Facultad de Ingeniería
Ingeniería en Informática
Cátedra de Física General -2020

Trabajo y Energía

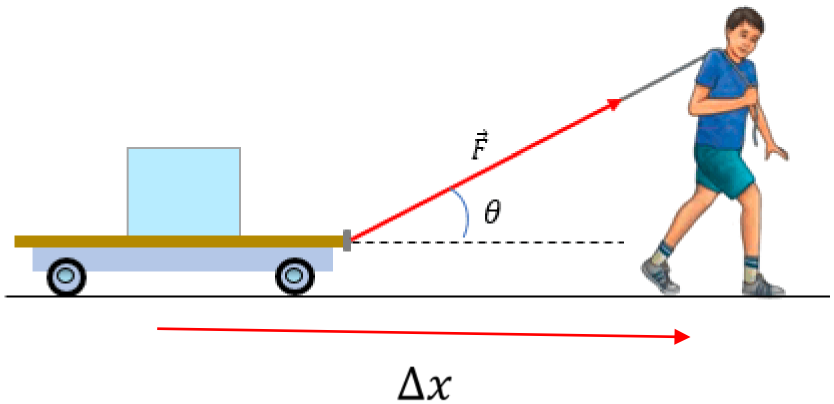
Puente Eshima Ohashi, Japón

Prof. Dra. Ruth Leiton – Prof. Marcela Calderón

El concepto de trabajo está íntimamente relacionado con las transformaciones que sufren los cuerpos cuando se les aplican fuerzas externas. Una de las transformaciones más evidente corresponde a las transformaciones mecánicas (las transformaciones en el estado de movimiento de un cuerpo).

Noción conceptual:

Una fuerza realiza trabajo sobre un cuerpo cuando éste se desplaza por acción de la fuerza aplicada.
El trabajo de una fuerza representa la mayor o menor capacidad que tiene F para provocar un desplazamiento en el cuerpo sobre el cual actúa.
Si un cuerpo experimenta un desplazamiento por acción de una fuerza externa, se dice que F ha realizado trabajo sobre el cuerpo.

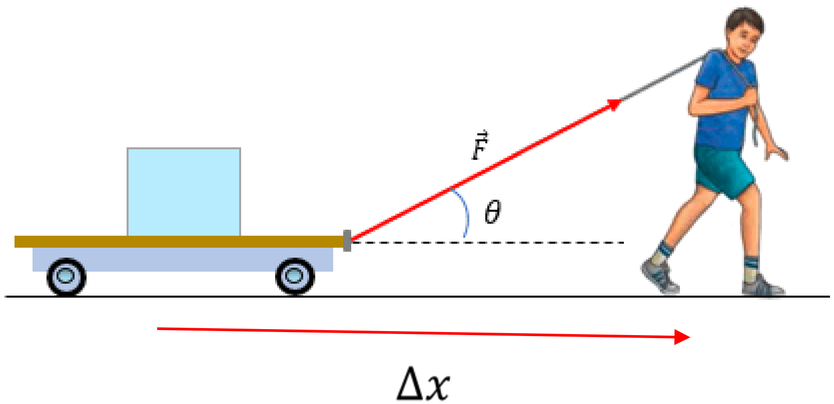


La figura muestra a un niño tirando de una cuerda, con una fuerza F, inclinada respecto de la horizontal un ángulo θ.

$\overrightarrow{\Delta x}$ representa el desplazamiento que experimenta el carrito por acción de $\vec{F}$

$\vec{F}$ ha realizado trabajo sobre el carrito.

Definición: Se define el trabajo (W) que realiza una fuerza $\vec{F}$ como el producto escalar entre la fuerza aplicada y el desplazamiento logrado.



En el ejemplo:

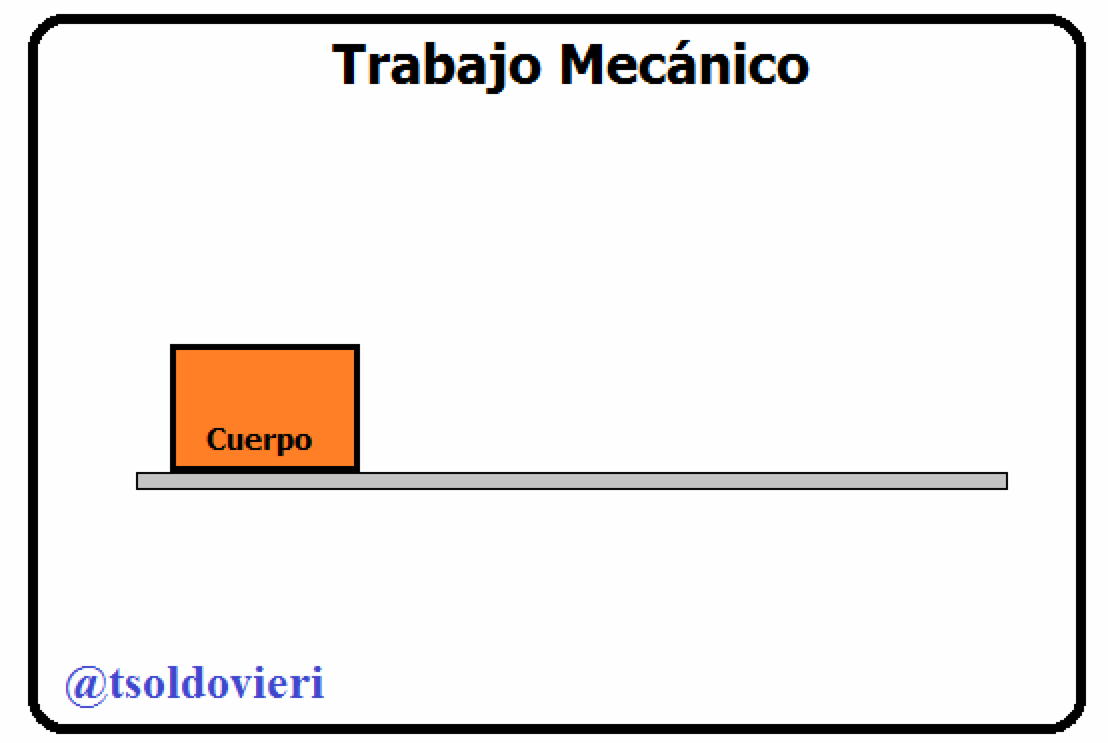
$$W = \overrightarrow{F} \times \overrightarrow{\Delta x}$$

El trabajo es una magnitud escalar y su unidad en el S.I. es N x m = Joule (J)

Desarrollando el producto escalar se tiene: $W = F\ \Delta x \cos\theta$

Si se analiza en detalle la ecuación obtenida, F cos θ es la componente de $\overrightarrow{F}$ en la dirección del desplazamiento. Es decir, de las dos componentes que tiene $\vec{F}$, es la componente horizontal la que contribuye a provocar el desplazamiento $\overrightarrow{\Delta x}$.

En términos generales, para que una fuerza realice trabajo sobre un cuerpo, debe tener una componente en la dirección del desplazamiento que se desea lograr.
En el ejemplo, debe existir el cos θ.

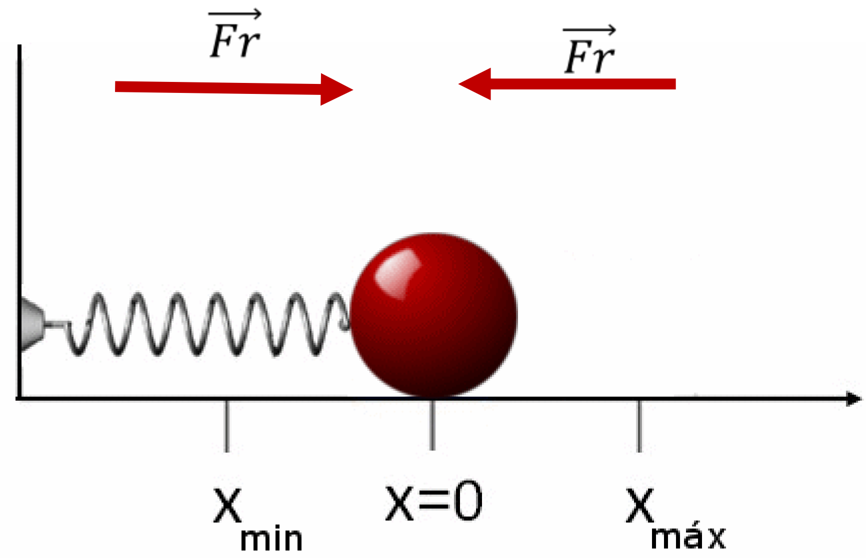


En términos generales, para que una fuerza realice trabajo sobre un cuerpo, debe tener una componente en la dirección del desplazamiento que se desea lograr.

La fuerza $\overrightarrow{F}$ a su vez puede ser constante o variable con la posición que el cuerpo sobre el cual actúa, va ocupando.

