ТЕОРИЯ ИГР

Виктор Васильевич Лепин

ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИГР

Теория игр — это раздел математики, изучающий математические модели принятия решений в конфликтных ситуациях.

ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИГР

Теория игр — это раздел математики, изучающий математические модели принятия решений в конфликтных ситуациях.

Теория игр опирается на предположение о том, что независимо от цели игры и ее обстоятельств найдется стратегия, которая позволит добиться успеха.

ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИГР

Теория игр — это раздел математики, изучающий математические модели принятия решений в конфликтных ситуациях.

Теория игр опирается на предположение о том, что независимо от цели игры и ее обстоятельств найдется стратегия, которая позволит добиться успеха.

Это всегда происходит по определенным правилам, но иногда их трудно распознать.

Классическая задача теории игр «Дилемма заключенного»

 Полиция задержала двух человек, которые подозреваются в совместном тяжком преступлении.

- Полиция задержала двух человек, которые подозреваются в совместном тяжком преступлении.
- Сотрудники полиции уверены в их виновности, но твердых доказательств их вины у них нет.

- Полиция задержала двух человек, которые подозреваются в совместном тяжком преступлении.
- Сотрудники полиции уверены в их виновности, но твердых доказательств их вины у них нет.
- При задержании у обоих подозреваемых было обнаружено незарегистрированное оружие.

- Полиция задержала двух человек, которые подозреваются в совместном тяжком преступлении.
- Сотрудники полиции уверены в их виновности, но твердых доказательств их вины у них нет.
- При задержании у обоих подозреваемых было обнаружено незарегистрированное оружие.
- В законодательстве большинства стран за преступление, совершенное группой людей, то есть бандой, полагается больший срок, чем за то же преступление, но совершенное в одиночку.

Классическая задача теории игр «Дилемма заключенного»

- Полиция задержала двух человек, которые подозреваются в совместном тяжком преступлении.
- Сотрудники полиции уверены в их виновности, но твердых доказательств их вины у них нет.
- При задержании у обоих подозреваемых было обнаружено незарегистрированное оружие.
- В законодательстве большинства стран за преступление, совершенное группой людей, то есть бандой, полагается больший срок, чем за то же преступление, но совершенное в одиночку.
- Поэтому им обоим было предложено содействовать следствию.



• Их развели по разным камерам и предложили следующее:

- Их развели по разным камерам и предложили следующее:
 - если один из них признается в содеянном, а другой откажется сотрудничать со следствием, то ему сократят срок заключения до двух лет, а другой получает 10 лет заключения;

Классическая задача теории игр «Дилемма заключенного»

- Их развели по разным камерам и предложили следующее:
 - если один из них признается в содеянном, а другой откажется сотрудничать со следствием, то ему сократят срок заключения до двух лет, а другой получает 10 лет заключения:
 - если в преступлении сознаются оба, то им дадут по пять лет;

Классическая задача теории игр «Дилемма заключенного»

- Их развели по разным камерам и предложили следующее:
 - если один из них признается в содеянном, а другой откажется сотрудничать со следствием, то ему сократят срок заключения до двух лет, а другой получает 10 лет заключения:
 - если в преступлении сознаются оба, то им дадут по пять лет;
 - если оба откажутся сотрудничать со следствием, то им дают по три года за незаконное хранение орудия.

- Их развели по разным камерам и предложили следующее:
 - если один из них признается в содеянном, а другой откажется сотрудничать со следствием, то ему сократят срок заключения до двух лет, а другой получает 10 лет заключения:
 - если в преступлении сознаются оба, то им дадут по пять лет;
 - если оба откажутся сотрудничать со следствием, то им дают по три года за незаконное хранение орудия.

- Их развели по разным камерам и предложили следующее:
 - если один из них признается в содеянном, а другой откажется сотрудничать со следствием, то ему сократят срок заключения до двух лет, а другой получает 10 лет заключения:
 - если в преступлении сознаются оба, то им дадут по пять лет;
 - если оба откажутся сотрудничать со следствием, то им дают по три года за незаконное хранение орудия.

