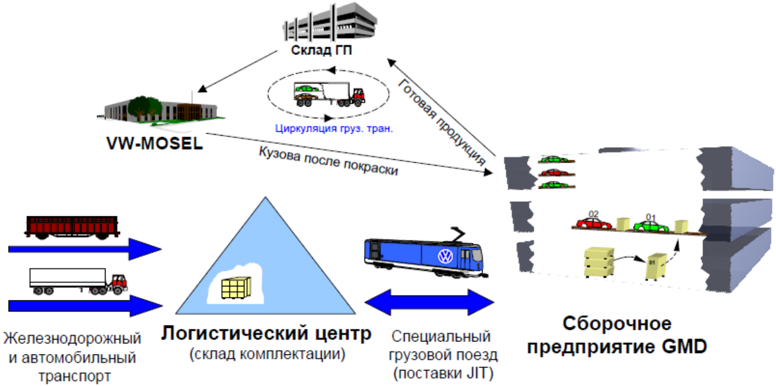
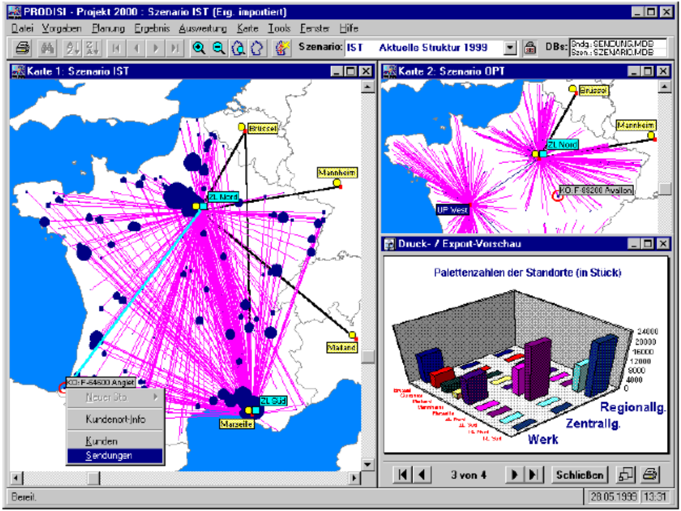
# Модели управления запасами

Виктор Васильевич Лепин

Внешняя логистика: концепция системы снабжения сборочного предприятия



Моделирование сети поставок: сравнение структур и сценариев



# Основные характеристики моделей управления запасами

Предприятия, фирмы имеют различные запасы: сырье, комплектующие изделия, готовую продукцию, предназначенную для продажи, и т. д. Совокупность подобных материалов, представляющих временно не используемые экономические ресурсы, называют запасами предприятия.

# Основные характеристики моделей управления запасами

Предприятия, фирмы имеют различные запасы: сырье, комплектующие изделия, готовую продукцию, предназначенную для продажи, и т. д. Совокупность подобных материалов, представляющих временно не используемые экономические ресурсы, называют запасами предприятия.

- Спрос. Спрос на запасаемый продукт может быть детерминированным (в простейшем случае — постоянным во времени) или случайным (случаен момент спроса, либо объем спроса и др.).

# Основные характеристики моделей управления запасами

Предприятия, фирмы имеют различные запасы: сырье, комплектующие изделия, готовую продукцию, предназначенную для продажи, и т. д. Совокупность подобных материалов, представляющих временно не используемые экономические ресурсы, называют запасами предприятия.

- Спрос. Спрос на запасаемый продукт может быть детерминированным (в простейшем случае — постоянным во времени) или случайным (случаен момент спроса, либо объем спроса и др.).
- Пополнение склада. Пополнение склада может осуществляться либо периодически через определенные интервалы времени, либо по мере снижения запасов до некоторого уровня.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Объем заказа. При периодическом пополнении и случайном исчерпании запасов объем заказа может зависеть от того состояния, которое наблюдается в момент подачи заказа. Заказ обычно подается на одну и ту же величину при достижении запасом заданного уровня — так называемой точки заказа.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Объем заказа. При периодическом пополнении и случайном исчерпании запасов объем заказа может зависеть от того состояния, которое наблюдается в момент подачи заказа. Заказ обычно подается на одну и ту же величину при достижении запасом заданного уровня — так называемой точки заказа.
- Количество товара, поставляемое на склад, называют размером партии.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Объем заказа. При периодическом пополнении и случайном исчерпании запасов объем заказа может зависеть от того состояния, которое наблюдается в момент подачи заказа. Заказ обычно подается на одну и ту же величину при достижении запасом заданного уровня — так называемой точки заказа.
- Количество товара, поставляемое на склад, называют размером партии.
- Время доставки в идеализированных моделях управления запасами предполагается, что заказанное пополнение доставляется на склад мгновенно. В других моделях рассматривается задержка поставок на фиксированный или случайный интервал времени.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Издержки. Различают

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Издержки. Различают
  - организационные издержки — расходы, связанные с оформлением и доставкой товаров;

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Издержки. Различают
  - организационные издержки — расходы, связанные с оформлением и доставкой товаров;
  - издержки содержания запасов — затраты, связанные с хранением (возникают из-за амортизации в процессе хранения: изделия могут портиться, устаревать, их количество может уменьшаться и т. д.);

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Издержки. Различают
  - организационные издержки — расходы, связанные с оформлением и доставкой товаров;
  - издержки содержания запасов — затраты, связанные с хранением (возникают из-за амортизации в процессе хранения: изделия могут портиться, устаревать, их количество может уменьшаться и т. д.);
  - издержки, связанные с дефицитом (штрафом за дефицит), если поставка со склада не может быть выполнена, то возникают дополнительные издержки, связанные с отказом.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Издержки. Различают
  - организационные издержки — расходы, связанные с оформлением и доставкой товаров;
  - издержки содержания запасов — затраты, связанные с хранением (возникают из-за амортизации в процессе хранения: изделия могут портиться, устаревать, их количество может уменьшаться и т. д.);
  - издержки, связанные с дефицитом (штрафом за дефицит), если поставка со склада не может быть выполнена, то возникают дополнительные издержки, связанные с отказом.
- В большинстве моделей управления запасами считают объем склада практически неограниченным, а в качестве контролирующей величины служит объем хранимых запасов. При этом полагают, что за хранение каждой единицы запаса в единицу времени взимается определенная плата.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Номенклатура запаса. В простейших случаях предполагается, что на складе хранится запас однотипных изделий или однородного продукта. В более сложных случаях рассматривается многономенклатурный запас.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- Номенклатура запаса. В простейших случаях предполагается, что на складе хранится запас однотипных изделий или однородного продукта. В более сложных случаях рассматривается многономенклатурный запас.
- Структура складской системы. Наиболее полно разработаны математические модели одиночного склада. Однако на практике встречаются и более сложные структуры: иерархические системы складов с различными периодами пополнения и временем доставки заказов, с возможностью обмена запасами между складами одного уровня иерархии и т. п.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- В качестве критерия эффективности принятой стратегии управления запасами выступает функция затрат (издержек), представляющая суммарные затраты на хранение и поставку запасаемого продукта (в том числе потери от порчи продукта при хранении и его морального старения, потери прибыли от омертвления капитала и т. п.) и затраты на штрафы.

