

Mécanique quantique

Test intermédiaire : Observation de la naissance et de la mort d'un photon

On s'intéresse à une expérience menée par l'équipe de Serge Haroche en 2007 considérée comme le point culminant d'une longue série d'expériences consacrées à l'étude du couplage entre atomes et photons uniques. Le montage expérimental consiste en trois cavités micro-ondes alignées sur la trajectoire d'un atome de Rydberg. Il s'agit d'un atome de Rubidium dont un électron est placé sur une orbitale électronique très éloignée du noyau.

La transition atomique qui nous intéresse correspond aux niveaux $n=50$ et $n=51$ et se situe au voisinage de la résonance des cavités micro-ondes à 51 GHz. Les états électroniques correspondant aux orbitales $n=50$ et $n=51$ seront respectivement notés $|f\rangle$ pour fondamental et $|e\rangle$ pour excité.

1 Cavité Ramsey

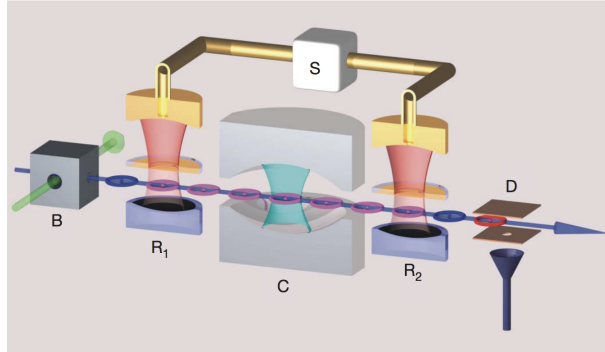


FIGURE 1 – Montage expérimental de l'équipe de Serge Haroche au Laboratoire Kastler Brossel. La boîte B produit un flux continu d'atome unique. Les cavités R_1 et R_2 permettent de manipuler l'état quantique de l'atome. La cavité C piège des photons micro-onde pendant des temps longs devant le passage des atomes. Le détecteur D réalise une mesure destructive de l'état atomique.

La boîte B prépare un flux d'atomes dans l'état fondamental $|f\rangle$. Nous considérerons l'évolution des atomes uniques depuis cet état initial.

La cavité micro-onde R_1 est peuplée par un champ électromagnétique en résonance avec la transition $|f\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ et d'amplitude proportionnel à la pulsation Ω . L'action du champ sur l'atome pendant son temps de traversée de la cavité t_R est donnée par le l'Hamiltonien suivant :

$$\hat{H}_{R1} = i \frac{\hbar \Omega}{2} (|e\rangle\langle f| - |f\rangle\langle e|)$$

1. Exprimez l'Hamiltonien en fonction des matrices de Pauli dans la base $\{|f\rangle, |e\rangle\}$.
2. Montrez que l'opérateur d'évolution peut s'écrire sous la forme

$$\hat{U}(0, t) = \cos \theta(t) \hat{I} + i \sin \theta(t) \vec{\sigma} \cdot \vec{u}$$

où $\theta(t)$ et \vec{u} sont à déterminer.

3. Quelle est la probabilité de mesurer l'atome dans son état fondamental en fonction du temps de traversée t_R ?
4. Comment choisir la valeur de Ω pour que les états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ soient placés en superposition de poids égal ?

2 Interaction atome-photon

Dans un second temps, l'atome se propage dans une cavité C de très haute qualité.

On admet que l'état quantique du champ électromagnétique est complètement déterminé par le nombre n de photons piégés dans la cavité. Dans la suite on notera \hat{N} l'opérateur nombre de photons dont les états propres $|n \in \mathbb{N}\rangle$ définissent une base de l'espace de Hilbert décrivant le champ électromagnétique. Durant le temps de vol de l'atome dans la cavité, l'interaction entre les photons et l'atome est donnée l'Hamiltonien suivant :

$$\hat{H}_{int} = \frac{\hbar\chi}{2} \hat{N} \otimes (|e\rangle\langle e| - |f\rangle\langle f|)$$

avec \hat{N} l'opérateur nombre de photon.

1. Quelles sont les valeurs propres et les états propres de l'Hamiltonien ?
2. Nous allons considérer que la cavité résonante n'est peuplée que d'un ou zéro photon $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ tel que l'état quantique du système composite atome-cavité avant l'interaction est donné par $|\psi\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|f\rangle + |e\rangle)$
Quelle est l'état du système atome-cavité après un temps d'interaction t_C ?

3 Mesure non-destructive d'un photon

Après passage dans C, l'atome traverse la cavité micro-onde R_2 identique à la cavité R_1 , son action sur l'atome pendant son temps de vol t_R est identique à la cavité R_1 ainsi $\hat{H}_{R2} = \hat{H}_{R1}$.

1. Quelle est l'état du système atome-cavité $|\psi_f\rangle$ après l'interaction avec R_2 ?
2. Quelle doit être la force de l'interaction atome-photon χ pour que l'état final soit donné par $|\psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle \otimes |e\rangle + \beta|1\rangle \otimes |f\rangle)$? On supposera cette condition satisfaite dans toute la suite.
3. Expliquez pourquoi les corrélations entre les photons et les atomes ne peuvent pas être expliquées classiquement dans le cas $|\alpha| = |\beta|$?
4. Quelle est la probabilité de la mesurer l'atome dans son état excité $|e\rangle$ et dans son état fondamental $|f\rangle$?
5. Quelle est l'état de la cavité micro-onde après la mesure de l'atome dans son état excité et dans son état fondamental ?
6. Quelle sera le résultat de la mesure de l'atome suivant si l'expérience est répétée à nouveau en supposant que le champ électromagnétique est parfaitement isolé ?
7. En quoi ce montage expérimental réalise une "mesure quantique non-destructive" de la présence de photons dans la cavité C ?

La mesure du flux d'atomes uniques permet de suivre la "naissance" et la "mort" des photons dans la cavité, la figure ci-dessous montre la mesure d'un photon d'une durée de vie exceptionnellement longue comparée à la durée de vie typique observée dans la cavité, ce photon a été baptisé "Mathusalem" par l'équipe de Serge Haroche.

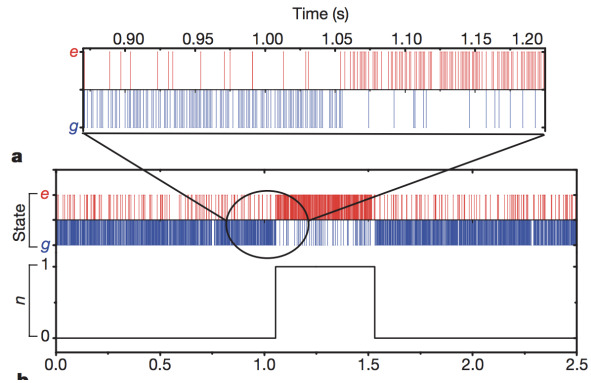


FIGURE 2 – Résultat de la mesure de l'état du flux d'atomes uniques ayant interagit avec le champ micro-onde, (rouge pour excité et bleu pour fondamental).

8. Quelle peut être la cause des "sauts quantiques" correspondant à la naissance et à la mort du photon ?
9. En supposant que les photons réalisent des allers-retours dans la cavité résonante à la vitesse de la lumière, quelle est la distance totale parcourue par ce photon ? Estimez le nombre de réflexions sur les miroirs de la cavité micro-onde séparés par une longueur de 3 cm ? Commentez.