

GP27

Three stage dynamic heuristic for multiple plants capacitated lot sizing with sequence-dependent transient costs

[Shang NI, Yiyang Tang]

Automne





Sommaire

Partie I	
 Résumé de l'article choisi 	1
 Contributions des auteurs 	1
 Explication du modèle 	2
 Méthodologie de recherche 	7
Partie II	
 Contribution personnelle 	8
 implémentation du code 	8
 Répartition du travail 	16



Partie I

1. Résumé de l'article choisi

En raison de l'accent accru sur les clients, de la réduction du cycle de vie des produits et des avancées technologiques, la concurrence sur le marché mondial devient de plus en plus intense. Cela nécessite des stratégies de chaîne d'approvisionnement plus efficaces et efficientes pour répondre aux besoins du marché tout en améliorant la position sur le marché grâce à une meilleure gestion de la chaîne d'approvisionnement. Une entreprise pétrochimique collabore avec plusieurs filiales disposant de capacités de production fixes et capables de produire divers niveaux de produits. Les décisions de dimensionnement des lots visant à minimiser les coûts totaux des stocks et les coûts de réglage dans un réseau de production et de distribution ont été largement étudiées. Dans cet article, nous prenons en compte l'impact du transport entre les différents niveaux de la chaîne d'approvisionnement ainsi que les coûts d'achat des matières premières, afin de maximiser le profit total de la chaîne d'approvisionnement. L'intégration de tous ces éléments décisionnels dans un seul modèle mathématique augmente considérablement la complexité de la résolution du problème.

2. Contributions des auteurs

Tout d'abord, nous avons développé un modèle de programmation en nombres entiers mixtes pour une chaîne d'approvisionnement à quatre niveaux, intégrant la détermination de la taille des lots, la planification avec des coûts transitoires dépendant de la séquence, ainsi que les décisions de transport et d'entreposage entre les fournisseurs, les usines, les entrepôts et les clients. Deuxièmement, étant donné que le problème est NP-difficile, nous avons donc développé une heuristique itérative en trois étapes qui fournit des solutions de qualité avec un temps de calcul très acceptable.



2.1 Explication du modèle

Le modèle développé répondra aux questions liées à la quantité de matières premières à acheter auprès de chaque fournisseur, au plan de production pour chaque filiale, à l'affectation des grades à produire par chaque filiale, à la taille des lots et à la séquence dans laquelle ces grades doivent être produits, aux niveaux de stock des différents grades dans chaque entrepôt, ainsi qu'à la sélection de l'entrepôt qui répondra à chaque demande client.

Le CLSP avec des coûts de configuration dépendants de la séquence a été prouvé comme étant NP-difficile (Florian, Lenstra et Rinnooy Kan, 1980). De même, le problème de séquencement avec des coûts de configuration dépendants de la séquence a également été prouvé comme étant NP-difficile par Coleman (1992). En combinant ces deux problèmes, on obtient un CLSP avec des coûts de configuration dépendants de la séquence, ce qui est également NP-difficile. Afin de calculer une solution faisable proche de l'optimal en un temps raisonnable, nous proposons une méthode heuristique itérative en trois étapes, illustrée dans la figure. Ici, nous n'expliquerons pas en détail les trois étapes de cette heuristique.

Ensuite, nous allons analyser en détail le modèle de programmation en nombres entiers mixtes, qui comprend les paramètres, les variables, la fonction objectif et les contraintes.

Indices:

• s: Spplier,s=1,...,S

r: RawMaterial,r=1,...,R

• a: Affiliate,a=1,...,A

• g,h : Grade,g=1,...,G

• w: Warehouse,w=1,...,W

• k: Customer,k=1,...,K

• t: Period,t=1,...,T



Ctrans:: Coût de transport par tonne de matière première r du fournisseur s à l'affilié a

 $C_{awa}^{trans'}$: Coût de transport par tonne de grade g de l'affilié a à l'entrepôt w

 $C_{wkg}^{trans"}$: Coût de transport par tonne de grade g de l'entrepôt w au client k

