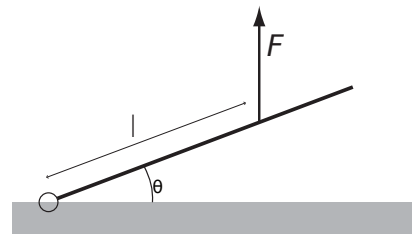
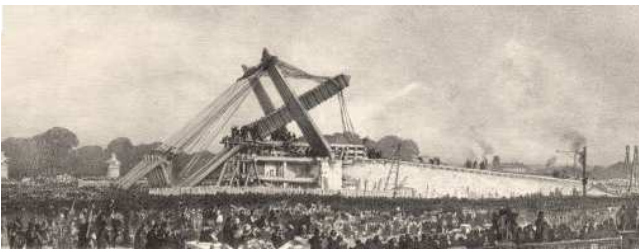


TD N°5: Un peu de mécanique 2D

1 L'obélisque de la Concorde.

L'obélisque de la Concorde (bloc de granite rose de 23 mètres de long, 222 tonnes), provient à l'origine du temple de Louxor en Egypte. Son installation à Paris en 1836 (dirigée par Apolinaire Lebas) a été suivie par une foule très nombreuse.

L'obélisque, initialement allongé, devait pivoter sur sa base, soulevé par un système complexe de levage, à la force de 350 hommes.



L'installation de l'obélisque (cadeau de Méhémet Ali) sur la place de la Concorde en 1836 a été une énorme manifestation populaire (200 000 personnes).

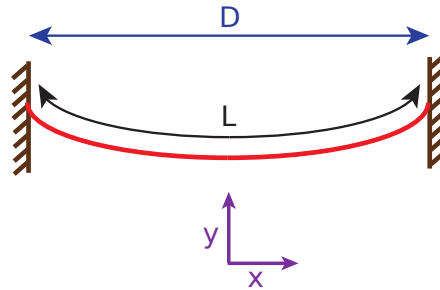
On représente ici l'obélisque par une poutre rectiligne inextensible de longueur L , soumise à son poids (masse linéique ρ) et à une force de relèvement, son extrémité en $S = 0$ étant en rotation libre.

Pour simplifier, on assimile le système de relèvement à une force F toujours verticale appliquée en un point fixe ($S = l$) de l'obélisque.

1. On suppose que l'obélisque reste rectiligne et qu'il est relevé quasi-statiquement (la manoeuvre dura plusieurs heures). Faire un bilan global sur les forces et les moments. Montrer que le point d'attache doit nécessairement être placé en $l > L/2$.
2. Calculer les efforts internes en fonction de l'angle de relèvement θ de deux façon: d'abord en utilisant les équations locales pour les forces et pour les moments, puis en coupant le système en S et en regardant les efforts exercés par la partie d'abscisse supérieure à S sur la partie d'abscisse inférieure à S .
3. L'obélisque est en réalité très fragile, et peut se briser si les mouvements fléchissants deviennent trop importants. Montrer qu'il existe une position d'attache $S = l_0$ qui permet de minimiser les risques de briser l'obélisque lors de son relevage.

2 Le caténaire inextensible.

Un fil inextensible est accroché à ses deux extrémités. On souhaite déterminer la forme prise par le fil (due à la gravité). Le fil possède une masse linéique ρ . Le problème étant symétrique, on fixe $S = 0$ au milieu du fil. Le fil est décrit par une courbe $\underline{x}(S)$.



Un caténaire inextensible.

L'objet que l'on considère est un fil: cela se traduit par une absence d'efforts de cisaillement (force interne tangente au fil). Il est inextensible, ce qui implique $|\underline{x}'| = 1$.

1. Calculer l'expression de la force interne $\underline{R}(S)$.
2. Trouver l'équation $y(x)$ de la forme de la corde.
3. Ce problème peut aussi être résolu par une méthode variationnelle. Retrouver le même résultat en appliquant les équations d'Euler-Lagrange.
4. Que se passe-t-il quand D tend vers L ?