# Анимация в Mathematica

на примере курсовой работы по теоретической механике

Юдинцев В. В. Кафедра теоретической механики **Самарский университет** 

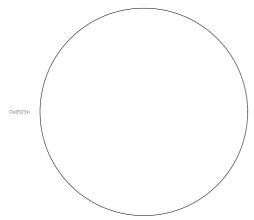
#### Стили по умолчанию...

 ${}_{\text{\tiny INS22]=}} \textbf{ SetOptions[Graphics, BaseStyle} \rightarrow \{\textbf{14, FontFamily} \rightarrow \texttt{"Helvetica"}\}];$ 

### Геометрические объекты в Mathematica

#### Окружность

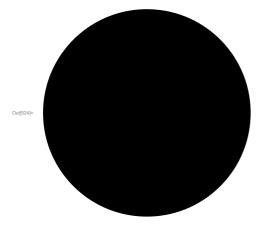
In[523]= Graphics[Circle[{0, 0}, 2]]



### Геометрические объекты в Mathematica

Круг или диск

In[524]= Graphics[Disk[{0,0},2]]



#### Несколько объектов

Несколько объектов  $\{g_1, g_2, g_3, ..., g_n\}$ 

```
In[525]:= Graphics[{
      Circle[{0, 0}, 2],
      Rectangle[{0.5, 0.5}, {1.5, 1}],
      Rectangle[{-1.5, 0.5}, {-0.5, 1.3}],
      Disk[{0, -1}, 0.3]
      },
     Frame → True]
     1
     0
Out[525]=
    -1
```

## Контур и заливка

#### Заливка

```
In[526]:= Graphics[{
   Yellow, Disk[{0, 0}, 2],
      White, EdgeForm[{Thick, Red, Dashed}], Rectangle[{0, 0}, {1, 1}]
    },
   Frame → True]
     1
     -2
                       0
              -1
```

### Сектор

```
In[527]:= Graphics[{
       Lighter[Blue, 0.7],
       EdgeForm[{Thick, Blue}],
       Disk[{0, 0}, 1, {-30°, 120°}]},
      Frame → True]
     0.8
     0.6
     0.4
Out[527]= 0.2
     0.0
    -0.2
     -0.4
                                      0.8
          -0.4 -0.2 0.0
                        0.2
                            0.4
                                 0.6
```

Угол отсчитывается от горизонтальной оси против часовой стрелки

# Тело 1 механизма

```
In[528]= Graphics[{
       Lighter[Blue, 0.7],
       EdgeForm[{Thick, Blue}],
       Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0°}]},
      Frame → True]
     -1.0
     -1.2
     -1.4
Out[528]=
     -1.6
     -1.8
     -2.0
       -1.0
                -0.5
                          0.0
                                  0.5
                                           1.0
```

### Опора

#### Функция Line[ ${x1,y1},{x2,y2},{x3,y3}$ ]

```
In[529]:= Graphics[{
        Blue, Thickness[0.02],
        Line[{{0,0}, {0,-1}}]
      }, Frame → True]
      0.0
     -0.2
     -0.4
Out[529]=
     -0.6
     -0.8
     -1.0 ₺
                     -0.5
        -1.0
                                   0.0
                                                0.5
                                                             1.0
```

# Стойка, стержень и диск

```
In[530]:= Graphics [ {
       (* Стержень *)
      Blue, Thickness [0.01], Line [\{\{0,0\},\{0,-1\}\}],
      (* Стойка *)
      White, EdgeForm[{Thick, Black}], Disk[{0, 0}, 0.03],
      (* Диск *)
      Lighter[Blue, 0.7],
      EdgeForm[{Thick, Blue}], Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0°}]
     }, Frame → True]
    0.0
   -0.5
   -1.0
    -1.5
    -2.0
                       0.0
                               0.5
              -0.5
```