Craw: Coût d'achat par tonne de matière première r du fournisseur s à l'affilié a

 P_{agt}^{prime} : Prix par tonne de grade premier g dans l'affilié a pendant la période t

 C_{agt}^{nprime} : Coût de production par tonne de matériau transitionnel formé entre les grades g et h dans l'affilié a pendant la période t

 C_{wat}^{inv} : Coût de stockage par tonne de grade g dans l'entrepôt w pendant la période t

 λ_{sr} : Disponibilité de la matière première r en tonnes du fournisseur s par période, constante sur toutes les périodes

 λ'_{at} : Capacité de production de l'affilié a pendant la période t

 O_{aght} : Quantité de matériau transitionnel en tonnes formée entre les grades g et h dans l'affilié a pendant la période t

 β_{arg} : Quantité de matière première r nécessaire pour produire une tonne de grade g dans l'affilié a

 D_{akt} : Demande du grade g pour le client k pendant la période t

 F_{sart} : Tonnes de matière première r expédiées du fournisseur s à l'affilié a pendant la période t

 F'_{awgt} : Tonnes de grade g expédiées de l'affilié a à l'entrepôt w pendant la période t

 F''_{wkgt} : Tonnes de grade g expédiées de l'entrepôt w au client k pendant la période t

 X_{agt} : Tonnes de grade g produites dans l'affilié a pendant la période t

 Z_{aght} : Une variable binaire égale à 1 si une transition est effectuée entre les grades g et h dans l'affilié a pendant la période t, 0 sinon



 α_{agt} : Une variable binaire égale à 1 si le grade g est produit en premier dans l'affilié a pendant la période t, 0 sinon

 V_{agt} : Variable auxiliaire du grade g dans l'affilié a pendant la période t utilisée pour valider la contrainte d'élimination des sous-tournées

 I_{wat} : Niveau de stock du grade g dans l'entrepôt w pendant la période t

Fonction objectif:

$$\begin{aligned} \operatorname{Max} [\sum_{a=1}^{A} \sum_{g=1}^{G} \sum_{t=1}^{T} P_{agt}^{prime} * X_{agt}] \\ - \left[\sum_{s=1}^{S} \sum_{a=1}^{A} \sum_{r=1}^{R} \sum_{t=1}^{T} C_{sar}^{trans} * F_{sart} + \sum_{a=1}^{A} \sum_{w=1}^{W} \sum_{g=1}^{G} \sum_{t=1}^{T} C_{awg}^{trans'} * F'_{awgt} \right. \\ + \left. \sum_{w=1}^{W} \sum_{k=1}^{K} \sum_{g=1}^{G} \sum_{t=1}^{T} C_{wkg}^{trans''} * F''_{wkgt} \right] - \left[\sum_{s=1}^{S} \sum_{a=1}^{A} \sum_{r=1}^{R} \sum_{g=1}^{G} C_{sar}^{raw} * F_{sart} \right] \\ - \left[\sum_{a=1}^{A} \sum_{g=1}^{G} \sum_{h=1,h\neq g}^{G} \sum_{t=1}^{T} C_{aght}^{nprime} * O_{aght} * Z_{aght} \right] - \left[\sum_{w=1}^{W} \sum_{g=1}^{G} \sum_{t=1}^{T} C_{wgt}^{inv} * I_{wgt} \right] (1) \end{aligned}$$

Contraintes:

$$\sum_{g=1}^{G} \beta_{arg} * X_{agt} = \sum_{s=1}^{S} F_{sart} \quad \forall a, r, t$$
 (2)

$$\sum_{a=1}^{A} F_{sart} \le \lambda_{sr} \quad \forall s, r, t \tag{3}$$

$$\sum_{q=1}^{G} X_{agt} + \sum_{q=1}^{G} \sum_{h=1, h \neq q}^{G} O_{aght} * Z_{aght} \le \lambda'_{at} \quad \forall a, t$$

$$\tag{4}$$

$$X_{agt} \le \lambda_{at}^{'} * \left(\sum_{h=1,h\neq g}^{G} Z_{ahgt} + \alpha_{agt} \right) \quad \forall a,g,t$$
 (5)