# Основные характеристики моделей управления запасами

- В качестве критерия эффективности принятой стратегии управления запасами выступает функция затрат (издержек), представляющая суммарные затраты на хранение и поставку запасаемого продукта (в том числе потери от порчи продукта при хранении и его морального старения, потери прибыли от омертвления капитала и т. п.) и затраты на штрафы.

Управление запасами состоит в отыскании такой стратегии пополнения и расхода запасами, при котором функция затрат принимает минимальное значение.

# Основные функции

- Пусть функции $A(t)$, $B(t)$ и $R(t)$ выражают соответственно пополнение запасов, их расход и спрос на запасаемый продукт за промежуток времени $[0, t]$. В моделях управления запасами обычно используются производные этих функций по времени $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$, называемые соответственно интенсивностями пополнения, расхода и спроса.

# Основные функции

- Пусть функции $A(t)$, $B(t)$ и $R(t)$ выражают соответственно пополнение запасов, их расход и спрос на запасаемый продукт за промежуток времени $[0, t]$. В моделях управления запасами обычно используются производные этих функций по времени $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$, называемые соответственно интенсивностями пополнения, расхода и спроса.
- Если функции $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$ — не случайные величины, то модель управления запасами считается детерминированной,

# Основные функции

- Пусть функции $A(t)$, $B(t)$ и $R(t)$ выражают соответственно пополнение запасов, их расход и спрос на запасаемый продукт за промежуток времени $[0, t]$. В моделях управления запасами обычно используются производные этих функций по времени $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$, называемые соответственно интенсивностями пополнения, расхода и спроса.
- Если функции $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$ — не случайные величины, то модель управления запасами считается детерминированной,
- если хотя бы одна из них носит случайный характер — стохастической.

# Основные функции

- Пусть функции $A(t)$, $B(t)$ и $R(t)$ выражают соответственно пополнение запасов, их расход и спрос на запасаемый продукт за промежуток времени $[0, t]$. В моделях управления запасами обычно используются производные этих функций по времени $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$, называемые соответственно интенсивностями пополнения, расхода и спроса.
- Если функции $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$ — не случайные величины, то модель управления запасами считается детерминированной,
- если хотя бы одна из них носит случайный характер — стохастической.
- Если все параметры модели не меняются во времени, она называется статической,

# Основные функции

- Пусть функции $A(t)$, $B(t)$ и $R(t)$ выражают соответственно пополнение запасов, их расход и спрос на запасаемый продукт за промежуток времени $[0, t]$. В моделях управления запасами обычно используются производные этих функций по времени $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$, называемые соответственно интенсивностями пополнения, расхода и спроса.
- Если функции $a(t)$, $b(t)$, $r(t)$ — не случайные величины, то модель управления запасами считается детерминированной,
- если хотя бы одна из них носит случайный характер — стохастической.
- Если все параметры модели не меняются во времени, она называется статической,
- в противном случае — динамической.

- Статические модели используются, когда принимается разовое решение об уровне запасов на определенный период,

# Основные модели

- Статические модели используются, когда принимается разовое решение об уровне запасов на определенный период,
- а динамические — в случае принятия последовательных решений об уровнях запаса или корректировке ранее принятых решений с учетом происходящих изменений.

# Основные модели

- Статические модели используются, когда принимается разовое решение об уровне запасов на определенный период,
- а динамические — в случае принятия последовательных решений об уровнях запаса или корректировке ранее принятых решений с учетом происходящих изменений.

# Основные модели

- Статические модели используются, когда принимается разовое решение об уровне запасов на определенный период,
- а динамические — в случае принятия последовательных решений об уровнях запаса или корректировке ранее принятых решений с учетом происходящих изменений.

**Основное уравнение запасов**

Уровень запаса в момент $t$ определяется основным уравнением запасов $J(t) = J_0 + A(t) - B(t)$ где $J_0$ — начальный запас в момент $t = 0$. Данное уравнение чаще используется в интегральной форме:

$$J(t) = J_0 + \int_0^t a(t)dt - \int_0^t b(t)dt$$

# Пример 1.

- Интенсивность поступления готовых автомашин на склад готовой продукции составляет в начале дневной смены три машины/мин, в течение первого часа линейно возрастает, достигая к концу его шесть машин/мин, и затем остается постоянной.

# Пример 1.

- Интенсивность поступления готовых автомашин на склад готовой продукции составляет в начале дневной смены три машины/мин, в течение первого часа линейно возрастает, достигая к концу его шесть машин/мин, и затем остается постоянной.
- Полагая, что поступление автомашин на склад происходит непрерывно в течение восьми часов смены, а вывоз автомашин со склада производится только в конце работы, записать выражение для уровня запаса в произвольный момент времени и, используя его, найти количество автомашин на складе:

# Пример 1.

- Интенсивность поступления готовых автомашин на склад готовой продукции составляет в начале дневной смены три машины/мин, в течение первого часа линейно возрастает, достигая к концу его шесть машин/мин, и затем остается постоянной.
- Полагая, что поступление автомашин на склад происходит непрерывно в течение восьми часов смены, а вывоз автомашин со склада производится только в конце работы, записать выражение для уровня запаса в произвольный момент времени и, используя его, найти количество автомашин на складе:
- а) через 30 мин после начала работы;

# Пример 1.

- Интенсивность поступления готовых автомашин на склад готовой продукции составляет в начале дневной смены три машины/мин, в течение первого часа линейно возрастает, достигая к концу его шесть машин/мин, и затем остается постоянной.
- Полагая, что поступление автомашин на склад происходит непрерывно в течение восьми часов смены, а вывоз автомашин со склада производится только в конце работы, записать выражение для уровня запаса в произвольный момент времени и, используя его, найти количество автомашин на складе:
- а) через 30 мин после начала работы;
- б) в конце смены.

# Решение.

- Так как в течение смены не происходит выезда автомашин со склада, $b(t) = 0$.

# Решение.

- Так как в течение смены не происходит выезда автомашин со склада, $b(t) = 0$.
- Интенсивность пополнения запаса в течение первого часа линейно возрастает, т. е. $a(t) = kt + b$.

# Решение.

- Так как в течение смены не происходит выезда автомашин со склада, $b(t) = 0$.
- Интенсивность пополнения запаса в течение первого часа линейно возрастает, т. е. $a(t) = kt + b$.
- Учитывая, что $a(0) = 3$, получаем $b = 3$. В конце часа $(t = 60) : a(60) = 6$, следовательно, $6 = 60k + 3$, откуда $k = 0,05$.

