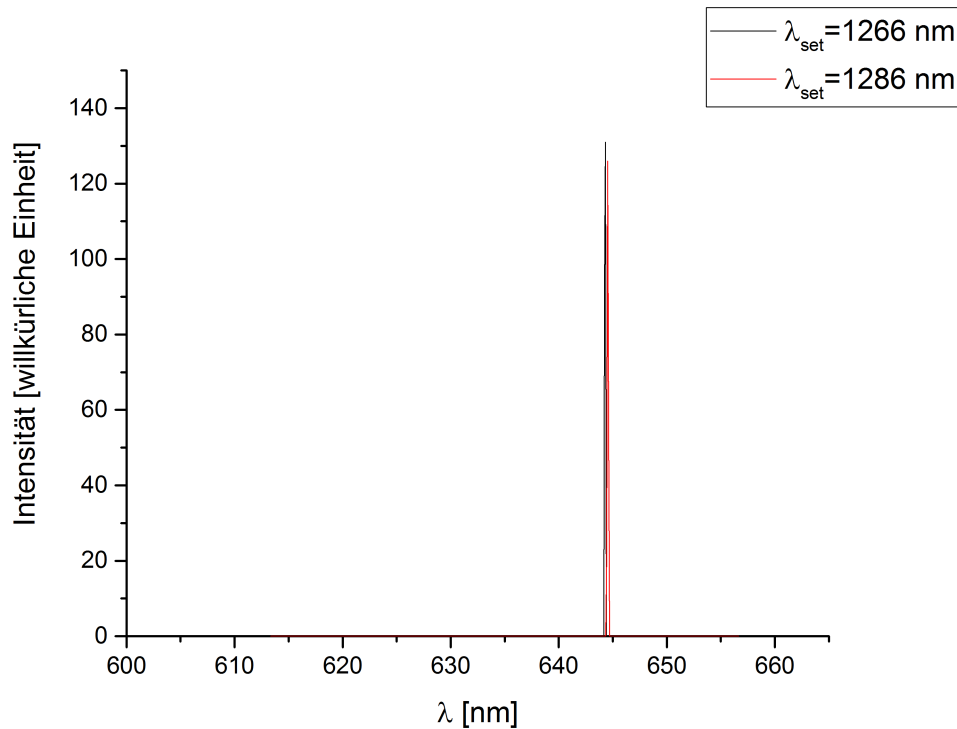


Abbildung 10: Überprüfung von Gleichung 27 und 26

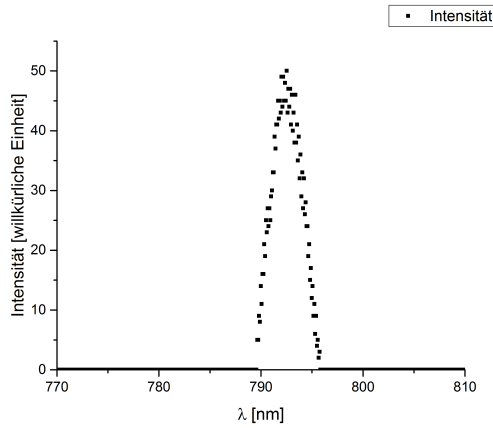
Anzumerken ist, dass aus nicht näher zu bestimmenden Gründen die gemessene Wellenlänge um circa 10 nm gegenüber der eigentlichen Wellenlänge des Laserlichts verschoben ist. Diese Verschiebung ist auch bei den anderen aufgenommenen Spektren zu beobachten, beträgt dort jedoch nur 2-3 nm. Da für die weiteren Betrachtungen die genaue Wellenlänge des Peaks nicht von großer Bedeutung ist, sondern nur dessen Breite, auf die die Verschiebung keine Auswirkung hat, wird diese nicht weiter berücksichtigt.

Nach dieser Kalibrierung wurde das Spektrometer auf 1590 nm eingestellt, was der tatsächlichen Wellenlänge der Pumpdiode von 795 nm entspricht.