### Стойка, стержень и диск

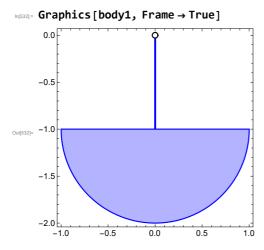
Объединяем в список геометрических объектов, с которым в дальнейшем будем работать, как с единым объектом

```
ln[531] = body1 = {
      Blue, Thickness [0.01], Line [\{\{0,0\},\{0,-1\}\}],
       Lighter[Blue, 0.7], EdgeForm[{Thick, Blue}],
      Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0°}],
      White, EdgeForm[{Thick, Black}],
      Disk[{0, 0}, 0.03]
Out[531]= { , Thickness [0.01], Line [ { \{0,0\},\{0,-1\}\} ], , ,
     EdgeForm[{Thickness[Large], | }], Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0}],
     __, EdgeForm[{Thickness[Large], ■}], Disk[{0, 0}, 0.03]}
```

Чтобы показать эти объекты необходимо использовать функцию **Graphics**[]

### Перемещение и поворот

Графический комплекс, состоящий из стойки и пластины



### Перемещение и поворот

Перенесём объект на 1 и 1 вдоль осей x и y

```
In[533]:= Graphics[
      GeometricTransformation[body1, {RotationMatrix[0], {1, 1}}],
      Frame → True]
      1.0
      0.5
      0.0
Out[533]=
     -0.5
     -1.0<sub>-</sub>
         0.0
                   0.5
                             1.0
                                       1.5
                                                2.0
```

#### Матрица поворота

Матрица поворота в плоскости

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \cos \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Точка с координатами  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  поворачивается на угол  $\varphi$ 

вокруг начала координат

In[534]= RotationMatrix[45.0°] // MatrixForm

Out(534)/MatrixForm= 
$$\begin{pmatrix} 0.707107 & -0.707107 \\ 0.707107 & 0.707107 \end{pmatrix}$$

Поворачиваем вектор {1, 0} на 20 градусов против часовой стрелки

In[535]= RotationMatrix[20.0°].{1, 0}

Out[535]=  $\{0.939693, 0.34202\}$ 

## Поворот вектора

#### Исходный вектор

```
ln[536] = r1 = \{1.0, 0.0\};
      Graphics[{
         Blue, Arrow[{{0, 0}, r1}]
       PlotRange \rightarrow \{\{-1.1, 1.1\}, \{-1.1, 1.1\}\}, Frame \rightarrow True]
       1.0
       0.5
       0.0
Out[537]=
      -0.5
      -1.0
          -1.0
                    -0.5
                               0.0
                                         0.5
                                                   1.0
```

### Поворот вектора

#### Повернутый вектор

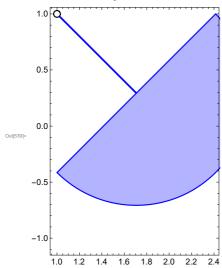
```
In[538]:= Graphics[{
        Blue, Arrow[{{0, 0}, r1}],
        Red, Arrow[{{0, 0}, RotationMatrix[30°].r1}]
     PlotRange \rightarrow \{\{-1.1, 1.1\}, \{-1.1, 1.1\}\}, Frame \rightarrow True]
      1.0
      0.5
      0.0
Out[538]=
     -0.5
     -1.0
```

Это "активная" точка зрения на поворот поворачивается объект.