$$\sum_{h=1,h\neq g}^{G} Z_{ahgt} + \alpha_{agt} \le 1 \quad \forall a,g,t$$
 (6)

$$\sum_{g=1}^{G} \alpha_{agt} = 1 \quad \forall a, t \tag{7}$$

$$Z_{aght} \le X_{aht} \quad \forall a, g, h, t$$
 (8)

$$\alpha_{agt} + \sum_{h=1,h\neq g}^{G} Z_{ahgt} = \alpha_{agt+1} + \sum_{h=1,h\neq g}^{G} Z_{aght} \quad \forall a,g,t$$
(9)

$$V_{agt} + (N * z_{aght}) - (N - 1) - (N * \alpha_{agt}) \le V_{aht} \quad \forall a, g, h \ne g, t$$
 (10)

$$X_{agt} = \sum_{w=1}^{W} F_{awgt} \quad \forall a, g, t$$
 (11)

$$I_{wgt-1} + \sum_{a=1}^{A} \dot{F}_{awgt} = I_{wgt} + \sum_{k=1}^{K} \ddot{F}_{wkgt} \quad \forall w, g, t$$
 (12)

$$\sum_{w=1}^{W} F_{wkgt}^{"} = D_{gkt} \quad \forall g, k, t \tag{13}$$

Explication des contraintes:

La fonction objectif (1) maximise le bénéfice net en soustrayant les différents coûts des revenus. Les coûts pris en compte sont les coûts de transport entre les quatre niveaux de la chaîne d'approvisionnement, le coût des matières premières, le coût des matériaux de transition et le coût de stockage.

Les contraintes (2) et (3) garantissent que la quantité requise de chaque matière première rr, nécessaire pour produire le grade gg dans la filiale aa, sera transportée depuis les différents fournisseurs ss à chaque période tt, sans dépasser la capacité des fournisseurs.

La contrainte (4) garantit que la quantité totale des grades premiers produite à chaque période ne peut pas dépasser la capacité de la filiale.



La contrainte (5) garantit que chaque grade dans chaque filiale peut être produit à la période tt uniquement si la machine est d'abord configurée pour ce grade ou s'il existe au moins une configuration pour ce grade.

La contrainte (6) garantit que chaque grade dans chaque filiale à chaque période ne peut avoir qu'une seule configuration, soit issue de la première configuration, soit par une transition depuis un autre grade.

La contrainte (7) garantit que la configuration au début de chaque période ne peut être effectuée que pour un seul grade à la fois dans chaque filiale.

La contrainte (8) garantit qu'il ne peut y avoir de transition vers un grade donné que si ce grade est produit.

La contrainte (9) représente la configuration reportée (carry-over setup).

La contrainte (10) garantit que le modèle évite les sous-tournées déconnectées et maintient la faisabilité, ce qui est couramment utilisé dans le Problème du Voyageur de Commerce et a été proposé par Nemhauser et Wolsey (1988). Cette contrainte garantit que chaque grade peut être produit une seule fois par période dans chaque filiale.

La contrainte (11) garantit que tous les grades produits dans chaque filiale à chaque période doivent être transportés vers les entrepôts.

La contrainte (12) représente l'équilibre des stocks pour chaque grade dans chaque entrepôt à chaque période.

La contrainte (13) indique que la quantité totale du grade gg transportée depuis tous les entrepôts doit être égale à la demande de chaque client kk à chaque période tt.



2.2 Méthodologie de recherche

L'entreprise dispose de plusieurs entrepôts, et les matières premières nécessaires à la production sont fournies par différents fournisseurs. Le passage d'un grade à un autre entraîne des coûts de configuration dépendants de la séquence. Cet article propose un modèle de programmation linéaire en nombres entiers (MILP) pour résoudre les problèmes de planification et d'ordonnancement multi-périodes. Il développe un modèle complet de chaîne d'approvisionnement à quatre niveaux, incluant les fournisseurs, les usines, les entrepôts et les clients.

