Physique des particules – L3

TD 5 bis (correction)

---

1. Le taux de transition pour une réaction du type $a \to 1 + 2$ est donné par
$$\Gamma_{fi} = (2\pi)^4 \iint |T_{fi}|^2 \delta(E_a - E_1 - E_2)\delta^{(3)}(\vec{p}_a - \vec{p}_1 - \vec{p}_2)\frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3}\frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3}\,. \tag{1}$$
Les réactions que l'on cherche à comparer sont toutes de ce type et les masses des différentes particules sont quasiment les mêmes d'une réaction à l'autre donc la seule différence notable peut venir des éléments de la matrice de transition. Pour que les rapports entre les taux de transition soient ceux de l'énoncé il faut que les rapports des T_{fi} soient ceux de la question 1.
2. L'isospin est une symétrie de l'interaction forte donc $\hat{H}_{strong}\left|\Delta^-\right\rangle$ doit avoir les mêmes valeur de l'isospin et de la troisième composante de l'isospin que $\left|\Delta^-\right\rangle$ c'est-à-dire $(3/2, -3/2)$. La seule possibilité pour un état contenant un pion et un nucléon est $\left|\pi^-\right\rangle \otimes \left|\mathrm{n}\right\rangle$.
3. Les baryons Δ forment une base d'une représentation d'isospin 3/2, on a
$$\left|\Delta^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{L}_+\left|\Delta^-\right\rangle\,, \quad \left|\Delta^+\right\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{L}_+^2\left|\Delta^-\right\rangle\,, \quad \left|\Delta^{++}\right\rangle = \frac{1}{6}\hat{L}_+^3\left|\Delta^-\right\rangle\,. \tag{2}$$
4. Puisque $[\hat{H}_{strong}, \hat{L}_+] = 0$, on en déduit
$$\hat{H}_{strong}\left|\Delta^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{L}_+\hat{H}_{strong}\left|\Delta^-\right\rangle\,, \quad \hat{H}_{strong}\left|\Delta^+\right\rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}}\hat{L}_+^2\hat{H}_{strong}\left|\Delta^-\right\rangle\,,$$
$$\hat{H}_{strong}\left|\Delta^{++}\right\rangle = \frac{1}{6}\hat{L}_+^3\hat{H}_{strong}\left|\Delta^-\right\rangle\,. \tag{3}$$
Il suffit ensuite de se rappeler de l'action des opérateurs d'échelle sur $\left|\pi^-\right\rangle$ et $\left|\mathrm{n}\right\rangle$:
$$\hat{L}_+\left|\pi^-\right\rangle = \sqrt{2}\left|\pi^0\right\rangle\,, \quad \hat{L}_+^2\left|\pi^-\right\rangle = 2\left|\pi^+\right\rangle\,, \tag{4}$$
$$\hat{L}_+\left|\mathrm{n}\right\rangle = \left|\mathrm{p}\right\rangle\,. \tag{5}$$
Par conséquent
$$\hat{H}_{strong}\left|\Delta^0\right\rangle = A\frac{\sqrt{2}\left|\pi^0\right\rangle\otimes\left|\mathrm{n}\right\rangle + \left|\pi^-\right\rangle\otimes\left|\mathrm{p}\right\rangle}{\sqrt{3}} + \cdots\,, \tag{6}$$
$$\hat{H}_{strong}\left|\Delta^+\right\rangle = A\frac{\sqrt{2}\left|\pi^0\right\rangle\otimes\left|\mathrm{p}\right\rangle + \left|\pi^+\right\rangle\otimes\left|\mathrm{n}\right\rangle}{\sqrt{3}} + \cdots\,, \tag{7}$$
$$\hat{H}_{strong}\left|\Delta^{++}\right\rangle = A\left|\pi^+\right\rangle\otimes\left|\mathrm{p}\right\rangle + \cdots \tag{8}$$
Si on néglige l'interaction électromagnétique (et l'interaction faible) les éléments de la matrice de transition sont entièrement déterminés par l'interaction forte et satisfont bien les rapports recherchés.