#### GeometricTransformation

Использование функции GeometricTransformation для поворота и перемещения

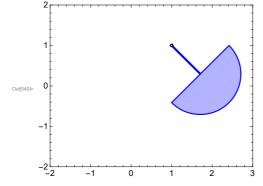
In[539]:= Graphics [ GeometricTransformation[body1, {RotationMatrix[45°], {1, 1}}], Frame → True]



### Держимся в рамках

Опция PlotRange позволяет определить границы область рисунка

```
In[540]= Graphics[
     GeometricTransformation[body1, {RotationMatrix[45°], {1, 1}}],
     Frame \rightarrow True, PlotRange \rightarrow {{-2, 3}, {-2, 2}}]
```



### Объект как функция положения

Создадим функцию, для формирования геометрического объекта в заданном положении. Удалим все определения, связанные с именем **body1**: In[541]= ClearAll[body1];

Определяем функцию от угла поворота с именем body

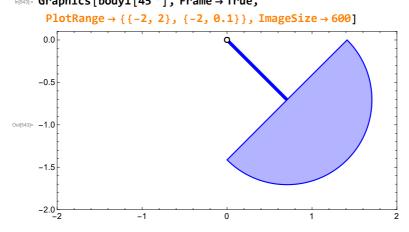
```
log[542] = body1[\varphi_] := Module[\{b\}],
       b = {
          (* Стержень *)
          Blue, Thickness [0.01], Line [\{\{0,0\},\{0,-1\}\}],
          (* Сектор, пластина *)
          Lighter[Blue, 0.7], EdgeForm[Directive[Thick, Blue]],
          Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0°}],
          (* Стойка *)
          White, EdgeForm[Directive[Thick, Black]],
          Disk[{0, 0}, 0.03]
         };
       GeometricTransformation[b, {RotationMatrix[\varphi], {0, 0}}]
```

Функция **Module** позволяет создавать многострочные функции с локальными переменными, как в традиционных языках программирования.

### Поворот

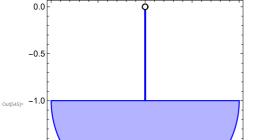
#### Рисуем, вызывая новую функцию

h[543]= Graphics[body1[45 °], Frame → True,



#### Добавляем канал для шарика

```
ln[544] = body1[\varphi_] := Module[\{b\},
       b = {
          (* Стержень *)
          Blue, Thickness [0.01], Line [\{\{0,0\},\{0,-1\}\}],
          (* Сектор, пластина *)
          Lighter[Blue, 0.7], EdgeForm[Directive[Thick, Blue]],
          Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0°}],
          (* Стойка *)
          White, EdgeForm[Directive[Thick, Black]],
          Disk[{0, 0}, 0.03],
          (* Канал *)
          Rectangle [\{-1, -1.6\}, \{1, -1.5\}]
        };
       GeometricTransformation[b, {RotationMatrix[\varphi], {0, 0}}]
      ];
```



0.0

0.5

-0.5

-1.5

-2.0

Graphics[body1[0°], Frame → True]

### Канал для шарика

Маскируем (убираем границу у всех объектов), чтобы казалось, что пластина с каналом это единый объект.

```
log[546]:= body1[\varphi] := Module[{b},
     b = {
      Lighter[Blue, 0.6],
          Thickness [0.01], Line [\{\{0, 0\}, \{0, -1\}\}],
      Lighter[Blue, 0.7],
      Disk[\{0, -1\}, 1, \{-180^{\circ}, 0^{\circ}\}],
      White, EdgeForm[Directive[Thick, Black]],
      Disk[{0, 0}, 0.03],
      EdgeForm[Directive[Thin, White]],
      Rectangle[{-1, -1.6}, {1, -1.5}]
      };
     GeometricTransformation[b, {RotationMatrix[\varphi], {1, 1}}]
     ];
    Graphics[body1[0°], Frame -> True]
     0.5
    0.0
    -0.5
    -1.0
                       1.0
       0.0
               0.5
                                1.5
                                        2.0
```