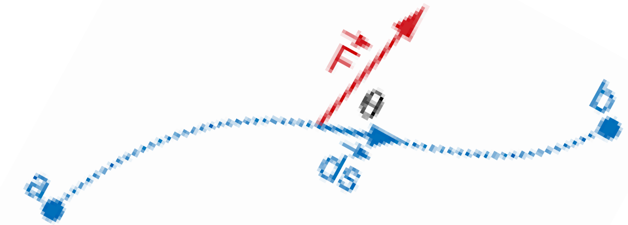
El caso más general es que $\vec{F}$ sea variable.

Si se aparta a un resorte de su posición de equilibrio hasta la posición Xmax, éste oscilará por acción de una fuerza llamada fuerza recuperadora, que intenta que el resorte ocupe la posición de equilibrio perdida, x=0.
Cada vez que el resorte se aleja de x =0, en ambos sentidos, la fuerza recuperadora actúa hacia el centro, teniendo su máximo valor en Xmax y en Xmin y valiendo cero cuando el resorte está en x=0.

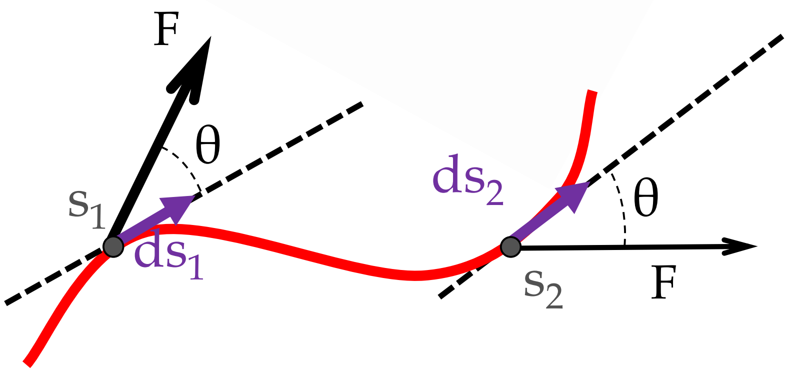


La fuerza recuperadora es una fuerza variable con la posición.

Cálculo del trabajo de una fuerza variable



$$W = \vec{F} \times \vec{ds}$$



Sea una fuerza $\vec{F}$ variable, que actúa sobre un cuerpo que pasa de la posición 1 a la 2,

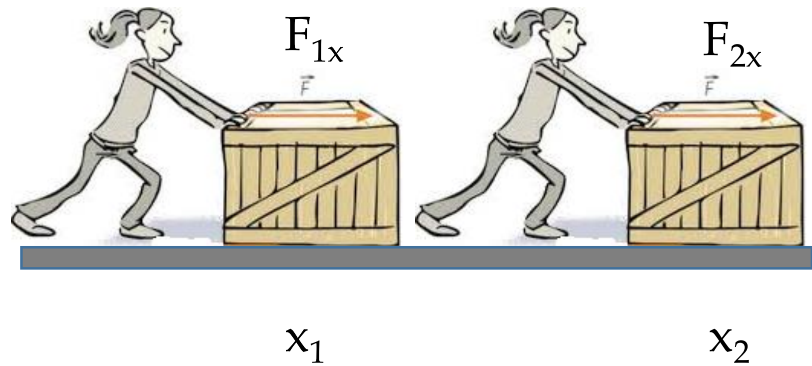
El Trabajo de la fuerza F desde s_1 a s_2 es la suma de los dW *a lo largo de la trayectoria* entre s_1 y s_2

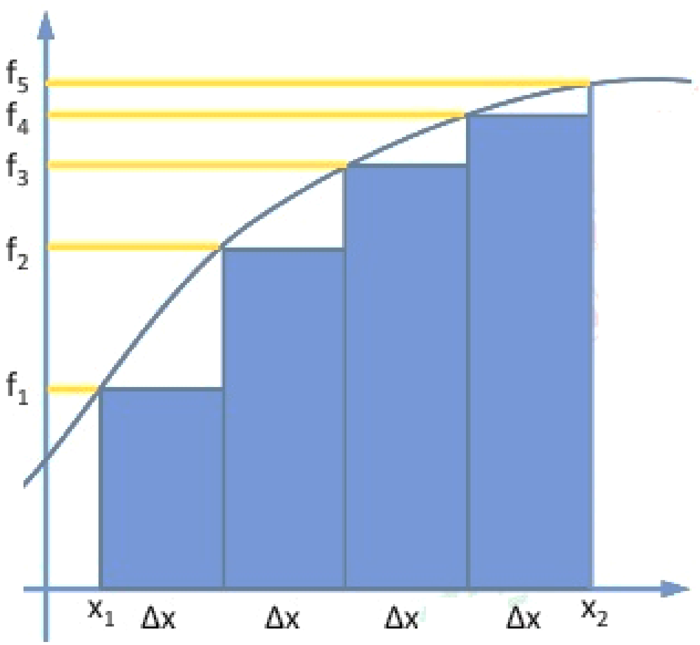
$$W = \int dW = \int^{s_2} \vec{F}.\vec{ds} = \int^{s_2} F.ds \ \cos\theta$$

Casos particulares

Trabajo de una fuerza variable que actúa en una sola dirección

Supongamos una fuerza que actúa en la dirección del eje de abcisas x. Al ser F una fuerza variable con la posición, el trabajo total que ella realiza desde x_1 a x_2, puede calcularse sumando los trabajos parciales si se divide el intervalo $x_2 - x_1$ en pequeños Δx y se calcula el trabajo en cada uno de ellos.





$$W_{1\to 2} = (f_1)(\Delta x) + (f_2)(\Delta x) + (f_3)(\Delta x) + (f_4)(\Delta x)$$

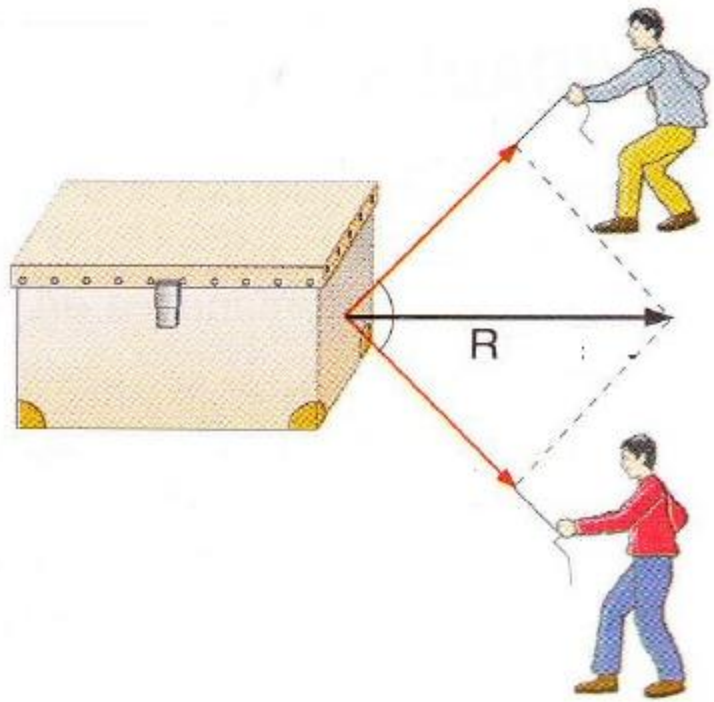
$$\boxed{W_{1\to 2} = \sum_{i=1}^{n} f_i . \Delta x}$$

Cuando n ⇨∞ , ∑ se convertirá en una integral y el trabajo será:

$$W = \int_{x1}^{x2} F\, dx$$

Casos particulares

Trabajo producido por un sistema de n fuerzas aplicadas a un cuerpo



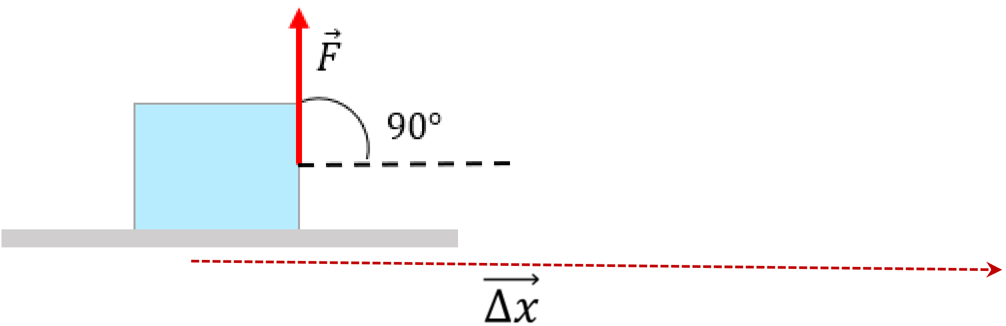
Si varias fuerzas actúan sobre un cuerpo, el trabajo total que realiza el sistema puede calcularse como la suma de los trabajos parciales que cada fuerza ocasiona, o calcular la resultante del sistema y el trabajo que ésta realiza.

