2019-2020

Mécanique quantique – L3

Emmanuel Baudin – Tom Bienaimé – Sylvain Nascimbène

TD 7 : Violation de la parité par l'interaction faible

L'expérience de Wu est une expérience de physique nucléaire de 1956 qui a établi la violation de la symétrie de parité par les interactions faibles. La figure 1 représente le schéma de principe de l'expérience.

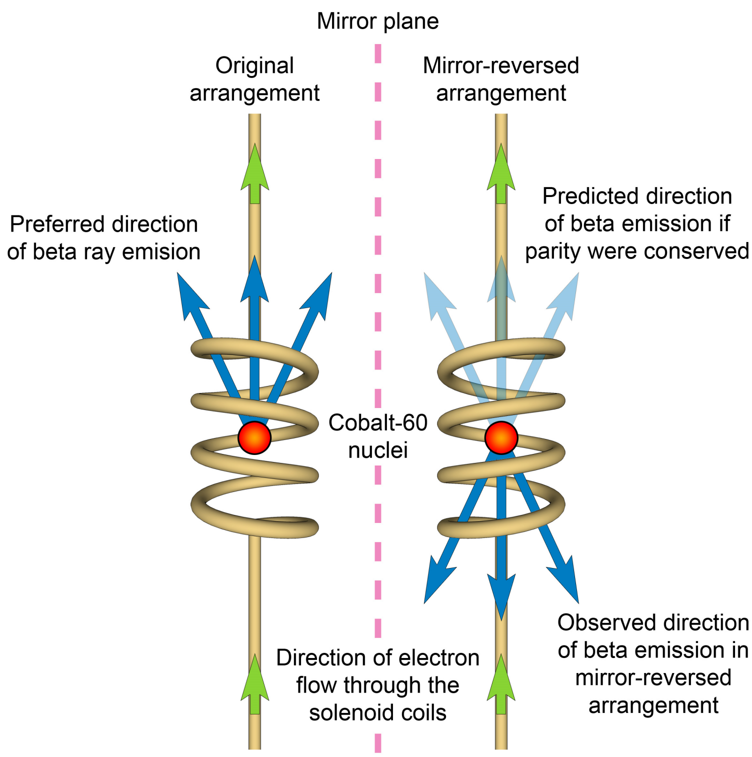

FIGURE 1 – Schéma de l'expérience de Wu. Un jet d'atomes de Cobalt 60 traverse une région de champ magnétique polarisant son spin 1/2. Les produits de désintégration sont émis selon une distribution angulaire anisotrope, avec un maximum pointant dans la direction de propagation pour un champ magnétique de même direction. L'expérience miroir est obtenue en renversant l'orientation du champ magnétique (qui est un pseudo-vecteur). On mesure alors une désintégration préférentiellement opposée à la direction de propagation, ce qui viole la symétrie de parité.

La réaction de désintégration β d'un atome de ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ conduit à l'isotope stable de ${}^{60}_{28}\mathrm{Ni}$, en émettant un électron, un antineutrino et deux photons gamma :

$$ {}^{60}_{27}\mathrm{Co} \to {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma. $$

On considère la modélisation d'une réaction nucléaire plus simple, la désintégration du baryon Λ^0

(spin 1/2) en un proton (spin 1/2) et pion Π^- (spin 0), soit

$$\Lambda_0 \to p^+ + \Pi^-.$$

Le baryon Λ^0 est une particule composée de trois quarks, up, down et strange, dont la découverte a établi l'existence du quark strange.
On se place dans le référentiel où le Λ_0 est au repos, et on suppose que son spin $\hat{\mathbf{S}}$ est polarisé dans l'état $\left|S=\frac{1}{2}, m_S=\frac{1}{2}\right\rangle$.

1. Quel est l'état du moment cinétique orbital $\hat{\mathbf{L}}$? En déduire l'état du moment cinétique total $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$.
2. Dans quel état de moment cinétique total le système se trouve-t-il après la désintégration ?

Le moment cinétique total s'écrit comme la somme

$$\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}}_{\text{cm}} + \hat{\mathbf{L}}_{\text{rel}} + \hat{\mathbf{S}},$$

où les moments cinétiques orbitaux des deux produits de désintégration sont décomposés en un moment cinétique du centre de masse et un moment cinétique du mouvement relatif. Le spin $\hat{\mathbf{S}}$ se réfère au spin du proton, le pion ayant un spin nul.

3. Quel est l'état du moment cinétique du centre de masse ?

Pour simplifier les notations, on note $\hat{\mathbf{L}}$ le moment cinétique du mouvement relatif $\hat{\mathbf{L}}_{\text{rel}}$.