Comparé aux études précédentes qui se concentrent uniquement sur un ou plusieurs niveaux spécifiques de la chaîne d'approvisionnement, ce modèle couvre l'ensemble du réseau de la chaîne d'approvisionnement, offrant ainsi une meilleure capacité à résoudre des problèmes complexes rencontrés dans la pratique. De plus, il intègre plusieurs caractéristiques dynamiques clés des coûts de la chaîne d'approvisionnement, ce qui permet non seulement de répondre aux besoins de production, mais aussi d'optimiser ces coûts afin d'améliorer la rentabilité globale de la chaîne d'approvisionnement.



Partie II

1. Contribution personnelle

Nous avons reproduit dans une certaine mesure les résultats de l'article via Python.

2.implémentation du code

• Introduction: Dans le contexte donné par l'article, programmer en Python en utilisant Gurobi pour concevoir les paramètres, les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes. Ensuite, résoudre le problème pour trouver la solution optimale en utilisant la méthode de programmation linéaire.

· Détail du code:

```
# Importez les bibliothèques requises
import gurobipy as gp
from gurobipy import GRB
import numpy as np
#Initialisation du modèle
model = gp.Model("SupplyChainOptimization")
S = 4 # Supplier
R = 4 # RawMaterial
A = 4 # Affiliate
G = 4 # Grade
W = 4 # Warehouse
K = 10 # Customer
T = 6 # Period
# Définir des variables de décision
# F_sart: Tonnes de matières premières r expédiées des fournisseurs à l'affilié a au cours du
tempspériode t
F_sart = model.addVars(S, A, R, T, vtype=GRB.CONTINUOUS, lb=0, name="F_sart")
# F_awgt: Tonnes de qualité g expédiées de la filiale a à l'entrepôt w pendant la période t
```

F_awgt = model.addVars(A, W, G, T, vtype=GRB.CONTINUOUS, lb=0, name="F_awgt")



F_wkgt:Tonnes de qualité g expédiées de l'entrepôt w au client k pendant la période t

F_wkgt = model.addVars(W, 10, G, T, vtype=GRB.CONTINUOUS, lb=0, name="F_wkgt")

X_agt: Tonnes de qualité g produites dans la filiale a pendant la période t

X_agt = model.addVars(A, G, T, vtype=GRB.CONTINUOUS, lb=0, name="X_agt")

Z_aght: Une variable binaire est égale à 1 si une transition est effectuée entre les grades g et h dans affilié a pendant la période t, 0 sinon

Z_aght = model.addVars(A, G, G, T, vtype=GRB.BINARY, name="Z_aght")

alpha_agt: Une variable binaire est égale à 1 si le grade g est produit en premier dans l'affilié a pendant période de temps t, 0 sinon

alpha_agt = model.addVars(A, G, T, vtype=GRB.BINARY, name="alpha_agt")

V_agt: Variable auxiliaire de grade g dans l'affilié a pendant la période t qui sert à

valider la contrainte d'élimination des sous-tours

V_agt = model.addVars(A, G, T, vtype=GRB.CONTINUOUS, lb=0, name="V_agt")

1_wgt: Niveau de stock de qualité q dans l'entrepôt w pendant la période t

I_wgt = model.addVars(W, G, T, vtype=GRB.CONTINUOUS, |b=0, name="I_wgt")

Définir des paramètres via des tableaux multidimensionnels

Transportation cost per ton of raw material r from supplier s to affiliate a

 $c_{trans_{sar}} = np.random.rand(4, 4, 4)$

#Transportation cost per ton of grade g from affiliate a to warehouse w

 $c_{trans_awg} = np.random.rand(4, 4, 4)$

Transportation cost per ton of grade g from warehouse w to customer k

c_trans_wkg = np.random.rand(4, 10, 4)

Purchasing Cost per ton of raw material r from supplier s to affiliate a

 $c_{raw_sar} = np.random.rand(4, 4, 4)$

Price per ton of prime grade g in affiliate a during time period t

c_prime_agt = np.random.randint(500, 600, size=(4, 4, 6))