Им сообщили, что предложение сделано обоим и действует до утра следующего дня. Какое решение примет каждый из них?

Матрица «Дилемма заключенного»

		Подозреваемый В		
		сознаётс	Я	не с озна ётся
Подозреваемый А	сознаётся	5 · 5		2:10
	не сознаётся	10:2)	3:3

Варианты «Дилеммы заключенного»



Дилема заложников



Трагедия общин



Обмен закрытыми чемоданами

• Две фирмы производят один и тот же продукт (других фирм на рынке этого продукта нет).

- Две фирмы производят один и тот же продукт (других фирм на рынке этого продукта нет).
- Если рекламы не будет вообще, у них будет одно распределение доходов.

- Две фирмы производят один и тот же продукт (других фирм на рынке этого продукта нет).
- Если рекламы не будет вообще, у них будет одно распределение доходов.
- Если они обе будут активно рекламироваться, то реклама «взаимно сократится», и относительное потребление их продуктов не изменится, а деньги на рекламу будут потрачены.

- Две фирмы производят один и тот же продукт (других фирм на рынке этого продукта нет).
- Если рекламы не будет вообще, у них будет одно распределение доходов.
- Если они обе будут активно рекламироваться, то реклама «взаимно сократится», и относительное потребление их продуктов не изменится, а деньги на рекламу будут потрачены.
- Но если одна фирма не будет рекламироваться, а вторая будет, то та, что будет, получит большую прибыль от резко увеличившейся доли рынка.

- Две фирмы производят один и тот же продукт (других фирм на рынке этого продукта нет).
- Если рекламы не будет вообще, у них будет одно распределение доходов.
- Если они обе будут активно рекламироваться, то реклама «взаимно сократится», и относительное потребление их продуктов не изменится, а деньги на рекламу будут потрачены.
- Но если одна фирма не будет рекламироваться, а вторая будет, то та, что будет, получит большую прибыль от резко увеличившейся доли рынка.
- Вот совершенно жизненный пример, в котором реально возникает именно дилемма заключённого.

• Пример, известный ещё из Фукидида и Аристотеля.

- Пример, известный ещё из Фукидида и Аристотеля.
- Он возникает, когда у нескольких игроков на рынке есть некий общий ресурс.

- Пример, известный ещё из Фукидида и Аристотеля.
- Он возникает, когда у нескольких игроков на рынке есть некий общий ресурс.
- Выгоды от его использования индивидуальны, а затраты на использование общие, поэтому все пытаются максимизировать своё собственное использование ресурса, и он истощается.

• Классическая постановка: на пастбище пасут овец несколько местных овцеводов.

- Классическая постановка: на пастбище пасут овец несколько местных овцеводов.
- Пастбище общее и бесплатное, а каждая дополнительная овца приносит овцеводу прибыль.

- Классическая постановка: на пастбище пасут овец несколько местных овцеводов.
- Пастбище общее и бесплатное, а каждая дополнительная овца приносит овцеводу прибыль.
- Поэтому все начинают разводить всё больше и больше овец, и пастбище окончательно вытаптывается.

- Классическая постановка: на пастбище пасут овец несколько местных овцеводов.
- Пастбище общее и бесплатное, а каждая дополнительная овца приносит овцеводу прибыль.
- Поэтому все начинают разводить всё больше и больше овец, и пастбище окончательно вытаптывается.
- Однако при этом каждый овцевод полностью рационален, потому что для него лично одной дополнительная овца значит гораздо больше, чем дополнительный ущерб пастбищу от одной овцы.

Решение?

• Такие примеры возникают всё время, где есть общие ресурсы, которые трудно разделить: в загрязнении окружающей среды, использовании воды и воздуха, вырубке лесов, охоте, рыболовстве...

Решение?

- Такие примеры возникают всё время, где есть общие ресурсы, которые трудно разделить: в загрязнении окружающей среды, использовании воды и воздуха, вырубке лесов, охоте, рыболовстве...
- Решение может заключаться только в том, чтобы построить некий общественный механизм (при помощи государства), например механизм налогообложения или квотирования, при котором общий ресурс не истощится.