$$W_R = W_{F_1} + W_{F_2} + \ldots.$$

En general $W_R = \sum W_{F_i}$

Casos particulares

Trabajo de una fuerza constante cuya dirección forma un ángulo θ = 90° con el desplazamiento



Si la fuerza aplicada forma un ángulo de 90° con el desplazamiento, tenemos que

$$\boxed{W = \int_{s_1}^{s_2} F.ds.\cos\theta = F.\cos 90^{o} \int_{s_1}^{s_2} ds = F.0.\int_{s_1}^{s_2} ds = 0}$$

Trabajo nulo

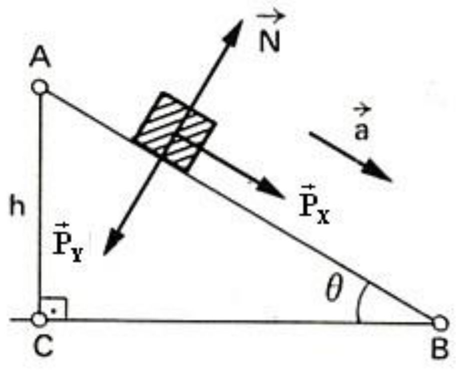
El peso de un bloque que se desplaza sobre una superficie horizontal

NO REALIZA TRABAJO

@tsoldovieri

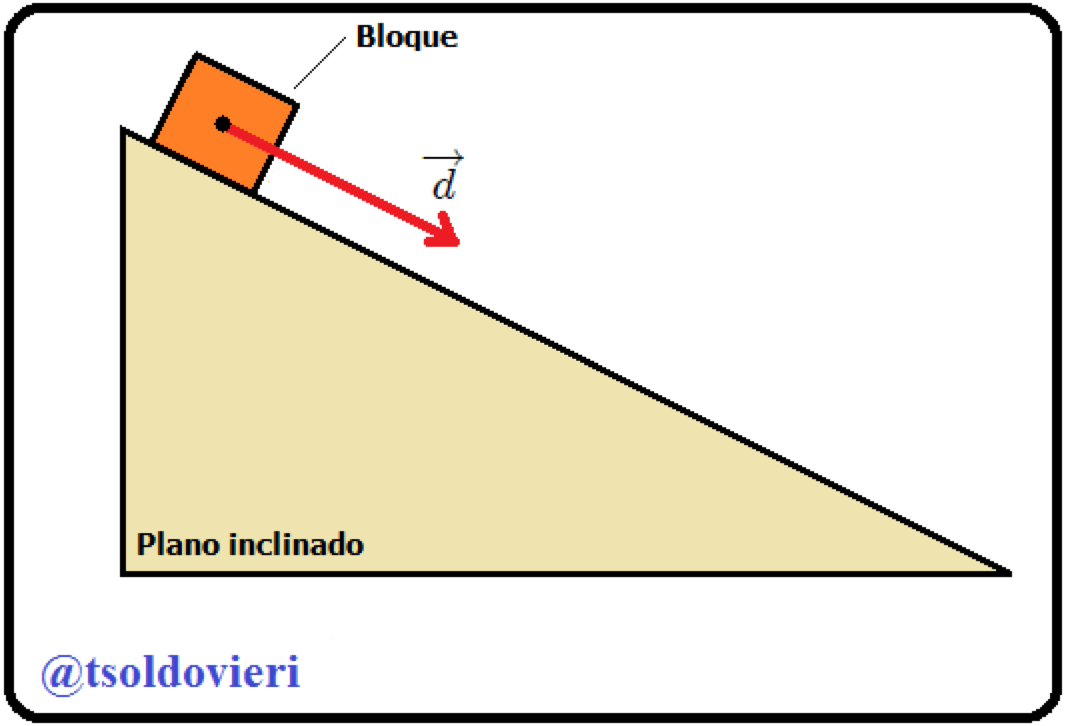
Casos particulares

Trabajo de la fuerza peso sobre un cuerpo apoyado en un plano inclinado liso.

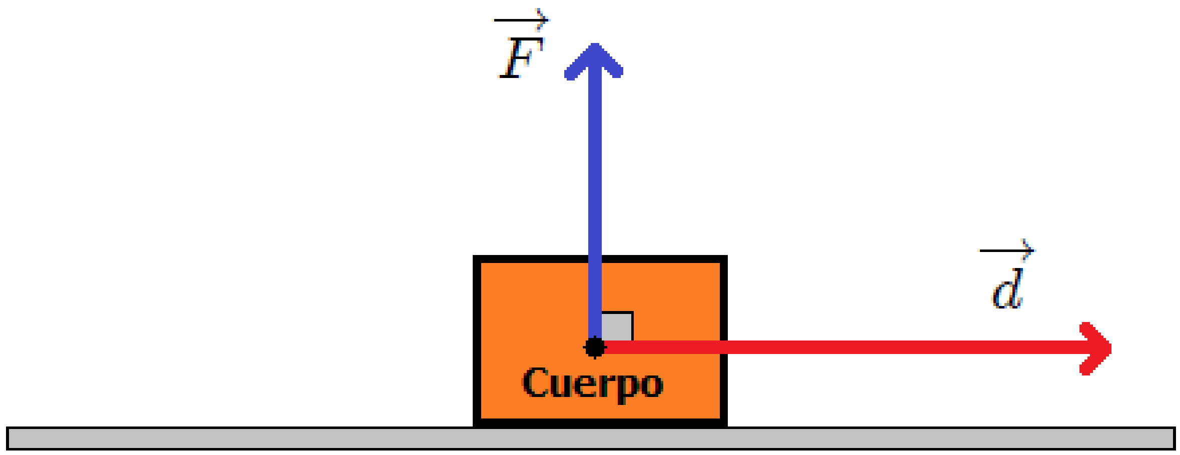


Si un cuerpo se encuentra apoyado sobre un plano inclinado sin rozamiento, es la componente del peso sobre el plano la que lo deslizará hacia abajo.