4. Quelles sont les valeurs admises pour L, sachant que le spin total vaut $J = 1/2$?
5. Montrer que dans le cas où l'émission s'effectue dans l'état $L = 0$, le spin du proton est polarisé dans $\left|L=0, m_L=0; S=\frac{1}{2}, m_S=\frac{1}{2}\right\rangle$.
6. Dans le cas où l'émission s'effectue dans l'état $L = 1$, montrer que le système se décompose sur les états

$$\left|L=1, m_L=0; S=\tfrac{1}{2}, m_S=\tfrac{1}{2}\right\rangle \quad \text{et} \quad \left|L=1, m_L=1; S=\tfrac{1}{2}, m_S=-\tfrac{1}{2}\right\rangle.$$

On cherche à trouver les coefficients de la superposition entre ces deux états. On doit pour cela s'intéresser à la décomposition d'un spin $L = 1$ et un spin $S = 1/2$.

7. Montrer que l'état de spin total $|J=3/2, m_J=3/2\rangle$ s'écrit

$$|J=3/2, m_J=3/2\rangle = \left|L=1, m_L=1; S=\tfrac{1}{2}, m_S=\tfrac{1}{2}\right\rangle.$$

8. Appliquer l'opérateur d'échelle $\hat{J}_-$ sur cet état pour en déduire l'état

$$|J=3/2, m_J=1/2\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|L=1, m_L=0; S=\tfrac{1}{2}, m_S=\tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\left|L=1, m_L=1; S=\tfrac{1}{2}, m_S=-\tfrac{1}{2}\right\rangle.$$

   On rappelle les éléments de matrice de l'opérateur d'échelle

$$\hat{J}_- |J, m_J\rangle = \hbar\sqrt{J(J+1) - m_J(m_J-1)}\,|J, m_J-1\rangle.$$

9. En déduire l'état recherché

$$|J=1/2, m_J=1/2\rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}}\left|L=1, m_L=0; S=\tfrac{1}{2}, m_S=\tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\left|L=1, m_L=1; S=\tfrac{1}{2}, m_S=-\tfrac{1}{2}\right\rangle.$$

Le moment cinétique orbital définit la distribution angulaire d'émission des produits de désintégration. On donne les expressions des harmoniques sphériques

$$\begin{cases} Y_0^0(\theta,\phi) = 1/\sqrt{4\pi}, \\ Y_1^{\pm 1}(\theta,\phi) = \mp\sqrt{3/8\pi}\sin(\theta)\exp(\pm i\phi), \\ Y_1^0(\theta,\phi) = \sqrt{3/4\pi}\cos(\theta). \end{cases}$$

10. Dans le cas $L = 0$, le système est polarisé dans $\left|L = 0, m_L = 0; S = \frac{1}{2}, m_S = \frac{1}{2}\right\rangle$. Montrer que la fonction d'onde relative s'écrit

$$\psi(r,\theta,\phi) = R_0(r)Y_0^0(\theta,\phi).$$

Est-ce que la désintégration dans cet état est anisotrope ?

11. Dans le cas $L = 1$, le système sort dans une superposition de deux états de spin, et l'on doit décrire la fonction d'onde par un spineur à deux composantes. Montrer qu'il prend la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \psi_{-1/2}(r,\theta,\phi) \\ \psi_{1/2}(r,\theta,\phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}R_1(r)Y_1^1(\theta,\phi) \\ -\sqrt{\frac{1}{3}}R_1(r)Y_1^0(\theta,\phi) \end{pmatrix}.$$

Est-ce que la désintégration dans cet état est anisotrope ?

12. On note α et β les amplitudes de probabilité d'émission dans $L = 0$ et $L = 1$, respectivement. Montrer que la fonction d'onde s'écrit

$$\begin{pmatrix} \psi_{-1/2}(r,\theta,\phi) \\ \psi_{1/2}(r,\theta,\phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\beta R_1(r)Y_1^1(\theta,\phi) \\ -\sqrt{\frac{1}{3}}\beta R_1(r)Y_1^0(\theta,\phi) + \alpha R_0(r)Y_0^0(\theta,\phi) \end{pmatrix}.$$

13. En déduire que la probabilité d^2P d'émission du proton dans l'angle solide $\mathrm{d}^2\Omega$ peut s'écrire

$$\mathrm{d}^2P = (1 + \rho\cos(\theta))\,\frac{\mathrm{d}^2\Omega}{4\pi},$$

où le paramètre d'anisotropie ρ s'exprime en fonction des paramètres α, β, R_0 et R_1.

14. Quel est l'état de la particule Λ_0 après une symétrie miroir ? En utilisant le principe de Curie, quelle valeur de ρ attend-on si cette symétrie est conservée ?
15. On mesure $\rho = 0.62$. Qu'en déduit-on ?

Références :

"Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay",
C.S. Wu *et al.*, *Phys. Rev.* **105**, 1413 (1957).

Cours de Physique de Feynman, tome de Mécanique Quantique, section 17-5.