# Решение.

- Так как в течение смены не происходит выезда автомашин со склада, $b(t) = 0$.
- Интенсивность пополнения запаса в течение первого часа линейно возрастает, т. е. $a(t) = kt + b$.
- Учитывая, что $a(0) = 3$, получаем $b = 3$. В конце часа $(t = 60) : a(60) = 6$, следовательно, $6 = 60k + 3$, откуда $k = 0,05$.
- Таким образом, для первого часа смены $a(t) = 0,05t + 3$, а затем $a(t) = 6$.

# Решение.

- Учитывая продолжительность смены (8ч=480 мин), получаем, если $0 \leq t \leq 60$ :

$$J(t) = \int_0^t (0,05t + 3)dt = 0.025t^2 + 3t$$

и если $60 \leq t \leq 480$ :

$$J(t) = \int_0^{60} (0,05t{+}3)dt{+}\int_{60}^t 6dt = (0,025t^2{+}3t)|_0^{60}{+}(6t)|_{60}^t =$$

$$= 270 + 6t - 360 = 6t - 90$$

# Решение.

- Учитывая продолжительность смены (8ч=480 мин), получаем, если $0 \le t \le 60$ :

$$J(t) = \int_0^t (0,05t+3)dt = 0.025t^2 + 3t$$

и если $60 \le t \le 480$ :

$$J(t) = \int_0^{60} (0,05t+3)dt + \int_{60}^{t} 6dt = (0,025t^2+3t)\Big|_0^{60} + (6t)\Big|_{60}^{t} =$$

$$= 270 + 6t - 360 = 6t - 90$$

- Количество автомашин на складе через 30 мин после начала работы будет:
$J(30) = 900 \cdot 0,025 + 3 \cdot 30 = 112,5 \approx 112$, а в конце смены:

$$J(480) = 6 \cdot 480 - 90 = 2790.$$

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Модель управления запасами простейшего типа характеризуются постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита. Такую модель можно применять в следующих типичных ситуациях:

- Использование осветительных ламп в здании;

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Модель управления запасами простейшего типа характеризуются постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита. Такую модель можно применять в следующих типичных ситуациях:

- Использование осветительных ламп в здании;
- Использование таких канцелярских товаров, как бумага, блокноты и карандаши, крупной фирмой;

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Модель управления запасами простейшего типа характеризуются постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита. Такую модель можно применять в следующих типичных ситуациях:

- Использование осветительных ламп в здании;
- Использование таких канцелярских товаров, как бумага, блокноты и карандаши, крупной фирмой;
- Использование некоторых промышленных изделий, таких, как гайки и болты;

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Модель управления запасами простейшего типа характеризуются постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита. Такую модель можно применять в следующих типичных ситуациях:

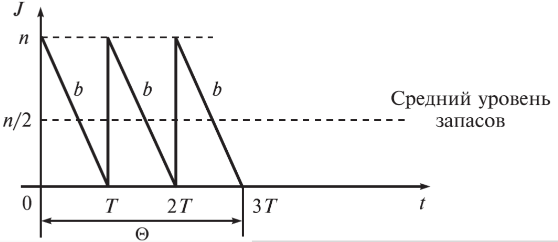
- Использование осветительных ламп в здании;
- Использование таких канцелярских товаров, как бумага, блокноты и карандаши, крупной фирмой;
- Использование некоторых промышленных изделий, таких, как гайки и болты;
- Потребление основных продуктов питания (например, хлеба и молока).

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Рассмотрим простейшую модель, в которой дефицит не допускается, т. е. осуществляется полное удовлетворение спроса на запасаемый продукт, при этом уровень запаса мгновенно пополняется до начального значения за счет поступления партии заказа.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Рассмотрим простейшую модель, в которой дефицит не допускается, т. е. осуществляется полное удовлетворение спроса на запасаемый продукт, при этом уровень запаса мгновенно пополняется до начального значения за счет поступления партии заказа.
- Уровень запаса в начальный момент равен объему партии $J(0) = n$. Процесс изменения повторяется на каждом временном интервале продолжительностью $T$ (см. рисунок).



# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Тем самым выполняется совпадение функций $r(t)$ и $b(t)$, и расходование запаса происходит непрерывно с постоянной интенсивностью: $b(t) = b$, а общее потребление запасаемого продукта за рассматриваемый интервал времени $\Theta$ равно $N$.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Тем самым выполняется совпадение функций $r(t)$ и $b(t)$, и расходование запаса происходит непрерывно с постоянной интенсивностью: $b(t) = b$, а общее потребление запасаемого продукта за рассматриваемый интервал времени $\Theta$ равно $N$.
- Интенсивность $b$ можно определить по формуле: $b = N/\Theta$.

Введем обозначения необходимых для составления модели величин

| Величина | Обозначение | Единицы | Предположения |
|---|---|---|---|
| Интенсивность спроса | $r$ | Единиц товара в год | Спрос непрерывен и постоянен; весь спрос удовлетворяется |
| Организационные издержки | $c_1$ | рублей за партию | Издержки постоянны, независимо от размера партии |
| Стоимость товара | $s$ | рублей за единицу товара | Цена единицы товара постоянна, рассматривается один вид товара |
| Издержки содержания запасов | $c_2$ | рублей за единицу товара в единицу времени | Стоимость хранения единицы товара в единицу времени постоянна |
| Размер партии | $n$ | Единиц товара в партии | Размер партии постоянен; поступление товара происходит мгновенно, как только уровень запаса будет равен нулю |

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Пополнение заказа происходит партиями одинакового объема, т. е. функция $a(t)$ не является непрерывной: $a(t) = 0$ при всех $t$, кроме моментов поставки продукта, т. е. $a(t) = n$, где $n$ — объем партии.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Пополнение заказа происходит партиями одинакового объема, т. е. функция $a(t)$ не является непрерывной: $a(t) = 0$ при всех $t$, кроме моментов поставки продукта, т. е. $a(t) = n$, где $n$ — объем партии.
- Так как интенсивность расхода равна $b$, вся партия будет использована за время $T$ :

$$T = n/b$$

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Пополнение заказа происходит партиями одинакового объема, т. е. функция $a(t)$ не является непрерывной: $a(t) = 0$ при всех $t$, кроме моментов поставки продукта, т. е. $a(t) = n$, где $n$ — объем партии.
- Так как интенсивность расхода равна $b$, вся партия будет использована за время $T$ :

$$T = n/b$$

- На временном интервале $[0, T]$ уровень запаса уменьшается по прямой $J(t) = n - bt$ от значения $n$ до нуля.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

- Пополнение заказа происходит партиями одинакового объема, т. е. функция $a(t)$ не является непрерывной: $a(t) = 0$ при всех $t$, кроме моментов поставки продукта, т. е. $a(t) = n$, где $n$ — объем партии.
- Так как интенсивность расхода равна $b$, вся партия будет использована за время $T$ :

$$T = n/b$$

- На временном интервале $[0, T]$ уровень запаса уменьшается по прямой $J(t) = n - bt$ от значения $n$ до нуля.
- Описанную модель называют также основной моделью управления запасами.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Задача управления запасами состоит в определении такого объема партии n, при котором суммарные затраты на создание и хранение запаса были бы минимальными.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Задача управления запасами состоит в определении такого объема партии n, при котором суммарные затраты на создание и хранение запаса были бы минимальными.