$$W = P \text{ sen } \theta \; \vec{d}$$



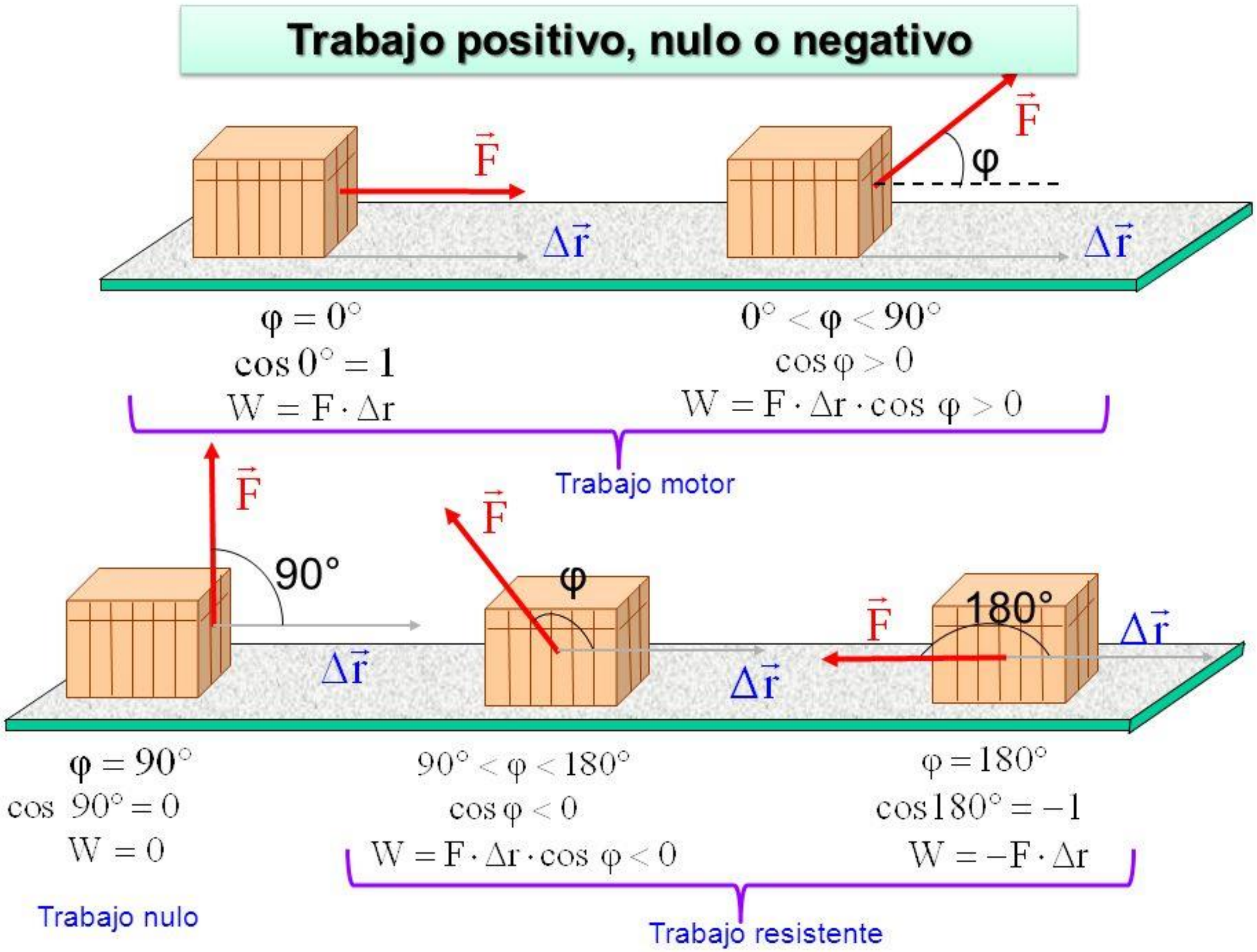
Casos particulares



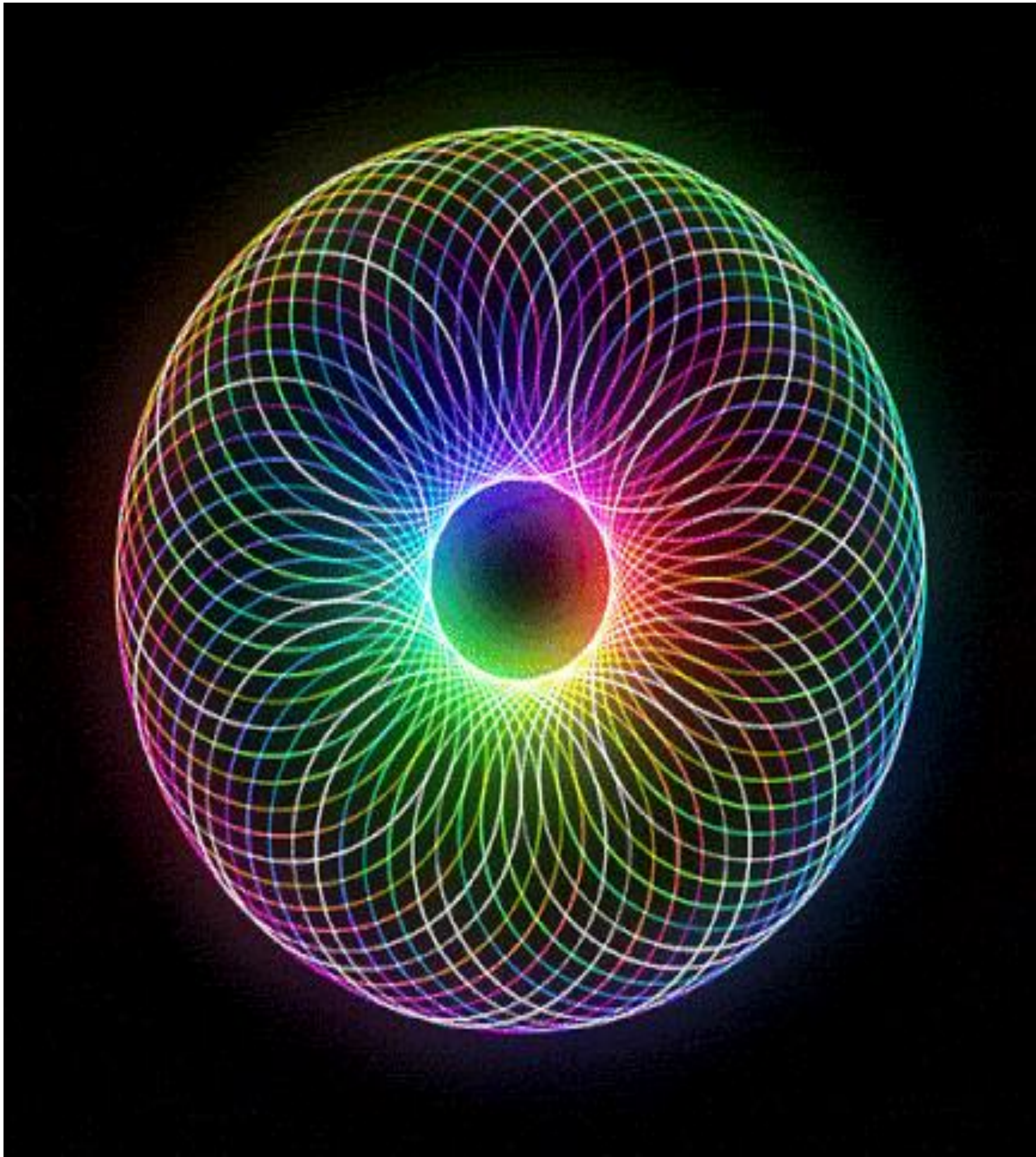
La fuerza es perpendicular al desplazamiento

EL TRABAJO ES IGUAL A CERO $W = 0$

Casos particulares



Energía



¿Qué es la energía?

Concepto:

La energía se asocia a todo proceso de cambio.

Se transforma y se transmite.
Depende del sistema de referencia y fijado éste, se conserva.
Todo cuerpo es capaz de poseer energía, gracias a su movimiento, a su composición química, a su posición, a su temperatura, a su masa y a otras propiedades.
En las diversas disciplinas de la ciencia se dan varias definiciones de energía, todas coherentes y complementarias entre sí y todas ellas siempre relacionadas con el concepto de trabajo.

Existen dos tipos de energía: **Cinética**, asociada al movimiento de los cuerpos y **Potencial**, asociada a la posición.

Energía Cinética

Es un concepto fundamental de la física que aparece tanto en mecánica clásica o newtoniana, como en mecánica relativista y mecánica cuántica.

La energía cinética es una magnitud escalar asociada al movimiento de cada una de las partículas de un sistema.

Su expresión varía ligeramente de una teoría física a otra. Esta energía se suele designar como K, T o E_c.

La energía cinética de un cuerpo rígido que se desplaza a una velocidad v viene dada por la expresión:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

La energía cinética es la que posee un cuerpo por el solo hecho de moverse.

Trabajo y Energía Cinética

Un objeto de masa m que se mueve a la derecha bajo la acción de una fuerza neta constante también dirigida a la derecha. Como la fuerza es constante, por la segunda ley de Newton, el cuerpo sobre el cual actúa, se moverá con aceleración constante "a". Si el cuerpo se desplaza una distancia Δx, el trabajo realizado es:

$$\boxed{W = F_{net} \cdot \Delta x = (m.a).\Delta x}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2.a.\Delta x \Rightarrow a.\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad W = m.\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2}\right) \Rightarrow W = \frac{1}{2}m.v^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$W_{neto} = \Delta E_{cinética}$$

Cuando una fuerza neta realiza trabajo sobre un cuerpo y el único cambio que ocasiona es en su rapidez, el trabajo realizado es igual al cambio en la energía cinética del objeto.

Trabajo: energía transferida por la acción de una fuerza, durante un desplazamiento del cuerpo.

Trabajo y Energía Cinética

El Teorema del Trabajo y la energía Cinética indica que la rapidez del objeto aumenta si el trabajo neto realizado sobre él es positivo, ya la energía cinética final es mayor que la energía cinética inicial.

La rapidez decrece si el trabajo neto es negativo, ya la energía cinética final es menor que la energía cinética inicial.

Por comodidad, la ecuación se dedujo bajo la suposición de que la fuerza neta que actúa sobre el objeto es constante. Una derivación más general demuestra que esta ecuación es válida bajo todas las circunstancias, incluyendo la de una fuerza variable.

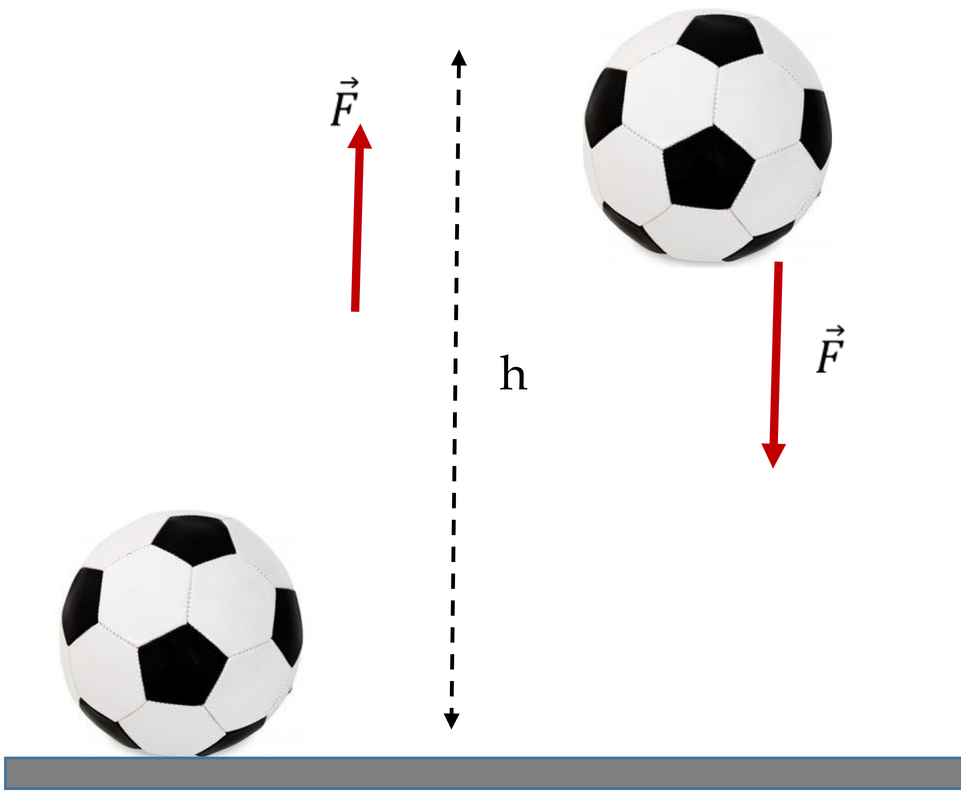
$$W_{neto} = \Delta E_{cinética}$$

Fuerzas Conservativas

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza sobre un cuerpo depende sólo de los puntos inicial y final y no del camino seguido para llegar de uno a otro.

