Zadanie1

May 21, 2021

Wczytamy dane z pliku *zad1.csv*, format danych w pliku został zmodyfikowany, żeby łatwiej było się nim posługiwać.

[1]:
```
import pandas
data_frame = pandas.read_csv("zad1.csv")
data_frame
```

[1]:

	A	B	C
0	246	243	265
1	231	246	260
2	236	243	265
3	217	235	253
4	246	235	291

Przeprowadzimy analizę wariancji (ANOVA), w celu ustalenia czy **średnia liczba ogłoszeń w trzech gazetach jest taka sama**. Inaczej:

$$H_0 : x_{A\bullet} = x_{B\bullet} = x_{C\bullet}$$

$$H_a : \exists_{x_{i\bullet}, x_{j\bullet}, i \neq j}\ x_{i\bullet} \neq x_{j\bullet}$$

Wartości potrzebne do przeprowadzenia analizy można zaprezentować w postaci tabelki

df	SS	MS	f	
$I-1$	SSA	MSA	$\frac{MSA}{MSE}$	p-value
$I(J-1)$	SSE	MSE		

gdzie I oznacza liczbę grup, a J obserwacji na grupę. Pierwszą i drugą kolumnę liczymy na podstawie danych, a każde kolejne na podstawie poprzednich.

Korzystając ze wzorów z wykładu, na początku ustalimy wartość zmienności międzygrupowej SSA

$$SSA = J\sum_{i=1}^{I}(x_{i\bullet} - \bar{x})^2,$$

gdzie

$$x_{i\bullet} = \frac{1}{J}\sum_{j=1}^{J} x_{ij},$$

$\bar{x}$ średnią wszystkich obserwacji, czyli

$$\bar{x} = \frac{1}{IJ}\sum_{i,j} x_{ij}.$$

Najpierw policzymy wartości potrzebnych średnich $x_{i\bullet}$ i $\bar{x}$

[2]:
```
import numpy

newspapers = data_frame.columns;
means = data_frame.mean()

global_header = "global"

means[global_header] = numpy.mean(means)
print(means)
```

```
A         235.200000
B         240.400000
C         266.800000
global    247.466667
dtype: float64
```

Po czym możemy przejść do wyznaczenia SSA

[3]:
```
ssa = 0
for newspaper in newspapers:
    ssa += (means[newspaper] - means[global_header])**2
ssa *= len(data_frame)

print('SSA = ', ssa)
```

```
SSA =  2870.9333333333366
```

Z wykładu wiemy że z dokładnością do stałej

$$SSA \sim \chi^2(I-1)$$

Teraz możemy przejść do wyznaczenia zmienności wewnątrzgrupowej SSE

$$SSE = \sum_{i,j}(x_{ij} - x_{i\bullet})^2$$

```
[4]: sse = 0
for newspaper in newspapers:
    for x in data_frame[newspaper]:
        sse += (x - means[newspaper])**2
print("SSE = ", sse)
```

```
SSE =  1514.7999999999997
```

Z wykładu wiemy, że

$$SSE \sim \chi^2(J(I-1))$$

Następnie możemy przejść do wyznaczenia MSA i MSE

$$MSA = \frac{SSA}{I-1}$$

$$MSE = \frac{SSE}{I(J-1)},$$

czyli odpowiednio SSA i SSE podzielone przez ich stopnie swobody.

```
[5]: deg_of_freedom_ssa = len(data_frame.columns) - 1
deg_of_freedom_sse = len(data_frame.columns) * (len(data_frame) - 1)

msa = ssa / deg_of_freedom_ssa
mse = sse / deg_of_freedom_sse

print("MSA = ", msa)
print("MSE = ", mse)
```

```
MSA =  1435.4666666666683
MSE =  126.23333333333333
```

Kolejnym krokiem jest wyznaczenia wartości F

$$f = \frac{MSA}{MSE},$$

a stąd, że

$$MSA \sim \frac{\chi^2(I-1)}{I-1}$$

i

$$MSE \sim \frac{\chi^2(I(J-1))}{I(J-1)}$$

wnioskujemy następujące (przy założeniu że H_0 jest prawdziwe)

$$f = \frac{MSA}{MSE} \sim F(J-1, I(J-1)),$$

bo rozkład Fishera-Snedecore'a może być przedstawiony jako stosunek przeskalowanych rozkładów χ^2.

[6]:
```
f = msa / mse
print("f = ", f)
```

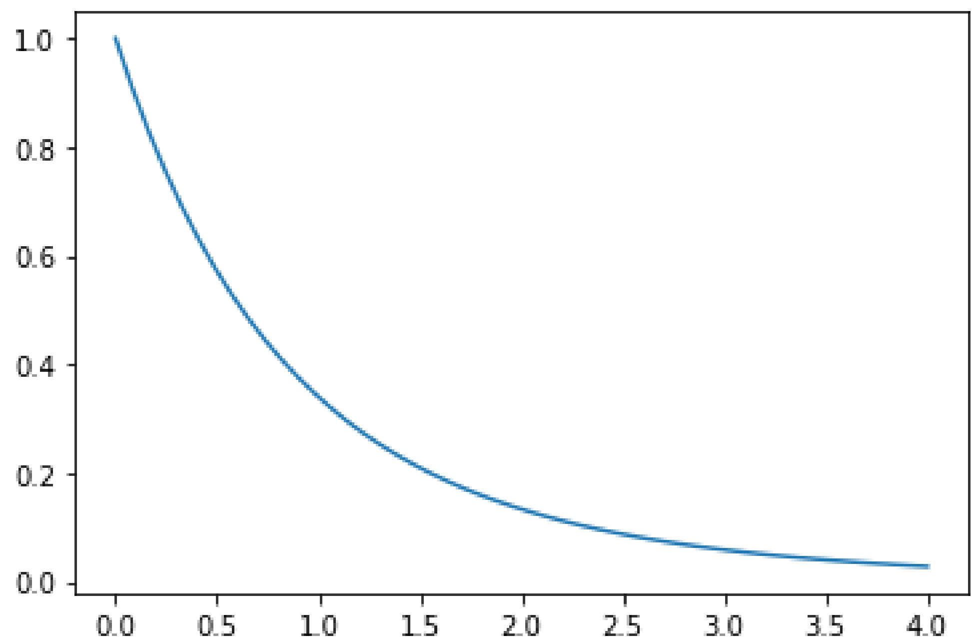
```
f =  11.371534195933473
```

Znając wartość zmiennej losowej F oraz jej rozkład możemy policzyć p_value, czyli szanse że zdarzyło się coś mniej prawdopodobnego. Rozkład $F(2, 12)$ w przypadku tych parametrów nie ma "grzbietu".

[7]:
```
from matplotlib import pyplot
from scipy import stats

linspc = numpy.linspace(0,4)

pyplot.plot(linspc, list(map( lambda x: stats.f.pdf(x,2,12), linspc) ) )
pyplot.show()
```



Dlatego p_value możemy określić obliczając

$$p\_value = 1 - P(F < f),$$

czyli wartość tzw. *funkcji przeżycia* (ang. *survival function*).

[8]:
```
p_value = stats.f.sf(f, deg_of_freedom_ssa, deg_of_freedom_sse)
print("p_value = ", p_value)
```

```
p_value =  0.0016977684112495733
```

Decyzja o odrzuceniu hipotezy zerowej jest teraz zależna od ustalonego α, z którego wynika pole obszaru krytycznego. (chociaż jeśli jest to jakakolwiek sensowna wartość to zapewne zostanie odrzucona)