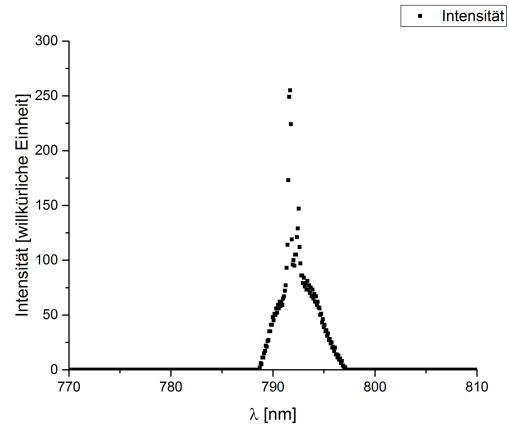
In Abbildung 11 ist das Spektrum der Laserdiode für die in 4.1 angesprochenen verschiedenen Leistungsbereiche der Laserdiode. Wie bereits erwähnt entspricht Abbildung 2 im Bereich  $< 8$  A nicht der Wahrheit. Wie in Abbildung 11(a) zu sehen ist wird auch für geringe Stromstärken Licht emittiert. Diese Emission beruht allerdings auf spontaner und nicht auf der für Laser benötigten stimulierten Emission, weshalb dieser Bereich auch Fluoreszenzbereich genannt wird. Aus diesem Grund weißt man auch ein weitaus breiteres Spektrum nach als man es für einen Laser erwarten würde. Außerdem ist zu bemerken, die gemessene Intensität um einen Faktor 4-5 niedriger ist als im Übergangs - oder Laserbereich, was erklärt, warum in Abbildung 2 für diese Stromstärken kein Licht nachgewiesen wurde, es wurde schlicht von den vor dem Detektor angebrachten Filtern komplett unterdrückt.

In Abbildung 11(b) ist der so genannte Übergangsbereich zu sehen, welcher in Abbildung 2 von dem langsamen Anstieg der gemessenen Intensität beschrieben wird. In dem Spektrum selbst ist immer noch ein breiter, auf Fluoreszenz beruhender Anteil zu sehen, in dessen Mitte sich jedoch bereits ein sehr schmaler und intensiverer Peak ausbildet, der auf einen allmählichen Beginn der Lasertätigkeit zurückzuführen ist.

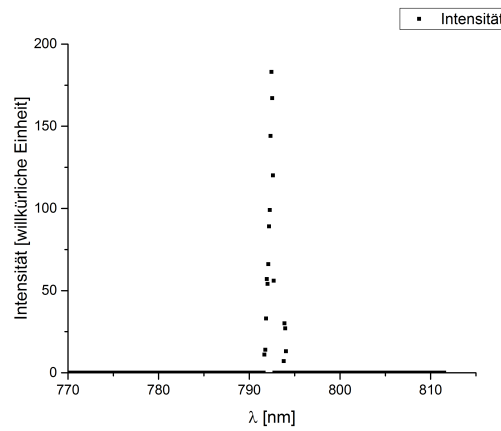




(a) Fluoreszenzbereich



(b) Übergangsbereich



(c) Laserbereich

Abbildung 11: Spektrum der Pumpdiode für verschiedene Leistungsbereiche

In Abbildung 11(c) schließlich ist ein sehr hoher und schmaler Peak zu sehen, der darauf hinweist, dass die Lasertätigkeit in der Laserdiode voll aufgenommen wurde. Anzumerken ist hier jedoch, dass sich dieser im unteren Bereich verbreitert, was vor allem im Vergleich mit 11(a) durch die stets vorhandene Fluoreszenz und damit spontane Emission von Licht in der Diode erklären lässt. Bei der Höhe des Laserpeaks jedoch ist dies jedoch ein nahezu vernachlässigbarer Effekt.