Production cost per ton of transitional material that is formed in transition between grade g and h in affiliate a during time period t

c_nprime_aght = np.random.rand(4, 4, 4, 6)

inventory carrying cost per ton of grade g in warehouse w during time period t

```
Université de TECHNOLOGIE

c_inv_wgt = np.random.rand(4, 4, 6)
```

Availability of raw material r in tons from supplier s per period which is constant across all periods

```
lambda_sr = np.random.rand(4, 4) * 1000
```

Production capacity of affiliate a during time period t

lambda_prime_at = np.random.rand(4, 6) * 2000

Amount of transitional material in tons that is formed in transition between grade g and h in affiliate a during time period t

 $O_{aght} = np.random.rand(4, 4, 4, 6)$

Quantity needed of raw material r to produce one ton of grade q in affiliate a

beta_arg = np.random.rand(4, 4, 4)

Demand of grade g for customer k during time period t

 $D_gkt = np.random.rand(4, 10, 6) * 50$

Définir la fonction objectif

objective = 0

Première partie : Revenu total

for a in range(4): # 4 个附属工厂

for g in range(4): # 4 个等级

for t in range(6): # 6 个时间周期

objective += c_prime_agt[a, g, t] * X_agt[a, g, t]

Deuxième partie : coût du transport

Coûts de transport des matières premières des Suppliers vers les affiliates

for s in range(4): for a in range(4): for r in range(4): for t in range(6):

objective -= c_trans_sar[s, r, a] * F_sart[s, a, r, t]

Coûts de transport des produits des usines affiliées aux entrepôts

for a in range(4):for w in range(4):for g in range(4):for t in range(6):

objective -= c_trans_awg[a, g, w] * F_awgt[a, w, g, t]

Coûts d'expédition du produit de l'entrepôt au client

for w in range(4): for k in range(10): for g in range(4): for t in range(6):

objective -= c_trans_wkg[w, k, g] * F_wkgt[w, k, g, t]

Coût d'achat des matières premières

for s in range(4): for a in range(4): for r in range(4): for g in range(4):

```
Utt

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE

TROYES

Objective -= C. N.
```

objective -= c_raw_sar[s, r, a] * F_sart[s, a, r, g]

Coût de la conversion de niveau

for a in range(4):for g in range(4):for h in range(4):

if h!= g: # Signifier la conversion de niveau

for t in range(6):

objective -= (c_nprime_aght[a, g, h, t] * O_aght[a, g, h, t] * Z_aght[a, g, h, t])

Coût de détention

for w in range(4): for g in range(4): for t in range(6):

objective -= c_inv_wgt[w, g, t] * I_wgt[w, g, t]

Définir la fonction objective sur le modèle

model.setObjective(objective, GRB.MAXIMIZE)

utiliser le fonction de 'quicksum' pour réaliser les contraintes

Contrainte1: la quantité totale de matière première r requise pour produire un grade g dans une filiale a est égale à la somme des matières premières transportées depuis tous les fournisseurs s vers cette filiale a, pour chaque période t.

model.addConstrs(

 $(gp.quicksum(beta_arg[a, r, g] * X_agt[a, g, t] for g in range(G)) ==$

gp.quicksum(F_sart[s, a, r, t] for s in range(S))

for a in range(A) for r in range(R) for t in range(T)

),name="MaterialBalance")

#Contrainte2: la quantité totale de matière première r transportée depuis un fournisseur

s ne dépasse pas la capacité disponible de ce fournisseur (λ sr) pour chaque période t.

model.addConstrs(

(gp.quicksum(F_sart[s, a, r, t] for a in range(A)) <= lambda_sr[s, r]

for s in range(S) for r in range(R) for t in range(T)), name="SupplierCapacity")