- Обозначим суммарные затраты через $C$, затраты на создание запаса — через $C_1$, затраты на хранение запаса — через $C_2$ и найдем эти величины за весь промежуток времени $T$.

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Задача управления запасами состоит в определении такого объема партии n, при котором суммарные затраты на создание и хранение запаса были бы минимальными.

- Обозначим суммарные затраты через $C$, затраты на создание запаса — через $C_1$, затраты на хранение запаса — через $C_2$ и найдем эти величины за весь промежуток времени $T$.
- Так как за время $\Theta$ необходимо запастись $N$ единицами продукта, который доставляется партиями объема $n$, число таких партий $k$ равно

$$k = N/n = \Theta/T.$$

# Статическая детерминированная модель без дефицита

Задача управления запасами состоит в определении такого объема партии n, при котором суммарные затраты на создание и хранение запаса были бы минимальными.

- Обозначим суммарные затраты через $C$, затраты на создание запаса — через $C_1$, затраты на хранение запаса — через $C_2$ и найдем эти величины за весь промежуток времени $T$.
- Так как за время $\Theta$ необходимо запастись $N$ единицами продукта, который доставляется партиями объема $n$, число таких партий $k$ равно

$$k = N/n = \Theta/T.$$

- Откуда получаем

$$C_1 = c_1 k = c_1 N/n.$$

- Мгновенные затраты хранения запаса в момент времени $t$ равны $c_2 J(t)$. За промежуток времени $[0, T]$ они составят с учетом:

$$c_2 \int_0^T J(t)dt = c_2 \int_0^T (n - bt)dt = c_2 \int_0^T (n - n/T)dt =$$

$$= -c_2 \left( nt - \frac{nt^2}{2T} \right) \Big|_0^T = \frac{c_2 nT}{2}.$$

- Мгновенные затраты хранения запаса в момент времени $t$ равны $c_2 J(t)$. За промежуток времени $[0, T]$ они составят с учетом:

$$c_2 \int_0^T J(t)dt = c_2 \int_0^T (n - bt)dt = c_2 \int_0^T (n - n/T)dt =$$

$$= -c_2 \left( nt - \frac{nt^2}{2T} \right) \Bigg|_0^T = \frac{c_2 nT}{2}.$$

- Средний запас за промежуток $[0, T]$ равен $nT/2$, т. е. затраты на хранение всего запаса при линейном (по времени) его расходе равны затратам на хранение среднего запаса.

- Мгновенные затраты хранения запаса в момент времени $t$ равны $c_2 J(t)$. За промежуток времени $[0, T]$ они составят с учетом:

$$c_2 \int_0^T J(t)dt = c_2 \int_0^T (n - bt)dt = c_2 \int_0^T (n - n/T)dt =$$

$$= -c_2 \left( nt - \frac{nt^2}{2T} \right) \Bigg|_0^T = \frac{c_2 nT}{2}.$$

- Средний запас за промежуток $[0, T]$ равен $nT/2$, т. е. затраты на хранение всего запаса при линейном (по времени) его расходе равны затратам на хранение среднего запаса.
- Затраты хранения запаса за промежуток времени с учетом $k = N/n = \Theta/T$ равны

$$C_2 = \frac{c_2 nT}{2} \cdot k = \frac{c_2 nT}{2} \cdot \frac{N}{n} = \frac{c_2 NT}{2} = \frac{c_2 n\Theta}{2}.$$

- Затраты $C_1$ обратно пропорциональны, а затраты $C_2$ прямо пропорциональны объему партии $n$.
  Суммарные затраты будут равны:

$$C = \frac{c_1 N}{n} + \frac{c_2 n \Theta}{2}.$$

- Затраты $C_1$ обратно пропорциональны, а затраты $C_2$ прямо пропорциональны объему партии $n$.
  Суммарные затраты будут равны:

$$C = \frac{c_1 N}{n} + \frac{c_2 n \Theta}{2}.$$

- Для нахождения минимума $C$ найдем производную $dC/dn$ и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dC}{dn} = \frac{-c_1 N}{n^2} + \frac{c_2 \Theta}{2} = 0$$

откуда с учетом $b = N/\Theta$ :

$$n = n_{opt} = \sqrt{\frac{2c_1 N}{c_2 \Theta}} = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2}}.$$

Формула выше называется формулой Уилсона, или формулой наиболее экономичного объема партии.

Число оптимальных партий ($k_{opt}$) за время $\Theta$ с учетом выведенной формулы и время расхода ($T_{opt}$) оптимальной партии равно:

$$k_{opt} = \frac{N}{n_{opt}} = \sqrt{\frac{c_2 N \Theta}{2c_1}} = \Theta\sqrt{\frac{c_2 b}{2c_1}},$$

$$T_{opt} = \frac{n_{opt}}{b} = n_{opt}\frac{\Theta}{N} = \sqrt{\frac{2c_1\Theta}{c_2 N}} = \sqrt{\frac{2c_1}{c_2 b}}.$$

# Пример 2

- Интенсивность равномерного спроса на холодильники в магазине составляет 200 шт. в год.

# Пример 2

- Интенсивность равномерного спроса на холодильники в магазине составляет 200 шт. в год.
- Организационные издержки для одной партии составляют 40 тыс. руб.

# Пример 2

- Интенсивность равномерного спроса на холодильники в магазине составляет 200 шт. в год.
- Организационные издержки для одной партии составляют 40 тыс. руб.
- Цена одного холодильника равна 10 тыс. руб., а издержки содержания холодильника на складе составляют 0,2 тыс. руб. за один холодильник в год.

# Пример 2

- Интенсивность равномерного спроса на холодильники в магазине составляет 200 шт. в год.
- Организационные издержки для одной партии составляют 40 тыс. руб.
- Цена одного холодильника равна 10 тыс. руб., а издержки содержания холодильника на складе составляют 0,2 тыс. руб. за один холодильник в год.
- Найти оптимальный размер партии, число поставок и продолжительность цикла.

