

HYDRODYNAMIQUE — TD SOUTIEN 4

Ménisque

Cet exercice traite de la hauteur du ménisque sur une paroi, en fonction de l'angle de contact θ_E .

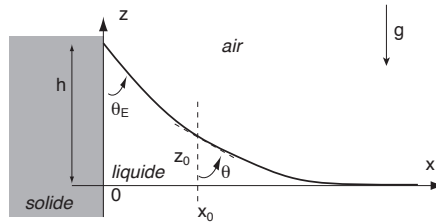


FIGURE 1 – Ménisque autour d'une paroi.

On considère un bain de liquide au-dessus duquel se trouve de l'air et qui est limité en $x = 0$ par une paroi solide. On appelle θ_E l'angle de contact solide/liquide/air, γ la tension de surface du liquide, ρ la masse volumique du liquide, et g l'intensité de la pesanteur (voir figure 1). Le problème est invariant dans la direction orthogonale au plan de la figure.

1. Écrire l'expression de la pression hydrostatique.
2. On cherche tout d'abord à déterminer la hauteur du ménisque.
Effectuer un bilan de force dans la direction horizontale sur la tranche $x = [x_0, L]$, avec L grand devant la taille du ménisque.
3. En déduire la hauteur du ménisque. Quelle longueur caractéristique apparaît ? Pour quelle valeur de l'angle de contact θ_E cette hauteur est-elle maximale ?
4. On cherche maintenant à déterminer la forme du ménisque.
Écrire l'expression de la pression de Laplace. En déduire l'équation vérifiée par $z(x)$.
Rappel : pour une courbe $z(x)$, la courbure \mathcal{C} vaut :

$$\mathcal{C} = \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (1)$$

5. Intégrer l'équation précédente. Montrer que l'on retrouve le résultat de la question 3.
6. Résoudre de manière approchée cette équation lorsque $|\frac{dz}{dx}| \ll 1$. Commenter.

Éclatement d'un film de savon

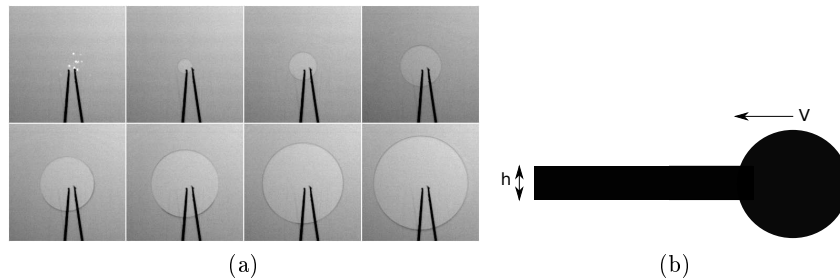


FIGURE 2 – (a) : ouverture d'un trou dans une nappe liquide. Le champ d'une image est de 4,1 cm et 860 μs séparent chaque image. Source : H. Lhuissier, thèse, 2011. (b) : schéma en coupe du bourrelet.

On considère un film de savon d'épaisseur $h = 1 \mu\text{m}$, initialement immobile (voir figure 2a). On forme un trou dans ce film. On observe que rapidement la vitesse d'ouverture V du trou est constante. La vitesse du liquide reste nulle (dans le référentiel du laboratoire) loin du trou. On néglige la gravité.

Le but de cet exercice est d'évaluer la vitesse V .

1. Quels sont les phénomènes physiques mis en jeu ? En déduire les paramètres pertinents, et une estimation de V par analyse dimensionnelle.
2. On modélise l'ouverture du film à 2D (voir figure 2b). En effectuant un bilan de quantité de mouvement sur un système bien choisi dans un référentiel bien choisi, en déduire l'expression de V . Estimer numériquement la valeur de V .