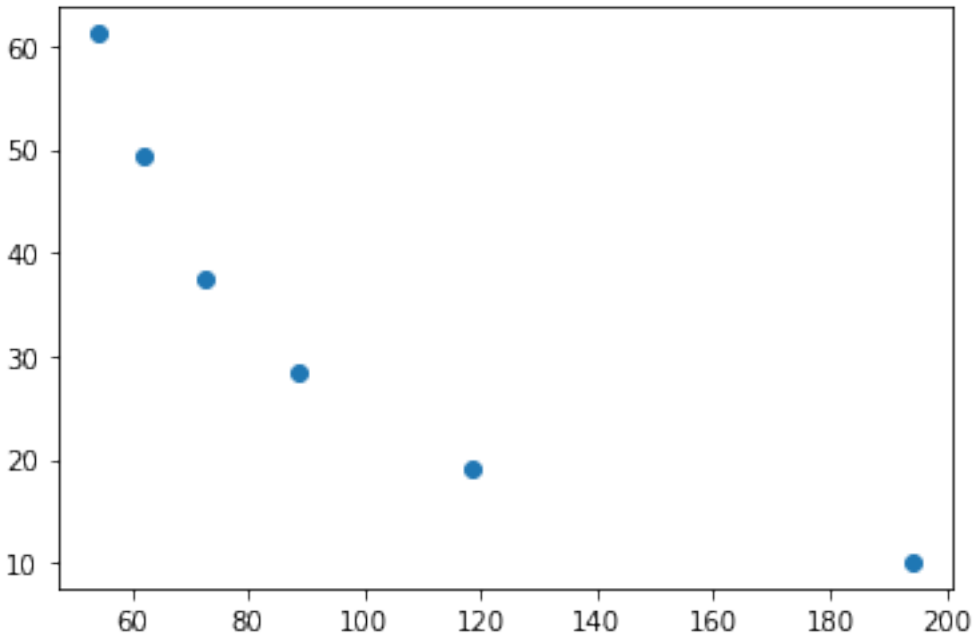
Zadanie12

May 21, 2021

[1]:
```
import matplotlib.pyplot as pyplot
import numpy
import math
```

Na początek zapoznanie z danymi:

[2]:
```
v = [54.3, 61.8, 72.4, 88.7, 118.6, 194.0]
p = [61.2, 49.5, 37.6, 28.4, 19.2, 10.1]

pyplot.scatter(v,p)
pyplot.show()
```



Chcemy odnaleźć prawdopodobne wartości C i k stosując regresję liniową, zatem musimy sprowadzić równanie $PV^k = C$ do jakiejś zależności liniowej zmiennych V i P, weźmiemy zatem logarytm z obu stron

$$PV^k = C \ /loglog(PV^k) = logClogP + logV^k = logClogP + k \cdot logV = logClogP = logC - k \cdot logV$$

Teraz możemy zastosować regresję liniową, czyli znaleźć prostą regresji w postaci

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x,$$

Gdzie y'kami będą zlogarytmowane wartości P, a x'ami zlogarytmowane wartości V. Wynikiem będzie $b_0 \approx logC$ i $b_1 \approx -k$

Wektor współczynników β możemy policzyć korzystając ze wzoru z wykładu:

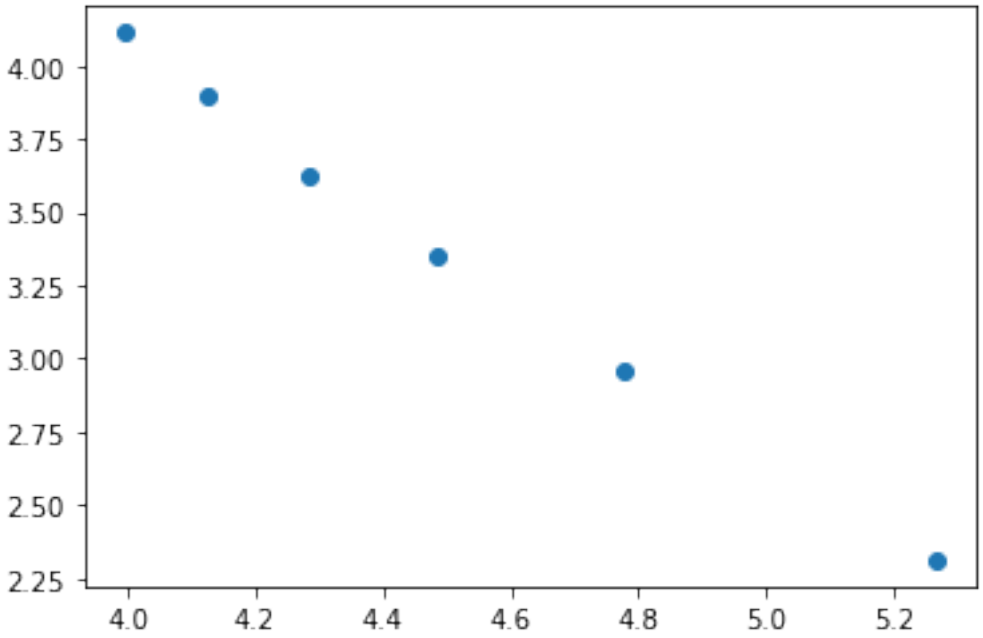
$$\beta = (X^t X)^{-1} X^t Y,$$

gdzie Y to wektor y'ków, a X to macierz w postaci

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix}$$

Zbadamy wygląd przekształconych danych

[3]:
```
def g(x):
    return math.log(x)

def map_list(f, x):
    return list(map(f,x))

x = map_list(g, v)
y = map_list(g, p)

pyplot.scatter(x, y)
pyplot.show();
```