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas a lo largo de un camino cerrado es cero

$$W_{Total} = 0$$



Para levantar la pelota de la figura una altura h, la fuerza peso P, realiza un trabajo igual a:

$$W = -F\ h \cos 0° = -P\ h$$

Para que la pelota vuelva al piso desde altura h, la fuerza peso P, realiza un trabajo igual a:

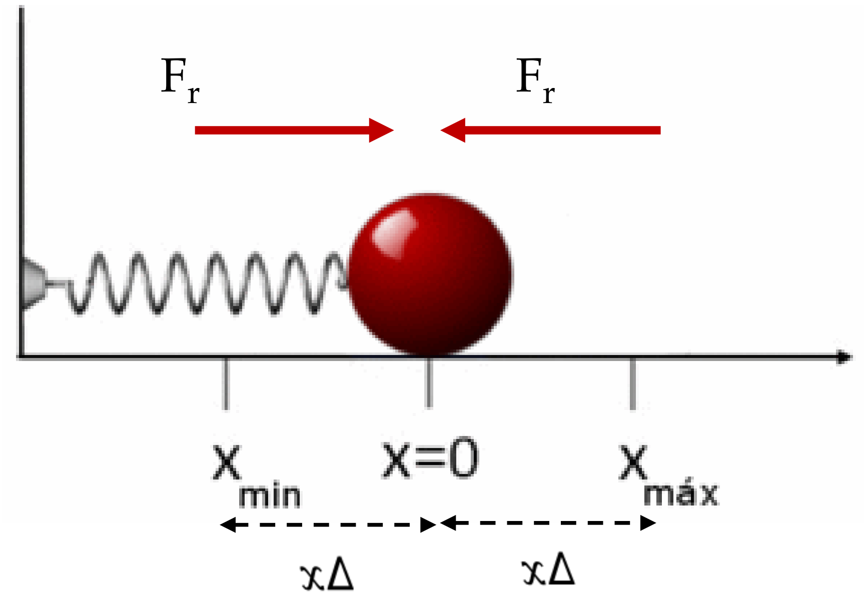
$$W = F\ h \cos 0° = P\ h$$

$$W_T = -P\ h + P\ h = 0$$

La fuerza peso es conservativa

En el caso del resorte que muestra la animación, es la fuerza recuperadora la que realiza trabajo para que se retome la posición de equilibrio x =0

La fuerza recuperadora depende de las características inerciales del resorte y se denomina fuerza elástica.



La compresión y el estiramiento de un resorte vienen dados por la Ley de Hooke:

$$F = -K\,\Delta x$$

Donde K es una constante elástica que mide la resistencia que el resorte ofrece a ser estirado o comprimido.

$$W = Fr\,\Delta x - Fr\,\Delta x = 0$$

La fuerza elástica es conservativa

El estado mecánico de la pelota que se eleva a una altura h no es el mismo que el que tenía a nivel del suelo, pues ha cambiado su posición.

En el resorte que es estirado o comprimido, las distancias relativas entre sus espiras se altera, así su configuración ha cambiado por efecto del estiramiento o compresión.

En uno y otro caso los cuerpos adquieren en el estado final una nueva condición que antes no poseían: si se les deja en libertad, la pelota caerá hacia el suelo y el resorte volverá a su posición de equilibrio.
En su nuevo estado ambos cuerpos (la pelota y el resorte) disponen de una capacidad para producir cambios en otros.

Han adquirido, durante el proceso correspondiente, una cierta cantidad de energía que puede ser liberada tan pronto como se den las condiciones adecuadas.

A esta energía se le denomina **Energía Potencial**.

La Energía Potencial U es, por tanto, la energía que posee un cuerpo o sistema de cuerpos en virtud de su posición o de su configuración (conjunto de posiciones) en relación con su entorno.

Energía potencial

Un cuerpo puede tener la capacidad para realizar trabajo como consecuencia de su posición en un campo gravitatorio (energía potencial gravitatoria), un campo eléctrico (energía potencial eléctrica) o un campo magnético (energía potencial magnética). También puede tener energía potencial elástica como resultado de un muelle estirado u otra deformación elástica como, por ejemplo, el arco para lanzar flechas

En términos generales:

$$Epe = \frac{1}{2} k \, \Delta l^{2}$$

Sólo las fuerzas conservativas dan lugar a la energía potencial.

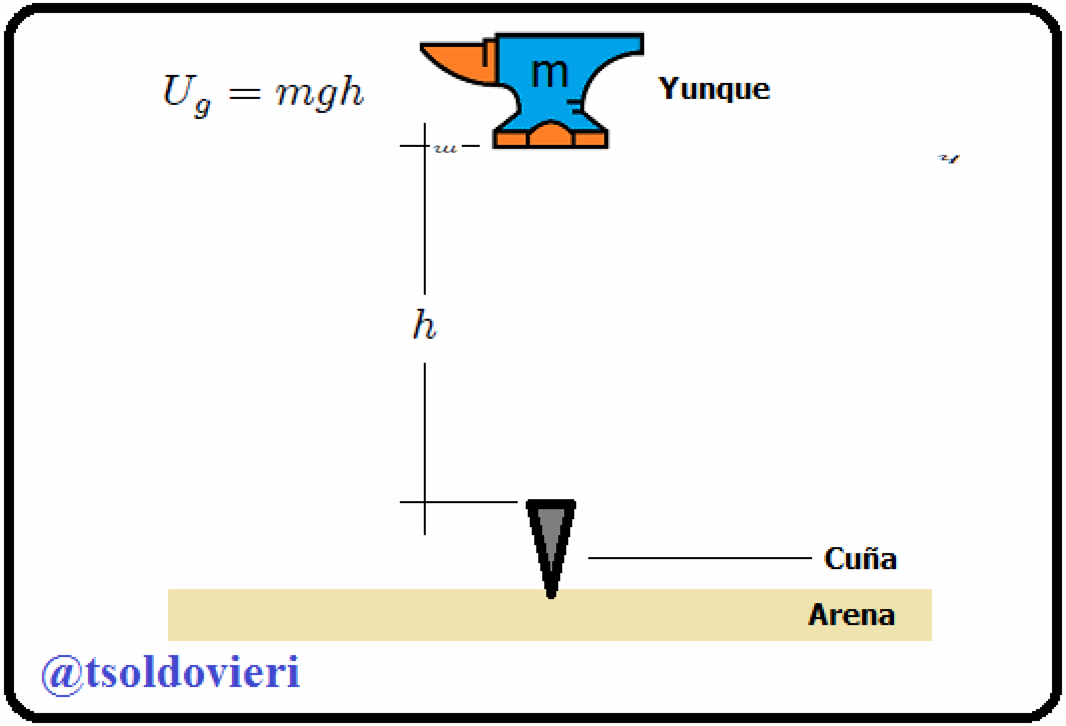
Se puede demostrar que el cálculo del trabajo realizado por fuerzas conservativas es:

$$WF_c = -\,\Delta U$$

Energía potencial

Una de las energías potenciales más comunes es la energía potencial gravitatoria

La Energía Potencial Gravitatoria es la energía que posee un cuerpo o conjunto de cuerpos debido a su posición en el campo gravitatorio.

