[MNUM - MIEIC 2st] Regra dos trapezios

Queremos calcular o valor da integral:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Assim, podemos aplicar a regra dos trapezios:

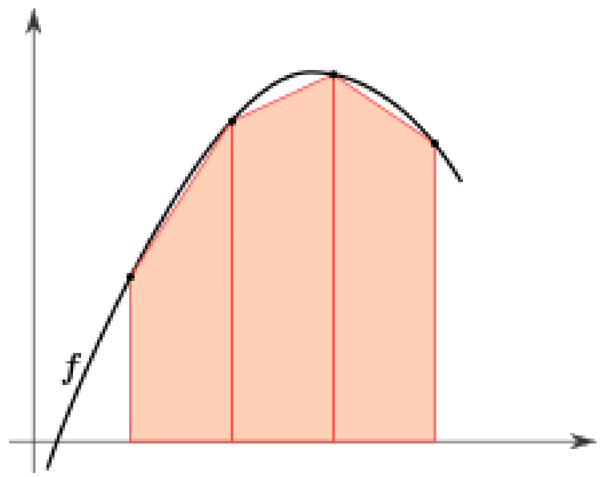

Figure 1: Trapezio

Que é basicamente a soma de todos os trapezios aos longo da função. Possui fórmula:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)dx = \frac{h}{2}.[y_0 + 2.y_1 + ... + 2.y_{n-1} + y_n]$$

Onde $h = altura$ (que não varia) e é preciso calcular o número de passos a serem dados. Podemos afirmar que o número de passos é:

$$n = \left| \frac{a-b}{h} \right|$$

Os valores do meio estão multiplicados por dois, pois são contados duas vezes. Uma vez eles são a base maior do trapezio da direita e depois são a base menor do trapezio da esquerda.

Calculo do erro

$$\xi_i = \frac{h^3}{12} f''(\xi_i)$$

$$\xi = \frac{(x_n - x_0)^3}{12n^2} f''(\xi)$$

- Logo, podemos afirmar que para uma dada amplitude de intervalo, **o erro varia com o inverso do quadrado do número de intervalos**.
- Para um dado número de passos de integração n, **o erro cresce com o cubo da amplitude do intervalo**.

O calculo do erro é um pouco falho. Um método mais preciso é o controle do erro.

Controlo do erro

- O erro não depende apenas da amplitude do intervalo e do passo de integração, mas da própria forma da integranda.
- A fórmula do erro só é vállida para valores de h "suficiente pequenos", condição que não podemos saber a priori o que significada em cada caso concreto.

$$\frac{s' - s}{s'' - s'} \approx 4$$

Onde,

$$h, h'' = \frac{h}{2}, h'' = \frac{h}{4}$$