#### Пружина

Функция **Table** генерирует списки Table[выражение, {i, начальное значение, конечное значение, шаг}]

```
ln[548] = Table[i^2, \{i, 0, 5\}]
 Out[548]= \{0, 1, 4, 9, 16, 25\}
   ln[549] = Table[{i, i<sup>2</sup>}, {i, 0, 5}]
 outs49= \{\{0,0\},\{1,1\},\{2,4\},\{3,9\},\{4,16\},\{5,25\}\}
Пружина в виде ломаной линии
   [L_n, d_n, n_n] := Table[\{i * L/n, (-1)^i d/2\}, \{i, 0, n\}];
                     Spring[0.5, 0.01, 5]
 out_{0.01551} = \{\{0., 0.005\}, \{0.1, -0.005\}, \{0.2, 0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3, -0.005\}, \{0.3,
                          \{0.4, 0.005\}, \{0.5, -0.005\}\}
Чтобы нарисовать пружину, используем
функцию Line[{p1, p2, p3,..., pn}]
   In[552]:= Graphics[
                          Line[Spring[0.5, 0.01, 20]]
Больше "витков", больше диаметр
   In[553]:= Graphics [
                       Line[Spring[0.5, 0.03, 50]]
```

### Перемещение и поворот пружины

Линию, нарисованную по точкам, тоже можно поворачивать и перемещать, используя функцию GeometricTransformation

Поворачиваем на 20 градусов и перемещаем на 1 и 1 по x и y соответственно

```
In[554]:= Graphics [
     GeometricTransformation[Line[Spring[0.5, 0.03, 50]],
       {RotationMatrix[20°], {1, 1}}],
     Frame -> True
     1
            1.15
    1.10
Out[554]=
    1.05
                                 14
In[555]:= Graphics [
    GeometricTransformation[Line[Spring[0.2, 0.03, 50]],
      {RotationMatrix[20°], {0, 0}}],
     Frame -> True
    ]
              MAMMAMMAM
    0.08
    0.06
    0.04
Out[555]=
    0.02
    0.00
       0.00
               0.05
                       0.10
                               0.15
```

#### Стержень, пластина и пружина

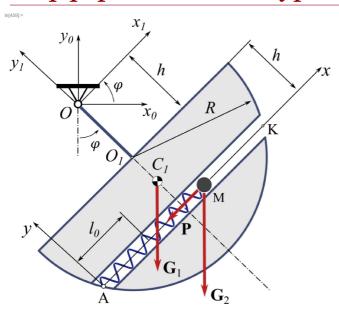
```
ln[556]:= body1[\varphi_] := Module[{b},
        b =
          Lighter[Blue, 0.6],
          Thickness [0.01], Line [\{\{0, 0\}, \{0, -1\}\}],
          Lighter[Blue, 0.7], Disk[{0, -1}, 1, {-180°, 0°}],
          White, EdgeForm[{Thick, Black}],
          Disk[{0, 0}, 0.03],
          EdgeForm[{Thin, White}],
          Rectangle[{-1, -1.6}, {1, -1.5}],
          Red, Thin,
          Translate[Line[Spring[0.5, 0.08, 30]], {-0.85, -1.55}]}
        ;
     GeometricTransformation[b, {RotationMatrix[\varphi], {0, 0}}]
     ];
    Graphics[body1[0°], Frame -> True]
    -0.5
Out[557]= -1.0
    -1.5
                       0.0
      -1.0
              -0.5
                               0.5
```

# Шарик

Добавляем в систему шарик (функция **Disk**)

```
body1[\varphi, x] := Module[\{b\},
        b =
         {
           (* CTEPXEHb *)
          Lighter[Blue, 0.6],
          Thickness [0.01], Line [{{0, 0}, {0, -0.05}}],
           (* ПЛАСТИНА *)
          Lighter[Blue, 0.7], Disk[{0, -0.05}, 0.1, {-180°, 0°}],
           (* OTOPA *)
          White, EdgeForm[{Thick, Black}], Disk[{0, 0}, 0.003],
           (* KAHAЛ *)
          EdgeForm[{Thin, White}],
          Rectangle [\{-1, -0.09\}, \{1, -0.11\}],
           (* ПРУЖИНА *)
          Red, Thin,
          Translate[Line[Spring[x, 0.02, 30]], {-0.09, -0.1}],
           (* ШАРИК *)
          Blue, Disk[\{-0.09 + x, -0.1\}, 0.01]
         };
      GeometricTransformation[b, {RotationMatrix[\varphi], {0, 0}}]
      ];
    Graphics[body1[0, 0.05], Frame -> True,
     PlotRange \rightarrow \{\{-0.2, 0.2\}, \{-0.18, 0.04\}\}, \text{ImageSize} \rightarrow 500]
     0.00
    -0.05
Out[559]=
                     wwww
    -0.10
    -0.15
       -0.2
                   -0.1
                               0.0
                                           0.1
                                                      0.2
```

