$$-\frac{\hbar^2}{2m}\phi'' + \frac{k}{2} z^2 \phi = \hbar\omega\,\phi$$

comportement asymptotique $\phi(z) \longrightarrow \phi_0\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z}{a_0}\right)^2}$

$$a_0^4 = \frac{\hbar^2}{m k}.$$

$$\frac{k}{2}\left(-a_0^4\,\phi'' + z^2\phi\right) = \hbar\omega\,\phi$$

je mets l'ansatz asymptotique

$$\phi'' = \phi_0\left(-\frac{z}{a_0^2}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z}{a_0}\right)^2}\right)'$$

$$\phi'' = -\frac{\phi}{a_0^2} + \frac{z^2}{a_0^4}\phi$$

$$\phi'' = \frac{1}{a_0^2}\left(\left(\frac{z}{a_0}\right)^2 - 1\right)\phi$$

d'où $\frac{k}{2}\left(-\frac{a_0^4}{a_2^2}\left(\left(\frac{z}{a_0}\right)^2 - 1\right)\phi + z^2\phi\right) = \hbar\omega\phi$

je simplifie les ϕ $\rightarrow$ $a_0^2 = \frac{2\hbar\omega}{k}$ éq que l'on peut résoudre!

$$E_f = \hbar\omega_f = \frac{k a_0^2}{2} = \frac{1}{2} k \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}$$

$$E_f = \frac{1}{2}\hbar\omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$