LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

FORMELBLAD
Tillämpad matematik - Linjära system
läsåret 2025

Diverse formler:

(1) $$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

(2) $$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

(3) $$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$

(4) $$\begin{cases} \cos\theta = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}, \\ \sin\theta = \dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i} \end{cases}$$

Svängningar:

Period T, vinkelfrekvens $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

Harmonisk svängning:

(5) $$f(t) = A\sin(\omega t+\alpha) = a\cos\omega t + b\sin\omega t = \operatorname{Im}\left(Ce^{i\omega t}\right)$$

där den komplexa amplituden $C = Ae^{i\alpha} = b+ia$ och $\begin{cases} a = A\sin\alpha \\ b = A\cos\alpha \end{cases}$

Dämpad svängning:

(6) $$f(t) = e^{\sigma t}A\sin(\omega t+\alpha) = e^{\sigma t}(a\cos\omega t + b\sin\omega t) = \operatorname{Im}\left(Ce^{st}\right)$$

där dämpningen är $-\sigma$, och den komplexa frekvensen är $s = \sigma + i\omega$.

Distributioner:

(7) Heavisidefunktionen: $\theta(t) = \begin{cases} 1, & t>0 \\ 0, & t<0 \end{cases}$

(8) $$\frac{d\theta(t-a)}{dt} = \delta(t-a)$$

(9) $$f(t)\delta(t-a) = f(a)\delta(t-a)$$

(10) $$f(t)\delta'(t-a) = f(a)\delta'(t-a) - f'(a)\delta(t-a)$$

Laplacetransformer:

$$\mathcal{L}f(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} f(t)\,dt, \quad s = \sigma + i\omega \tag{11}$$

$$f \overset{\mathcal{L}}{\longmapsto} F$$

(12)	$\alpha f(t) + \beta g(t)$	$\alpha F(s) + \beta G(s)$
(13)	$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$
(14)	$f(t-a)$	$e^{-as} F(s)$
(15)	$t f(t)$	$-\frac{d}{ds} F(s)$
(16)	$f'(t)$	$sF(s)$
(17)	$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\,d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$
(18)	$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert} F\left(\frac{s}{a}\right)$, a reellt
(19)	$f'(t)\theta(t)$	$s\mathcal{L}(f\theta)(s) - f(0)$
(20)	$f(t) * g(t)$	$F(s)G(s)$
(21)	$\delta(t)$	1
(22)	$\theta(t)$	$\frac{1}{s}$, $\sigma > 0$
(23)	$t^n \theta(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$, $\sigma > 0$
(24)	$t^n e^{at} \theta(t)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$, $\sigma > \operatorname{Re} a$
(25)	$\cos(bt)\theta(t)$	$\frac{s}{s^2+b^2}$, $\sigma > 0$, b reellt
(26)	$\sin(bt)\theta(t)$	$\frac{b}{s^2+b^2}$, $\sigma > 0$, b reellt
(27)	$e^{tA}\theta(t)$	$(sI - A)^{-1}$