Решение?

- Такие примеры возникают всё время, где есть общие ресурсы, которые трудно разделить: в загрязнении окружающей среды, использовании воды и воздуха, вырубке лесов, охоте, рыболовстве...
- Решение может заключаться только в том, чтобы построить некий общественный механизм (при помощи государства), например механизм налогообложения или квотирования, при котором общий ресурс не истощится.
- Как сделать это максимально эффективно? Это предмет теории механизмов.

Джон Форбс Нэш

американский математик



- Лауреат Нобелевской премии по экономике 1994 года «За анализ равновесия в теории некооперативных игр».
- 2. Сотрудник RAND Corporation.
 3. Работал в Принстоне и Массачусетском технологическом институте, получил звание профессора Принстонского университета

Дж. Нэш доказал, что классический подход к конкуренции А.Смита, когда каждый сам за себя, неоптимален. Наиболее оптимальны те стратегии, при которых каждый старается сделать лучше для себя, делая лучше для других.

Игра — упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации.

Игра — упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации.

Цель теории игр — выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта (определение оптимальных стратегий поведения игроков).

Игра — упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации.

Цель теории игр — выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта (определение оптимальных стратегий поведения игроков).

От реального конфликта игра отличается тем, что ведется по определенным правилам:

Игра — упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации.

Цель теории игр — выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта (определение оптимальных стратегий поведения игроков).

От реального конфликта игра отличается тем, что ведется по определенным правилам:

 Правила устанавливают последовательность ходов, объем информации каждой стороны о поведении другой и результат игры в зависимости от сложившейся ситуации. **Игра** — упрощенная формализованная модель реальной конфликтной ситуации.

Цель теории игр — выработка рекомендаций по разумному поведению участников конфликта (определение оптимальных стратегий поведения игроков).

От реального конфликта игра отличается тем, что ведется по определенным правилам:

- Правила устанавливают последовательность ходов, объем информации каждой стороны о поведении другой и результат игры в зависимости от сложившейся ситуации.
- Правилами устанавливаются также конец игры, когда некоторая последовательность ходов уже сделана, и больше ходов делать не разрешается.

АНТАГОНИЗМ — (от греч. antahonisma спор, борьба) противоречие, для которого характерна острая непримиримая борьба враждующих сил, тенденций.

Примеры конфликтных ситуаций:



А также обычные игры



• Игроки — заинтересованные стороны в игре.

- Игроки заинтересованные стороны в игре.
- Партия игры каждый конкретный пример разыгрывания игры некоторым конкретным образом от начала до конца.

- Игроки заинтересованные стороны в игре.
- Партия игры каждый конкретный пример разыгрывания игры некоторым конкретным образом от начала до конца.
- **Ход игрока** выбор и осуществление действия производимого одним игроком в условиях точно определенных правилами игры.

Игра состоит из **ходов**, выполняемых игроками одновременно или последовательно



МИНРИМ

случайный

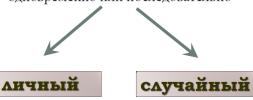
Игра состоит из **ходов**, выполняемых игроками одновременно или последовательно



случайный

• Ход называется **личным**, если игрок сознательно выбирает его из совокупности возможных вариантов действий и осуществляет его.

Игра состоит из **ходов**, выполняемых игроками одновременно или последовательно



- Ход называется **личным**, если игрок сознательно выбирает его из совокупности возможных вариантов действий и осуществляет его.
- Ход называется **случайным**, если его выбор производится не игроком, а каким-либо механизмом случайного выбора.

Стратегией игрока называется совокупность правил, определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры.

Стратегией игрока называется совокупность правил, определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры.

В простых (одноходовых) играх, когда в каждой партии игрок может сделать лишь по одному ходу, понятие стратегии и возможного варианта действий совпадают.

Стратегией игрока называется совокупность правил, определяющих выбор варианта действий при каждом личном ходе в зависимости от ситуации, сложившейся в процессе игры.