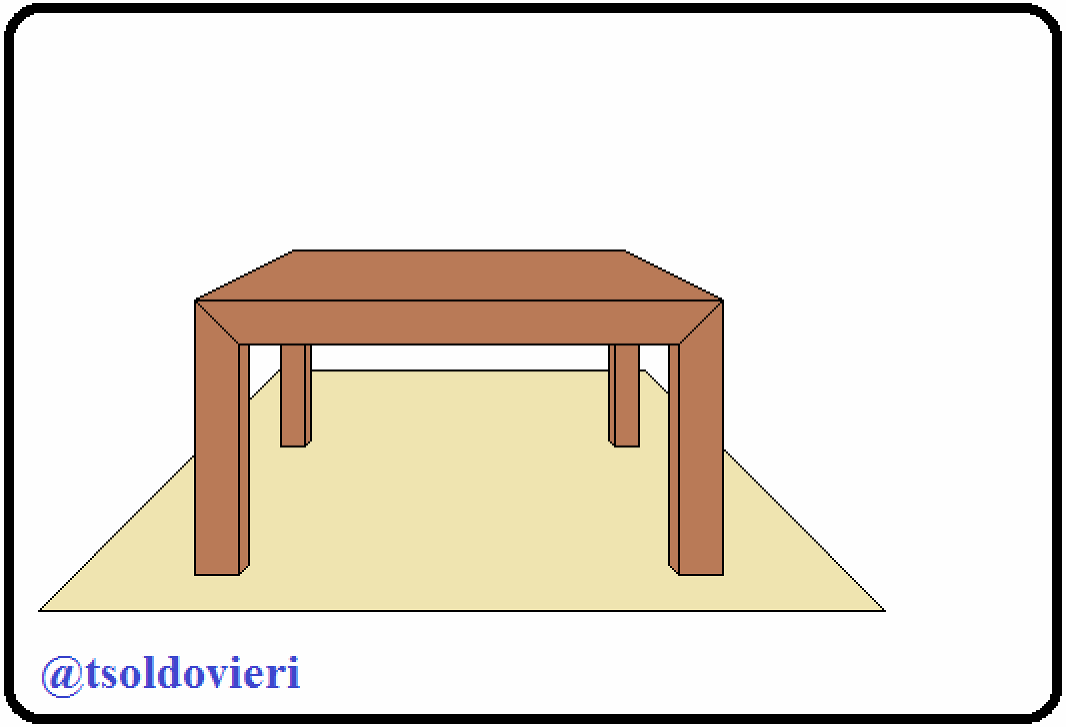


Un yunque de masa m, que se encuentra a una altura h con respecto a una cuña puesta sobre la superficie de la arena, tiene almacenada una energía potencial gravitatoria ya que al soltarlo cae sobre la cuña realizando trabajo sobre ella al introducirla en la arena

$$U_g = P\,h = m\,g\,h$$

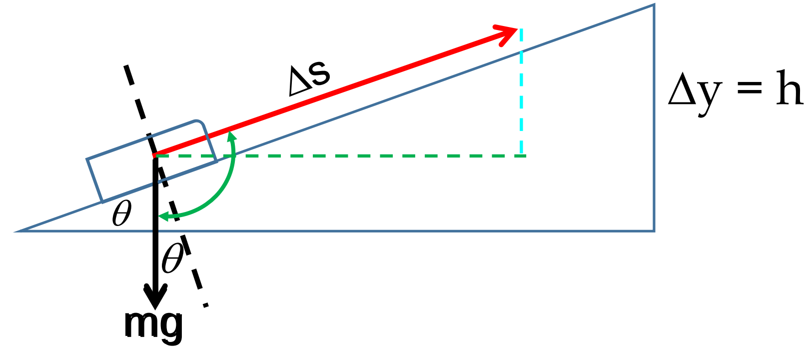
Energía potencial

Al igual que la Energía Cinética, la Energía Potencial Gravitatoria es relativa puesto que la posición es relativa.
De hecho, un mismo cuerpo puede tener Energía Potencial Gravitaoria nula y no nula, al mismo tiempo, para dos sistemas de referencia distintos.



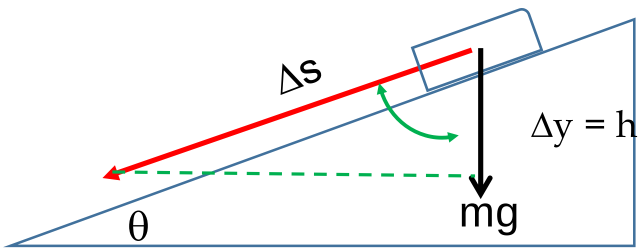
El trabajo de la fuerza peso

Se desea que un cuerpo de masa m, apoyado sobre plano inclinado un ángulo θ, recorra hacia arriba un desplazamiento Δs. El trabajo de la fuerza peso será:



$$W = m\,g\cos(90^o + \theta)\,\Delta s = m\,g\,(-\,\mathrm{sen}\,\theta)\,\Delta s = -\,m\,g\,\mathrm{sen}\,\theta\,\Delta s = -\,m\,g\,\Delta y$$

$$W = -\,m\,g\,h$$



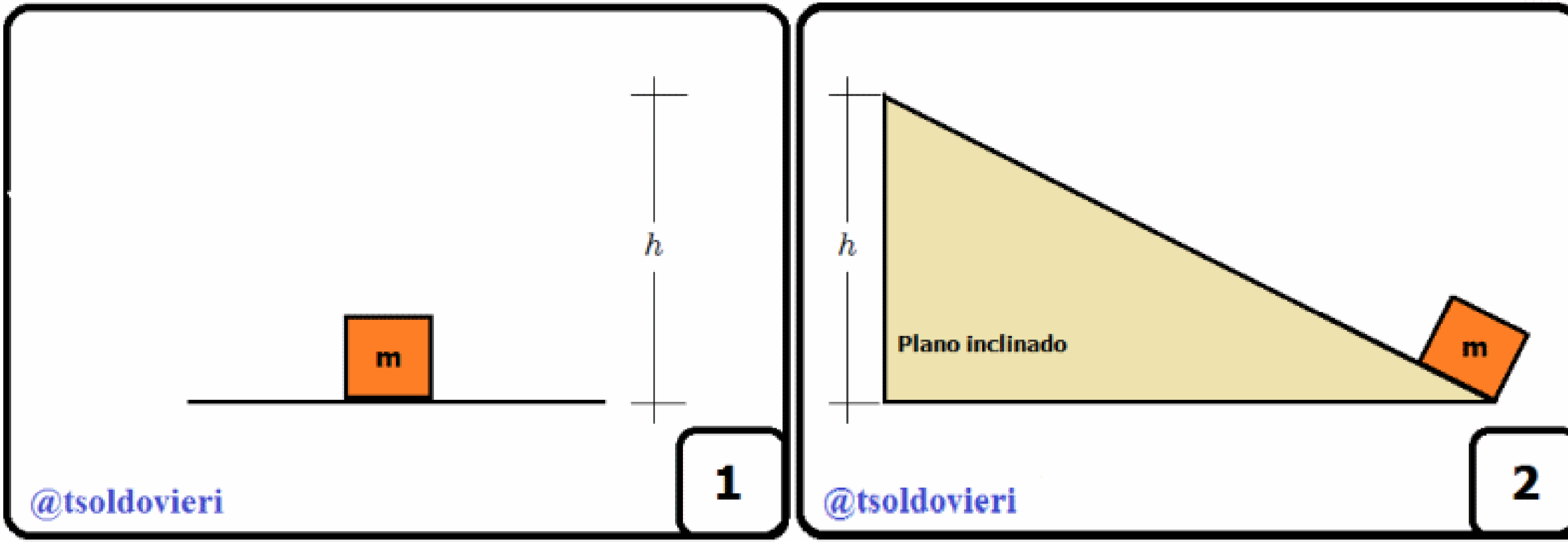
Si el mismo cuerpo se ubica en lo alto del mismo plano y se pretende ahora que Δs sea recorrida hacia abajo, el trabajo de la fuerza peso será:

$$W = m\,g\cos(90^o - \theta)\,\Delta s = m\,g\,\mathrm{sen}\,\theta\,\Delta s = m\,g\,\Delta y = m\,g\,h;\quad W = m\,g\,h$$

Si al mismo cuerpo se lo levantara verticalmente hacia arriba la misma altura h, el trabajo de la fuerza peso será: $W = m\,g\,h$

El trabajo realizado por la fuerza peso es independiente de la trayectoria, sólo depende de las diferencias de niveles inicial y final alcanzados por el cuerpo.”

El trabajo de la fuerza peso



El trabajo realizado por la fuerza peso es independiente de la trayectoria, sólo depende de las diferencias de niveles inicial y final alcanzados por el cuerpo.”

Niveles de referencia para la energía potencial gravitatoria

Al resolver problemas donde intervenga la energía potencial gravitatoria, se debe seleccionar un lugar en el cual se pueda hacer igual a cero la energía potencial gravitatoria.
La selección del nivel cero es por completo arbitraria, porque la cantidad importante es la variación de la energía potencial, y esta diferencia es independiente de la selección del nivel cero.

Si en el análisis de Energía Potencial Gravitatoria se involucran grandes distancias, ya no es posible suponer que el campo gravitatorio sea uniforme. Por la Ley de gravitación de Newton, la fuerza de atracción entre dos masas, tiene un valor de: $F = G\,\frac{m\,M}{r^2}$

Para grandes distancias, se coloca el punto cero de la Energía Potencial Gravitatoria en una distancia r = *infinito*. Esto hace que *todos* los valores de la energía potencial gravitacional sean negativos.