### Интегрирование дифференциальных уравнений



#### Положение шарика относительно системы координат $O x_1 y_1 z_1$ , связанной с первым телом

Радиус -

вектор точки A относительно системы  $0x_1 y_1 z_1$ 

In[561]= 
$$\rho_A = \left\{ -\sqrt{R^2 - h^2} , -2 * h \right\};$$

Радиус вектор точки М относительно точки A в системе координат  $0x_1$   $y_1$   $z_1$ 

In[562]: 
$$\rho_{M} = \rho_{A} + \{1_{0} + x[t], 0\};$$

#### Положение шарика относительно неподвижной системы координат Охуг

$$\begin{split} & \text{\tiny Initial Seasys} \quad \textbf{r}_{\text{M}} = \textbf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]].\boldsymbol{\rho}_{\text{M}} \\ & \text{\tiny Out[SEASys]} \quad \left\{ 2 \, \text{h} \, \text{Sin}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \, + \, \text{Cos}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \, \left( -\sqrt{-\text{h}^2 + \text{R}^2} \, + \, \textbf{l}_{\theta} + \textbf{x}[\texttt{t}] \right) , \\ & \quad -2 \, \text{h} \, \text{Cos}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \, + \, \text{Sin}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \, \left( -\sqrt{-\text{h}^2 + \text{R}^2} \, + \, \textbf{l}_{\theta} + \textbf{x}[\texttt{t}] \right) \right\} \end{split}$$

#### Вектор абсолютной скорости шарика

#### Кинетическая энергия

#### Кинетическая энергия шарика

$$\begin{split} \text{Possible} & \ \, \textbf{T_2} = \textbf{FullSimplify} \big[ \textbf{m_2} \ \textbf{v_M.v_M} \ / \ \textbf{2} \big] \\ \text{Outsides} & \ \, \frac{1}{2} \ \textbf{m_2} \\ & \ \, \left( \textbf{x'} \left[ \textbf{t} \right]^2 + 4 \ \textbf{h} \ \textbf{x'} \left[ \textbf{t} \right] \ \phi' \left[ \textbf{t} \right] \ + \\ & \ \, \left( 3 \ \textbf{h}^2 + \textbf{R}^2 - \left( 2 \ \sqrt{-\textbf{h}^2 + \textbf{R}^2} \ - \textbf{l_0} - \textbf{x} \left[ \textbf{t} \right] \ \right) \ \left( \textbf{l_0} + \textbf{x} \left[ \textbf{t} \right] \ \right) \right) \ \phi' \left[ \textbf{t} \right]^2 \right) \end{split}$$

Кинетическая энергия первого тела (стержень + сектор)

Стержень длиной h, массой  $m_{11}$ ,

вращающийся вокруг оси 0. Момент инерции  $m_{11} \; h^2 \; / \; 3$ 

In[566]= 
$$T_{11} = (m_{11} h^2/3) * \varphi'[t]^2/2;$$

Сектор, вращающийся вокруг оси О

$$\begin{aligned} & \text{In[S67]= } J_{12} = \frac{1}{2} * \frac{\text{m}_{12} \, \text{R}^2}{2} + \text{m}_{12} \, \text{h}^2; \\ & T_{12} = \frac{J_{12} * \phi \, \text{'[t]}^2}{2} \\ & \text{Out[S68]= } \frac{1}{2} \left( \text{h}^2 \, \text{m}_{12} + \frac{\text{R}^2 \, \text{m}_{12}}{4} \right) \, \phi' \, \text{[t]}^2 \end{aligned}$$

