proof (1). ⇒. 由 ε-δ式定义 推出序列式定义.

已知条件：1. $(\forall \varepsilon>0)(\exists \delta>0)(\forall x,y \in E$ 且 $|x-y|<\delta)(|f(x)-f(y)|<\varepsilon)$

~~2. 对 {xn} 和 {yn} 有 lim(xn−yn)=0.~~

2. $(\forall \delta'>0)(\exists N\in N^{+})(\forall n > N)(|x_n-y_n|<\delta')$

取 $\delta'=\delta$，则 ~~|xn−yn|<δ ∀ n∈N+~~ $n>N$.

$(\forall \varepsilon>0)(\exists \delta>0)(\exists N\in N^{+})(\forall n>N)(|x_n-y_n|<\delta)(|f(x_n)-f(y_n)|<\varepsilon)$.

$\therefore \lim(f(x_n)-f(y_n))=0$.

(2). ⇐. 由序列式定义推出 ε-δ式定义.

反证法. 即假设序列式定义成立对 ε-δ式定义不成立.

已知条件 1. 对任何 $\lim(x_n-y_n)=0$ 的序列 $\{x_n\}$、$\{y_n\}$ 满足 $\lim(f(x_n)-f(y_n))=0$.

2. $(\exists \varepsilon>0)(\forall \delta>0)(\exists x,y\in E$ 且 $|x-y|<\delta)(|f(x)-f(y)|\geq \varepsilon)$

取组 $\delta=\frac{1}{n}$，$(n=1,2,\dots)$ 有一组 $\{x_n\}$ $\{y_n\}$ 满足

$|x_n-y_n|<\frac{1}{n}$.

以及 $|f(x_n)-f(y_n)|\geq \varepsilon$.

但是由条件 1 知

$\lim(x_n-y_n)=0$

以及 $\lim(f(x_n)-f(y_n))=0$.

从而得出矛盾.