

---

*Оценката Ви ще е равна на 2 + броя точки, които получите. Време за работа: 3 часа. Успех.  
Ще считаме, че навсякъде работим върху вероятностно пространство  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ .*

**Задача 1.** (2 т.) По актуални данни, около 2% от населението е заразено с COVID-19. От друга страна, производители на тестове информират, че така наречените ”бързи тестове“ са положителни при болни с вероятност 65% и с вероятност 1% при здрави.

1. (0.5 т.) Избираме случаен човек и го тестваме. Резултатът е положителен. Каква е вероятността той да бъде болен?
2. (0.5 т.) Актуална тема е получаването на отрицателен резултат, за да се сдобие съответният човек със зелен сертификат. Да предположим, че даден човек знае, че е болен. Средно колко теста ще са му нужни, докато получи отрицателен тест<sup>1</sup>? Каква е вероятността 2 теста да бъдат достатъчни, за да получи желанния зелен сертификат?
3. (1 т.) Да разгледаме двама случайно избрани човека. Коя е най-вероятната комбинация за двойката (брой болни, брой положителни тестове)? Пресметнете корелацията на броя болни и броя положителни тестове, като използвате приближения с точност 0.01.

**Задача 2.** (1.5 т.) В казино се предлага следната игра - хвърляте зар 100 пъти, като за всяка 6-ца получавате по 1 лев. Цената за участие е 20 лева.

- (0.5 т.) Нека  $X_i = \text{”печалбата от хвърляния } 25i - 24 \text{ до } 25i\text{”}$  за  $i = 1, 2, 3, 4$ , а  $X$  е общата печалба. Какви са разпределенията на дефинираните случайни величини? Бихте ли участвали в играта?
- (0.25 т.) Нека  $Y = 4X_1$ , т.е. вместо да хвърляме 100 пъти, хвърляме 25 и умножаваме печалбата по 4. Сравнете очакванията и дисперсиите на  $X$  и  $Y$  и обяснете накратко получения резултат.
- (0.75 т.) Казиното предлага и алтернативна игра - ако хвърлите общо сума над 555 от 100-те хвърляния, печелите 1000 лева, като цената за участие е 10 лева. Реклама твърди, че тази игра е специална коледна промоция и вероятността за печалба е над  $1/100$ , което значи, че средната печалба е положителна. Можете ли да потвърдите/отречете това твърдение?

**Задача 3.** (0.5 т.) Избираме 2 случайни точки върху отсечка с дължина 1. Да наречем единия ѝ край ляв, а другия - десен. Каква е вероятността дължините на получените отсечки да са в нарастващ ред отляво надясно?

---

<sup>1</sup>За целите на задачата, игнорирайте, че при положителен резултат би трябвало автоматично да бъде поставен под карантина.