В простых (одноходовых) играх, когда в каждой партии игрок может сделать лишь по одному ходу, понятие стратегии и возможного варианта действий совпадают.

Стратегия игрока называется **оптимальной**, если она обеспечивает данному игроку при многократном повторении игры максимально возможный средний выигрыш или минимально возможный средний проигрыш, независимо от того, какие стратегии применяет противник.

НЕДОСТАТКИ МОДЕЛИ

Теория игр имеет свои недостатки:

НЕДОСТАТКИ МОДЕЛИ

Теория игр имеет свои недостатки:

• Предположение о полной («идеальной») разумности противников.

В реальном конфликте зачастую оптимальная стратегия состоит в том, чтобы угадать, в чем слабость противника и воспользоваться этой слабостью

НЕДОСТАТКИ МОДЕЛИ

Теория игр имеет свои недостатки:

- Предположение о полной («идеальной») разумности противников.
 - В реальном конфликте зачастую оптимальная стратегия состоит в том, чтобы угадать, в чем слабость противника и воспользоваться этой слабостью
- Каждому из игроков должны быть известны все возможные действия (стратегии) противника, неизвестно лишь то, каким именно из них он воспользуется в данной партии.
 - В реальном конфликте перечень всех возможных стратегий противника неизвестен, а наилучшим решением в конфликтной ситуации нередко будет именно выход за пределы известных противнику стратегий

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям.

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям. По видам ходов игры подразделяются на:

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям. По видам ходов игры подразделяются на:

• азартные — состоят только из случайных ходов (ими теория игр не занимается);

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям. По видам ходов игры подразделяются на:

- азартные состоят только из случайных ходов (ими теория игр не занимается);
- стратегические если наряду со случайными ходами есть личные ходы, или все ходы личные.

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям. По видам ходов игры подразделяются на:

- азартные состоят только из случайных ходов (ими теория игр не занимается);
- **стратегические** если наряду со случайными ходами есть личные ходы, или все ходы личные.

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям. По видам ходов игры подразделяются на:

- азартные состоят только из случайных ходов (ими теория игр не занимается);
- стратегические если наряду со случайными ходами есть личные ходы, или все ходы личные.

В зависимости от числа участников:

• парные (число участников равно двум)

Единой классификации игр не существует, поэтому игры классифицируются по различным признакам и критериям. По видам ходов игры подразделяются на:

- азартные состоят только из случайных ходов (ими теория игр не занимается);
- **стратегические** если наряду со случайными ходами есть личные ходы, или все ходы личные.

В зависимости от числа участников:

- парные (число участников равно двум)
- множественные (число участников более двух)

По характеру взаимоотношений игроков:

• бескоалиционные (игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции);

- бескоалиционные (игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции);
- коалиционные (действия игроков направлены на максимизацию выигрышей коллективов);

- бескоалиционные (игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции);
- коалиционные (действия игроков направлены на максимизацию выигрышей коллективов);
- кооперативные (выигрыш коалиции возникает не как следствие тех или иных действий игроков, а как результат их наперед определенных соглашений).

- бескоалиционные (игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции);
- коалиционные (действия игроков направлены на максимизацию выигрышей коллективов);
- кооперативные (выигрыш коалиции возникает не как следствие тех или иных действий игроков, а как результат их наперед определенных соглашений).

По характеру взаимоотношений игроков:

- бескоалиционные (игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции);
- коалиционные (действия игроков направлены на максимизацию выигрышей коллективов);
- кооперативные (выигрыш коалиции возникает не как следствие тех или иных действий игроков, а как результат их наперед определенных соглашений).

В зависимости от количества ходов игроков:

• конечные — конечное число ходов игроков;

По характеру взаимоотношений игроков:

- бескоалиционные (игроки не имеют право вступать в соглашения, образовывать коалиции);
- коалиционные (действия игроков направлены на максимизацию выигрышей коллективов);
- кооперативные (выигрыш коалиции возникает не как следствие тех или иных действий игроков, а как результат их наперед определенных соглашений).