Als letztes wurde das Spektrum des Nd:YLF-Lasers gemessen, welches in Abbildung 12 zu sehen ist

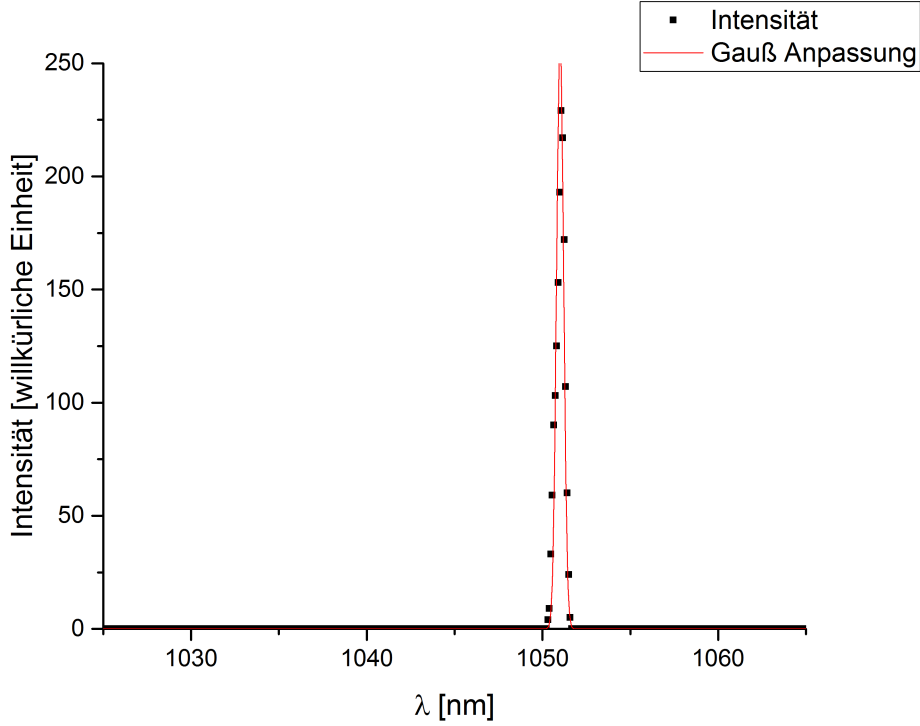


Abbildung 12: Spektrum des Nd:YLF-Lasers

Man erkennt deutlich einen schmalen, intensiven Peak, wie man ihn für einen Laser erwartet. Wie bereits erwähnt interessiert man sich nun für die Bandbreite dieses Lasers. Die gemessene Breite  $\delta_m$  des Lasers ist dabei nicht direkt die reale Breite des Spektrums  $\delta_r$ , sondern hängt mit dem Auflösungsvermögen  $\delta$  des Spektrometers wie folgt zusammen

$$\delta_r = \sqrt{\delta_m^2 - \delta^2} \quad (28)$$

Nun kann für diesen Versuch angenommen werden, dass die Auflösung des Spektrometers gleich der gemessenen Bandbreite des HeNe-Spektrums ist, denn es gilt

$$\delta = \sqrt{\delta_m^2 - \delta_r^2} \quad (29)$$

Nun gilt für den Zusammenhang zwischen Frequenzbreite und Wellenlängenbreite des Pulses

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{c}{f_1} - \frac{c}{f_2} \Rightarrow \Delta f = f_1 - f_2 = \frac{\Delta\lambda - f_1 f_2}{c} = \Delta\lambda \frac{c}{\lambda_1 \lambda_2} \quad (30)$$

Mit  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  den Wellenlängen bei der halben Höhe des Maximums beziehungsweise  $\lambda_{1,2} = \lambda_{\max} \pm \frac{\sigma}{2}$  mit  $\lambda_{\max}$  der Wellenlänge am Maximum und  $\sigma$  der Halbwertsbreite. Anlegen von Gaußkurven an die beiden Graphen in Abbildung 10 ergibt Halbwertsbreiten von 0.044 nm beziehungsweise 0.124 nm. Nach Gleichung (30) ergibt sich so ein Mittelwert von  $\Delta f = 60.07 \text{ GHz} = \delta_m$ . Nun beträgt die reale Halbwertsbreite des HeNe-Lasers maximal  $10^{-3} \text{ nm}$ , was einer Frequenzdifferenz von  $\delta_r = 0.72 \text{ GHz} \approx 0.01 \delta_m$  entspricht. Eingesetzt in Gleichung (29) ergibt sich somit

$$\delta = \sqrt{\delta_m^2 - \delta_r^2} \approx \sqrt{\delta_m^2 - (0.01 \delta_m)^2} = \sqrt{\delta_m^2 - 0.0001 \delta_m^2} \approx \sqrt{\delta_m^2} = \delta_m$$