Cuando la distancia r se vuelve cada vez más grande, la fuerza gravitacional tiende rápidamente a cero. Cuando se está cerca de un planeta, realmente se está “atado” a él por la gravedad y se necesitas mucha energía para escapar. Estrictamente, se habrá escapado solamente cuando $r=\infty$

Niveles de referencia ara la energía potencial gravitatoria

Si definimos U(∞) = 0, entonces el trabajo hecho para mover una partícula desde el infinito a una distancia r de un objeto gravitante es :

$$W = -\int_{\infty}^{r} F\,dr$$

Evaluando la integral de línea sobre el eje x, se tiene que:

$$U = -\int_{\infty}^{r} G\frac{m\,M}{x^2}\,dx = -\,G\,\frac{m\,M}{x}\Big|_{\infty}^{r}$$

$$U = -G\,\frac{m\,M}{r}$$

Esta ecuación resulta muy conveniente para describir los requerimientos energéticos para viajar entre diferentes cuerpos del sistema solar.

Podemos imaginar que vamos a aterrizar en un planeta. Conforme nos acercamos a ese planeta, ganamos energía cinética. Como la energía se conserva, perdemos energía potencial gravitacional. En otras palabras, Ug se hace *más negativa*.

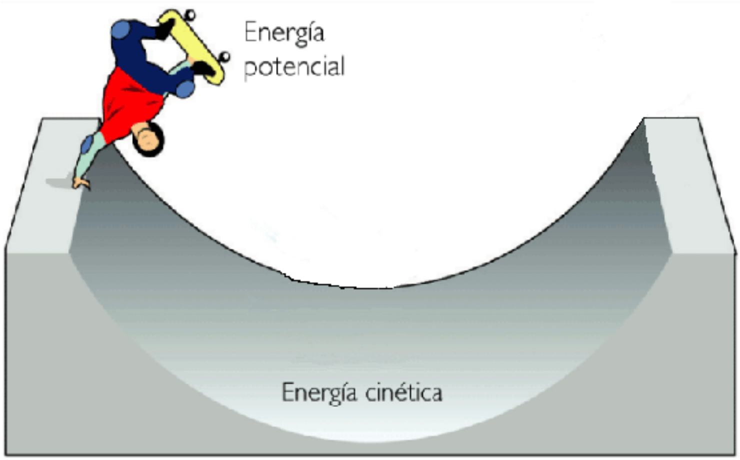
¿Qué conservan las fuerzas conservativas?

Definición: Se llama Energía Mecánica de un sistema a la suma de la Energía Cinética y las Energía Potenciales punto a punto.

$$E_M = E_c + E_p$$

Cuando un sistema está afectado solamente por fuerzas conservativas, la energía mecánica permanece constante.

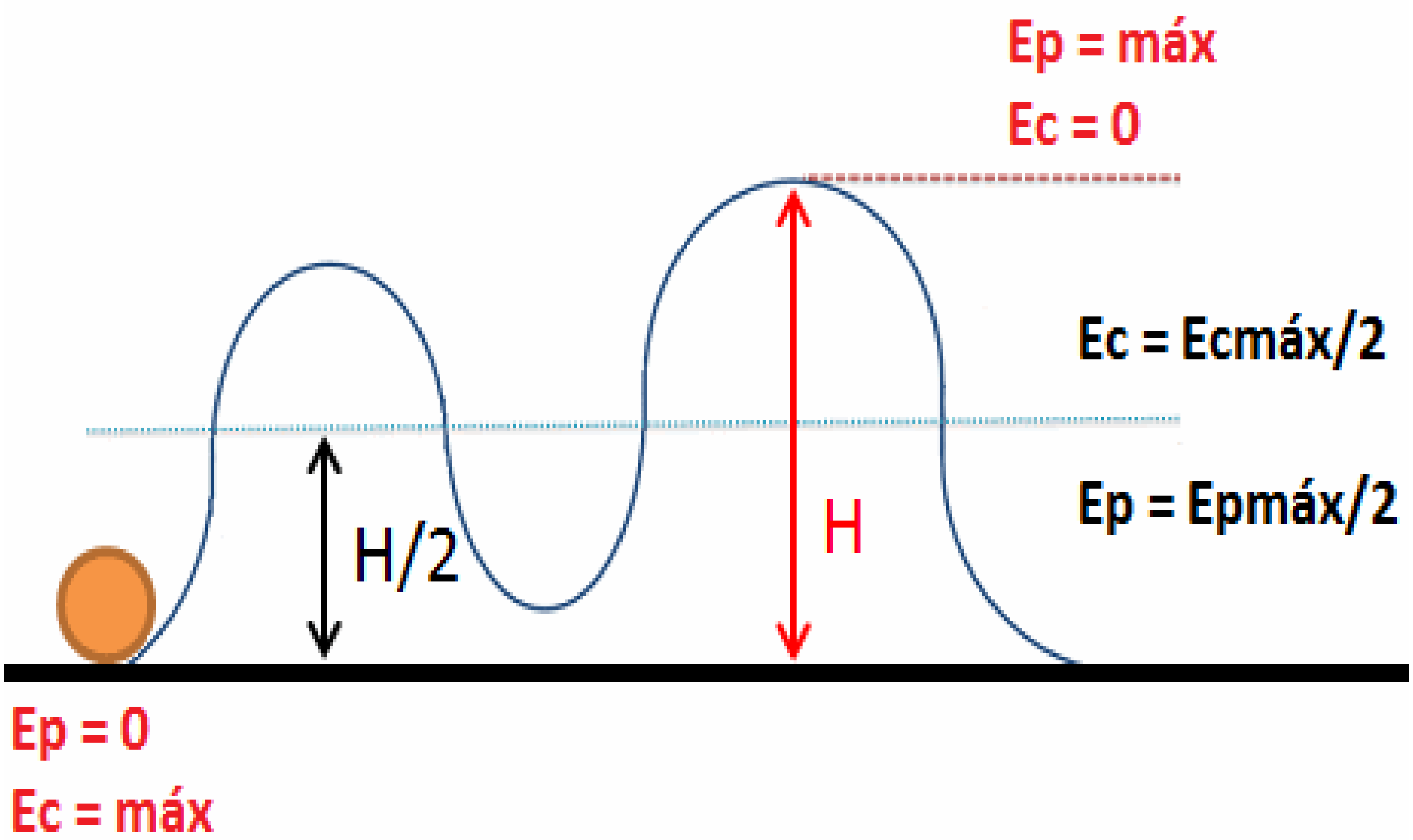
Es decir, a medida que el fenómeno transcurre, una se transforma en la otra.



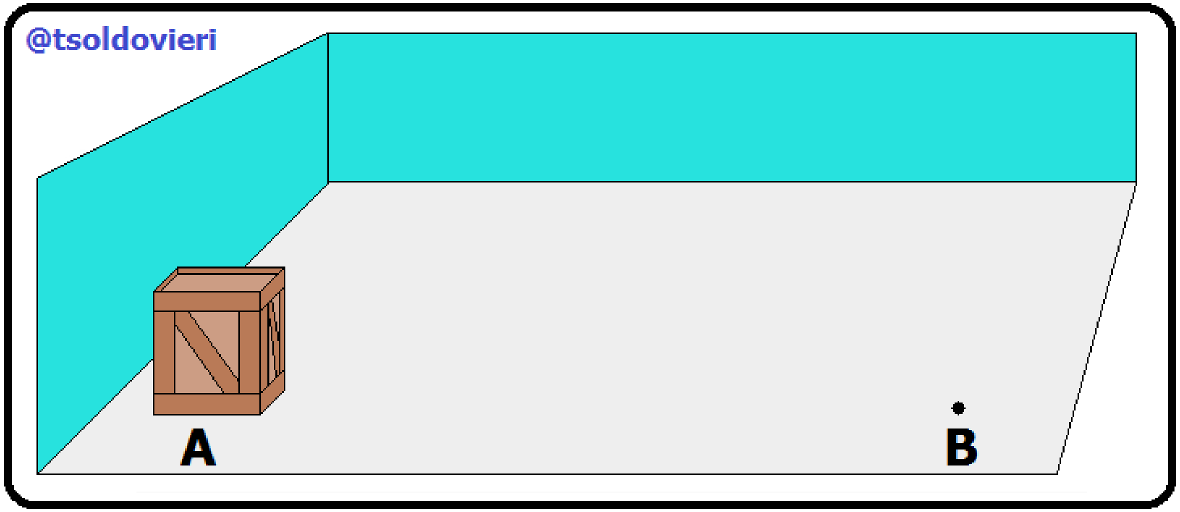
La Energía cinética se transforma en potencial; la Energía potencial se transforma en cinética, de modo que la suma de ambas es siempre la misma.