# Пример 2

**Решение.**

- По условию задачи $r = 200$, $c_1 = 40$, $s = 10$, $c_2 = 0,2$.

# Пример 2

**Решение.**

- По условию задачи $r = 200$, $c_1 = 40$, $s = 10$, $c_2 = 0,2$.
- Общие издержки в течение года:
  $C = 200 \cdot 40/n + 0,2 \cdot n/2 = 8000/n + n/10;$

# Пример 2

**Решение.**

- По условию задачи $r = 200$, $c_1 = 40$, $s = 10$, $c_2 = 0,2$.
- Общие издержки в течение года:
  $C = 200 \cdot 40/n + 0,2 \cdot n/2 = 8000/n + n/10;$
- Из уравнения $dC/dn = -8000/n^2 + 1/10 = 0$, находим
  $n_{opt} = \sqrt{80000} = 282,84 \approx 283$шт.;
  $k_{opt} = 200/n_opt = 200/283 \approx 0,71;$
  $T_{opt} = 365/k_{opt} = 365/0,71 \approx 516$дн.

**Решение.**

- По условию задачи $r = 200$, $c_1 = 40$, $s = 10$, $c_2 = 0,2$.
- Общие издержки в течение года: $C = 200 \cdot 40/n + 0,2 \cdot n/2 = 8000/n + n/10;$
- Из уравнения $dC/dn = -8000/n^2 + 1/10 = 0$, находим $n_{opt} = \sqrt{80000} = 282,84 \approx 283$шт.; $k_{opt} = 200/n_opt = 200/283 \approx 0,71;$ $T_{opt} = 365/k_{opt} = 365/0,71 \approx 516$дн.
- Ответ. Оптимальный размер партии холодильников составляет 283 шт., число поставок — 0,71, интервал между поставками — 516 дней.

## Модель производственных запасов

# Модель производственных запасов

- В основной модели управления запасами предполагалось, что поступление товаров на склад происходит мгновенно, например, в течение одного дня.

# Модель производственных запасов

- В основной модели управления запасами предполагалось, что поступление товаров на склад происходит мгновенно, например, в течение одного дня.
- Рассмотрим случай, когда товары поступают на склад непрерывно и непосредственно с производства.

# Модель производственных запасов

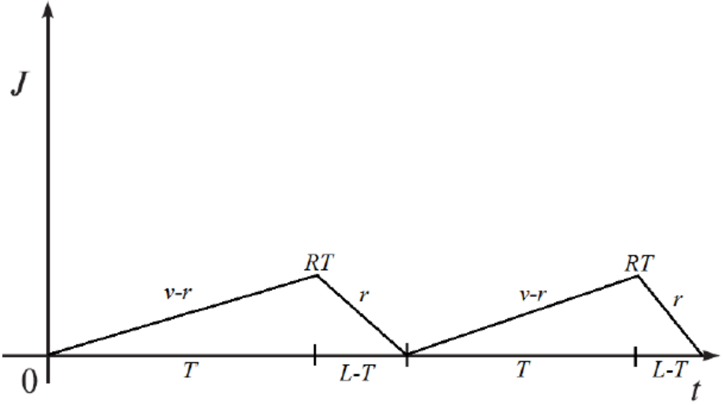
- В основной модели управления запасами предполагалось, что поступление товаров на склад происходит мгновенно, например, в течение одного дня.
- Рассмотрим случай, когда товары поступают на склад непрерывно и непосредственно с производства.
- Это — модель производственных поставок.

# Модель производственных запасов

- В основной модели управления запасами предполагалось, что поступление товаров на склад происходит мгновенно, например, в течение одного дня.
- Рассмотрим случай, когда товары поступают на склад непрерывно и непосредственно с производства.
- Это — модель производственных поставок.
- Обозначим через $v$ интенсивность поступления на склад товара, которая равна количеству товаров, выпускаемых производством, в определенный промежуток времени.

- В основной модели управления запасами предполагалось, что поступление товаров на склад происходит мгновенно, например, в течение одного дня.
- Рассмотрим случай, когда товары поступают на склад непрерывно и непосредственно с производства.
- Это — модель производственных поставок.
- Обозначим через $v$ интенсивность поступления на склад товара, которая равна количеству товаров, выпускаемых производством, в определенный промежуток времени.
- Определим оптимальный размер партии, минимизирующий общие затраты.

График изменения модели производственных запасов представлен на рисунке.



# Модель производственных запасов

- Общие издержки рассчитываются по такой же формуле, как и для основной модели.

# Модель производственных запасов

- Общие издержки рассчитываются по такой же формуле, как и для основной модели.
- Для получения среднего уровня запасов следует учесть, что $RT = (v - r)T$ — максимальный уровень запасов; $n = vT$ — количество товаров в одной производственной поставке.
  Можно записать следующее равенство $T = n/v$.

# Модель производственных запасов

- Общие издержки рассчитываются по такой же формуле, как и для основной модели.
- Для получения среднего уровня запасов следует учесть, что $RT = (v - r)T$ — максимальный уровень запасов; $n = vT$ — количество товаров в одной производственной поставке.
  Можно записать следующее равенство $T = n/v$.
- Тогда средний уровень запасов составляет половину максимального и равен $(v - r)n/2v$, а $C$ рассчитывается по формуле

$$C = c_1 r/n + c_2(v - r)n/2v.$$

# Модель производственных запасов

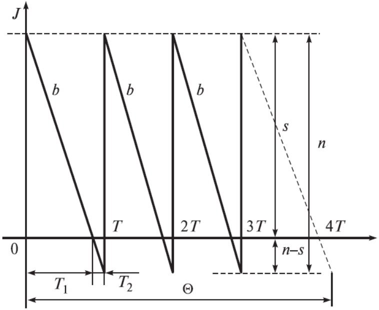
- Общие издержки рассчитываются по такой же формуле, как и для основной модели.
- Для получения среднего уровня запасов следует учесть, что $RT = (v - r)T$ — максимальный уровень запасов; $n = vT$ — количество товаров в одной производственной поставке.
  Можно записать следующее равенство $T = n/v$.
- Тогда средний уровень запасов составляет половину максимального и равен $(v - r)n/2v$, а $C$ рассчитывается по формуле
$$C = c_1 r/n + c_2(v - r)n/2v.$$
- Решая уравнение $dC/dn = 0$, найдем оптимальный размер партии модели производственных поставок:
$$n_{opt} = \sqrt{\frac{2vc_1 r}{c_2(v - r)}}.$$

## Статическая детерминированная модель с дефицитом

# Статическая детермин. модель с дефицитом

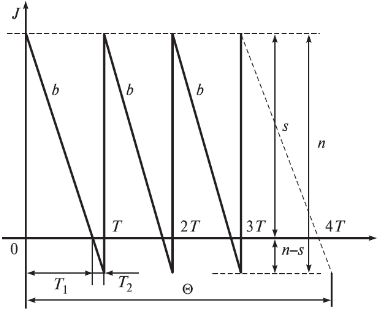
- В этой модели предполагается наличие дефицита.