Man sieht also, dass in diesem Fall das Auflösungsvermögen des Spektrometers in guter Näherung der gemessenen Halbwertsbreite des HeNe-Lasers entspricht. Um nun die Breite des Nd:YLF-Lasers zu messen muss zunächst die Halbwertsbreite der gemessenen Werte bestimmt werden, was wiederum mit einer Gaußfunktion erreicht wird. Somit ergibt sich eine Halbwertsbreite von 0.47 nm und so nach Gleichung (30) eine Frequenzbreite von 0.13 THz und somit nach (28) eine reale Frequenzbreite von 0.11 THz.

Als letztes lässt sich nun zusammen mit Hilfe der aus der Autokorrelation bestimmten Impulsdauer das Impulsdauer-Bandbreite-Produkt bestimmen, das ein Maß für die Güte eines Laserpulses darstellt und es gilt

$$\delta_r \cdot \tau = 3.786 > 0.441 \quad (31)$$

Der Wert 0.441 beschreibt dabei den theoretischen Minimalwert, der für einen gaußförmigen Puls erreichbar ist. Es ist leicht ersichtlich, dass der experimentell ermittelte Wert diesen Minimalwert ungefähr um den Faktor zehn übertrifft. Um also den Minimalwert erreichen zu können müsste entweder die Impulsdauer oder die Bandbreite um den Faktor 10 erniedrigt werden. Letzteres ist dabei nicht möglich, da die Bandbreite des Lasers durch das Lasersystem vorgegeben und kann ohne Austausch des Lasers nicht verändert werden. Allerdings lässt sich theoretisch die Impulsdauer verringern, für einen Puls, der das minimale Impuls-Bandbreite-Produkt bräuchte man also einen Puls der Dauer von circa 3ps. Dies ist jedoch mit dem genutzten Aufbau nicht möglich, da dessen laut Versuchsanleitung kürzesten erzeugbaren Pulse immer noch eine Länge von 20ps vorweisen, also auch noch zu lange dauern. Um solche idealen Pulse also zu erzeugen bräuchte man, unter Vernachlässigung von Dispersion, durch hohe Intensitäten erzeugte Nichtlinearitäten im Kristall und ähnliche Effekte, die jedoch nicht solche großen Abweichungen erzeugen, einen Aufbau der eine weitaus höhere Modulationstiefe aufweist als der in dem Versuch genutzte.

## 5. Fragen

### 5.1. Unterscheidung induzierte und spontane Emission

Spontane und induzierte Emission unterscheiden sich sowohl in ihrer räumlichen als auch ihrer zeitlichen Abstrahlcharakteristik.

So wird das Photon bei induzierter Emission in die gleiche Richtung emittiert wie das einfallende Photon. Bei der spontanen Emission jedoch werden durch Abregung ausgesendete Photonen isotrop in alle Raumrichtungen abgestrahlt.

Die zeitliche Entwicklung der induzierten Emission ist abhängig von der Photonenzahl in dem Laserresonator, da mehr Photonen mehr Atome abregen können und es so zu einer höheren Emission kommt. Da die die spontane Emission allerdings, wie der Name vermuten lässt, spontan verläuft und somit nur durch den Zufall bestimmt ist, bleibt die Emissionsrate hier im Großen zeitlich konstant und ist Proportional zum Inversen der Lebensdauer des jeweiligen angeregten Zustandes.