En el punto más alto, Ep=Máxima;
En el punto más bajo, Ec= máxima.
En todo momento: E_M = Ec + Ep = constante

Conservación de la Energía Mecánica



Fuerzas no conservativas o disipativas



Cuando se empuja una caja sobre el suelo desde A hasta B, a través de dos trayectorias, una recta y otra curva, la Fr entre el piso y la caja se opone siempre al movimiento. Para una Fr de valor contante, el trabajo que ésta ocasiona será:

$$W_{Fr} = -F\, d$$

Como d es mayor el trabajo sobre la curva será mayor.
El trabajo realizado no depende de puntos inicial y final del recorrido.
La fuerza de rozamiento es disipativa.
Disipa la energía asociada al fenómeno y no se conserva la Energía Mecánica.

$W = fr\ \Delta s \cos 180^o = -\ fr\ \Delta s\ \ = -\ \mu_k\ N\ \Delta s$

Al volver al punto de partida…   el trabajo será:

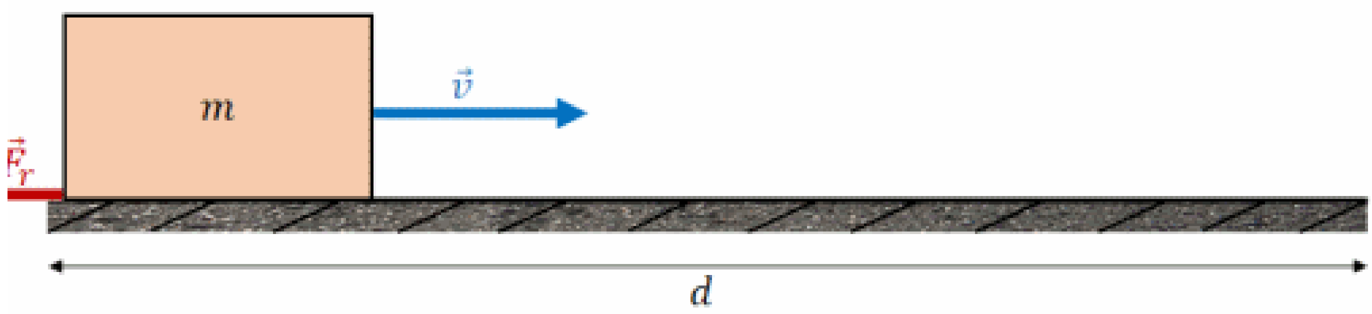
$W = fr\ \Delta s \cos 180^o = -\ fr\ \Delta s\ \ = -\ \mu_k\ N\ \Delta s$

Por lo que el trabajo realizado en la trayectoria cerrada (al ir y volver hasta el punto de partida) será $W = -\ 2\ \mu_k.\ N.\ \Delta s$

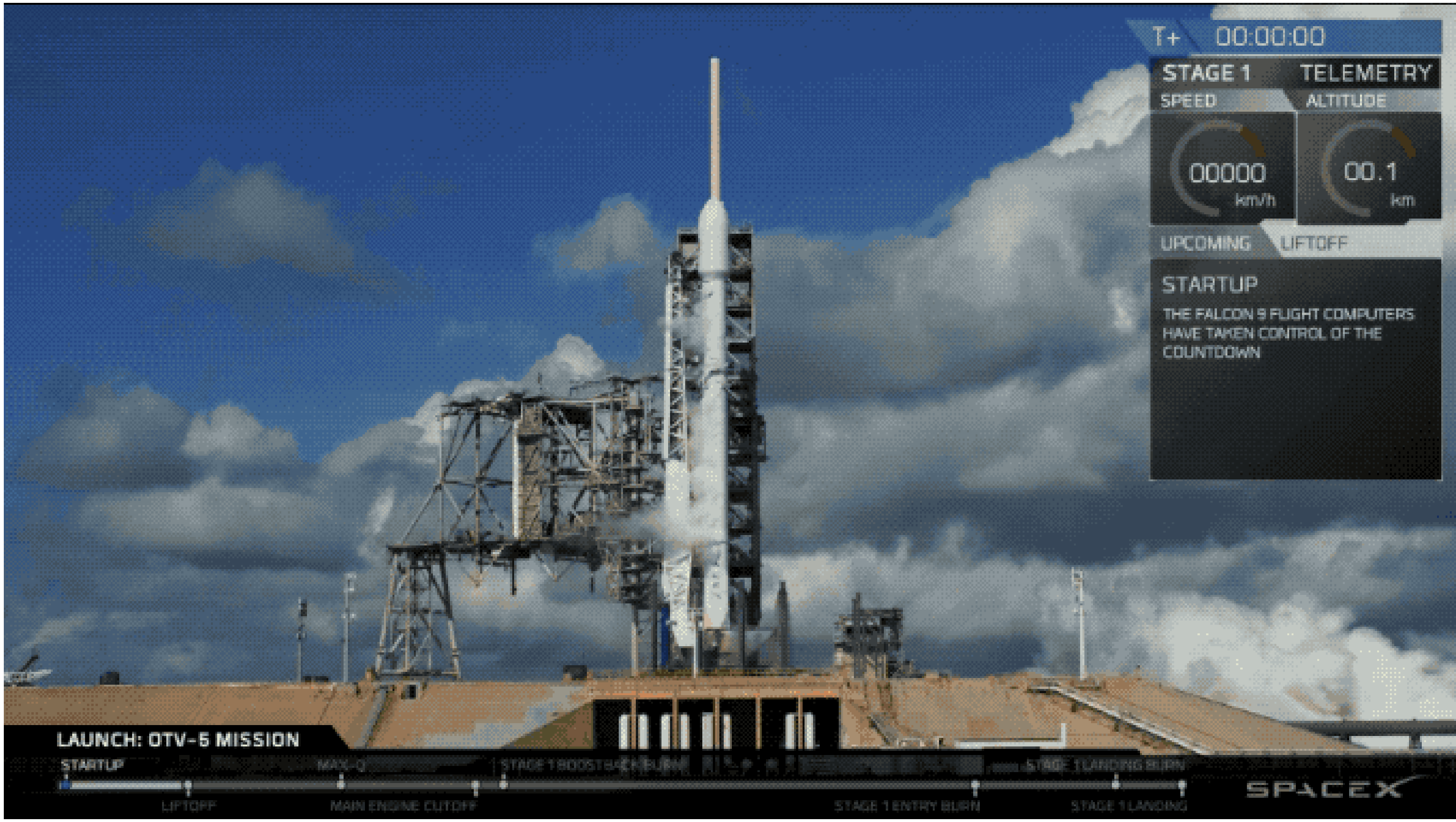
La trayectoria es cerrada y el trabajo no es cero

"El trabajo neto de las fuerzas exteriores no conservativas (W_{neto}) aplicadas sobre un sistema es igual a la variación de la energía mecánica que experimenta el sistema."

$$W_{F no\ conserva} = \Delta E mecánica$$



Potencia



Lanzamiento SpaceX

Cuando se estudia el movimiento desde el punto de vista energético, basado en el concepto de trabajo mecánico, no se tiene en cuenta el tiempo.
En este apartado se profundizará sobre el **concepto de potencia**, necesario, entre otras cosas, para el estudio de las máquinas, algunas de las cuales, como las grúas de carga o las tuneladoras, tienen por principal función el desarrollo del **máximo trabajo** en el **menor tiempo posible**.

Máximo trabajo en el menor tiempo posible

Las tuneladoras (imagen izda.) se usan para realizar tuneles en la roca y las grúas (imagen dcha.) se emplean para levantar grandes pesos. Ambas se caracterizan porque realizan su tarea en un tiempo muy inferior que el que se tardaría por otros métodos. Realizan un trabajo en un tiempo "reducido".

Potencia

Definición: Se llama Potencia Media la **rapidez** con la que se realiza un **trabajo**.

Su expresión viene dada por: $P = \frac{w}{\Delta t}$

Donde: *P*: Potencia desarrollada por la fuerza que realiza el trabajo.

- Su unidad en el Sistema Internacional es el watt $= \frac{J}{s}$

Si el ritmo con que se efectúa el trabajo varía con el tiempo, la Potencia Instantánea en cualquier instante, se define como:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Unidad de trabajo derivada de la Potencia

$$[\overline{P}] = \frac{[W]}{[\Delta t]} \Rightarrow [W] = [P][\Delta t] \Longrightarrow [W] = kW\ h$$

1 kW.h es el trabajo realizado en una hora por un agente que desarrolla una potencia de 1 kW

Potencia

Potencia y Velocidad

A partir de las expresiones anteriores es posible ***relacionar la potencia mecánica*** que impulsa un móvil y su ***velocidad de desplazamiento***.
Consideremos un cuerpo quw se mueve con MRU.
A partir de la definición de potencia, se relaciona la potencia desarrollada por una fuerza constante y la velocidad del cuerpo sobre el que actúa.

$$W = F.\Delta x$$

La potencia media desarrollada

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = F\,\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\bar{P} = F\,\bar{v}}$$

Si el intervalo de tiempo es infinitamente pequeño, en el límite la ecuación anterior toma la forma:

$$P = F\frac{dx}{dt}$$

$\boxed{P = F.v}$

siendo F y v valores instantáneos.

Trabajo y Energía