График изменения уровня запаса:



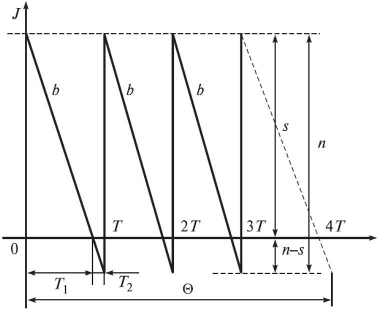
- В этой модели предполагается наличие дефицита.
- Это означает, что при отсутствии запасаемого продукта, т. е. при $J(t) = 0$, спрос сохраняется с той же интенсивностью $r(t) = b$,

График изменения уровня запаса:



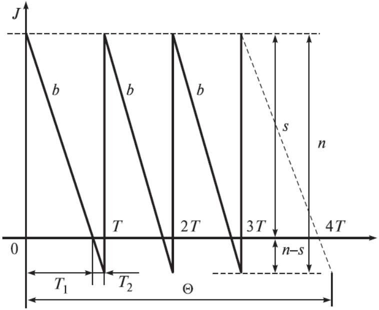
- В этой модели предполагается наличие дефицита.
- Это означает, что при отсутствии запасаемого продукта, т. е. при $J(t) = 0$, спрос сохраняется с той же интенсивностью $r(t) = b$,
- но потребление запаса отсутствует $b(t) = 0$,

График изменения уровня запаса:



- В этой модели предполагается наличие дефицита.
- Это означает, что при отсутствии запасаемого продукта, т. е. при $J(t) = 0$, спрос сохраняется с той же интенсивностью $r(t) = b$,
- но потребление запаса отсутствует $b(t) = 0$,
- вследствие чего накапливается дефицит со скоростью $b$.

График изменения уровня запаса:



- Убывание графика ниже оси абсцисс в область отрицательных значений в отличие от графика основной модели УЗ характеризует накопление дефицита.

- Убывание графика ниже оси абсцисс в область отрицательных значений в отличие от графика основной модели УЗ характеризует накопление дефицита.
- Из рисунка видно, что каждый период $T = n/b$ разбивается на два временных интервала $T_1$ и $T_2$,, т.е. $T = T_1 + T_2$, где $T_1$ — время, в течение которого производится потребление запаса, $T_2$ — время, когда запас отсутствует и накапливается дефицит, который будет перекрыт в момент поступления следующей партии.

- Убывание графика ниже оси абсцисс в область отрицательных значений в отличие от графика основной модели УЗ характеризует накопление дефицита.
- Из рисунка видно, что каждый период $T = n/b$ разбивается на два временных интервала $T_1$ и $T_2$,, т.е. $T = T_1 + T_2$, где $T_1$ — время, в течение которого производится потребление запаса, $T_2$ — время, когда запас отсутствует и накапливается дефицит, который будет перекрыт в момент поступления следующей партии.
- Необходимость покрытия дефицита приводит к тому, что максимальный уровень запаса $s$ в момент поступления каждой партии теперь не равен ее объему $n$, а меньше его на величину дефицита $n - s$, накопившегося за время $T_2$.

- Убывание графика ниже оси абсцисс в область отрицательных значений в отличие от графика основной модели УЗ характеризует накопление дефицита.
- Из рисунка видно, что каждый период $T = n/b$ разбивается на два временных интервала $T_1$ и $T_2$,, т.е. $T = T_1 + T_2$, где $T_1$ — время, в течение которого производится потребление запаса, $T_2$ — время, когда запас отсутствует и накапливается дефицит, который будет перекрыт в момент поступления следующей партии.
- Необходимость покрытия дефицита приводит к тому, что максимальный уровень запаса $s$ в момент поступления каждой партии теперь не равен ее объему $n$, а меньше его на величину дефицита $n - s$, накопившегося за время $T_2$.
- Легко установить, что

$$T_1 = \frac{s}{n} \cdot T, \quad T_2 = \frac{n-s}{n} \cdot T.$$

- В данной модели в функцию суммарных затрат $C$ наряду с за тратами $C_1$ (на пополнение запаса) и $C_2$ (на хранение запаса) необходимо ввести затраты $C_3$ (на штраф из-за дефицита), т. е. $C = C_1 + C_2 + C_3$.

- В данной модели в функцию суммарных затрат $C$ наряду с за тратами $C_1$ (на пополнение запаса) и $C_2$ (на хранение запаса) необходимо ввести затраты $C_3$ (на штраф из-за дефицита), т. е. $C = C_1 + C_2 + C_3$.
- Затраты $C_1$, как и ранее, находим по формуле $C_1 = c_1 k = c_1 N/n$.

- В данной модели в функцию суммарных затрат $C$ наряду с за тратами $C_1$ (на пополнение запаса) и $C_2$ (на хранение запаса) необходимо ввести затраты $C_3$ (на штраф из-за дефицита), т. е. $C = C_1 + C_2 + C_3$.
- Затраты $C_1$, как и ранее, находим по формуле $C_1 = c_1 k = c_1 N/n$.
- Затраты $C_2$ при линейном расходе запаса равны затратам на хранение среднего запаса, который за время потребления $T_1$ равен $sT_1/2$, поэтому они составят:

$$C_2 = \frac{c_2 s T_1}{2} \cdot k = \frac{c_2 s \cdot sT}{2n} \cdot \frac{\Theta}{T} = \frac{c_2 s \cdot s\Theta}{2n}.$$

- При расчете затрат $C_3$ будем считать, что штраф за дефицит составляет в единицу времени $c_3$ на каждую единицу продукта.

