Mécanique des Milieux Continus

F. Pétrélis (cours)
T. Jules (TD), theo.jules@ens.fr

TD N^o4 bis: Rotation d'un disque

Dans cet exercice, nous allons à la fois s'intéresser aux équations d'équilibres des forces dans le cas de coordonnées polaires, puis nous allons les appliquer à un cas simple, un disque en rotation, pour récupérer la forme de la déformation du disque.

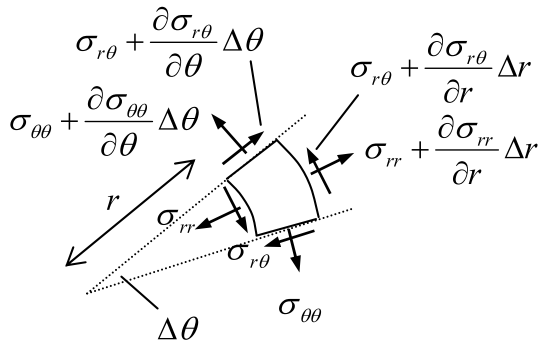

Figure 1: Contraintes s'appliquant à un objet élémentaire en coordonnées polaires.

1. Exprimer les composantes principales du tenseur des déformations en coordonnées polaires ϵ_{rr} et $\epsilon_{\theta\theta}$ en fonction du vecteur déplacement $\underline{u}(r,\theta) = u_r\underline{e_r} + u_\theta\underline{e_\theta}$. On donne $\epsilon_{r\theta} = \frac{1}{2r}\left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} + r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + u_\theta\right)$.

2. Exprimer les équations d'équilibres des forces dans le cas d'un objet soumis à un champs de contraintes en coordonnées polaires.

   On s'intéresse maintenant à un disque fin de rayon R, d'épaisseur e et de masse volumique ρ qui tourne sur lui-même à une vitesse angulaire ω constante.

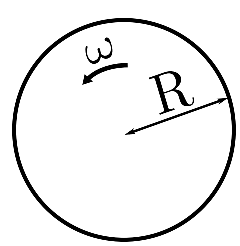

Figure 2: Disque en rotation.

3. Donner les équations d'équilibre dans le cas du disque en rotation.

4. Sachant que les lois de Hooke en coordonnées polaires sont analogues à celles en coordonnées cartésiennes, donner l'expression de la déformation à l'intérieur du disque.
   Indice: On pourra utiliser le changement de variable $r = e^t$ pour résoudre l'équation différentielle.