#### Кинетическая энергия системы

$$\begin{split} \text{T}_{\text{SyS}} &= \text{FullSimplify} [\text{T}_{11} + \text{T}_{12} + \text{T}_2] \\ &\sim \left( \left( 4 \, \text{h}^2 \, \text{m}_{11} + 3 \, \left( 4 \, \text{h}^2 + \text{R}^2 \right) \, \text{m}_{12} \right) \, \phi' \, [\text{t}]^2 + \right. \\ &\left. \left( 2 \, \text{m}_2 \, \left( x' \, [\text{t}]^2 + 4 \, \text{h} \, x' \, [\text{t}] \, \phi' \, [\text{t}] + \right. \right. \\ &\left. \left( 3 \, \text{h}^2 + \text{R}^2 - \left( 2 \, \sqrt{-\text{h}^2 + \text{R}^2} \, - 1_\theta - x \, [\text{t}] \, \right) \, \left( 1_\theta + x \, [\text{t}] \, \right) \right) \, \phi' \, [\text{t}]^2 \right) \right) \end{split}$$

#### Потенциальная энергия

#### Тело 2: шарик

Нулевой уровень - горизонтальная плоскость, проходящая через ось вращения О.

Потенциальная энергия шарика (координата у в неподвижной системе, умноженная на массу шарика и ускорение свободного падения.

$$\begin{split} & \text{\tiny Histories} & \Pi_{\text{g2}} = \text{m}_2 \, \star \text{g} \, \star \text{r}_{\text{M}} \text{[[2]]} \\ & \text{\tiny Outstories} & \text{g} \, \text{m}_2 \, \left( -2 \, \text{h} \, \text{Cos} \left[ \varphi \left[ \text{t} \right] \, \right] \, + \, \text{Sin} \left[ \varphi \left[ \text{t} \right] \, \right] \, \left( -\sqrt{-\text{h}^2 + \text{R}^2} \, + \, \text{l}_{\theta} + \text{x} \left[ \text{t} \right] \, \right) \right) \end{split}$$

Потенциальная энергия пружины

$$\ln[571] = \Pi_{c2} = \frac{c (x[t] - I_{\theta})^{2}}{2};$$

#### Тело 1

Положение центра масс стержня и сектора относительно системы координат  $O x_1 y_1 z_1$ 

$$\log 2 = \rho_1 = \left( m_{11} \left\{ 0, -\frac{h}{2} \right\} + m_{12} \left\{ 0, -h - 4 \frac{R}{3\pi} \right\} \right) / (m_{11} + m_{12});$$

Положение центра масс стержня и сектора относительно системы координат Охух

$$\begin{aligned} & \underset{\text{Out[573]=}}{\text{Figs.}} & \mathbf{r_1} = \mathbf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{\rho_1} \\ & \\ & \underset{\text{Mil.}}{\text{-}} + \frac{\mathbf{Sin}\left[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]\right] \left(-\frac{\mathsf{h}\,\mathsf{m_{11}}}{2} + \left(-\mathsf{h} - \frac{4\,\mathsf{R}}{3\,\pi}\right)\,\mathsf{m_{12}}\right)}{\mathsf{m_{11}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{Sin}\left[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]\right] \left(-\frac{\mathsf{h}\,\mathsf{m_{11}}}{2} + \left(-\mathsf{h} - \frac{4\,\mathsf{R}}{3\,\pi}\right)\,\mathsf{m_{12}}\right)}_{\mathsf{m_{11}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \cdot \boldsymbol{\rho_1}}{\mathsf{m_{11}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \cdot \boldsymbol{\rho_1}}_{\mathsf{m_{11}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \cdot \boldsymbol{\rho_1}}_{\mathsf{m_{11}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \cdot \boldsymbol{\rho_1}}_{\mathsf{m_{11}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]] \cdot \boldsymbol{\rho_1}}_{\mathsf{m_{12}} + \mathsf{m_{12}}}, & \\ & \underbrace{-\frac{\mathsf{RotationMatrix}[\boldsymbol{\varphi}[\texttt{t}]]}_{\mathsf{m_{12}} + \mathsf{m_{12}}}}_{\mathsf{m_{12}} + \mathsf{m_{12}}}}_{\mathsf{m_{$$