- При расчете затрат $C_3$ будем считать, что штраф за дефицит составляет в единицу времени $c_3$ на каждую единицу продукта.
- Так как средний уровень дефицита за период $T_2$ равен $(n-s)T_2/2$, штраф за этот период $T_2$ составит $c_3(n-s)T_2/2$, а за весь период $\Theta$ :

$$C_3 = \frac{1}{2} \cdot c_3(n-s)T_2 k = \frac{1}{2} \cdot c_3(n-s)\frac{n-s}{n}T\frac{\Theta}{T} = \frac{c_3\Theta(n-s)^2}{2n}.$$

- При расчете затрат $C_3$ будем считать, что штраф за дефицит составляет в единицу времени $c_3$ на каждую единицу продукта.
- Так как средний уровень дефицита за период $T_2$ равен $(n-s)T_2/2$, штраф за этот период $T_2$ составит $c_3(n-s)T_2/2$, а за весь период $\Theta$ :

$$C_3 = \frac{1}{2} \cdot c_3(n-s)T_2 k = \frac{1}{2} \cdot c_3(n-s)\frac{n-s}{n} T \frac{\Theta}{T} = \frac{c_3 \Theta (n-s)^2}{2n}.$$

- Суммарные затраты равны:

$$C = \frac{c_1 N}{n} + \frac{c_2 s^2 \Theta}{2n} + \frac{c_3 \Theta (n-s)^2}{2n}.$$

- При расчете затрат $C_3$ будем считать, что штраф за дефицит составляет в единицу времени $c_3$ на каждую единицу продукта.
- Так как средний уровень дефицита за период $T_2$ равен $(n-s)T_2/2$, штраф за этот период $T_2$ составит $c_3(n-s)T_2/2$, а за весь период $\Theta$ :

$$C_3 = \frac{1}{2} \cdot c_3(n-s)T_2 k = \frac{1}{2} \cdot c_3(n-s)\frac{n-s}{n} T \frac{\Theta}{T} = \frac{c_3\Theta(n-s)^2}{2n}.$$

- Суммарные затраты равны:

$$C = \frac{c_1 N}{n} + \frac{c_2 s^2 \Theta}{2n} + \frac{c_3 \Theta (n-s)^2}{2n}.$$

- При $n = s$ формула совпадает с ранее полученной формулой в модели без дефицита.

- Рассматриваемая задача управления запасами сводится к отысканию такого объема партии $n$ и максимального уровня запаса $s$, при которых функция $C$ принимает минимальное значение.

- Рассматриваемая задача управления запасами сводится к отысканию такого объема партии $n$ и максимального уровня запаса $s$, при которых функция $C$ принимает минимальное значение.
- Другими словами, необходимо исследовать функцию двух переменных $C(n, s)$ на экстремум.

- Рассматриваемая задача управления запасами сводится к отысканию такого объема партии $n$ и максимального уровня запаса $s$, при которых функция $C$ принимает минимальное значение.
- Другими словами, необходимо исследовать функцию двух переменных $C(n, s)$ на экстремум.
- Приравнивая частные производные $\frac{\partial C}{\partial n}$, $\frac{\partial C}{\partial s}$, к нулю, получим после преобразований систему уравнений:

$$n^2 c_3 - (c_2 + c_3)s^2 = 2c_1 N/\Theta,$$

$$s = n \cdot c_3/(c_2 + c_3).$$

- Рассматриваемая задача управления запасами сводится к отысканию такого объема партии $n$ и максимального уровня запаса $s$, при которых функция $C$ принимает минимальное значение.
- Другими словами, необходимо исследовать функцию двух переменных $C(n, s)$ на экстремум.
- Приравнивая частные производные $\frac{\partial C}{\partial n}$, $\frac{\partial C}{\partial s}$, к нулю, получим после преобразований систему уравнений:

$$n^2 c_3 - (c_2 + c_3)s^2 = 2c_1 N/\Theta,$$

$$s = n \cdot c_3/(c_2 + c_3).$$

- Решая систему, получаем формулы наиболее экономичного объема партии $n_{opt}$ и максимального уровня запаса $s_{opt}$ модели с дефицитом:

$$n_{opt} = \sqrt{\frac{2c_1 N}{c_2 \Theta}} \cdot \sqrt{\frac{c_2 + c_3}{c_3}} = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2}} \cdot \sqrt{\frac{c_2 + c_3}{c_3}};$$

$$s_{opt} = \sqrt{\frac{2c_1 N}{c_2 \Theta}} \cdot \sqrt{\frac{c_3}{c_2 + c_3}} = n_{opt} \cdot \frac{c_3}{c_2 + c_3}.$$

- Величина
$$\rho = \frac{c_3}{c_2 + c_3},$$
где $0 \le \rho \le 1$, называется плотностью убытков из-за неудовлетворенного спроса и играет важную роль в управлении запасами.

- Величина
$$\rho = \frac{c_3}{c_2 + c_3},$$
где $0 \leq \rho \leq 1$, называется плотностью убытков из-за неудовлетворенного спроса и играет важную роль в управлении запасами.
- Если значение $c_3$ мало по сравнению с $c_2$, то величина $\rho$ близка к нулю, а когда $c_3$ значительно превосходит $c_2$, то $\rho$ близка к 1.

- Величина
$$\rho = \frac{c_3}{c_2 + c_3},$$
где $0 \le \rho \le 1$, называется плотностью убытков из-за неудовлетворенного спроса и играет важную роль в управлении запасами.
- Если значение $c_3$ мало по сравнению с $c_2$, то величина $\rho$ близка к нулю, а когда $c_3$ значительно превосходит $c_2$, то $\rho$ близка к 1.
- Недопустимость дефицита равносильна предположению, что $c_3 = \infty$ или $\rho = 1$.

- Величина
$$\rho = \frac{c_3}{c_2 + c_3},$$
где $0 \le \rho \le 1$, называется плотностью убытков из-за неудовлетворенного спроса и играет важную роль в управлении запасами.
- Если значение $c_3$ мало по сравнению с $c_2$, то величина $\rho$ близка к нулю, а когда $c_3$ значительно превосходит $c_2$, то $\rho$ близка к 1.
- Недопустимость дефицита равносильна предположению, что $c_3 = \infty$ или $\rho = 1$.
- Используя формулу для $\rho$ можно записать:
$$n_{opt} = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2 \rho}},$$
$$s_{opt} = n_{opt} \cdot \rho.$$

- Величина
$$\rho = \frac{c_3}{c_2 + c_3},$$
где $0 \leq \rho \leq 1$, называется плотностью убытков из-за неудовлетворенного спроса и играет важную роль в управлении запасами.
- Если значение $c_3$ мало по сравнению с $c_2$, то величина $\rho$ близка к нулю, а когда $c_3$ значительно превосходит $c_2$, то $\rho$ близка к 1.
- Недопустимость дефицита равносильна предположению, что $c_3 = \infty$ или $\rho = 1$.
- Используя формулу для $\rho$ можно записать:
$$n_{opt} = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2 \rho}},$$
$$s_{opt} = n_{opt} \cdot \rho.$$
- Следует учесть, что $\frac{T_1}{T} = \frac{s_{opt}}{n_{opt}} = \rho$ и $\frac{T_2}{T} = \frac{n_{opt} - s_{opt}}{n_{opt}} = 1 - \rho$.

- Утверждение о том, что плотность убытков из-за неудовлетворенного спроса равна $\rho$, означает, что в течение $(1-\rho)\cdot 100\%$ времени полного периода $T$ запас продукта будет отсутствовать.