В зависимости от количества ходов игроков:

- конечные конечное число ходов игроков;
- бесконечные поиск решения хотя бы у одного игрока может продолжаться бесконечно долго.

По полноте информации, имеющейся у игроков относительно прошлых ходов:

• игры с полной информацией (когда всем игрокам известна вся игровая информация);

- игры с полной информацией (когда всем игрокам известна вся игровая информация);
- игры с неполной информацией (когда игроку что-то неизвестно на момент своего хода)

- игры с полной информацией (когда всем игрокам известна вся игровая информация);
- игры с неполной информацией (когда игроку что-то неизвестно на момент своего хода)
 - Стратегические (проходят в условиях полной неопределенности);

- игры с полной информацией (когда всем игрокам известна вся игровая информация);
- игры с неполной информацией (когда игроку что-то неизвестно на момент своего хода)
 - Стратегические (проходят в условиях полной неопределенности);
 - Статистические (имеется возможность получения информации на основе статистического эксперимента).

По характеру выигрышей участников игры:

• С НУЛЕВОЙ СУММОЙ (любая возможная партия некоторой игры имеет нулевую сумму выигрышей всех игроков)

- С НУЛЕВОЙ СУММОЙ (любая возможная партия некоторой игры имеет нулевую сумму выигрышей всех игроков)
 - Антагонистическая игра игра, воспроизводящая, моделирующая экономическую ситуацию противостояния, противоборства, конкуренции двух сторон с взаимно противоположными интересами

- С НУЛЕВОЙ СУММОЙ (любая возможная партия некоторой игры имеет нулевую сумму выигрышей всех игроков)
 - Антагонистическая игра игра, воспроизводящая, моделирующая экономическую ситуацию противостояния, противоборства, конкуренции двух сторон с взаимно противоположными интересами
- С НЕНУЛЕВОЙ СУММОЙ не обязательно выигрыш одного игрока означает проигрыш другого

- С НУЛЕВОЙ СУММОЙ (любая возможная партия некоторой игры имеет нулевую сумму выигрышей всех игроков)
 - Антагонистическая игра игра, воспроизводящая, моделирующая экономическую ситуацию противостояния, противоборства, конкуренции двух сторон с взаимно противоположными интересами
- С НЕНУЛЕВОЙ СУММОЙ не обязательно выигрыш одного игрока означает проигрыш другого
 - Биматричная игра это конечная игра двух игроков с ненулевой суммой, в которой выигрыши каждого игрока задаются матрицами отдельно для соответствующего игрока.

По равности выигрышей:

По равности выигрышей:

• симметричные — игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи (выигрыши).
Примеры: шашки; шахматы; домино; любые карточные игры.

По равности выигрышей:

- симметричные игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи (выигрыши).
 Примеры: шашки; шахматы; домино; любые карточные игры.
- несимметричные.

По равности выигрышей:

- симметричные игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи (выигрыши). Примеры: шашки; шахматы; домино; любые карточные игры.
- несимметричные.

По равности выигрышей:

- симметричные игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи (выигрыши). Примеры: шашки; шахматы; домино; любые карточные игры.
- несимметричные.

По очередности ходов:

По равности выигрышей:

- симметричные игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи (выигрыши).
 Примеры: шашки; шахматы; домино; любые карточные игры.
- несимметричные.

По очередности ходов:

• параллельные — игры, в которых игроки ходят одновременно, или, по крайней мере, они не осведомлены о выборе других до тех пор, пока все не сделают свой ход;

По равности выигрышей:

- симметричные игры, при которых соответствующие стратегии у игроков будут равны, то есть иметь одинаковые платежи (выигрыши). Примеры: шашки; шахматы; домино; любые карточные игры.
- несимметричные.

По очередности ходов:

- параллельные игры, в которых игроки ходят одновременно, или, по крайней мере, они не осведомлены о выборе других до тех пор, пока все не сделают свой ход;
- последовательные игры, в которых участники могут делать ходы в заранее установленном либо случайном порядке, но при этом они получают некоторую информацию о предшествующих действиях других.