#Contrainte3: la quantité totale produite des grades ne dépasse pas la capacité maximale des filiales pour chaque période

model.addConstrs(

(gp.quicksum(X_agt[a, g, t] for g in range(G)) +



```
gp.quicksum(O_aght[a, g, h, t] * Z_aght[a, g, h, t]
                for g in range(G) for h in range(G) if h != g) <= lambda_prime_at[a, t]
      for a in range(A) for t in range(T)), name="AffiliateCapacity")
# Contrainte4: un grade peut être produit dans une filiale et une période données seulement si
une configuration pour ce grade est déjà mise en place
model.addConstrs(
      (X_agt[a, g, t] \le lambda_prime_at[a, t] *
      (gp.quicksum(Z_aght[a, g, h, t] for h in range(G) if h!= g) + alpha_agt[a, g, t])
      for a in range(A) for g in range(G) for t in range(T)
   ),
   name="ProductionLimit"
)
# Contrainte5: un seul changement ou maintien de configuration est possible par période pour
chaque grade dans une filiale
model.addConstrs(
(gp.quicksum(Z_aght[a, g, h, t] for h in range(G) if h!= g) + alpha_agt[a, g, t] <= 1
     for a in range(A) for g in range(G) for t in range(T)), name="SingleTransitionLimit")
# Contrainte6: Permet qu'une configuration initiale soit activée pour un seul grade dans une
filiale donnée et une période donnée
model.addConstrs(
      (gp.quicksum(alpha_agt[a, g, t] for g in range(G)) == 1
      for a in range(A) for t in range(T)
   ), name="SingleSetupPerPeriod")
# Contrainte 7: Vérifie qu'aucune transition vers un grade ne peut avoir lieu à moins que ce
grade ne soit effectivement produit
model.addConstrs(
   (Z_{aght}[a, g, h, t] \leftarrow X_{agt}[a, h, t]
      for a in range(A) for g in range(G) for h in range(G) if h != g for t in range(T)
   ),name="TransitionRequiresProduction")
# Contrainte8: Gère la transition des configurations d' une période à lautre
model.addConstrs(
   (alpha_agt[a, g, t] + gp.quicksum(Z_aght[a, h, g, t] for h in range(G) if h!= g) ==
```

```
Utt
UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE
TROVES
```

```
TROYES

alpha_agt[a, g, t + 1] +gp.quicksum(Z_aght[a, g, h, t] for h in range(G) if h!= g)

for a in range(A) for g in range(G) for t in range(T - 1) #注意 t 的范围是 T-1

), name="CarryOverSetup")

# Contrainte 9: Empêche les sous - tours inutiles (similaires au problème du voyageur de commerce) et garantit que chaque grade est configuré au plus une fois par période dans chaque filiale.N = 10000
```

model.addConstrs(

```
(V_agt[a, g, t] + N * Z_aght[a, g, h, t] - (N - 1) - N * alpha_agt[a, g, t] <= V_agt[a, h, t] for a in range(A) for g in range(G) for h in range(G) if h != g for t in range(T) ),name="SubTourElimination")
```

Contrainte10: toutes les quantités produites de chaque grade dans chaque filiale pour une période donnée doivent être transportées vers les entrepôtsmodel.addConstrs(

```
(X_{agt}[a, g, t] == gp.quicksum(F_{awgt}[a, w, g, t] for w in range(W))
for a in range(A) for g in range(G) for t in range(T)
```

), name="ProductionToWarehouse")

Contrainte11: l'équilibre des stocks dans chaque entrepôt pour chaque grade à chaque période.

Les quantités reçues (production et inventaire précédent) doivent être égales aux quantités expédiées aux clients et au stock restant

model.addConstrs(

```
( I_wgt[w, g, t] == (I_wgt[w, g, t - 1] if t > 0 else 0) +
  gp.quicksum(F_awgt[a, w, g, t] for a in range(A)) -
  gp.quicksum(F_wkgt[w, k, g, t] for k in range(K))
  for w in range(W) for g in range(G) for t in range(T)
), name="InventoryBalance")
```