Координата у этого вектора будет высотой центра масс системы пластина + стержень относительно нулевого уровня энергии

$$\begin{aligned} & \text{Post}_{1} = & \Pi_{\text{g1}} = (\text{m}_{11} + \text{m}_{12}) * g * r_{1} [[2]] \\ & \text{Outst4} = & g \cos \left[ \varphi [t] \right] \left[ -\frac{\text{h} \text{m}_{11}}{2} + \left( -\text{h} - \frac{4 \text{ R}}{3 \pi} \right) \text{m}_{12} \right] \end{aligned}$$

#### Потенциальная энергия системы

$$\begin{split} & \text{\tiny his75|=} \ \, \Pi_{\text{sys}} = \Pi_{\text{g2}} + \Pi_{\text{c2}} + \Pi_{\text{g1}} \\ & \text{\tiny outis75|=} \ \, \text{g Cos} \left[ \varphi \left[ t \right] \right] \left( -\frac{h \, m_{11}}{2} + \left( -h - \frac{4 \, R}{3 \, \pi} \right) \, m_{12} \right) + \frac{1}{2} \, c \, \left( -l_{\theta} + x \left[ t \right] \right)^2 + \\ & \text{g m}_2 \left( -2 \, h \, \text{Cos} \left[ \varphi \left[ t \right] \right] + \text{Sin} \left[ \varphi \left[ t \right] \right] \left( -\sqrt{-h^2 + R^2} \right. + l_{\theta} + x \left[ t \right] \right) \right) \end{split}$$

#### Уравнения движения

#### Параметры системы

In[578]:= params =

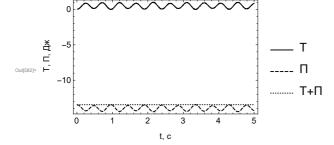
 $\{m_{11} \rightarrow 1, m_{12} \rightarrow 1, m_2 \rightarrow 0.3, R \rightarrow 1, l_0 \rightarrow 0.4, g \rightarrow 9.807, c \rightarrow 9.0, h \rightarrow R/2\};$ 

Интегрирование

$$\begin{aligned} & \text{Homeq} & \text{ } & \text{ }$$

#### Проверка интеграла энергии

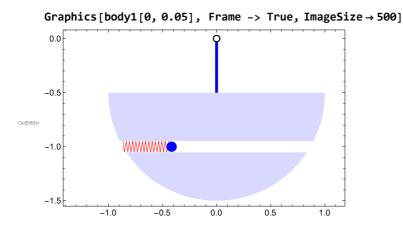
 $|T_{sys}, \Pi_{sys}, T_{sys}, T_{sys}, T_{sys} + \Pi_{sys} \} //. params /. sol // Evaluate, \{t, 0.0, 5.0\},$ Frame → True, BaseStyle → 14, FrameLabel → {"t, c", " T,  $\pi$ ,  $\Delta x$ "}, PlotLegends  $\rightarrow$  {"T", " $\pi$ ", "T+ $\pi$ "}, PlotTheme  $\rightarrow$  "Monochrome"]