- Утверждение о том, что плотность убытков из-за неудовлетворенного спроса равна $\rho$, означает, что в течение $(1-\rho)\cdot 100\%$ времени полного периода $T$ запас продукта будет отсутствовать.
- Оптимальные объемы партий для задач с дефицитом и без него при одинаковых параметрах связаны соотношением
$$n_{optdef} = \frac{n_{opt}}{\sqrt{\rho}}$$

- Утверждение о том, что плотность убытков из-за неудовлетворенного спроса равна $\rho$, означает, что в течение $(1-\rho)\cdot 100\%$ времени полного периода $T$ запас продукта будет отсутствовать.
- Оптимальные объемы партий для задач с дефицитом и без него при одинаковых параметрах связаны соотношением
$$n_{optdef} = \frac{n_{opt}}{\sqrt{\rho}}$$
- Таким образом, оптимальный объем партии в задаче с дефицитом всегда больше в $\dfrac{1}{\sqrt{\rho}}$ раз, чем в задаче без дефицита.

# Стохастические модели управления запасами

# Стохастические модели управления запасами

- Стохастические модели управления запасами — модели, у которых спрос является случайным. Рассмотрим наиболее простые из них.

# Стохастические модели управления запасами

- Стохастические модели управления запасами — модели, у которых спрос является случайным. Рассмотрим наиболее простые из них.
- Предположим, что спрос $r$ за интервал времени $T$ является случайным и задан его закон (ряд) распределения $p(r)$ или плотность вероятностей $\phi(r)$.

# Стохастические модели управления запасами

- Стохастические модели управления запасами — модели, у которых спрос является случайным. Рассмотрим наиболее простые из них.
- Предположим, что спрос $r$ за интервал времени $T$ является случайным и задан его закон (ряд) распределения $p(r)$ или плотность вероятностей $\phi(r)$.
- Если спрос $r$ ниже уровня запаса $s$, то приобретение (хранение) излишка продукта требует дополнительных затрат $c_2$ на единицу продукта;

# Стохастические модели управления запасами

- Стохастические модели управления запасами — модели, у которых спрос является случайным. Рассмотрим наиболее простые из них.
- Предположим, что спрос $r$ за интервал времени $T$ является случайным и задан его закон (ряд) распределения $p(r)$ или плотность вероятностей $\phi(r)$.
- Если спрос $r$ ниже уровня запаса $s$, то приобретение (хранение) излишка продукта требует дополнительных затрат $c_2$ на единицу продукта;
- наоборот, если спрос $r$ выше уровня запаса $s$, то это приводит к штрафу за дефицит $c_3$ на единицу продукции.

# Стохастические модели управления запасами

- В качестве функции суммарных затрат, являющейся в стохастических моделях случайной величиной, рассматривают ее среднее значение или математическое ожидание, которое для рассматриваемой модели при дискретном случайном спросе $r$, имеющем закон распределения $(r)$, имеет вид:

$$C(s) = c_2 \cdot \sum_{r=0}^{s} (s-r)p(r) + c_3 \cdot \sum_{r=s+1}^{\infty} (r-s)p(r),$$

# Стохастические модели управления запасами

- В качестве функции суммарных затрат, являющейся в стохастических моделях случайной величиной, рассматривают ее среднее значение или математическое ожидание, которое для рассматриваемой модели при дискретном случайном спросе $r$, имеющем закон распределения $(r)$, имеет вид:

$$C(s) = c_2 \cdot \sum_{r=0}^{s} (s-r)p(r) + c_3 \cdot \sum_{r=s+1}^{\infty} (r-s)p(r),$$

- где первое слагаемое учитывает затраты на приобретение (хранение) излишка $s - r$ единиц продукта (при $r \leq s$),

# Стохастические модели управления запасами

- В качестве функции суммарных затрат, являющейся в стохастических моделях случайной величиной, рассматривают ее среднее значение или математическое ожидание, которое для рассматриваемой модели при дискретном случайном спросе $r$, имеющем закон распределения $(r)$, имеет вид:

$$C(s) = c_2 \cdot \sum_{r=0}^{s} (s-r)p(r) + c_3 \cdot \sum_{r=s+1}^{\infty} (r-s)p(r),$$

- где первое слагаемое учитывает затраты на приобретение (хранение) излишка $s-r$ единиц продукта (при $r \leq s$),
- а второе слагаемое — штраф за дефицит на $r-s$ единиц продукта (при $r > s$).

# Стохастические модели управления запасами

- В случае непрерывного случайного спроса, задаваемого плотностью вероятности $\phi(r)$, выражение $C(s)$ принимает вид:

$$C(s) = c_2 \cdot \int_0^s (s-r)\phi(r)dr + c_3 \cdot \int_s^\infty (r-s)\phi(r)dr.$$

# Стохастические модели управления запасами

- В случае непрерывного случайного спроса, задаваемого плотностью вероятности $\phi(r)$, выражение $C(s)$ принимает вид:

$$C(s) = c_2 \cdot \int_0^s (s-r)\phi(r)dr + c_3 \cdot \int_s^\infty (r-s)\phi(r)dr.$$

- Задача управления запасами состоит в отыскании такого запаса $s$, при котором математическое ожидание суммарных затрат в форме суммы или интеграла принимает минимальное значение.

- Доказано, что при дискретном случайном спросе $r$ выражение $C(s)$ минимально при запасе $S_0$, удовлетворяющем неравенствам $F(s_0) \leq \rho < F(s_0 + 1)$,

- Доказано, что при дискретном случайном спросе $r$ выражение $C(s)$ минимально при запасе $S_0$, удовлетворяющем неравенствам $F(s_0) \leq \rho < F(s_0 + 1)$,
- а при непрерывном случайном спросе $r$ выражение минимально при значении $S_0$, определяемом из уравнения $F(s_0) = \rho$,

- Доказано, что при дискретном случайном спросе $r$ выражение $C(s)$ минимально при запасе $S_0$, удовлетворяющем неравенствам $F(s_0) \leq \rho < F(s_0 + 1)$,
- а при непрерывном случайном спросе $r$ выражение минимально при значении $S_0$, определяемом из уравнения $F(s_0) = \rho$,
- где $F(s) = (r \leq s)$ есть функция распределения спроса $r$, $F(s_0)$ и $F(s_0 + 1)$ — ее значения;

- Доказано, что при дискретном случайном спросе $r$ выражение $C(s)$ минимально при запасе $S_0$, удовлетворяющем неравенствам
$F(s_0) \leq \rho < F(s_0 + 1)$,
- а при непрерывном случайном спросе $r$ выражение минимально при значении $S_0$, определяемом из уравнения
$F(s_0) = \rho$,
- где $F(s) = (r \leq s)$ есть функция распределения спроса $r$, $F(s_0)$ и $F(s_0 + 1)$ — ее значения;
- $\rho$ — плотность убытков из-за неудовлетворенного спроса, определяемая по $\rho = \dfrac{c_3}{c_2 + c_3}$.