### 5.2. Beispiele für homogene und inhomogene Linienverbreiterung

Als Beispiel für eine homogene Linienverbreiterung kann die natürliche Linienbreite angeführt werden. Die Verbreiterung der Linie steht dabei in direktem Zusammenhang mit der Lebensdauer des angeregten Zustandes und beruht auf der Energie-Zeit-Unschärfe, die besagt, dass für einen Prozess, dessen zeitliche Dauer genau bestimmt werden kann, die Energie des Prozesses dementsprechend ungenau bestimmt werden kann.

Eine inhomogene Linienverbreiterung stellt die Dopplerverbreiterung dar, der von der thermischen Bewegung der Atome innerhalb des Lasermediums und somit auf der Frequenzverschiebung durch den Dopplereffekt beruht.

### 5.3. Zwei - und Dreiniveausysteme

Der Aufbau und die Funktionsweise eines Dreiniveau-Lasersystems wird im Folgenden dargestellt.

Ein solches System hat ein Grundniveau mit der Energie  $E_1$ , das gleichzeitig das untere Laserniveau darstellt, ein oberes Laserniveau mit Energie  $E_2$  und einem Pumpniveau mit der Energie  $E_3$ , wobei  $E_3 > E_2$  gilt.

Um einen solchen Laser nun in Betrieb nehmen zu können müssen die Elektronen aus dem Grundniveau in das Pumpsystem angeregt werden, indem dem System die Energie  $E_3 - E_1$  zugeführt wird. Von diesem Niveau gehen die Elektronen in einem schnellen, strahlungsfreien Übergang in das obere Laserniveau über und regen sich von diesem zunächst spontan, mit längerer Betriebszeit des Lasers induziert, in das untere Laserniveau, das in einem Dreiniveausystem dem Grundzustand entspricht, unter Emission des gewünschten Laserlichts ab. Damit es jedoch zu der benötigten Besetzungsinversion kommt und das obere Laserniveau ausreichend bevölkert ist, muss für die Lebensdauern der Niveaus  $E_3$ ,  $E_2$  und  $\tau_{E_3} \ll \tau_{E_2}$  gelten, das Pumpniveau muss also schneller entvölkert werden als das obere Laserniveau bevölkert wird.

Es ist zu bemerken, dass bei einem solchen System das Pumpniveau und das obere Laserniveau, anders als bei einem Zweiniveausystem, zwei unterschiedliche Niveaus sind. Genau aufgrund dieser Gleichheit der beiden Niveaus ist es nicht möglich einen Zweiniveau-Laser zu betreiben. Hier können durch pumpen problemlos bis zur Hälfte der Elektronenzahl Elektronen in das obere Laser - und gleichzeitig Pumpniveau angeregt werden. Da bei einem Zweiniveausystem jedoch die Energie zum Pumpen und für die induzierte Emission der gleichen Energie entspricht ist, sobald die Elektronen gleichmäßig auf beide Niveaus aufgeteilt sind, die Wahrscheinlichkeit ein Elektron aus dem unteren Niveau anzuregen genauso hoch wie eines aus dem oberen Niveau abzuregen. Durch Pumpen kann also höchstens die Hälfte der Elektronen angeregt werden, was für eine Besetzungsinversion, die für einen Laser benötigt wird jedoch nicht ausreicht. Bezieht man nun noch spontane Emission mit ein, die trotz allem auch stattfindet, so kommt es in realen Zweiniveausystemen nicht einmal zur Anregung der Hälfte der Elektronen, die Besetzungsinversion kann also nie erreicht werden, womit der Betrieb eines Lasers mit einem solchen System nicht möglich ist.

### 5.4. Beschränkung der Pumpleistung

Die maximale Pumpleistung ist durch die stimulierte Emission aus dem Pumpniveau direkt in zurück in das Grundniveau. Das Grund - und Pumpniveau lassen sich nämlich, wenn alle Niveaus dazwischen vernachlässigt werden, als Zweiniveausystem interpretieren. wie in 5.3. beschrieben kann bei einem solchen System höchstens die Hälfte der Elektronen in das obere Niveau angeregt werden, da ab diesem Punkt die Wahrscheinlichkeit ein Elektron anzuregen genau der Wahrscheinlichkeit entspricht eines abzuregen.