A następnie stosujemy wzór na prostą regresji

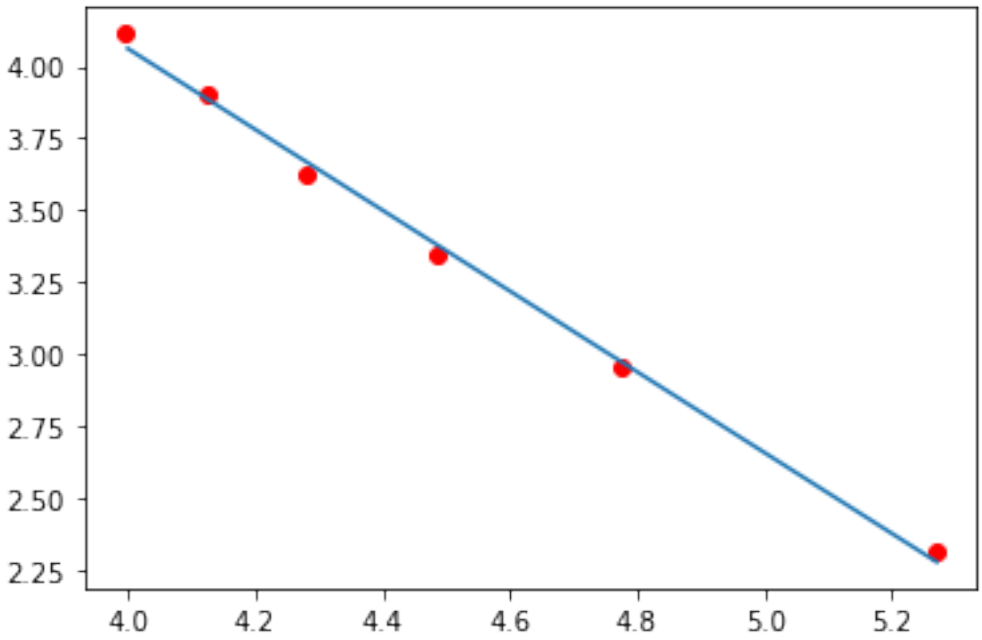
[4]:
```
X = []
for xi in x:
    X.append([1,xi])
Y = y

X = numpy.array(X)
Y = numpy.array(Y)
```

[5]:
```
beta = X.T.dot(X)
beta = numpy.linalg.inv(beta)
beta = beta.dot(X.T)
beta = beta.dot(Y)

print(beta)
```

```
[ 9.67858039 -1.404204  ]
```

[6]:
```
b_0 = beta[0]
b_1 = beta[1]

def f(x):
    return b_0 + b_1 * x

linspace = numpy.linspace(4,5.27);
```

```
pyplot.scatter(x,y,color="Red")
pyplot.plot(linspace, map_list(f, linspace))
pyplot.show()
```

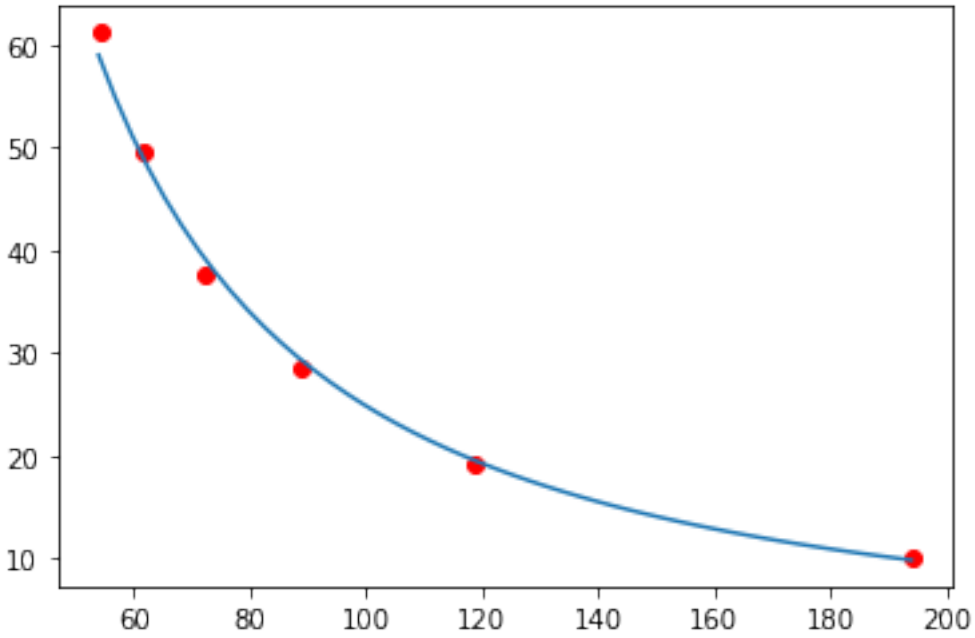


Teraz odtwarzamy wartości C i k

[7]:
```
C = math.e ** beta[0]
k = -beta[1]

print(C)
print(k)
```

```
15971.807087826615
1.4042040049307856
```

[9]:
```
def h(v):
    return C / (v**k)

linspace2 = numpy.linspace(54,194);

pyplot.scatter(v,p, color="Red")
pyplot.plot(linspace2, map_list(h, linspace2))
pyplot.show()
```



[10]:
```
h(100)
```

[10]:
```
24.828246365961625
```

[ ]:
```

```