

Оценката Ви ще е равна на $2 + \text{броя точки, които получите}$. Време за работа: 150 минути. Успех.

Ще считаме, че навсякъде работим върху вероятностно пространство $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Ако не е посочено друго, под случаен избор ще имаме предвид равномерно разпределен такъв.

Задача 1. (1 т.) В кутия е поставен обикновен зар с 6 страни, а в друга - правилен зар с 8 страни, на които са написани цифрите от 1 до 8.

Иван избира една от двете кутии по случаен начин и хвърля зара от нея. След това съобщава падналото се число. Каква е вероятността съобщеното число да е дошло от хвърляне на обикновения зар в зависимост от обявеното число?

Задача 2. (1 т.) Нека направим приближението, че броят студенти в 1-ви, 2-ри и 3-ти курс е съответно 600, 400 и 200, а вероятността всеки от тях да посети свой час е, отново съответно, 80%, 60% и 25%.

Избират се двама случайни студенти, които са отишли на занятия. Ако се окаже, че те не са от един и същи курс, каква е вероятността студентът от по-горен курс да е трети курс?

Задача 3. Изпит се състои от 20 въпроса, като всеки има 4 възможни отговора.

Студент знае отговорите на 10 от въпросите и отговаря правилно на тях. Тъй като не знае отговорите на останалите 10 въпроса, той избира отговор на случаен принцип. Нека X е случайната величина, отбелязваща броя верни отговори на студента от всичките 20 въпроса. Намерете:

1. (0.3 т.) разпределението на X ;
2. (0.3 т.) $\mathbb{P}(X > 15)$;
3. (0.4 т.) очакването и дисперсията на X . (Максимален брой точки се дават, ако отговорите са в явен вид. За пресмятането им е възможно да се избегнат действия с биномни коефициенти)

Задача 4. Разглеждаме информация, съставена от 8 бита. Поради шум при изпращането между сървъри, всеки бит може да бъде предаден погрешно с вероятност p .

0	1	0	0	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

1. (0.5 т.) Каква е вероятността съобщението да бъде правилно предадено между два сървъра - А и В, които са свързани директно? Какво е очакването на правилния брой битове в крайното съобщение?
2. (0.5 т.) Можете ли да отговорите на същите въпроси от а), ако съобщението минава (точно по веднъж) през $n = 3$ междинни сървъра? (Бонус: Какви са резултатите при $n \rightarrow \infty$?)