Um zu verhindern, dass es so weit kommt müssen also die strahlungsfreien Prozesse schnell genug stattfinden, um das Pumpniveau in das obere Laserniveau zu entvölkern, bevor das nächste Pumpphoton auf das Atom trifft, so dass es gar nicht erst zu einer Sättigung des Pumpniveaus kommt.

### 5.5. Modenabstand für $L=1$

Aus Gleichung (1) erhält man wie bereits genannt

$$\Delta\omega = \frac{c\pi}{L} = 2\pi\Delta f$$

Setzt man nun ein erhält man  $\Delta\omega=942.48$  MHz. Vergleicht man dies mit der Frequenz eines 1047nm-Lasers, wie er in dem Versuch verwendet wurde, so erhält man

$$\frac{\omega}{\Delta\omega} = \frac{1.8 \cdot 10^{15} \text{Hz}}{942.48 \cdot 10^6 \text{Hz}} \approx 2 \cdot 10^6$$

Die Frequenz des Lasers ist also sechs Größenordnungen größer als der Frequenzabstand zweier benachbarter Moden, das heißt die Moden liegen eng beieinander. Dies lässt sich auch am Wellenlängenabstand zweier Moden sehen, für den sich nach Gleichung (30) und mit  $\lambda_1 \approx \lambda_2=1047\text{nm}$

$$\Delta\lambda = 5.48 \cdot 10^{-13} \text{m} = 0.548 \text{pm}$$

## 5.6. Auswirkung der spektralen Halbwertsbreite auf die Impulsdauer

Nach Gleichung (31) muss im Bereich des Idealwertes von 0.441 bei einer kleinen Bandbreite des Lasers die Dauer dementsprechend länger werden. Andersrum kann für ein umso breiteres Laserspektrum ein umso kürzerer Puls erzeugt werden. Hierfür spielt die Anzahl der gekoppelten Moden eine wichtige Rolle, da sich mit steigender Anzahl der gekoppelten Moden die Impulsdauer verringert.

## 5.7. Nichtlineare Polarisation auf atomarer Ebene

Bei linearer Polarisation werden Elektronen innerhalb eines Atoms von ihren eigentlichen Bahnen ausgelenkt und bilden so einen Dipol. Mit zunehmender Feldstärke werden die Elektronen immer weiter ausgelenkt, bis sie irgendwann nicht mehr klar einem Atom zuzuordnen sind und sich so zwischen mehreren Atomen aufteilen. Dies führt dann zu nichtlinearen Beiträgen zu der Polarisation.

## 5.8. Gleichheit der Brechungsindices von Grund - und Oberwelle

Da die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium nur von dessen Brechungsindex bestimmt wird müssen die Brechungsindices der Grund - und der Oberwelle identisch sein, um eine konstruktive Interferenz der beiden Wellen zu garantieren. Wären die Brechungsindices nicht identisch, so bewegt sich eine der Wellen schneller durch den Kristall als die andere und es kommt so zu keiner kontinuierlichen konstruktiven Interferenz, da die eine Welle der anderen vorausseilt und sozusagen davonläuft.

## 5.9. Bestimmung der Impulsform aus Autokorrelationsmessung

Wie Gleichung (9) leicht anzusehen ist, ist die Autokorrelationsfunktion symmetrisch bezüglich der y-Achse. Das heißt man kann die genaue Form des Laserpulses nicht aus der Autokorrelationsmessung bestimmen, da nicht eindeutig bestimmt werden kann, ob der ursprüngliche Puls nur zum dem Ursprung linksseitigen oder nur dem rechtsseitigen Teil des Graphen beigetragen hat und der jeweils andere lediglich durch Spiegelung aufgrund der Symmetrie entstanden ist oder gar der gesamte Graph den Puls darstellt.