

$$5. F(x) = \sum_{x_i \leq x} p_i$$

x	$(-\infty, -2]$	$(-2, 3]$	$(3, 5]$	$(5, \infty)$
$F(x)$	0	0,2	0,7	1

$$F((-\infty, -2]) = 0$$

$$F((-2, 3]) = 0,2$$

$$F((3, 5]) = 0,2 + x_2 = 0,7$$

$$F((5, \infty)) = 0,2 + 0,5 + x = 1$$

x_i	-2	3	5
p_i	0,2	0,5	0,3

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 2. Tydzień rozpoczynający się 9. marca

Zadania

✓ 1. Niech Σ będzie σ -ciałem zbiorów.

✓ (a) Sprawdzić, że $\emptyset \in \Sigma$.

✓ (b) Załóżmy, że $A_k \in \Sigma$, dla $k = 1, 2, 3, \dots$. Wykazać, że $\bigcap_{k \in \mathbb{N}} A_k \in \Sigma$.

✓ 2. Niech $\Omega = \{a, b, c\}$.

✓ (a) Opisać σ -ciała zbiorów tej przestrzeni zdarzeń.

✓ (b) Podać przykład funkcji X, Y takich, że X jest zmienną losową, a Y nie jest zmienną losową.

✓ 3. Niech $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ oraz $S = \{1, 4\}$. Wyznaczyć najmniejsze σ -ciało zbiorów zawierające S .

✓ 4. Wyznaczyć dystrybuantę i obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X o rozkładzie

x_i	2	3	4	5
p_i	0.2	0.4	0.1	0.3

5. Dystrybuanta F zmiennej losowej X określona jest następująco:

x	$(-\infty, -2]$	$(-2, 3]$	$(3, 5]$	$(5, \infty)$
$F(x)$	0	0.2	0.7	1

Podać postać funkcji gęstości $f(x)$.

✓ 6. Niech X będzie zmienną losową typu dyskretnego. Udowodnić, że $E(aX + b) = aE(X) + b$.

✓ 7. Niech X będzie zmienną losową typu ciągłego. Udowodnić, że $E(aX + b) = aE(X) + b$.

✓ 8. 2p. Sprawdzić, że

$$\checkmark (a) B(p, q+1) = B(p, q) \frac{q}{p+q}$$

$$\checkmark (b) B(p, q) = B(p, q+1) + B(p+1, q)$$

9. 2p. Udowodnić, że $\Gamma(p)\Gamma(q) = \Gamma(p+q)B(p, q)$, gdzie $p, q \in \mathbb{R}^+$ (czyli wszystkie potrzebne całki istnieją).

DEF. Funkcją beta nazywany wartość całki

$$B(p, q) = \int_0^1 t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt, \quad p > 0, q > 0.$$

Witold Karcański