Contrainte12:la quantité totale d'un grade g transportée depuis tous les entrepôts correspond exactement à la demande des clients pour ce grade à chaque période

model.addConstrs(

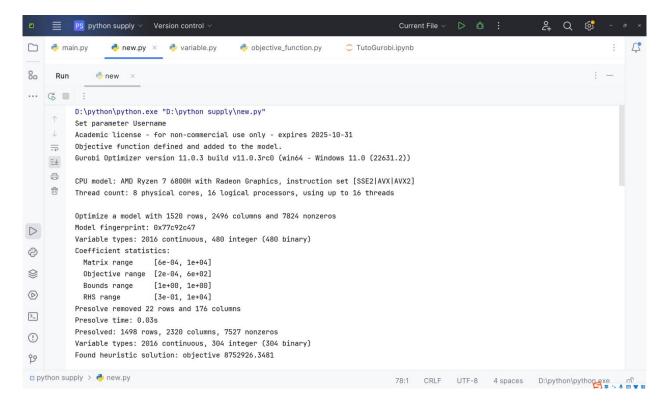
```
( gp.quicksum(F_wkgt[w, k, g, t] for w in range(W)) == D_gkt[g, k, t]
for g in range(G) for k in range(K) for t in range(T)
),name="CustomerDemand")
```

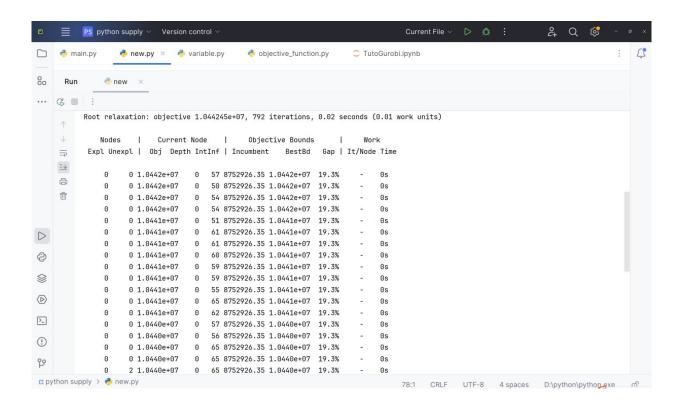
Commencez à optimiser

model.optimize()

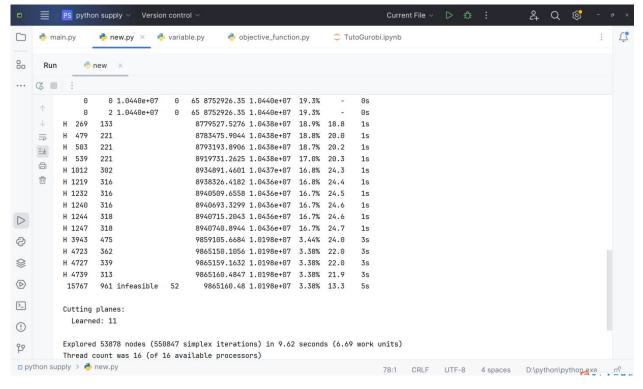


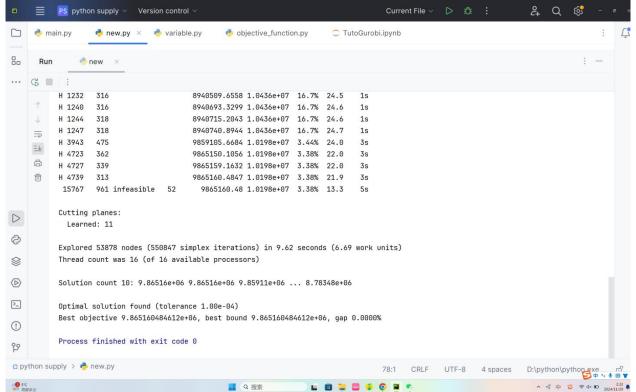
Résultat











•Le programme a obtenu le meilleur résultat (9.865 * 10⁶)en 9,62 secondes.

Donc, le profit maximum est de 9.865 * 10⁶.



2. Répartition du travail

Yiyang TANG:

- Programmation des parties des variables de décision et des fonctionnelles objectives
- Exécution et débogage du code

Shang NI:

- Programmation des parties des contraintes et des paramètres
- Exécution et débogage du code