### Рисуем систему

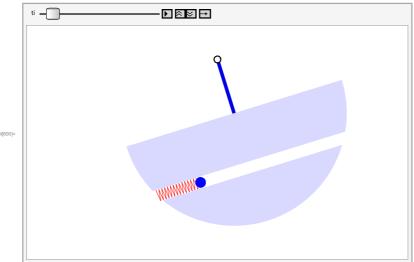
Рисуем систему в соответствии с параметрами в списке params

```
In[583]:= ClearAll[body1]
    body1[\varphii_, xi_] := Module[{b, rshar = 0.05, dpru = 0.1},
        b = \{ (* CTEPЖЕНЬ *) \}
             Darker[Blue, 0.1], Thickness[0.01], Line[{{0, 0}, {0, -h}}],
             (* ПЛАСТИНА *)
             Lighter[Blue, 0.85], Disk[{0, -h}, R, {-180°, 0°}],
             (* O∏OPA *)
             White, EdgeForm[{Thick, Black}], Disk[{0, 0}, 0.03],
             (* КАНАЛ *)
             EdgeForm[{Thin, White}],
             Rectangle [\rho_A + \{-0.5, -dpru/2\}, \rho_A + \{2R, dpru/2\}],
             (* ПРУЖИНА *)
             Red, Thin, Translate [Line [Spring [x[t] + l_0, dpru, 30]], \rho_A],
             (* ШАРИК *)
             Blue, Disk [\rho_{M}, rshar]
            \} /. {\varphi[t] \rightarrow \varphii, x[t] \rightarrow xi} //. params;
     GeometricTransformation[b, {RotationMatrix[\varphii], {0, 0}}]
     ];
```



#### Анимация

```
In[600]:= Animate[
     Graphics[
       body1[\varphi[t], x[t]]/.sol/.t\rightarrowti,
       PlotRange \rightarrow \{\{-1.6, 1.6\}, \{-1.7, 0.2\}\}\, ImageSize \rightarrow 600
      ],
      {ti, 0, 5, 0.05},
      DisplayAllSteps → True]
```



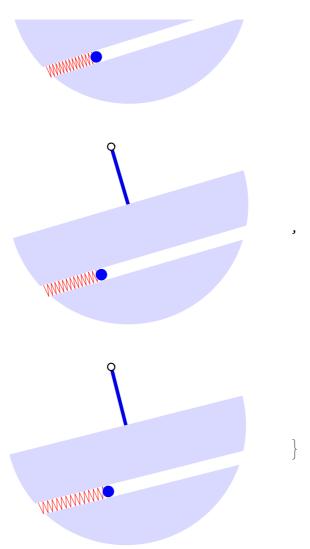
Out[600]=

### Экспорт анимации

Анимацию можно сохранить в файл типа анимированный gif

Генерируем кадры: t от o до  $t_{\rm max}$  с шагом 0.05 (100 кадров для 5 секунд) при помощи функции Table

```
In[601]:= aniTable = Table[
      Graphics [
           body1[\varphi[t], x[t]] /. sol /. t \rightarrow ti,
           PlotRange \rightarrow \{\{-1.5, 1.5\}, \{-1.5, 0.1\}\}\, ImageSize \rightarrow 600
          ],
      {ti, 0, 5, 0.05}];
Первые пять кадров
 In[602]:= aniTable[[1;;4]]
Out[602]=
                              MMMMMM
```



### Экспорт

Для записи кадров в файл используем функцию **Export** 

```
["animation.gif", aniTable]
Out[603]= animation.gif
```

Расширение имени файла (gif, avi) определит формат файла

```
[ Export["animation.avi", aniTable]
Out[604]= animation.avi
```

Файл получится большим, т.к. видео не сжато

#### Экспорт

Чтобы создался файл поменьше попытаемся использовать сжатие (формат MPEG-4)

```
mpsug= Export["animation.avi", aniTable, "VideoEncoding" → "MPEG-4 Video"]
Out518 = animation.avi
```

Список форматов, поддерживаемых системой (Windows)

```
տլ519յ= Internal`$VideoEncodings
```

Out[519]= { Uncompressed }

...сжатие не поддерживается -- только Uncompressed (несжатый).